18. Объ оптическомъ изслѣдованіи минераловъ въ сходящемся поляризованномъ свѣтѣ.

А. Н. Заварицкаго.

(Доложено 14 января 1913 г.).

При оптическомъ изслѣдованіи минераловъ подъ микроскопомъ въ настоящее время примѣняются два метода: изслѣдованіе въ параллельномъ поляризованномъ свѣтѣ по способу проф. Е. С. Федорова и изслѣдованіе въ сходящемся поляризованномъ свѣтѣ. Несмотря на то, что оба эти метода покоятся, въ сущности, на однихъ и тѣхъ же основаніяхъ, именно на законахъ распространенія свѣтовыхъ волнъ въ анизотропной средѣ, они излагаются въ различныхъ руководствахъ такъ, что изъ этого изложенія совершенно не видно связи между тѣмъ и другимъ.

Въ настоящей статьѣ предлагается попытка вывода главныхъ положеній, лежащихъ въ основѣ примѣненія сходящагося свѣта, исходя изъ основаній теодолитнаго метода. Этотъ именно путь является наиболѣе цѣлесообразнымъ, если слѣдовать требованію итти отъ болѣе простого къ болѣе сложному. Какъ будетъ видно изъ дальнѣйшаго, логическое развитіе въ этомъ направленіи основныхъ положеній теодолитнаго метода приводитъ почти къ тѣмъ же представленіямъ, изъ которыхъ исходилъ Бекке [1]) при объясненіи явленій, обнаруживаемыхъ кристалломъ въ сходящемся свѣтѣ. Поэтому многое въ настоящей статьѣ является повтореніемъ въ соотвѣтственно переработанномъ видѣ того, что мы находимъ въ указанной работѣ Бекке. Избѣжать совершенно такихъ повтореній я не могъ отчасти изъ-за связи изложенія, а кромѣ того считалъ ихъ не безполезными въ виду отсутствія въ русской литературѣ достаточно обоснованнаго изложенія пріемовъ употребленія сходящагося свѣта.

Помимо нѣкотораго теоретическаго интереса, который можетъ имѣть изложеніе этихъ пріемовъ, исходя изъ представленій, положенныхъ въ основу теодолитнаго метода, оно мнѣ казалось полезнымъ въ цѣляхъ сравнительной оцѣнки предѣловъ примѣненія каждаго изъ этихъ двухъ различныхъ способовъ изслѣдованія.

§ I. Основныя положенія.

Изслѣдованіе какихъ бы то ни было физическихъ свойствъ анизотропно-однороднаго кристаллическаго вещества по необходимости должно быть изслѣдованіемъ свойствъ отдѣльныхъ направленій въ кристаллѣ и сопоставленіемъ между собою свойствъ различныхъ направленій. Только съ тѣхъ поръ, какъ мы связываемъ элементы наблюдаемыхъ явленій съ опредѣленными векторами въ кристаллѣ, мы можемъ говорить объ изслѣдованіи свойствъ кристалла, какъ тѣла векторіально построеннаго. Понятно, поэтому, что основной, логически вытекающій изъ самаго понятія о кристалличности пріемъ изслѣдованія долженъ дать возможность поставить наблюдаемое явленіе въ такія условія, когда мы можемъ отдѣльно для каждаго направленія въ кристаллѣ опредѣлить элементы этого явленія и затѣмъ сопоставлять ихъ между собою.

При оптическомъ изслѣдованіи наблюдаются явленія, обнаруживающіяся при прохожденіи свѣта черезъ кристаллъ. Совершенно независимо отъ какихъ-либо гипотетическихъ воззрѣній на природу свѣта въ основѣ представленій о распространеніи свѣтовой энергіи лежитъ понятіе о свѣтовой волнѣ. Если мы зададимся вопросомъ, какія волны удовлетворяютъ

1) F. Becke—Optische Untersuchungsmethoden. Denksch. d. mat.-nat. Kl. d. k. Akad. der. Wissensch. Wien B. LXXV 1904.

требованію, чтобы наблюдаемые элементы явленія зависили только отъ одного направленія распространенія волнъ, то мы должны будемъ признать, что такими являются только плоскія волны. Только при прохожденіи плоскихъ волнъ чрезъ кристаллическую среду ихъ свойства вполнѣ опредѣляются направленіемъ ихъ распространенія и одинаковы во всѣхъ точкахъ волны. Въ другихъ волнахъ въ различныхъ точкахъ одной и той же волны свойства ея, напримѣръ, направленія колебаній различны и зависятъ не только отъ направленія распространенія волны въ этой точкѣ, но и отъ положенія ея по отношенію къ источнику свѣта. Кромѣ того плоскія волны, переходя изъ одной среды въ другую, отдѣленную отъ первой плоскостью, остаются плоскими, а въ каждой средѣ, изотропной или анизотропной, распространяются, оставаясь себѣ параллельными. Всѣ эти положенія имѣютъ очевидность почти аксіомъ, и на нихъ не приходится останавливаться.

Изъ этихъ особенностей плоскихъ свѣтовыхъ волнъ, отличающихъ ихъ отъ всѣхъ другихъ, само собою вытекаетъ слѣдствіе, что основнымъ методомъ оптическаго изслѣдованія кристаллическаго вещества долженъ считаться именно теодолитный методъ проф. Федорова, при которомъ мы изслѣдуемъ непосредственно простѣйшій случай распространенія плоскихъ волнъ по различнымъ направленіямъ въ кристаллѣ, совмѣщая эти направленія съ осью микроскопа. Изслѣдованіе въ сходящемся поляризованномъ свѣтѣ имѣетъ дѣло съ болѣе сложными явленіями, которыя и должны быть объяснены, сводя ихъ къ только что указанному элементарному случаю распространенія плоскихъ волнъ.

По тѣмъ же соображеніямъ основы теоріи кристаллооптики [1]) должны быть построены, исходя изъ представленія объ оптическомъ эллипсоидѣ (индикатриссѣ), характеризующемъ распространеніе плоскихъ волнъ. Всѣ остальныя поверхности, изображающія распредѣленіе оптическихъ свойствъ въ кристаллѣ, должны выводиться изъ индикатриссы. Это далеко не всегда соблюдается въ учебныхъ руководствахъ, особенно по отношенію къ поверхности волны, которую выводятъ изъ второго эллипсоида Френеля (Ellipsoide direct, Fresnelsches Ellipsoid), не связывая никакъ съ индикатриссой.

Геометрическая связь между главнѣйшими изъ оптическихъ поверхностей въ логической послѣдовательности, какъ извѣстно, можетъ быть представлена въ такомъ видѣ.

Основная поверхность—оптическій эллипсоидъ (индикатрисса). Непосредственно изъ нея выводится поверхность нормальныхъ скоростей плоскихъ волнъ (Surface des vitesses normales), радіусы-векторы которой обратно пропорціональны осямъ эллипса сѣченія индикатриссы плоскостью, перпендикулярной къ данному радіусу-вектору. Проводя черезъ какую-либо точку этой поверхности плоскость, перпендикулярную къ соотвѣтствующему радіусу-вектору, получимъ положеніе плоской волны, распространяющейся въ направленіи этого радіуса-вектора, чрезъ опредѣленный промежутокъ (единицу) времени послѣ того, какъ она была въ центрѣ. Если сдѣлать такое построеніе во всѣхъ точкахъ поверхности нормальныхъ скоростей, то получимъ совокупность плоскостей, которыя всѣ будутъ касательными къ поверхности волны, распространяющейся изъ центра. Это послѣднее свойство и выражаетъ связь поверхности волны съ поверхностью нормальныхъ скоростей, а чрезъ нее и съ индикатриссой.

Уравненія этихъ главнѣйшихъ поверхностей приводятся въ болѣе подробныхъ учебныхъ руководствахъ Дюпаркаи Пирса [1]), Розенбуша и Вюльфинга [2]), но вывода ихъ въ этихъ руководствахъ не дано. Такъ какъ мнѣ придется въ дальнѣйшемъ ссылаться на уравненіе поверхности нормальныхъ скоростей, то я позволю себѣ привести здѣсь его выводъ въ возможно простомъ видѣ.

Исходимъ ихъ уравненія индикатриссы:

$$\frac{x^2}{n_g^2}+\frac{y^2}{n_m^2}+\frac{z^2}{n_p^2}=1.$$

или

$$a^2x^2+b^2y^2+c^2z^2=1,$$

гдѣ

$$a=\frac{1}{n_g};\ b=\frac{1}{n_m};\ c=\frac{1}{n_p}.$$

Пусть углы какого-нибудь радіуса-вектора искомой поверхности съ осями координатъ λ, μ и ν. По вышесказанному для построенія искомой поверхности надо на направленіи радіуса-вектора отложить величины, обратно пропорціональныя осямъ эллипса сѣченія индикатриссы плоскостью.

$$x\cos\lambda+y\cos\mu+z\cos.\nu=0.$$

Вообще каждой точкѣ (x, y, z) эллипса сѣченія отвѣчаетъ другая его точка, отстоящая отъ центра на разстояніи r, при чемъ $r^2=x^2+y^2+z^2$; только для концовъ осей эллипса эти пары точекъ сливаются. Если мы будемъ откладывать отъ центра во всѣ стороны величину r, то получимъ сферу, вообще пересѣкающую эллипсоидъ по кривой, пересѣкающейся съ разсматриваемымъ эллипсомъ сѣченія. Но эта кривая становится касательной къ эллипсу сѣченія, когда r становится равнымъ его полуоси. Изъ этого условія касанія и можно найти величину полуоси эллипса сѣченія. Прежде всего замѣнимъ условіе касанія кривыхъ равнозначнымъ ему условіемъ касанія

[1]) Я говорю о томъ объемѣ этого ученія, въ какомъ оно входитъ въ такія руководства, какъ Розенбуша, Дюпарка, Никитина, не касаясь, конечно, спеціальныхъ сочиненій.

[1]) Duparc et Pearce—Traité de technique minéralogique et pétrographique. I partie. 1907.

[2]) Rosenbusch und Wülfing—Mikroskopische Physiographie der petrographisch wichtigen Mineralien. I Hälfte 1904.

поверхностей, которыя получатся, если соединить всѣ точки этихъ кривыхъ съ центромъ. Это будутъ плоскость:

$$x\cos.\lambda + y\cos\mu + z\cos\nu = 0.$$

и коническая поверхность

$$f = x^2\left(a - \frac{1}{r^2}\right) + y^2\left(b^2 - \frac{1}{r^2}\right) + z^2\left(c^2 - \frac{1}{r^2}\right) = 0.$$

Условіе ихъ касанія:

$$\cos\lambda : \cos\mu : \cos\nu = \frac{\partial f}{\partial x} : \frac{\partial f}{\partial y} : \frac{\partial f}{\partial z}$$

т. е.

$$\cos\lambda : \cos\mu : \cos\nu = \left(a^2 - \frac{1}{r^2}\right)x : \left(b^2 - \frac{1}{r^2}\right)y :$$

$$: \left(c^2 - \frac{1}{r^2}\right)z;$$

или

$$x : y : z = \frac{\cos\lambda}{a^2 - \rho^2} : \frac{\cos\mu}{b^2 - \rho^2} : \frac{\cos\nu}{c^2 - \rho^2},$$

гдѣ $\rho = \frac{1}{r}$ есть ничто иное, какъ радіусъ-векторъ искомой поверхности, образующій углы съ осями координатъ λ, μ и ν. Изъ послѣдняго отношенія и уравненія плоскости, перпендикулярной къ радіусу-вектору ρ, найдемъ:

$$\frac{\cos^2\lambda}{a^2 - \rho^2} + \frac{\cos^2\mu}{b^2 - \rho^2} + \frac{\cos^2\nu}{c^2 - \rho^2} = 0.$$

Это, очевидно, и есть искомое уравненіе.

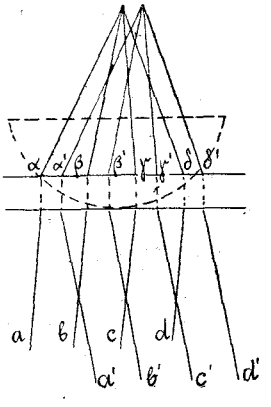
Чтобы выяснить соотношеніе между явленіями, наблюдаемыми при изслѣдованіи минераловъ въ параллельномъ свѣтѣ съ одной стороны и въ сходящемся—съ другой, приходится, естественно, обратиться къ разсмотрѣнію полученія сходящагося свѣта посредствомъ конденсора. Такъ какъ при этомъ преобразованіи параллельнаго пучка свѣта въ сходящійся свѣтовая энергія распространяется черезъ изотропныя среды (воздухъ, стекло), то мы можемъ съ удобствомъ воспользоваться для изслѣдованія явленія вспомогательнымъ представленіемъ о л у ч ѣ, являющемся въ данномъ случаѣ нормалью къ поверхности свѣтовой волны.

Съ каждой формой волны однозначно связанъ опредѣленный п у ч о к ъ лучей. Пучокъ параллельныхъ лучей отвѣчаетъ плоской волнѣ; пучокъ сходящихся въ одной точкѣ—вогнутой волнѣ.

При прохожденіи черезъ конденсоръ каждый параллельный пучокъ превращается въ сходящійся. Такъ какъ въ конденсоръ вступаетъ не одинъ параллельный пучокъ лучей, а безчисленное множество ихъ и съ различными направленіями, хотя и близкими между собою, то послѣ выхода изъ конденсора образуется безконечная совокупность коническихъ пучковъ лучей, вершины которыхъ занимаютъ нѣкоторую площадь, хотя, сравнительно, и небольшую, вслѣдствіе малаго расхожденія направленій плоскихъ волнъ, вступающихъ въ конденсоръ.

