Краткія сообщенія.

XII. Е. С. Федоровъ. Построеніе реберъ по символамъ въ кристаллахъ гипогексагональнаго типа.

Построеніе реберъ по символамъ въ комплексахъ кубическаго типа хорошо извѣстно со временъ Miller'a, когда и стали употреблять для нихъ символы, аналогичные символамъ граней, заключая ихъ, для отличія, въ прямыя скобки.

При этомъ за кристаллографическія оси принимаются тѣ, которымъ принадлежатъ символы [100], [010], [001]; символъ $[r_1\ r_2\ r_3]$ выражаетъ діагональ параллелепипеда, слагающія на ребрахъ котораго есть отрѣзки r_1, r_2, r_3, въ единицахъ, принятыхъ для каждой оси особо.

Страннымъ образомъ, аналогичнаго вопроса для комплексовъ гипогексагональнаго типа, пока еще никѣмъ и не поднималось.

Разрѣшается же онъ, конечно, чрезвычайно просто и притомъ вполнѣ аналогично съ разрѣшеніемъ его для кубическаго типа.

Мною было показано, что и въ комплексахъ гипогексагональнаго типа символы реберъ таковы, что въ частномъ случаѣ гипогексагонально-изотропнаго комплекса индексы реберъ и перпендикулярныхъ граней одни и тѣ же, какъ это и требуется ученіемъ о сингоніи (потому что въ этомъ случаѣ эллипсоидъ сингоніи есть шаръ).

Но кристаллографическими осями въ комплексахъ гипогексагональнаго типа служатъ 1) ребро [1000], 2) $[02\bar{1}\bar{1}]$, 3) [0121] и 4) $[0\bar{1}12]$; все это теперь извѣстно изъ элементарныхъ руководствъ. Остается построить ребро $[r_0, r_1, r_2, r_3]$.

Такъ какъ оси, къ которымъ относятся эти индексы, извѣстны, то мы можемъ отложить на нихъ соотвѣтственной длины векторы то есть r_0 по оси [1000], r_1 по оси $[02\bar{1}\bar{1}]$, r_2 по оси [0121] и r_3 по оси $[0\bar{1}12]$ и сложить эти векторы по обыкновеннымъ правиламъ. Равнодѣйствующій векторъ и есть искомый. Въ такомъ видѣ это построеніе тождественно съ тѣмъ, которое примѣняется для комплексовъ кубическаго типа.

Прежде всего ясно, что если $r_0 = 0$, то равнодѣйствующій векторъ находится въ плоскости (1000). И наоборотъ, если $r_1 = r_2 = r_3 = 0$, то равнодѣйствующій векторъ есть первая ось [1000].

Нетрудно видѣть, что для построенія второй оси мы должны составить равнодѣйствующій векторъ $[02\bar{1}\bar{1}]$, для построенія третьей оси—векторъ [0121] и для построенія четвертой оси—векторъ $[0\bar{1}12]$.

Для случая гексагональной сингоніи равнодѣйствующій векторъ $[010\bar{1}]$ будетъ перпендикуляренъ къ грани $(010\bar{1})$, равнодѣйствующій векторъ [0110] перпендикуляренъ къ грани (0110) и равнодѣйствующій векторъ [0011] перпендикуляренъ къ грани (0011), также какъ ось [1000] перпендикулярна къ грани (1000). Это относится одинаково и ко всѣмъ векторамъ изотропнаго (главнаго) пояса.

Но вообще всѣ равнодѣйствующіе векторы становятся перпендикулярными къ гранямъ того же символа только въ случаѣ гексагонально-изотропнаго комплекса то есть когда уголъ (1000) : (1110) = 49°4′ или иначе символъ комплекса 49°4.

Для этого комплекса отношеніе единичныхъ отрѣзковъ вертикальной (главной) оси и осей горизонтальныхъ есть 3 : 2.

Въ этомъ случаѣ сначала представляется страннымъ, что единичныя отрѣзки по кристаллографическимъ осямъ не совпадаютъ съ наименьшими промежутками ряда пространственной рѣшетки по тѣмъ же осямъ (которыя равны между собою).

Чтобы понять эту особенность комплекса, нужно принять во вниманіе, что для построенія ребра по его символу нужно сложить 4 вектора, а это задача неопредѣленная то есть можетъ быть выполнена безконечно-разнообразнымъ способомъ. Напр. для построенія одного и того же ребра [0110] мы можемъ складывать векторы: 1) $00\bar{2}\bar{1}$ 2) 0110, 3) $01\bar{3}\bar{1}$, 4) 0201, 5) $0\bar{2}4\bar{1}$, 6) 0311, 7) $03\bar{5}\bar{1}$, 8) $04\bar{2}1$, 9) $04\bar{6}\bar{1}$...

Эта самая неопредѣленность сдѣлала бы невозможною рѣшеніе обратной задачи: по данному ребру найти его символъ, если бы не условіе, по которому третій индексъ долженъ равняться суммѣ второго и четвертаго. Изъ всего безконечнаго ряда рѣшеній только одно, а именно 2) удовлетворяетъ этому условію, а потому по существу рѣшеніе является однозначнымъ. Но во всякомъ случаѣ эта неопредѣленность дѣлаетъ понятнымъ, что не всякія соединенія начальной точки съ какою-либо другою точкою пространственной рѣшетки векторами, параллельными кристаллографическимъ осямъ, приводитъ къ числамъ индексовъ равнодѣйствующаго ребра какъ вектора. Напр. равнодѣйствующій векторъ [1010] дѣйствительно соединяетъ центръ съ ближайшею точкою, опредѣляя ребро, составляющее съ вертикальною осью 45°0; но символъ этого ребра иной, а именно [2121]. Для того чтобы вычислить квадратъ промежутка ряда по символу $[r'_0 r'_1 r'_2 r'_3]$ и по формулѣ $(r_0^2 + r_1^2 + r_2^2 - r_1 r_2)$, нужно предварительно преобразовать (въ преобразованномъ видѣ означимъ r_0, r_1, r_2, r_3) по детерминанту $\begin{vmatrix} 300 \\ 022 \\ 04\bar{2} \end{vmatrix}$; обратное вычисленіе r' по r производится по детерминанту $\begin{vmatrix} 200 \\ 011 \\ 02\bar{1} \end{vmatrix}$.

27 мая 1913 г.