Но совокупность всѣхъ лучей этихъ конусовъ можетъ быть также разсматриваема, какъ совокупность параллельныхъ пучковъ, идущихъ по различнымъ направленіямъ, измѣняющимся въ предѣлахъ нѣкотораго конуса. Вѣдь въ каждомъ изъ конусовъ лучей можно выдѣлить по лучу, параллельному заданному направленію, а совокупность этихъ выдѣленныхъ изъ всѣхъ конусовъ лучей образуетъ параллельный пучокъ. Рис. 1 поясняетъ сказанное. Изъ параллельныхъ пучковъ $a\ b\ c\ d$ и $a'\ b'\ c'\ d'$, вступающихъ въ конденсоръ, получаются сходящіеся пучки $\alpha\ \beta\ \gamma\ \delta$ и $\alpha'\ \beta'\ \gamma'\ \delta'$; но совокупность ихъ можно разсматривать, какъ совокупность параллельныхъ пучковъ $\alpha\alpha', \beta\beta', \gamma\gamma', \delta\delta'$.

Фиг. 1.



Такимъ образомъ при примѣненіи сходящагося свѣта явленіе происходитъ такъ, какъ если бы черезъ кристаллъ проходило безконечное множество элементарныхъ плоскихъ волнъ по всѣмъ направленіямъ, заключеннымъ внутри нѣкотораго конуса. Каждая изъ такихъ волнъ, проходя кристаллъ, разлагается на двѣ, остающіяся плоскими, и затѣмъ онѣ преобразуются верхней линзой системы коноскопа. Это преобразованіе состоитъ въ томъ, что каждая элементарная плоская волна превращается въ

сходящуюся и даетъ дѣйствительную свѣтящуюся точку. Совокупность всѣхъ плоскихъ волнъ даетъ совокупность такихъ точекъ, образующихъ вмѣстѣ интерференціонную фигуру. Ясно, что роль объектива микроскопа, обычно являющагося такою верхней линзой коноскопа, совершенно отлична отъ той, которую онъ выполняетъ при обычныхъ микроскопическихъ наблюденіяхъ. Тамъ онъ, преобразуя расходящуюся свѣтовую волну, исходящую изъ какой-либо точки объекта, даетъ изображеніе ея въ видѣ точки же, а въ случаѣ изслѣдованій въ сходящемся свѣтѣ точки интерференціонной фигуры приходится разсматривать, какъ результатъ преобразованія объективомъ микроскопа плоскихъ волнъ, проходящихъ чрезъ кристаллъ по различнымъ направленіямъ.

Точки изображенія при обычномъ разсматриваніи предмета въ микроскопѣ гомологичны точкамъ объекта, точки же интерференціонной фигуры коррелятивны направленіямъ въ кристаллѣ.

Всѣ эти элементарныя положенія я привожу здѣсь, чтобы установить исходный пунктъ для объясненія явленій, обнаруживаемыхъ кристалломъ въ сходящемся поляризованномъ свѣтѣ, путемъ развитія основныхъ положеній теодолитнаго метода.

Мы видимъ, что изслѣдованіе интерференціонной фигуры, т. е. сопоставленіе различныхъ точекъ ея между собой, отвѣчаетъ сопоставленію между собой явленій прохожденія плоскихъ волнъ по различнымъ направленіямъ. При теодолитномъ методѣ послѣднее достигается, приводя послѣдовательно каждое изслѣдуемое направленіе въ совмѣщеніе съ осью микроскопа. Каждой точкѣ интерференціонной фигуры, наблюдаемой при изслѣдованіи въ сходящемся свѣтѣ, отвѣчаетъ (коррелятивно) опредѣленное положеніе шлифа на универсальномъ столикѣ микроскопа при изслѣдованіи по методу Федорова. Другими словами, при изслѣдованіи въ сходящемся свѣтѣ отклоненіемъ лучей (волнъ) конденсоромъ достигается до нѣкоторой степени то, что въ универсальномъ методѣ достигается наклонами шлифа на столикѣ. При примѣненіи универсально-оптическаго (теодолитнаго) метода мы дѣйствуемъ аналитически, расчленяя явленіе на элементы, при изслѣдованіи въ сходящемся свѣтѣ намъ приходится уже съ самаго начала сопоставлять ихъ между собою, поэтому съ самаго начала предъ нами возникаетъ двоякаго рода задача: 1) мы должны сравнить между собою плоскія волны, проходящія черезъ кристаллъ по различнымъ направленіямъ, и 2) выяснить соотношеніе между точками интерференціонной фигуры и соотвѣтствующими (образующими ихъ) элементарными плоскими волнами. Очевидно, рѣшеніе первой части задачи должно являться развитіемъ нашихъ представленій объ оптическихъ свойствахъ кристалла. Это рѣшеніе можетъ быть строго обосновано, исходя изъ опредѣленныхъ положеній. Напротивъ, во второй части задачи намъ приходится имѣть дѣло съ явленіями въ приборѣ; отъ степени его совершенства и отъ особенностей его конструкціи зависитъ ходъ явленій, и потому выводы не могутъ быть такъ же строго обоснованы, какъ въ первомъ случаѣ.

§ 2. Сравненіе плоскихъ волнъ, проходящихъ черезъ кристаллъ по разнымъ направленіямъ.

По каждому направленію въ кристаллѣ распространяются двѣ плоскія волны, поляризованныя въ взаимно перпендикулярныхъ направленіяхъ и имѣющія различную скорость. Направленіе свѣтовыхъ колебаній въ этихъ волнахъ и разность скоростей ихъ (или величинъ, обратныхъ скоростямъ) или, другими словами, положеніе осей n'_g и n'_p соотвѣтствующаго сѣченія индикатриссы и величина разности $n'_g - n'_p$ являются тѣми элементами, которые могутъ и должны быть опредѣлены для каждаго направленія отдѣльно и затѣмъ сопоставлены между собою.

A. Направленія колебаній въ различныхъ плоскихъ волнахъ.

Опредѣленіе направленій колебаній, какъ извѣстно, весьма просто и основано на такихъ положеніяхъ: 1) колебанія совершаются въ плоскости волны; 2) для двуосныхъ кристалловъ по теоремѣ Френеля плоскости, проходящія черезъ нормаль къ волнѣ и направленія колебаній, являются биссектрисами смежныхъ угловъ между плоскостями, проходящими черезъ нормаль къ волнѣ и каждую изъ оптическихъ осей, и 3) для одноосныхъ кристалловъ эта теорема превращается въ положеніе, что нормаль къ волнѣ, оптическая ось и одно изъ направленій колебаній лежатъ въ одной плоскости; другое направленіе колебаній перпендикулярно къ первому.

Какъ же сопоставить между собою найденныя такимъ путемъ направленія колебаній?

Простѣйшій путь къ рѣшенію этого вопроса, конечно,—способъ геометрическаго представленія. Мы должны построить при этомъ вспомогательную систему нѣкоторыхъ геометрическихъ элементовъ, однозначно связанныхъ съ элементами, подлежащими нашему изслѣдованію.

Замѣтимъ прежде всего слѣдующую особенность поставленной задачи.

Мы разсматриваемъ сейчасъ направленія колебаній въ зависимости отъ направленія распространенія волнъ. Тѣ и другія направленія имѣютъ совершенно различное физическое значеніе, поэтому они должны изображаться въ нашей вспомогательной системѣ (діаграммѣ) различнымъ образомъ, и слѣдовательно первымъ шагомъ при построеніи искомой геометрической системы должна быть замѣна совокупности направленій одного рода (въ данномъ случаѣ направленій распространенія волнъ) совокупностью корелятивныхъ имъ другихъ геометрическихъ элементовъ. Этой замѣной мы избѣжимъ двойственности въ нашихъ обозначеніяхъ. Простѣйшимъ соотношеніемъ, которымъ въ данномъ случаѣ можно воспользоваться, является связь между точками сферы и отвѣчающими имъ радіусами. При этомъ совокупность всевозможныхъ направленій распространенія волнъ въ кристаллѣ замѣнится совокупностью точекъ сферы, такъ что каждому изъ этихъ направленій будетъ соотвѣтствовать одна вполнѣ опредѣленная точка.

Проведемъ черезъ эту точку направленія свѣтовыхъ колебаній. Такъ какъ они перпендикулярны къ направленію распространенія волны (радіусу сферы), то они будутъ касательными къ сферѣ. Такимъ образомъ совокупность всѣхъ направленій колебаній представится въ видѣ совокупности касательныхъ къ сферѣ. Если мы выяснимъ, какъ измѣняется направленіе этихъ касательныхъ при переходѣ отъ одной точки сферы къ другой, то тѣмъ самымъ мы разрѣшимъ поставленную задачу.

Непосредственное примѣненіе указанныхъ выше положеній для отысканія направленій колебаній позволяетъ легко получить это рѣшеніе. Разсмотримъ отдѣльно сначала одноосные, а затѣмъ двуосные кристаллы.

Въ оптически одноосныхъ кристаллахъ оптическая ось, одно изъ направленій колебаній и нормаль къ волнѣ лежатъ въ одной плоскости. Поэтому, если проведемъ плоскость черезъ построенное нами направленіе колебаній и центръ сферы, то она пройдетъ и черезъ оптическую ось и пересѣчетъ сферу по одному изъ меридіановъ, проходящихъ чрезъ выходы (проекціи) оптической оси. Направленіе колебанія будетъ касательной къ этому меридіану. Другое направленіе колебанія, будучи перпендикулярно къ первому, будетъ касательной къ параллели, пересѣкающейся въ данной точкѣ съ меридіаномъ.

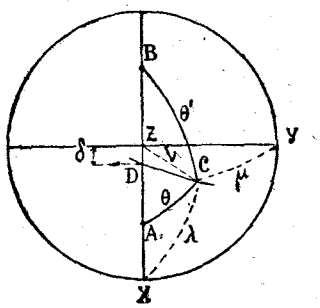
Такимъ образомъ системой меридіановъ и параллелей, построенныхъ на сферѣ, принявъ выходы оптической оси за полюсы, вполнѣ опредѣляются направленія колебаній. Такъ какъ направленіе касательной совпадаетъ съ направленіемъ кривой въ точкѣ касанія, то можно также сказать, что искомыя направленія колебаній совпадаютъ съ направленіями меридіана и параллели, проходящихъ чрезъ данную точку, отвѣчающую направленію распространенія свѣтовой волны. Очевидно, что въ оптически положительныхъ кристаллахъ меридіаны отвѣчаютъ положенію n'_g сѣченія индикатриссы, перпендикулярнаго къ направленію распространенія волнъ, а въ оптически отрицательныхъ, наоборотъ n'_p Условившись называть положительной ту систему кривыхъ, которая отвѣчаетъ n'_g и отрицательной ту, которая n'_p, можно сказать, что знакъ кристалла одинаковъ со знакомъ меридіановъ. Система меридіановъ и параллелей, какъ видно, вполнѣ опредѣленно, однозначно и очень наглядно изображаетъ расположеніе колебаній въ плоскихъ волнахъ, проходящихъ въ различныхъ направленіяхъ въ одноосномъ кристаллѣ.

Для двуосныхъ кристалловъ, примѣняя построеніе Френеля, найдемъ направленіе колебаній такимъ образомъ. Соединивъ дугами большихъ круговъ данную точку, отвѣчающую опредѣленному направленію распространенія плоскихъ волнъ, съ проекціями оптическихъ осей, раздѣлимъ уголъ между этими дугами пополамъ. Касательныя къ тѣмъ дугамъ большихъ круговъ, которыя будутъ служить биссектрисами, и будутъ направленіями колебаній.

На плоскости, соединяя прямыми точку эллипса съ его фокусами и проводя биссектрисы полученнаго угла, будемъ имѣть въ нихъ касательную и нормаль къ эллипсу. На сферѣ существуютъ шаровые эллипсы. Шаровой эллипсъ есть кривая, удовлетворяющая условію, что сумма дуговыхъ разстояній каждой ея точки отъ двухъ опредѣленныхъ точекъ сферы (фокусовъ кривой)—величина постоянная, и обладаетъ тѣмъ свойствомъ, что касательныя къ дугамъ большихъ круговъ, дѣлящимъ пополамъ углы между дугами, соединяющими фокусы съ точкой кривой, будутъ касательной и нормалью къ кривой т. е. удовлетворяютъ только что указанному построенію Френеля.

Привожу доказательство этой важной теоремы. (Фиг. 2).

Фиг. 2.



Начало координатъ въ центрѣ сферы. A и B данные фокусы кривой [выходы оптическихъ осей на сферѣ]. Координатную ось Z совмѣщаю съ биссектрисою угла AOB, а ось Y съ перпендикуляромъ къ плоскости AOB. Дана точка кривой C. Разстояніе ея отъ фокусовъ [проекцій оптическихъ осей] A и B назовемъ ϑ и ϑ'. Сумма $\vartheta + \vartheta' = 2\alpha$ — величина постоянная. Дуга $AB = 2V$. Дуга CD — одна изъ биссектрисъ угла ACB. Назовемъ этотъ уголъ $ACB = 2C$ дугу $DC = p$ и дугу $ZD = \delta$. Радіусъ сферы назову R, такъ что уравненіе ея:

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2$$

Очевидно

$$\cos\lambda = \frac{x}{R}, \cos\mu = \frac{y}{R}, \cos\nu = \frac{z}{R}$$

Изъ треугольниковъ AZC и AXC слѣдуетъ:

$$\cos\lambda = \cos\vartheta \sin V + \sin\vartheta \cos V \cos A$$
$$\cos\nu = \cos\vartheta \cos V - \sin\vartheta \sin V \cos A;$$

отсюда найдемъ

$$\cos\vartheta = \cos\lambda \sin V + \cos\nu \cos V$$

и подобнымъ же образомъ изъ треугольниковъ ZCB и ZBX

$$\cos\vartheta' = -\cos\lambda \sin V + \cos\nu \cos V$$

Изъ послѣднихъ двухъ равенствъ слѣдуетъ, что:

$$\cos\lambda = \frac{\cos\vartheta - \cos\vartheta'}{2\sin V} \text{ и } \cos\nu = \frac{\cos\vartheta + \cos\vartheta'}{2\cos V}$$

По условію $\vartheta + \vartheta' = 2\alpha$, слѣдовательно $\vartheta' - \vartheta = 2(\alpha - \vartheta)$ и потому

$$\cos\lambda = \frac{\sin\alpha}{\sin V}\sin(\alpha - \vartheta); \quad \cos\nu = \frac{\cos\alpha}{\cos V}\cos(\alpha - \vartheta) \ldots (1)$$

Исключаю отсюда $(\alpha - \vartheta)$

$$\sin^2(\alpha - \vartheta) = \frac{x^2}{R^2} \cdot \frac{\sin^2 V}{\sin^2\alpha}; \quad \cos^2(\alpha - \vartheta) = \frac{z^2}{R^2} \cdot \frac{\cos^2 V}{\cos^2\alpha}$$

складывая получаемъ:

$$\frac{x^2}{R^2} \cdot \frac{\sin^2 V}{\sin^2\alpha} + \frac{z^2}{R^2} \cdot \frac{\cos^2 V}{\cos^2\alpha} = 1 \ldots (2)$$

Отсюда между прочимъ видимъ, что кривая можетъ быть разсматриваема, какъ пересѣченіе сферы съ эллиптическимъ цилиндромъ [урав. 2]. Соединяя всѣ точки кривой съ началомъ координатъ [центромъ], получу конусъ, уравненіе котораго:

$$x^2\left(\frac{\sin^2 V}{\sin^2\alpha} - 1\right) - y^2 + z^2\left(\frac{\cos^2 V}{\cos^2\alpha} - 1\right) = 0 \ldots (3)$$

[Оно получается исключеніемъ R изъ уравненія 2 и уравненсферы].

Для того, чтобы одна изъ касательныхъ къ сферѣ прямыхъ была касательной къ разсматриваемой кривой, очевидно, достаточно и необходимо, чтобы плоскость, проходящая чрезъ эту прямую, была касательна къ полученному конусу. Если уравненіе этой плоскости:

$$A\xi + B\eta + C\zeta = 0$$

и координаты точки касанія $x_1, y_1; z_1$, то условіе касанія будетъ:

$$A : B : C = x_1\left(\frac{\sin^2 V}{\sin^2\alpha} - 1\right) : -y_1 : z_1\left(\frac{\cos V}{\cos^2\alpha} - 1\right) \ldots (4$$

Если мы теперь докажемъ, что эта касательная плоскость перпендикулярна къ биссектрисѣ CD, то тѣмъ самымъ докажемъ справедливость нашей теоремы. Но уравненіе биссектрисы CD можно найти, какъ уравненіе плоскости, проходящей чрезъ начало и двѣ точки C $(x_1\ y_1\ z)$ и D $(x_2\ y_2\ z_2)$. Для нахожденія координатъ послѣдней $(x_2\ y_2\ z_2)$ можно взять такія соотношенія:

$$\frac{\sin(V+\delta)}{\sin C} = \frac{\sin p}{\sin B}; \quad \frac{\sin(V-\delta)}{\sin C} = \frac{\sin p}{\sin A}; \quad \frac{\sin A}{\sin B} = \frac{\sin\vartheta'}{\sin\vartheta}$$

откуда:

$$\frac{\sin(V+\delta)}{\sin(V-\delta)} = \frac{\sin\vartheta'}{\sin\vartheta}$$

и затѣмъ:

$$\frac{\sin\delta}{\cos\delta} = \frac{\sin V}{\cos V} \cdot \frac{\sin\vartheta' - \sin\vartheta}{\sin\vartheta' + \sin\vartheta} = \frac{\sin V}{\cos V} \cdot \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} \cdot \frac{\sin(\alpha - \vartheta)}{\cos(\alpha - \vartheta)} \ldots (5)$$

а на основаніи уравненія |1|:

$$\frac{\sin(\alpha - \vartheta)}{\cos(\alpha - \vartheta)} = \frac{\cos\lambda}{\cos\nu} \frac{\sin V \cos\alpha}{\cos V \sin\alpha} = \frac{x_1}{z_1} \frac{\sin V \cos\alpha}{\cos V \sin\alpha}$$

Но такъ какъ

$$\frac{\sin\delta}{\cos\delta} = \frac{x_2}{y_2} \text{ и } y_2 = 0,$$

то изъ уравненія |5| и слѣдующаго за нимъ выте каетъ что

$$x_2 : y_2 : z_2 = x_1 \sin^2 V \cos^2\alpha : y_1 0 : z_1 \cos^2 V \sin^2\alpha$$

Значитъ уравненіе плоскости DC будетъ [въ видѣ детерминанта].

$$\begin{vmatrix} \xi & \eta & \zeta \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_1 \sin^2 V \cos^2\alpha & y_1.0 & z_1 \cos^2 V \sin^2\alpha \end{vmatrix} = 0 \ldots (6)$$

Для перпендикулярности плоскостей

$$A\xi + B\eta + C\zeta = 0 \text{ и } A'\xi + B'\eta + C'\zeta = 0$$

надо, чтобы $AA' + BB' + CC' = O$, т. е. въ данномъ случаѣ надо, чтобы мы получили тождественно нуль послѣ подстановки въ только что найденное уравненіе |6| вмѣсто (ξ, η, ζ) величинъ, пропорціональныхъ коэффиціентамъ A,B и C, которыя даются ур. |4|;
Сдѣлаемъ подстановку:

$$\begin{vmatrix} x_1\left(\frac{\sin^2 V}{\sin^2\alpha} - 1\right) & -y_1 & z_1\left(\frac{\cos^2 V}{\cos^2\alpha} - 1\right) \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_1 \sin^2 V \cos^2\alpha & 0 & z_1 \cos^2 V \sin^2\alpha \end{vmatrix} =$$

$$= -x_1 y_1 z_1 \begin{vmatrix} \left(\frac{\sin^2 V}{\sin^2\alpha} - 1\right) & 1 & \left(\frac{\cos^2 V}{\cos^2\alpha} - 1\right) \\ \sin^2 V \cos^2\alpha & 0 & \cos^2 V \sin^2\alpha \end{vmatrix}.$$

Раскрывая послѣдній опредѣлитель, получаю:

$$-\cos^2 V \sin^2\alpha + \cos^2 V \sin^2 V - \sin^2 V \cos^2\alpha - \sin^2 V \cos^2 V + \\ + \cos^2 V \sin^2\alpha + \sin^2 V \cos^2\alpha = 0.$$

Слѣдовательно теорема доказана.

Шаровые эллипсы съ фокусами въ проекціяхъ осей на основаніи этого изображаютъ направленія колебаній въ различныхъ плоскихъ волнахъ, проходящихъ по разнымъ направленіямъ двуосный кристаллъ, совершенно такъ же, какъ въ одноосныхъ это достигается системами меридіановъ и параллелей.

Очевидно, что на сферѣ существуетъ двѣ системы такихъ эллипсовъ. Если оптическія оси AA′ и BB′, (см. фиг. 5), то фокусами одной служатъ A и B (или A′ и B′) а фокусами другой A и B′ (или A′ и B). Эллипсы той и другой пересѣкаются подъ прямымъ угломъ. Если уравненіе какого либо изъ эллипсовъ съ фокусами A и B по предыдущему будетъ $\vartheta + \vartheta' = 2\alpha$, то въ точкѣ (ϑ, ϑ') онъ пересѣкается съ эллипсомъ, принадлежащимъ другой системѣ, уравненіе котораго

$$\vartheta_1 + \vartheta'_1 = \vartheta + (180^\circ - \vartheta') = 180^\circ - 2\ (\alpha - \vartheta).$$

Тѣ эллипсы, которые пересѣкаютъ плоскость оптическихъ осей $(n_g\ n_p)$ въ остромъ углѣ оптическихъ осей, называются меридіанальными; пересѣкающіе же ее въ тупомъ углѣ—экваторіальными. При уменьшеніи угла оптическихъ осей 2V до нуля меридіанальные эллипсы обращаются въ меридіаны, экваторіальные—въ параллели. Когда $2V = 90^0$, система меридіанальныхъ эллипсовъ становится тождественной съ системой экваторіальныхъ; нормаль къ плоскости оптическихъ осей (n_m) дѣлается четверной осью симметріи системы этихъ кривыхъ [1]).

Вообще же эта система кривыхъ обладаетъ тремя взаимно перпендикулярными плоскостями симметріи, совпадающими съ $n_g\ n_p$, $n_g\ n_m$ и $n_m\ n_p$.

Плоскостямъ симметріи отвѣчаютъ особые эллипсы системъ, въ нихъ лежащіе. Для нихъ можно принять такія названія: 1) экватора—для большого круга, перпендикулярнаго острой биссектрисѣ угла оптическихъ осей; 2) главнаго осевого меридіана—для большого круга, проходящаго чрезъ оптическія оси (пл. $n_g\ n_p$); 3) главнаго поперечнаго меридіана—для большого круга, плоскость котораго перпендикулярна двумъ первымъ.

Главный осевой меридіанъ состоитъ изъ двухъ существенно различныхъ частей: дуги въ остромъ углѣ оптическихъ осей, которая принадлежитъ системѣ экваторіальныхъ эллипсовъ, и дуги въ тупомъ углѣ осей, принадлежащей системѣ меридіанальныхъ эллипсовъ. Въ эти дуги эллипсы превращаются, когда параметръ α, уменьшаясь, дѣлается равнымъ V.

Вообще сферическіе эллипсы не проходятъ черезъ оптическія оси; поэтому, если какой либо изъ нихъ въ нѣкоторой точкѣ отвѣчаетъ направленію n'_g, то и во всѣхъ остальныхъ точкахъ онъ будетъ отвѣчать n'_g, такъ какъ, подвигаясь отъ одной его точки къ другой, мы въ силу непрерывнаго измѣненія сѣченій индикатриссы не можемъ перейти отъ n'_g къ n'_p, не пройдя чрезъ круговое сѣченіе (— оптическую ось), что не возможно. Принявъ это во вниманіе, нетрудно вывести такое различіе между двуосными кристаллами оптически положительными и оптически отрицательными.

Въ кристаллахъ положительныхъ
меридіанальные эллипсы отвѣчаютъ . . . n'_g,
экваторіальные . . . . . n'_p;
въ кристаллахъ отрицательныхъ, наоборотъ,
меридіанальные эллипсы отвѣчаютъ . . . n'_p,
экваторіальные . . . . . n'_g.

---

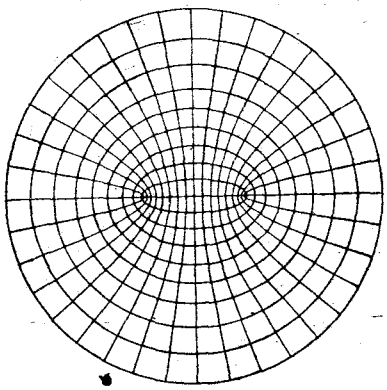
[1]) Отсюда, какъ слѣдствіе, вытекаетъ слѣдующее любопытное свойство: если на универсальномъ столикѣ микроскопа привести одну изъ оптическихъ осей такого кристалла въ совмѣщеніе съ осью I и послѣднюю повернуть на 45° къ главнымъ сѣченіямъ николей, то получается темнота, сохраняющаяся при наклонѣ около оси I. Это можно и прямо вывести изъ теоремы Френеля.

См. А. Заварицкій «Одинъ изъ способовъ опредѣл. оптич. знака. Эти Записки Т. III. стр. 398.

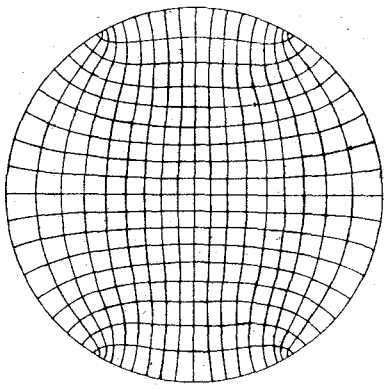
Т. е. подобно тому какъ въ одноосныхъ кристаллахъ знакъ отвѣчаетъ знаку меридіанальныхъ эллипсовъ.

На прилагаемыхъ чертежахъ (фиг. 3 *a* и *b*) представлена система сферическихъ эллипсовъ для случая $2V = 60°$ въ стереографической проекціи на

Фиг. 3a.



Фиг. 3b.



плоскость экватора и главнаго осевого меридіана. (— плоскость оптическихъ осей). Стереографическія проекціи системъ сферическихъ эллипсовъ на какую-либо плоскость мы будемъ называть стереограммой направленій колебаній для этой плоскости.

Представленіе о сферическихъ эллипсахъ мы находимъ въ курсѣ оптики Бера [1]) и затѣмъ его съ успѣхомъ примѣнилъ Бекке [2]) для объясненія явленій въ сходящемся поляризованномъ свѣтѣ. Изъ изложеннаго выше видно, какимъ образомъ можно притти къ понятію объ этихъ кривыхъ, развивая основныя положенія теодолитнаго метода. Съ помощью такого геометрическаго представленія измѣненія въ направленіяхъ колебаній съ переходомъ отъ одного направленія распространенія волны къ другому получаютъ вполнѣ отчетливое выраженіе.

B. Величина $n'_g - n_p'$ для различныхъ сѣченій.

Перейдемъ теперь къ другому элементу, характеризующему направленіе въ кристаллѣ—къ двупреломленію $n'_g - n'_p$ перпендикулярнаго ему сѣченія.

Если обратиться къ изображенію направленій точками сферы, какъ это уже было примѣнено выше, то каждая точка такой сферы, изображая вполнѣ опредѣленное направленіе распространенія плоскихъ волнъ, отвѣчаетъ опредѣленному значенію $n'g - n'p$. Соединяя между собою точки съ одинаковымъ значеніемъ $n'_g - n'_p$, мы получимъ на сферѣ рядъ „кривыхъ равнаго двупреломленія". Система всѣхъ такихъ кривыхъ совершенно опредѣленно и наглядно разрѣшаетъ поставленную задачу.

Для опредѣленія двупреломленія произвольнаго сѣченія въ общемъ случаѣ двуоснаго кристалла мы имѣемъ, какъ извѣстно, такую формулу:

$$\frac{1}{(n'p)^2} - \frac{1}{(n'g)^2} = \left(\frac{1}{n_p^2} - \frac{1}{n_g^2}\right) \sin\vartheta \sin\vartheta'$$

Здѣсь $n'g$ и $n'p$ —оси эллипса разсматриваемаго сѣченія, ng и np—наименьшая и наибольшая оси эллипсоида, ϑ и ϑ'—углы, образуемые перпендикуляромъ къ разсматриваемому сѣченію эллипсоида съ оптическими осями.

Какъ показалъ Малляръ, для минераловъ эта формула съ достаточной точностью можетъ быть замѣнена болѣе простою:

$$n'_g - n'_p = (n_g - n_p) \sin\vartheta \sin\vartheta',$$

которая для минераловъ одноосныхъ принимаетъ такой видъ:

$$n'_g - n'_p = (n_g - n_p) \sin^2\vartheta.$$

Эти двѣ формулы мы и положимъ въ основу дальнѣйшихъ выводовъ. Онѣ представляютъ ничто иное, какъ уравненія кривыхъ равнаго двупреломленія для данныхъ параметровъ: $n_g - n_p$ и $n'_g - n'_p$.

Выводъ основного уравненія для двупреломленія произвольнаго сѣченія можно найти, напримѣръ, въ курсѣ Дюпарка и Пирса, гдѣ этотъ выводъ основывается

[1]) A. Beer—Einleitung in die höhere. Optik. 2 Aufl. 1882.
[2]) Смотр. подстр. примѣчаніе выше на стр. 001.

на теоремѣ Аполлонія. Можно, и даже это будетъ еще проще, исходить изъ ур. поверхности нормальныхъ скоростей:

$$\frac{\cos^2\lambda}{a^2-\rho^2}+\frac{\cos^2\mu}{b^2-\rho^2}+\frac{\cos^2\nu}{c^2-\rho^2}=0 \quad . \quad . \quad . \quad (A).$$

Въ самомъ дѣлѣ, задавшись какими либо опредѣленными значеніями λ, μ и ν, мы получаемъ изъ (A) биквадратное уравненіе относительно ρ, что ясно видно, преобразовавъ его въ форму

$$\rho^4-[\cos^2\lambda\,(b^2+c^2)+\cos^2\mu\,(a^2+c^2)+\cos^2\nu\,(a^2+b^2)]\,\rho^2+$$
$$+(\cos^2\lambda\,.\,b^2c^2+\cos^2\mu\,.\,a^2c^2+\cos^2\nu\,.\,a^2b^2)=0.$$

Четыре корня этого уравненія ρ_1, ρ_2 и $-\rho_1$, $-\rho_2$ есть ничто иное, какъ величины, обратныя искомымъ n'_g и n'_p. Такимъ образомъ:

$$n'_g=\frac{1}{\rho_1} \text{ и } n'_p=\frac{1}{\rho_2}.$$

По свойству корней квадратнаго уравненія:

$$\left.\begin{aligned}\frac{1}{(n'_g)^2}+\frac{1}{(n'_p)^2}&=(b^2+c^2)\cos^2\lambda+(a^2+c^2)\cos^2\mu+\\&\quad+(a^2+b^2)\cos^2\nu\\\frac{1}{(n'_g)^2\,(n'_p)^2}&=b^2c^2\cos^2\lambda+a^2c^2\cos^2\mu+a^2b^2\cos^2\nu\end{aligned}\right\}\ldots(B)$$

Дальнѣйшій выводъ одинаковъ съ помѣщеннымъ въ курсѣ Дюпарка и Пирса. Привожу его здѣсь сокращенно. Какъ мы видѣли уже (см. выводъ основного свойства сферическихъ эллипсовъ).

$$\cos\lambda=\frac{\cos\vartheta-\cos\vartheta'}{2\sin V} \text{ и } \cos\nu=\frac{\cos\vartheta+\cos\vartheta'}{2\cos V}$$

кромѣ того:

$$\cos^2 V=\frac{b^2-c^2}{a^2-c^2}; \qquad \sin^2\nu=\frac{a^2-b^2}{a^2-c^2}.$$

Поэтому:

$$\cos^2\lambda=\frac{a^2-c^2}{a^2-b^2}\cdot\frac{(\cos\vartheta-\cos\vartheta')^2}{4};$$

$$\cos^2\nu=\frac{a^2-c^2}{b^2-c^2}\,\frac{(\cos\vartheta+\cos\vartheta')^2}{4}.$$

Послѣ подстановки и приведенія ур. B обращаются въ

$$\frac{1}{(n'_p)^2}+\frac{1}{(n'_g)^2}=a^2+c^2+(a^2-c^2)\cos\vartheta\cos\vartheta'$$

$$\frac{1}{(n'_p)^2(n'_g)^2}=a^2c^2+\frac{a^2-c^2}{4}(\cos^2\vartheta+\cos^2\vartheta')+$$
$$+\frac{a^4-c^4}{2}\cos\vartheta\cos\vartheta'.$$

Взявъ тождество:

$$\left[\frac{1}{(n'_p)^2}-\frac{1}{(n'_g)^2}\right]^2=\left[\frac{1}{(n'_p)^2}+\frac{1}{(n'_g)^2}\right]^2-\frac{4}{(n'_p)^2(n'_g)^2},$$

сдѣлавъ въ немъ постановку только что найденныхъ значеній

$$\frac{1}{(n'_p)^2}+\frac{1}{(n'_g)^2} \text{ и } \frac{1}{(n'_p)^2(n'_g)^2}$$

и замѣтивъ, что

$$1-\cos^2\vartheta-\cos^2\vartheta'+\cos^2\vartheta\cos^2\vartheta'=\sin^2\vartheta\sin^2\vartheta',$$

послѣ приведенія получимъ

$$\left[\frac{1}{(n'_p)^2}-\frac{1}{(n'_g)^2}\right]^2=(a^2+c^2)+(a^2-c^2)^2(\sin^2\vartheta\sin^2\vartheta'-1)-$$
$$-4a^2c^2$$

и далѣе

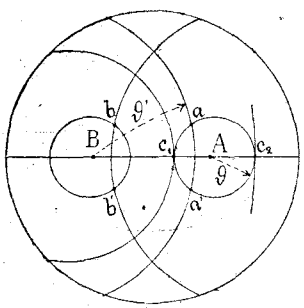
$$\frac{1}{(n'_p)^2}-\frac{1}{(n'_g)^2}=\left(\frac{1}{n_p^2}-\frac{1}{n_g^2}\right)\sin\vartheta\sin\vartheta',$$

что и требовалось доказать.

Изслѣдуемъ теперь измѣненія формы кривыхъ равнаго двупреломленія, заданныхъ уравненіемъ $n'g-n'p=(ng-np)\sin\vartheta\sin\vartheta'$ въ зависимости отъ измѣненія величины параметра $n'g-n'p$.

Представивъ это уравненіе въ видѣ $\sin\vartheta \sin\vartheta' = k$, будемъ придавать k различныя значенія. Для каждаго изъ этихъ значеній, задаваясь опредѣленной величиной одного изъ угловъ ϑ, найдемъ значеніе другого угла ϑ' по формулѣ $\vartheta' = \arcsin\frac{k}{\sin\vartheta}$. Описывая на сферѣ вокругъ оптическихъ осей малые круги радіусами ϑ и ϑ', въ пересѣченіи ихъ получимъ точки изслѣдуемой кривой. Вообще такихъ точекъ пересѣченія получается четыре (фиг. 4) a и a^1

Фиг. 4.



на кругѣ радіуса ϑ около оси A и b и b^1 на кругѣ того же радіуса около оси B. Точки эти будутъ расположены, очевидно, симметрично относительно осей оптическаго эллипсоида n_g, n_m и n_p. Въ особыхъ случаяхъ, именно, когда круги радіусовъ ϑ и ϑ' становятся касательными, получаются только двѣ точки c_1 и c_2. Точки касанія лежатъ на меридіанѣ оптическихъ осей. Будучи точками изслѣдуемой кривой, онѣ поэтому являются точками пересѣченія этой кривой съ меридіаномъ оптическихъ осей. При построеніи точекъ касанія слѣдуетъ различать случаи внутренняго касанія (точка c_2) и внѣшняго (c_1). Въ первомъ случаѣ $\vartheta' - \vartheta' = 2V$; во второмъ $\vartheta + \vartheta' = 2V$; или вообще условіе для встрѣчи кривой равнаго двупреломленія съ меридіаномъ оптическихъ осей выражается равенствомъ:

$$\vartheta' = 2V \mp \vartheta$$

Знакъ — относится къ случаю внѣшняго касанія, знакъ + къ случаю внутренняго.

Изъ уравненія кривой, $\sin\vartheta \sin\vartheta^1 = k$, получимъ:

$$\sin\vartheta \sin(2V \mp \vartheta) = k$$

или

$$\sin 2V \cos\vartheta \mp \cos 2V \sin\vartheta = \frac{k}{\sin\vartheta}$$

Замѣняя $\cos\vartheta$ чрезъ $\sqrt{1-\sin^2\vartheta}$ и освобождаясь отъ радикала, получимъ:

$$\sin^2 2V(1-\sin^2\vartheta) = \frac{k^2}{\sin^2\vartheta} + \sin^2\vartheta \cos^2 2V \pm 2k\cos 2V$$

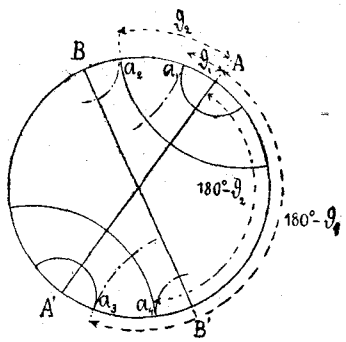
или

$$\sin^4\vartheta + (\pm 2k\cos 2V - \sin^2 2V)\sin^2\vartheta + k^2 = 0.$$

или

Отсюда видно, что существуютъ четыре значенія $\sin\vartheta$, попарно равныя по абсолютной величинѣ и съ противоположными знаками, т. е. соотвѣтствующія значенія ϑ будутъ ϑ_1; ϑ_2; $180-\vartheta_1$, и $180^0-\vartheta_2$. Это отвѣчаетъ на сферѣ четыремъ точкамъ для случая внѣшняго касанія и четыремъ для внутренняго. На фиг. 5 изображены четыре точки (a_1 a_2 a_3 a_4) внѣшняго касанія. AA' и BB'—оптическія оси.

Фиг. 5.



Изслѣдуемъ полученное уравненіе. Для вещественности корней его надо, чтобы

$$\frac{(\pm 2k\cos 2V - \sin^2 2V)^2}{4} - k^2 \geq 0$$

или

$$\left(\pm k\cos 2V - \frac{1}{2}\sin^2 2V - k\right) \times$$

$$\times\left(\pm k\cos 2V - \frac{1}{2}\sin^2 2V + k\right) \geq 0$$

Знакъ = имѣетъ мѣсто въ случаѣ равныхъ корней $\vartheta_1 = \vartheta_2$. Знакъ + въ первомъ членѣ каждаго изъ выраженій, стоящихъ въ скобкахъ, въ случаѣ внѣшняго касанія,—въ случаѣ внутренняго. Разберемъ оба эти случая отдѣльно:

1) Внѣшнее касаніе. Необходимо, чтобы

$$[-k(1-\cos 2V)-\tfrac{1}{2}\sin^2 2V]\times$$

$$\times[k(1+\cos 2V)-\tfrac{1}{2}\sin^2 2V]\geq 0,$$

или

$$(-k\,2\sin^2 2V-\tfrac{1}{2}\sin^2 2V)\times$$

$$\times(k\,2\cos^2 V-\tfrac{1}{2}\sin^2 2V)\geq 0.$$

Такъ какъ $k>0$, то первый множитель отрицателенъ, а потому должно быть

$$k\cdot 2\cos^2 V-\tfrac{1}{2}\sin^2 2V\leq 0$$

или

$$k\cos^2 V-\sin^2 V\cos^2 V\leq 0$$

и окончательно

$$k\leq \sin^2 V$$

2) Внутреннее касаніе. Подобно предыдущему найдемъ условіе касанія:

$$[-k(1+\cos 2V)-\tfrac{1}{2}\sin^2 2V]\times$$

$$\times[k(1-\cos 2V)-\tfrac{1}{2}\sin^2 2V]\geq 0$$

или

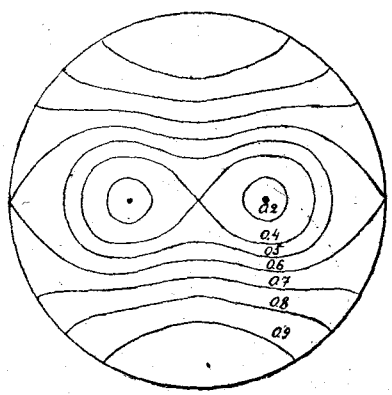
$$k\,2\sin^2 V-\tfrac{1}{2}\sin^2 2V\leq 0;$$

откуда

$$k\leq \cos^2 V.$$

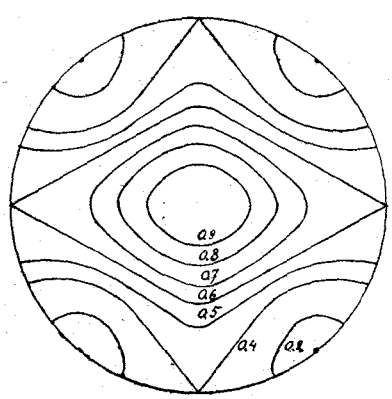
Послѣ этихъ замѣчаній нетрудно составить представленіе о формѣ кривыхъ равнаго двупреломленія [1]). Когда k очень мало, то изъ ур. $\sin\vartheta\sin\vartheta'=k$ слѣдуетъ, что или $\sin\vartheta$, или $\sin\vartheta'$ малъ, и, значитъ, точки кривой близки (фиг. 6) къ A или B—кривая

Фиг. 6a.



состоитъ изъ отдѣльныхъ замкнутыхъ маленькихъ колецъ вокругъ каждой изъ оптическихъ осей. По мѣрѣ того какъ k увеличивается, эти кольца рас-

Фиг. 6b.



ширяются, и пока $k<\mathrm{Sin}^2 V$, кривая пересѣкаетъ меридіанъ оптическихъ осей съ обѣихъ сторонъ каждой оси въ разстояніяхъ ϑ_1 и ϑ_2, опредѣляющихся изъ найденнаго выше уравненія. Кольца кривой остаются отдѣльно окружающими каждую ось (фиг. 6

[1]) см. Дюпарка и Пирса l. c. стр. 224—226

кривая 0,2). Когда $k = \sin^2 V$, то $\vartheta_1 = \vartheta_2 = V$. Какъ видно изъ фиг. 5 точки a_1 и a_2 сливаются въ одну, т. е. кольца расширяются настолько, что соприкасаются между собой въ точкѣ, отвѣчающей острой биссектрисѣ угла оптическихъ осей. Кривая имѣетъ лемнискатоподобную форму (0,4 на фиг. 6). При дальнѣйшемъ увеличеніи k уже не можетъ имѣть мѣста существованіе точекъ кривой на меридіанѣ оптическихъ осей въ остромъ углѣ между осями (—для случая внѣшняго касанія фиг. 4 нѣтъ дѣйствительныхъ корней), но пока $k < \cos^2 V$, имѣются точки кривой на меридіанѣ оптическихъ осей въ тупомъ углѣ между ними. Лемнискатоподобныя кривыя превращаются въ вытянутое бисквитообразной формы кольцо, охватывающее обѣ оси (0,5 фиг. 6). Когда k станетъ равнымъ $\cos^2 V$, точки пересѣченіи колецъ съ меридіаномъ оптическихъ осей сольются въ точкахъ, отвѣчающихъ тупой биссектрисѣ (кривая 0,6 фиг. 6). При дальнѣйшемъ увеличеніи внутреннее, ни внѣшнее касанія не имѣютъ мѣста. Кривая состоитъ изъ отдѣльныхъ частей, замыкающихся внѣ меридіана оптическихъ осей (кривая 0.7—0,9 фиг. 6). На фиг. 6 [1]) изображены кривыя равнаго двупреломленія двуоснаго минерала съ $2V = 78°28'$ въ стереографическихъ проекціяхъ на плоскость перпендикулярную острой биссектрисѣ и на плоскость оптическихъ осей. Впервые такія проекціи были примѣнены Мишель-Леви [2]).

Для минераловъ одноосныхъ, какъ это очевидно изъ формулы:

$$n'_g - n'_p = (n_g - n_p)\ \sin^2\vartheta,$$

кривыя равнаго двупреломленія обращаются въ рядъ концентрическихъ колецъ, центръ которыхъ отвѣчаетъ оптической оси.

Кривыя равнаго двупреломленія для одноосныхъ и двуосныхъ кристалловъ даютъ столь же наглядный способъ изображенія измѣненія величины $n'_g - n'_p$ для различныхъ плоскихъ волнъ, проходящихъ чрезъ кристаллъ, какъ тотъ, который мы имѣли въ сферическихъ эллипсахъ (и кругахъ для одноосныхъ кристалловъ) для изображенія направленій свѣтовыхъ колебаній.

---

[1]) Заимствована изъ курса Дюпарка и Пирса, стр. 226

[2]) «Etude sur la détermination des Feldspaths» f. 1. 1894.

§ 3. Связь между элементарными плоскими волнами и точками интерференціонной фигуры.

Такимъ образомъ можно опредѣлить для каждаго направленія въ кристаллѣ, по которому распространяется плоская волна, главные элементы, характеризующіе распространеніе плоскихъ волнъ: $n'_g - n'_p$ и направленія колебаній, и сравнивать ихъ между собою. Чтобы связать направленія въ кристаллѣ съ точками интерференціонной фигуры, надо разсмотрѣть, какимъ образомъ послѣдняя образуется, и какимъ образомъ при этомъ свойства плоскихъ волнъ, распространяющихся по опредѣленному направленію, находятъ себѣ выраженіе въ особенностяхъ точки фигуры, коррелятивной этому направленію распространенія плоскихъ волнъ.

Точки интерференціонной фигуры различаются между собой: 1) по цвѣту и 2) по яркости освѣщенія. Цвѣтъ обусловливается разностью хода обѣихъ свѣтовыхъ волнъ, образующихъ данную точку. Что же касается яркости освѣщенія, то она зависитъ отъ угловъ между направленіями колебаній и главными плоскостями николей; въ частности важны волны, колебанія которыхъ совпадаютъ съ этими плоскостями, и которыя потому гасятся николями. Отсюда понятно, что для объясненія особенностей интерференціонной фигуры надо разрѣшить три вопроса:

1) выяснить геометрическую связь между точкою интерференціонной фигуры и соотвѣтствующимъ направленіемъ въ кристаллѣ;

2) установить зависимость между двупреломленіемъ въ сѣченіи, перпендикулярномъ соотвѣтствующему точкѣ фигуры направленію, и разностью хода волнъ, образующихъ эту точку;

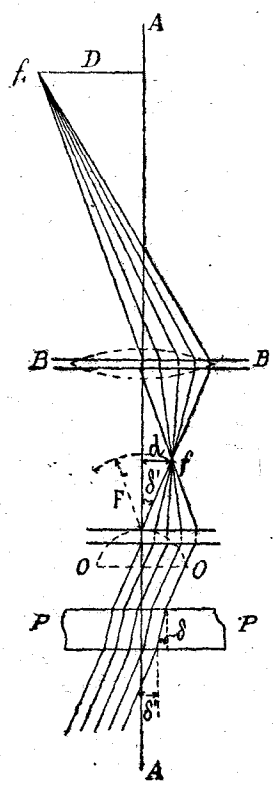
3) найти соотношеніе между направленіями колебаній въ плоской волнѣ, проходящей въ кристаллѣ и отвѣчающей данной точкѣ, и въ волнахъ, образующихъ эту точку, т. е. идущихъ отъ нея въ глазъ наблюдателя.

1) Геометрическая связь между положеніемъ точки въ фигурѣ и направленіемъ въ кристаллѣ ей коррелятивнымъ, ясна изъ хода лучей при образованіи интерференціонной фигуры (см. рис. 7). Именно: точка ея и направленіе въ кристаллѣ лежатъ въ одной плоскости съ осью микроскопа, и разстояніе точки фигуры отъ центра ея пропорціонально синусу угла наклона къ оси микроскопа направленія распространенія плоской волны по выходѣ ея изъ минерала.

Мы выше изображали направленія въ кристаллѣ

въ стереографической проекціи, какъ наиболѣе удобной. Чтобы перейти отъ нея къ изображенію соотвѣтствующихъ точекъ интерференціонной фигуры

Фиг. 7.



надо, принявъ во вниманіе показатель преломленія кристалла, перейти къ направленію распространенія волны въ воздухѣ по выходѣ изъ кристалла и затѣмъ отъ стереографической проекціи перейти къ ортогональной. Измѣнится при этомъ только разстояніе каждой точки отъ центра. Если разстояніе стереографической проекціи направленія d_s (радіусъ сферы принимаю $= r$), то уголъ его съ осью проекціи δ найдется по формулѣ:

$$d_s = r \operatorname{tang} \frac{\delta}{2}$$

По выходѣ въ воздухъ уголъ δ измѣнится въ δ^1, такъ что

$$\sin \delta^1 = n \sin \delta$$

гдѣ n—показатель преломленія минерала. Разстояніе ортогональной проекціи отъ центра назовемъ d; очевидно

$$d = r \sin \delta^1 = r n \sin \delta,$$

но

$$\sin \delta = \frac{2 \operatorname{tang} \frac{\delta}{2}}{1 + \operatorname{tang}^2 \frac{\delta}{2}}$$

значитъ

$$d = nr \frac{2 d_s}{r^2 + d_s^2}$$

и

$$\frac{d}{d_s} = 2n \cos^2 \frac{\delta}{2}$$

Въ послѣднемъ равенствѣ n можно считать постояннымъ. Мы видимъ, что расположеніе точекъ интерференціонной фигуры тѣмъ болѣе уклоняется отъ подобія расположенію стереографическихъ проекцій соотвѣтствующихъ направленій, чѣмъ болѣе предѣлы измѣненія величины δ. Въ обычныхъ условіяхъ наблюденій (сухая система) δ' измѣняется въ предѣлахъ отъ 0° до 40°. Соотвѣтственно этому $cos^2 \delta/_2$ мѣняется отъ 1 до 0,88. (При масляной иммерсіонной системѣ эти предѣлы отъ 1 до 0,8). Отсюда можно заключить, что во многихъ случаяхъ для приближеннаго изслѣдованія явленія съ качественной стороны, можно непосредственно пользоваться стереографической проекціей направленій въ кристаллѣ, какъ приближеннымъ изображеніемъ соотвѣтственныхъ точекъ интерференціонной фигуры.

2) *Разность хода волнъ, образующихъ точку интерференціонной фигуры*, очевидно, та же, какую пріобрѣли плоскія волны, пройдя черезъ кристаллъ по соотвѣтствующему направленію, такъ какъ на дальнѣйшемъ пути, проходя по изотропнымъ средамъ, эти волны не пріобрѣтаютъ другой разности хода. Разность же хода, образующаяся при прохожденіи въ кристаллѣ

$$\Delta = \frac{n'_g - n'_p}{\cos \delta} e,$$

гдѣ e—толщина шлифа и δ—уголъ наклона направленія распространенія волны въ кристаллѣ къ оси микроскопа.

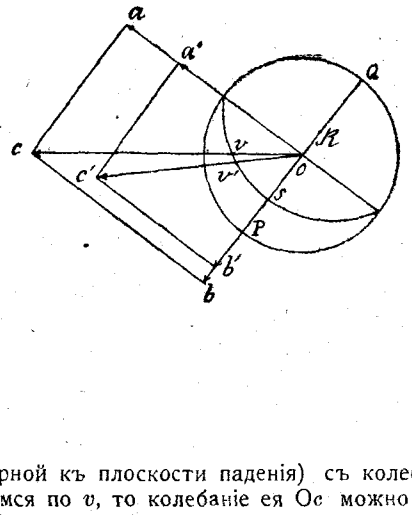
Изъ этого выраженія видно, что изохроматическія кривыя могутъ быть разсматриваемы какъ деформированныя проекціи кривыхъ равнаго двупреломленія.

Точки послѣднихъ, болѣе удаленныя отъ центра, при этомъ сдвигаются въ сторону кривыхъ меньшаго двупреломленія. Однако главнѣйшія свойства кривыхъ равнаго двупреломленія, выведенныя выше, будутъ справедливы и для изохроматъ. Такъ какъ отчетливыя изохроматы наблюдаются въ минералахъ рѣдко и не повергаются обыкновенно изслѣдованію, то я ограничусь однимъ этимъ указаніемъ на сходство тѣхъ и другихъ кривыхъ.

3) Болѣе важенъ и заслуживаетъ болѣе подробнаго разсмотрѣнія вопросъ о соотношеніи *направленій колебаній въ элементарныхъ плоскихъ волнахъ, проходящихъ въ кристаллѣ, и въ тѣхъ, которыя получаются изъ нихъ послѣ преобразованія объективомъ микроскопа, и образуютъ точки интерференціонной фигуры.* Какъ извѣстно, прямолинейно поляризованная волна при преломленіи испытываетъ поворотъ плоскости поляризаціи.

Напомнимъ сущность этого явленія. Если на преломляющую поверхность, падаетъ плоская волна, распространяющаяся по направленію R (фиг. 8, въ стереографической проекціи; плоскость проекціи при этомъ беру перпендикулярной къ плоскости паденія) съ колебаніемъ совершающимся по v, то колебаніе ея Oc можно разложить на Oa и Ob, находящіеся одно въ плоскости паденія PQ, другое въ перпендикулярной къ ней. При преломленіи часть свѣтовой энергіи будетъ потеряна черезъ отраженіе, при чемъ эта потеря будетъ неодинакова для колебаній Oa и Ob,—именно для Oa она будетъ больше. Амплитуды колебаній преломленныхъ волнъ будутъ Oa' и Ob', а равнодѣйствующее колебаніе—Oc'. Какъ ясно изъ чертежа фиг. 8 уголъ, образуемый направленіемъ колебанія съ плоскостью паденія ($v'S$), послѣ преломленія будетъ меньше, чѣмъ (vS) до него. Другими словами, плоскость поляризаціи повернется, удаляясь отъ плоскости паденія.

Фиг. 8.



Если уголъ между плоскостью поляризаціи падающей волны и плоскостью паденія равенъ α, уголъ паденія φ, уголъ преломленія ψ, то уголъ γ между плоскостью поляризаціи преломленной волны и плоскостью паденія, опредѣляется изъ уравненія [1])

$$\operatorname{tang}\gamma = \operatorname{tang}\alpha \frac{1}{\cos(\varphi-\psi)}$$

При многократномъ преломленіи:

$$\operatorname{tang}\gamma = \operatorname{tang}\alpha \cdot \frac{1}{\cos(\varphi_1-\psi_1)\cos(\varphi_2-\psi_2)\ldots\cos(\varphi_n-\psi_n)},$$

очевидно $\gamma > \alpha$. Называя чрезъ ω и η углы, образованные съ плоскостью паденія направленіями колебаній до и послѣ преломленія, мы можемъ написать послѣднюю формулу такъ:

$$\operatorname{cotg}\eta = \operatorname{cotg}\omega \frac{1}{\cos(\varphi_1-\psi_1)\cos(\varphi_2-\psi_2)\ldots\cos(\varphi_n-\psi_n)},$$

потому что вслѣдствіе перпендикулярности колебаній къ плоскости поляризаціи $\alpha = 90^0 - \omega$ и $\gamma = 90^0 - \eta$.

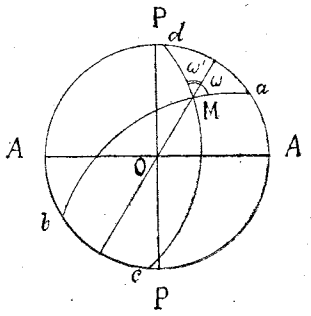
Если бы такого поворота плоскости поляризаціи не происходило, т. е. если бы уголъ γ равнялся α, то углы между главными сѣченіями николей и свѣтовыми колебаніями въ волнахъ, прошедшихъ объективъ и далѣе распространяющихся отъ каждой изъ точекъ интерференціонной фигуры, нашлись бы очень просто изъ стереограммы направленій колебаній.

Въ самомъ дѣлѣ, пусть M (фиг. 9) точка стереограммы направленій колебаній, отвѣчающая разсматриваемой точкѣ интерференціонной фигуры. Проведемъ черезъ M дуги большихъ круговъ касательныя къ кривымъ стереограммы. Это будутъ взаимно перпендикулярныя дуги ab и cd. Проекція плоскости паденія—діаметръ OM. Углы, образуемые направленіями колебаній съ плоскостью паденія, измѣряются углами между дугою ab и діаметромъ OM и дугою

1) Выводъ этой формулы см. Курсъ Физики Хвольсона т. II стр. 565—572.

cd съ тѣмъ же діаметромъ. По свойству стереографической проекціи эти углы сохраняютъ свою величину и на проекціи, а также сохраняется и уголъ между проекціей плоскости паденія съ главными сѣченіями николей. Поэтому, проводя въ точкѣ M касательныя къ дугамъ *ab* и *cd* или, все равно, къ кривымъ стереограммы направленій колебаній, мы непосредственно можемъ измѣрить углы между главными сѣченіями николей и свѣтовыми колебаніями какъ въ волнахъ, проходящихъ внутри кристалла, такъ и въ точкахъ интерференціонной фигуры.

Фиг. 9.



Вслѣдствіе поворота плоскости поляризаціи это простое соотношеніе не будетъ сохраняться, и отклоненія будутъ тѣмъ больше, чѣмъ больше уголъ ω и чѣмъ больше $\varphi - \psi$, т. е. чѣмъ болѣе наклонено къ оси микроскопа направленіе распространенія соотвѣтственной волны въ кристаллѣ или, другими словами, чѣмъ дальше точки интерференціонной фигуры отъ центра.

Углы между колебаніями въ каждой изъ двухъ распространяющихся по данному направленію волнъ будутъ послѣ преломленія уже не прямые, а косые. При этомъ плоскость паденія будетъ заключаться въ остромъ углѣ между направленіями колебаній.

Это ясно изъ того, что при преломленіи направленія колебаній приближаются къ плоскости паденія. (Плоскости поляризаціи, напротивъ, удаляются). Попытка опредѣлить количественно отклоненія направленій колебаній по приведенной выше формулѣ встрѣчаетъ почти непреодолимыя затрудненія. Для этого надо знать всѣ $\varphi_1, \varphi_2 \cdots \varphi_n, \psi_1, \psi_2 \cdots \psi_n$. Но для каждой системы объектива эти величины различны, и явленіе получается весьма сложнымъ.

Однако, чтобы оцѣнить его окончательные результаты, можно воспользоваться такимъ простымъ опытомъ. Установимъ микроскопъ на сходящійся свѣтъ, но не помѣстимъ между конденсоромъ и объективомъ никакого минерала. Поле зрѣнія, хотя и будетъ темнымъ, но не вполнѣ одинаково: по краямъ его, на концахъ діагональнаго діаметра (т. е. расположеннаго подъ угломъ 45° къ главнымъ сѣченіямъ николей) замѣчается слабое просвѣтленіе. Это зависитъ именно отъ того, что послѣ ряда преломленій въ конденсорѣ и объективѣ плоскость поляризаціи вышедшей изъ поляризатора волны, уже не будетъ здѣсь перпендикулярной къ плоскости поляризаціи анализатора.

Нетрудно понять, почему просвѣтленіе всего сильнѣе по концамъ діагональнаго діаметра. Оно всего сильнѣе тамъ, гдѣ $\gamma - \alpha$ достигаетъ максимальнаго значенія но $tg\gamma = k tg\alpha$, гдѣ

$$k = \frac{1}{\cos(\varphi_1 - \psi_1)\cos(\varphi_2 - \psi_2) \cdots \cos(\varphi_n - \psi_n)}$$

Наибольшее значеніе k имѣетъ при наибольшихъ значеніяхъ $\varphi_1, \varphi_2 \cdots \varphi_n$, т. е. по краямъ поля зрѣнія. Сравнивая же разныя точки края поля зрѣнія и считая здѣсь k_{max} постояннымъ, мы видимъ, что $\gamma - \alpha$ мѣняется для нихъ въ зависимости отъ α. Найдемъ то значеніе α, при которомъ абсолютное значеніе $\gamma - \alpha$ достигаетъ максимальной величины:

$$\gamma = \operatorname{arc\,tang}(k \operatorname{tang} \alpha)$$

$$\gamma - \alpha = \operatorname{arctg}(k \operatorname{tg} \alpha) - \alpha$$

Для maximum абсолютной величины $\gamma - \alpha$ имѣемъ условіе:

$$\frac{d(\gamma - \alpha)}{d\alpha} = \frac{d[\operatorname{arc\,tg}(k \operatorname{tang} \alpha)]}{d\alpha} - 1 = 0.$$

$$\frac{d[\operatorname{arc\,tg}(k \operatorname{tang} \alpha)]}{d\alpha} = \frac{1}{1 + (k \operatorname{tang} \alpha)^2} \frac{1}{\cos^2 \alpha} \cdot k =$$

$$= \frac{k}{\cos^2 \alpha + k \sin^2 \alpha} = \frac{k}{1 + (k^2 - 1)\sin^2 \alpha}$$

Отсюда условіе maximum

$$1 + (k^2 - 1)\sin^3\alpha = k \text{ или}$$

$$\sin\alpha = \sqrt{\frac{1}{k+1}}$$

Величина k близка къ единицѣ (нѣсколько больше ея), а потому $\sin\alpha$ близокъ къ $\sqrt{\frac{1}{2}}$ т. е. α близокъ къ 45° (нѣсколько меньше 45°).

Уголъ $\alpha = 45°$ между плоскостью паденія и плоскостью поляризаціи какъ разъ имѣетъ мѣсто въ волнахъ, отвѣчающихъ точкамъ интерференціонной фигуры, лежащимъ на діагональномъ діаметрѣ. Здѣсь поэтому и должно быть наибольшее просвѣтленіе вслѣдствіе отклоненія плоскости поляризаціи при преломленіи.

Пользуясь накладнымъ анализаторомъ, можно поворотомъ его достигнуть возстановленія перпендикулярности плоскости поляризаціи волнъ, отвѣчающихъ концамъ діагональнаго діаметра, къ плоскости поляризаціи анализатора и получить совершенную темноту въ этихъ точкахъ. Измѣряя уголъ поворота накладного анализатора, мы найдемъ уголъ отклоненія плоскости поляризаціи вслѣдствіе преломленія въ конденсорѣ и объективѣ. На долю объектива при этомъ приходится, конечно, значительно большая часть.

Для объектива № 7 микроскоповъ фирмы Фуэса измѣренный такимъ способомъ уголъ около 5—7°. Максимальный уголъ поворота объективомъ можно считать приблизительно 3—5° для самыхъ крайнихъ точекъ фигуры, гдѣ элементы ея, изохроматическія кривыя и темныя балки (изогиры), настолько уже расплывчаты, что этимъ отклоненіемъ можно пренебречь.

Такимъ образомъ можно непосредственно изъ стереограммы направленій колебаній получать направленія свѣтовыхъ колебаній въ каждой изъ волнъ, исходящихъ изъ данной точки интерференціонной фигуры. Мы видимъ, что допускаемая при этомъ ошибка для качественнаго изученія явленія не имѣетъ значенія. Въ частности эта ошибка дѣлается безконечно малой при приближеніи угла α къ 0° или 90°.

Особое значеніе, какъ извѣстно, имѣютъ тѣ точки интерференціонной фигуры, гдѣ направленія колебаній совпадаютъ съ главными сѣченіями николей и гдѣ, слѣдовательно, происходитъ погасаніе. Совокупность этихъ темныхъ точекъ образуетъ изогиры, наблюдаемыя въ видѣ темныхъ балокъ.

На основаніи сказаннаго выше мы можемъ вывести изогиры такимъ путемъ. Отыскиваемъ на соотвѣтствующей стереограммѣ направленій колебаній геометрическое мѣсто точекъ, въ которыхъ касательныя къ кривымъ стереограммы параллельны главнымъ сѣченіямъ николей. Переходя затѣмъ отъ каждой точки полученнаго геометрическаго мѣста, представляющей стереографическую проекцію нѣкотораго направленія, къ ортогональной проекціи пересѣченія этого направленія со сферой проекцій, мы и получимъ рядъ точекъ изогиры. На основаніи указаннаго выше соотношенія между стереографической и ортогональной проекціей, можно прямо считать полученную линію на стереограммѣ направленій колебаній за приблизительное изображеніе изогиры. Для вывода главныхъ свойствъ изогиръ такое приближеніе оказывается вполнѣ достаточнымъ.

Бекке [1]) при выводѣ изогиръ пользуется не стереографическими проекціями сферическихъ кривыхъ направленій колебаній („изотахъ"), а ортогональными, которыя онъ называетъ „скіодромами". Такой пріемъ по существу неправиленъ,—онъ основанъ на смѣшеніи двухъ совершенно разнаго рода понятій.

При переходѣ отъ точекъ сферы къ ортогональнымъ проекціямъ мы слѣдуемъ тому соотношенію, которое связываетъ направленіе распространенія волнъ въ кристаллѣ съ точками интерференціонной фигуры; но направленія колебаній въ этихъ волнахъ съ направленіями колебаній въ волнахъ, исходящихъ изъ точекъ фигуры (образующихъ ихъ), связано, какъ мы видѣли, совершенно инымъ соотношеніемъ. Если до преломленія направленіе колебанія образовало съ плоскостью паденія уголъ ω, послѣ преломленія оно будетъ образовать уголъ η.

$$\operatorname{cotg}\,\eta = k\,\operatorname{cotg}\,\omega$$

гдѣ $k > 1$ и $\eta < \omega$, какъ мы видѣли выше.

Примѣняя же построеніе по закону ортогональныхъ проекцій, мы вмѣсто ω получимъ уголъ ε, при чемъ

$$\operatorname{tang}\,\varepsilon = \operatorname{tang}\,\omega \cdot \frac{1}{\cos\,\delta}.$$

---

[1]) См. подстрочное примѣчаніе на стр. 192.

δ—уголъ наклона направленія распространенія волны къ оси микроскопа. Очевидно, что $\varepsilon > \omega$. Поэтому ясно, что, примѣняя ортогональныя проекціи шаровыхъ эллипсовъ („изотахъ"), мы получаемъ результаты, болѣе удаленные отъ дѣйствительнаго соотношенія, чѣмъ примѣняя стереографическія проекціи этихъ кривыхъ. Въ первомъ случаѣ вмѣсто угла η мы беремъ ε, а во второмъ ω, но, какъ мы видимъ,

$$\eta < \omega < \varepsilon.$$

Помимо этого пользованіе скіодромами для вывода изогиръ имѣетъ еще одинъ недостатокъ. По Бекке [1]) уголъ между двумя скіодромами, меридіанальной и экваторіальной, въ нѣкоторыхъ случаяхъ на 30—40° превышаетъ прямой. Поэтому указаннымъ выше построеніемъ получаются не одна, а двѣ вспомогательныя изогиры (Partial-Isogyren), и за дѣйствительное положеніе изогиры Бекке предлагаетъ брать линію среднюю между ними. Такой способъ вывода изогиры, конечно, весьма затрудняетъ изслѣдованіе какъ формы ея въ зависимости отъ разныхъ поворотовъ препарата, такъ и другихъ ея особенностей. Примѣненіе же стереограммъ направленій колебаній свободно и отъ этого недостатка.

Въ дальнѣйшемъ я буду вездѣ при выводѣ свойствъ изогиръ исходить изъ особенностей соотвѣтствующихъ стереограммъ направленій колебаній.

§ 4. Различіе одноосныхъ и двуосныхъ кристалловъ. Опредѣленіе оптическаго знака.

Послѣ того какъ найдена возможность сравнивать направленія колебаній и величины двупреломленія для плоскихъ волнъ, проходящихъ чрезъ кристаллъ по разнымъ направленіямъ, и установлено соотношеніе между каждой изъ такихъ волнъ съ соотвѣтствующей точкой интерференціонной фигуры, можно вывести для каждаго изъ сѣченій минерала соотвѣтствующую ему интерференціонную фигуру, пользуясь изложенными выше соображеніями.

Основная задача оптическаго изслѣдованія минерала состоитъ: 1) въ опредѣленіи типа оптическаго эллипсоида (индикатриссы), т. е. опредѣленіи будетъ ли онъ сферой, эллипсоидомъ вращенія или трехоснымъ эллипсоидомъ, и въ опредѣленіи оптическаго знака, 2) въ опредѣленіи положенія этого эллипсоида въ кристаллѣ, что сводится къ опредѣленію положенія осей упругости и оптическихъ осей, 3) въ изслѣдованіи формы этого эллипсоида. Послѣднее состоитъ въ измѣреніи величинъ двупреломленія и преломленія минерала и не входитъ въ число тѣхъ вопросовъ, которые разрѣшаются изслѣдованіемъ въ сходящемся поляризованномъ свѣтѣ. Это и понятно: изслѣдуя интерференціонную фигуру, мы сравниваемъ между собою элементы волнъ, проходящихъ чрезъ кристаллъ въ разныхъ направленіяхъ, но совершенно не задаемся вопросомъ объ измѣреніи элементовъ какой-либо одной изъ нихъ, чѣмъ именно и является измѣреніе преломленія и двупреломленія. Само собою понятно, что идетъ здѣсь рѣчь только объ анизотропныхъ кристаллахъ, исключая кристаллы кубической сингоніи.

Основаніемъ для рѣшенія вопроса о типѣ эллипсоида и о его положеніи въ пространствѣ служатъ свойства изогиръ.

Вообще изогиры представляются одной или двумя темными балками, рѣзкими или расплывчатыми, прямыми или изогнутыми, иногда пересѣкающимися въ видѣ креста, проходящими черезъ центръ поля зрѣнія (центральныя изогиры) или нѣтъ. При вращеніи препарата онѣ перемѣщаются, или совсѣмъ уходя изъ поля зрѣнія, или оставаясь въ немъ, и деформируются. При этомъ концы ихъ двигаются по краю поля зрѣнія въ ту же сторону, какъ мы вращаемъ препаратъ (гомодромно), или въ противоположную (антидромно). Кромѣ того среди всевозможныхъ формъ и положеній интерференціонныхъ фигуръ можно различать фигуры симметричныя и асимметричныя относительно какого-либо діаметра фигуры.

Вотъ всѣ эти особенности и являются объектомъ нашихъ наблюденій при изслѣдованіи изогиръ.

Обратимся теперь къ *отличію оптически одноосныхъ отъ оптически двуосныхъ кристалловъ.*

Какъ и при изслѣдованіи по универсальному (Федоровскому) методу, такъ и при изслѣдованіи въ сходящемся свѣтѣ основаніемъ для этого служитъ различіе въ симметріи оптическаго эллипсоида одноосныхъ и двуосныхъ кристалловъ. Въ первомъ имѣется безконечная совокупность двойныхъ осей симметріи, служащихъ діаметрами кругового сѣченія, и кромѣ того—единственная ось симметріи съ безконечно малымъ угломъ поворота, именно—ось вращенія эллипсоида. Черезъ нее и каждую изъ двойныхъ осей проходитъ плоскость симметріи.

[1]) L. c. s. 75.

Во второмъ—только три взаимно перпендикулярныхъ двойныхъ осей симметріи n_g, n_m, n_p и три плоскости симметріи, проходящія чрезъ каждую пару осей.

При изслѣдованіи по теодолитному методу мы, какъ извѣстно, пользуемся этимъ различіемъ въ симметріи оптическихъ эллипсоидовъ одноосныхъ и двуосныхъ кристалловъ, основываясь на свойствѣ, что каждая изъ двойныхъ осей симметріи является осью зоны такихъ сѣченій эллипсоида, въ которыхъ одна изъ осей эллипса сѣченія совпадаетъ съ этой двойною осью симметріи. Поэтому, совмѣщая ее съ направленіемъ колебаній вступающихъ въ кристаллъ плоскихъ волнъ и вращая около нея препаратъ при помощи оси I столика, будемъ имѣть все время кристаллъ въ положеніи угасанія. Изъ симметріи оптическихъ эллипсоидовъ слѣдуетъ, что въ кристаллахъ одноосныхъ, при любой оріентировкѣ разрѣза минерала плоскостью шлифа, въ этой плоскости находится одна изъ двойныхъ осей симметріи эллипсоида (діаметръ кругового сѣченія), въ кристаллахъ двуосныхъ—вообще въ плоскости шлифа не находится ни одной изъ двойныхъ осей симметріи оптическаго эллипсоида. Разрѣзы, обладающіе этимъ свойствомъ, являются особыми, исключительными случаями.

Это, какъ извѣстно, и служитъ ближайшимъ основаніемъ пріемовъ, примѣняемыхъ при различіи одноосности и двуосности кристалла на универсальномъ столикѣ. Мы видѣли выше, что интерференціонная фигура, получающаяся при изслѣдованіи въ сходящемся свѣтѣ, можетъ быть выведена изъ оптическаго эллипсоида при помощи связующихъ ихъ геометрическихъ системъ кривыхъ направленій колебаній (стереограммъ направленій колебаній) и кривыхъ равнаго двупреломленія. Основное различіе въ симметріи оптическихъ эллипсоидовъ одноосныхъ и двуосныхъ кристалловъ выражается въ совершенно такомъ же видѣ и въ системахъ сферическихъ кривыхъ направленій колебаній и кривыхъ равнаго двупреломленія. Онѣ обладаютъ тѣми же элементами симметріи, какъ и соотвѣтствующіе имъ эллипсоиды. (См. стр. 198).

Если переходить къ стереограммамъ направленій колебаній для различныхъ положеній разрѣза въ минералѣ, то, очевидно, въ случаѣ однооснаго кристалла полученная стереограмма направленій колебаній всегда будетъ зеркально симметрична относительно одного изъ діаметровъ ея, проходящаго черезъ проекцію оптической оси. Въ случаѣ двуоснаго—вообще она будетъ асимметрична.

Этотъ діаметръ, проходящій черезъ оптическую ось въ одноосныхъ кристаллахъ, самъ является одной изъ кривыхъ стереограммы направленій колебаній.

Совмѣщая его съ одной изъ главныхъ плоскостей николей, мы непремѣнно получимъ центральную симметричную прямую изогиру, какъ это ясно изъ способа вывода изогиръ изъ стереограммы направленій колебаній. Это и является общимъ характернымъ свойствомъ одноосныхъ кристалловъ.

Асимметрія центральной изогиры уже совершенно опредѣленно указываетъ на двуосность минерала.

Но какъ въ двуосныхъ, такъ и въ одноосныхъ кристаллахъ существуютъ особые случаи сѣченій, для которыхъ симметрія стереограммъ направленій колебаній выше, чѣмъ въ общемъ случаѣ. Таковы 1) сѣченія, проходящія черезъ n_g, n_m, n_p двуоснаго кристалла, обладающія стереограммой направленій колебаній, симметричной относительно одного изъ діаметровъ и 2) сѣченія двуосныхъ, перпендикулярныя къ n_g, n_m, n_p, а также сѣченія одноосныхъ, проходящія черезъ оптическую ось и перпендикулярныя къ ней, для которыхъ стереограммы симметричны относительно двухъ взаимно перпендикулярныхъ діаметровъ. (Для сѣченій, перпендикулярныхъ къ оптической оси одноосныхъ,—онѣ симметричны относительно каждаго изъ діаметровъ). Въ этихъ особыхъ случаяхъ отличать одноосные кристаллы отъ двуосныхъ по общему признаку, указанному выше, нельзя, и они требуютъ особаго разсмотрѣнія.

Предварительно остановимся на двухъ общихъ свойствахъ изогиръ, которыя необходимо установить для дальнѣйшихъ выводовъ. Именно надо выяснить: 1) отчего зависитъ рѣзкость или расплывчатость изогиръ и 2) какой конецъ изогиры является антидромнымъ и какой—гомодромнымъ. Эти свойства изогиръ надо связать съ особенностями стереограммъ направленій колебаній.

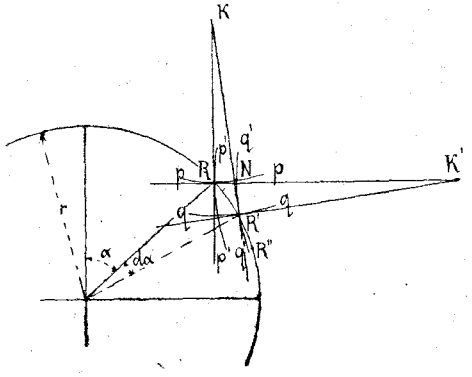
1) Изогира получается изъ стереограммъ направленій колебаній какъ геометрическое мѣсто точекъ, гдѣ направленія колебаній параллельны главнымъ сѣченіямъ николей. Въ точкахъ по ту и другую сторону отъ нея такой параллельности нѣтъ, и потому соотвѣтствующія точки интерференціонной фигуры будутъ свѣтлыми. Освѣщеніе при удаленіи отъ изогиръ возрастаетъ тѣмъ быстрѣе, чѣмъ сильнѣе расходятся около нея кривыя, стереограммы, и это и является причиною рѣзкости изогиры. Такъ какъ имѣются двѣ системы кривыхъ, пересѣкающихся между собою подъ прямымъ угломъ, то послѣднее обстоятельство можетъ быть также выражено въ такой формѣ: изогира тѣмъ рѣзче, чѣмъ больше кри-

визна пересѣкаемыхъ ею кривыхъ стереограммы направленій колебаній.

2) Для того, чтобы судить объ гомодромности или антидромности какого-либо изъ концовъ изогиры, выведемъ общее выраженіе для скорости его движенія по краю поля зрѣнія.

Пусть въ точкѣ R—конецъ изогиры (фиг. 10). Слѣдовательно здѣсь касательныя KR и K′R къ кривымъ стереограммы направленій колебаній параллельны главнымъ сѣченіямъ николей.

Фиг. 10.



Послѣ безконечно малаго поворота на уголъ $d\varphi$ конецъ изогиры перейдетъ въ точку R″. Это будетъ та точка, гдѣ касательныя къ кривымъ стереограммы до поворота образовали уголъ $-d\varphi$ съ главными сѣченіями николей; эта точка находилась до поворота въ R′. Назову $RR' = ds$. Къ точкѣ R′ можно перейти отъ точки R по кривымъ стереограммы такъ. Сначала перейдемъ по кривой pp къ безконечно близкой точкѣ N; касательныя къ кривымъ стереограммы повернутся при этомъ на уголъ $d\vartheta$. Затѣмъ отъ N перейдемъ къ R′ по кривой $q'q'$; касательныя повернутся еще на уголъ $d\vartheta'$. Очевидно:

$$-d\varphi = d\vartheta + d\vartheta'.$$

Сравнимъ скорости движенія точки края поля зрѣнія съ скоростью движенія конца изогиры. Первая пройдетъ при поворотѣ на $d\varphi$ дугу R′R″, а вторая RR″. Такимъ образомъ, называя скорость движенія точки края поля зрѣнія v_0, скорость движенія конца изогиры v, имѣемъ:

$$\frac{v}{v_0} = \frac{RR''}{R'R''} = \frac{RR' + R'R''}{R'R''} = \frac{ds + r\,d\varphi}{r\,d\varphi}$$

или, на основаніи выше написаннаго равенства:

$$\frac{v}{v_0} = \frac{\frac{ds}{r} - (d\vartheta + d\vartheta')}{d\vartheta + d\vartheta'};$$

откуда

$$v = v_0 \left(1 - \frac{\frac{ds}{r}}{d\vartheta + d\vartheta'}\right).$$

Обозначая радіусы кривизны кривыхъ стереограммы направленій колебаній ρ и ρ', а соотвѣтственныя безконечно малыя дуги $d\delta$ и $d\delta'$, будемъ имѣть:

$$d\vartheta = \frac{d\delta}{\rho}; \quad d\vartheta' = \frac{d\delta'}{\rho'}.$$

Но изъ безконечно малаго прямоугольника, ограниченнаго дугами pp, qq, $p'p'$, и $q'q'$, слѣдуетъ, что $d\delta = ds \cdot \cos\alpha$ и $d\delta' = ds \cdot \sin\alpha$. Сдѣлавъ всѣ эти подстановки въ найденное выше выраженіе, получимъ:

$$v = v_0 \left[1 - \frac{1}{r\left(\frac{\cos\alpha}{\rho} + \frac{\sin\alpha}{\rho'}\right)}\right]$$

Изъ этого равенства видно, что гомодромное или антидромное движеніе конца изогиры опредѣляется значеніемъ величины, заключенной въ этой формулѣ въ прямыхъ скобкахъ. Если она больше нуля, конецъ изогиры гомодромный, если меньше — антидромный.

Примѣненіе этой формулы къ общему случаю затрудняется тѣмъ, что для этого надо знать величины ρ и ρ', но въ частныхъ случаяхъ примѣненіе ея является удобнымъ.

Такъ напримѣръ, въ симметрическихъ стереограммахъ направленій колебаній для сѣченій, проходящихъ чрезъ n_g, n_m и n_p, діаметръ, относительно котораго стереограмма симметрична, является самъ одной изъ кривыхъ ея. Для точекъ, на немъ лежащихъ, $\rho' = \infty$. Поворачивая препаратъ, можно привести этотъ діаметръ въ совмѣщеніе съ плоскостью поляризаціи поляризатора или анализатора. Тогда $\alpha = 0^0$ или $\alpha = 90^0$. Какъ видно, въ такихъ случаяхъ формула для v принимаетъ очень простой видъ.

Замѣтимъ еще, что написанная выше формула

можетъ примѣняться для отысканія скорости движенія любой точки изогиры при ея перемѣщеніи, а не только конца изогиры. Тогда только въ этой формулѣ величина v_0 будетъ не скоростью движенія точекъ края поля зрѣнія, а скоростью движенія точекъ, коррелятивныхъ направленіямъ въ кристаллѣ и лежащихъ на концентричной краю поля зрѣнія окружности, которая проходитъ черезъ разсматриваемую точку изогиры. Это ясно изъ способа вывода формулы.

Послѣ этихъ замѣчаній нетрудно понять свойства изогиръ для различныхъ особыхъ сѣченій оптически одноосныхъ и двуосныхъ кристалловъ.

1. *Одноосные минералы.*

Для нихъ выводъ свойствъ изогиръ чрезвычайно упрощается благодаря тому, что кривыя стереограммы направленій колебаній являются кругами. Свойства изогиръ особыхъ сѣченій—перпендикулярнаго оптической оси и параллельнаго ей,—почти очевидны. Я ограничусь напоминаніемъ этихъ свойствъ, не останавливаясь на нихъ подробно, и затѣмъ перейду къ изслѣдованію общаго случая, что имѣетъ важное значеніе и для дальнѣйшаго вывода свойствъ изогиръ двуосныхъ кристалловъ.

А) Сѣченіе перпендикулярное къ оптической оси одноосnаго кристалла. Стереограмма направленій колебаній представляетъ проекцію системы меридіановъ и параллелей на плоскость экватора. Образованіе темнаго, неподвижнаго при вращеніи препарата креста съ одинаковыми вѣтвями, параллельными главнымъ сѣченіямъ николей, не требуетъ особыхъ поясненій. Ясно также эксцентричное положеніе креста въ случаѣ не точно перпендикулярнаго оси сѣченія. Выходъ оси отвѣчаетъ центру креста. При вращеніи препарата онъ описываетъ окружность, и вѣтви креста перемѣщаются, будучи все время приблизительно параллельными главнымъ сѣченіямъ николей.

В) Сѣченіе параллельное оптической оси.

Стереограмма направленій колебаній представляетъ центральную часть проекціи системы параллелей и меридіановъ на плоскость меридіана. Форма изогиры и ея измѣненіе также очевидны, какъ и въ первомъ случаѣ. Прямо изъ стереограммы видно, что, если привести оптическую ось въ одно изъ главныхъ сѣченій николей, то кривыя ея лишь по краямъ діагональнаго діаметра (45° съ главн. сѣч. николей) немного уклоняются отъ параллельности съ главными сѣченіями николей. Отсюда понятна характерная изогира: широкій, расплывающійся почти на все поле зрѣнія, темный крестъ. При вращеніи столика средина поля зрѣнія сразу освѣтляется, и быстро темнѣютъ концы діагональнаго діаметра, проходящаго черезъ тѣ квадранты, куда вступаетъ оптическая ось, т. е. изогира быстро распадается на двѣ гиперболы, уходящія въ эти квадранты.

Общее изслѣдованіе свойствъ симметричной изогиры одноосnаго кристалла. Какъ было показано выше, для одноосnаго кристалла, вращая препаратъ, всегда можно получить симметричную интерференціонную фигуру, въ которой изогира представляется темной прямой балкой, проходящей черезъ центръ. Балка эта лежитъ въ одномъ изъ главныхъ сѣченій николей.

Въ формулѣ:

$$v = v_o \left[1 - \frac{1}{r\left(\frac{\cos\alpha}{\rho} + \frac{\sin\alpha}{\rho'}\right)}\right] \quad \ldots \text{I}$$

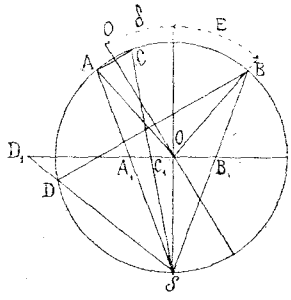
для этого случая $\alpha = 0$, $\rho' = \infty$. Поэтому она принимаетъ видъ:

$$v_c = v_o \left(1 - \frac{\rho}{r}\right) \text{ или } \frac{v_c}{v_o} = 1 - \frac{\rho}{r} \quad \ldots \text{II}.$$

Замѣтимъ, что, хотя въ общемъ видѣ формула для v имѣетъ приближенное значеніе вслѣдствіе расхожденія истинныхъ направленій колебаній въ интерференціонной фигурѣ съ кривыми стереограммы направленій колебаній, примѣненной для вывода этой формулы, но въ нашемъ частномъ случаѣ эти расхожденія обращаются въ нуль, и написанная формула представляетъ совершенно точное выраженіе $\frac{v_c}{v_o}$ Для того, чтобы ей воспользоваться, надо найти значеніе для ρ въ зависимости отъ положенія сѣченія въ кристаллѣ. Это положеніе будемъ опредѣлять угломъ δ наклона оптической оси минерала къ оси микроскопа. Величина ρ легко опредѣляется, если обратиться къ свойствамъ стереографическихъ проекцій, при помощи которыхъ стереограмма направленій колебаній выводится изъ сферическихъ кривыхъ направленій колебаній. На плоскости, проходящей черезъ ось проекціи и оптическую ось, мы имѣемъ соотношенія представленныя на фиг. 11. Въ нашемъ случаѣ изогира лежитъ въ этой плоскости. OO — оптическая ось; A и B края поля зрѣнія, въ которыхъ находятся концы изогиры. Кривыя стереограммы въ этихъ точкахъ представляютъ параллели, плоскости которыхъ пересѣкаютъ плос-

кость чертежа по линіямъ AC и DB. Очевидно, радіусъ поля зрѣнія $r=AO_1=OB_1$. Искомые же радіусы кривизны для концовъ изогиры $\rho_1=\frac{A_1C}{2_1}$ и $\rho_2=\frac{D_1B_1}{2}$

Фиг. 11.



Ихъ можно найти всего проще изъ подобія треугольниковъ ACS и A_1C_1S съ одной стороны, и DBS и D_1B_1S съ другой. Изъ него слѣдуетъ:

$$\frac{A_1C_1}{AC}=\frac{C_1S}{AS} \text{ и } \frac{D_1B_1}{DB}=\frac{D_1S}{BS}.$$

Обозначимъ угловое отверстіе поля зрѣнія $AOB=2E$ (внутри минерала, а не въ воздухѣ) и уголъ наклона оптической оси къ оси микроскопа δ. Принимая радіусъ сферы проекцій за единицу, имѣемъ:

$$r=\operatorname{tang}\frac{E}{2};\ AS=BS=2\cos\frac{E}{2};$$

$$AC=2\sin(E-\delta) \text{ и } DB=2\sin(E+\delta);$$

$$C_1S=\frac{1}{\cos\left(\frac{E}{2}-\delta\right)} \text{ и } D_1S=\frac{1}{\cos\left(\frac{E}{2}+\delta\right)}.$$

Изъ этихъ равенствъ легко получается такое общее выраженіе для ρ:

$$\rho=\frac{\sin(E\mp\delta)}{2\cos\left(\frac{E}{2}\mp\delta\right)\cos\frac{E}{2}}$$

Здѣсь знакъ — относится къ концу изогиры, ближайшему къ оптической оси (A), а + къ концу, болѣе удаленному отъ нея (B).

Преобразуя только что найденное выраженіе, получимъ:

$$\rho=\frac{1}{2}\left[\operatorname{tang}\left(\frac{E}{2}\mp\delta\right)+\operatorname{tang}\frac{E}{2}\right].$$

А значитъ:

$$\frac{v_c}{v_o}=1-\frac{\operatorname{tang}\left(\frac{E}{2}\mp\delta\right)+\operatorname{tang}\frac{E}{2}}{2\operatorname{tang}\frac{E}{2}}=$$

$$=\frac{\operatorname{tang}\frac{E}{2}-\operatorname{tang}\left(\frac{E}{2}\mp\delta\right)}{2\operatorname{tang}\frac{E}{2}},$$

и, наконецъ,

$$\frac{v_c}{v_o}=\frac{\sin(\pm\delta)}{2\sin\frac{E}{2}\cos\left(\frac{E}{2}\mp\delta\right)}.$$

Верхніе знаки (+и—) относятся къ концу изогиры A, нижніе (—и+)—къ концу B. Изслѣдуемъ полученную формулу. Когда $\delta=0$; $\frac{v_c}{v_o}=0$; т. е. концы изогиры неподвижны.

При возростаніи δ конецъ изогиры, ближайшій къ оптической оси, обнаруживаетъ такія особенности: При увеличеніи δ отъ 0^0 до E скорость его движенія возростаетъ, и при $\delta=E$ отношеніе $\frac{v_c}{v_o}=1$. Это можно и непосредственно видѣть изъ общей формулы, если замѣтить, что для оптической оси $\rho=0$.

Возростаніе скорости движенія конца изогиры идетъ и дальше, когда оптическая ось находится уже внѣ поля зрѣнія. Поэтому $\frac{v_c}{v_o}>1$. Все время $\frac{v_c}{v_o}$ остается величиной положительной, т. е. конецъ изогиры, ближайшій къ оптической оси, остается гомодромнымъ. Наконецъ, при $\delta=90^0$ отношеніе $\frac{v_c}{v_o}=\frac{1}{2\sin^2\frac{E}{2}}$.

Если обратимся къ концу изогиры, болѣе уда-

ленному отъ оптической оси, то увидимъ прежде всего, что для него сначала $\frac{v_e}{v_o} < 0$, т. е. этотъ конецъ антидроменъ. При возростаніи δ отъ 0° до значенія $\delta = 90° - \frac{E}{2}$, скорость движенія этого антидромнаго конца возростаетъ. Когда δ дѣлается равнымъ $90° - \frac{E}{2}$, мы имѣемъ дѣло съ разрывомъ функціи $\frac{v_e}{v_o}$. Ея значеніе изъ $-\infty$ переходитъ въ $+\infty$ и затѣмъ убываетъ до величины $\frac{1}{2\sin^2\frac{E}{2}}$ при $\delta = 90°$.

Разрывъ функціи v_e/v_o отвѣчаетъ распаденію изогиры на двѣ гиперболы. Для значеній δ отъ $90° - \frac{E}{2}$ до 90° мы имѣемъ изогиру того типа, какъ въ сѣченіи параллельномъ оси, только съ неодинаковыми вѣтвями гиперболъ.

Общимъ случаемъ симметричной изогиры одноосная кристалла является, какъ мы видимъ, темная центральная и прямолинейная балка съ гомодромнымъ концомъ, ближайшимъ къ оптической оси и антидромнымъ, противоположнымъ ей. Если мы сравнимъ абсолютную величину скоростей движенія перваго v_{e1} и второго v_{e2} то изъ выше написаннаго уравненія, найдемъ:

$$\frac{v_{e1}}{v_{e2}} = \frac{\cos\left(\frac{E}{2} + \delta\right)}{\cos\left(\frac{E}{2} - \delta\right)} \quad \ldots\ldots\ldots \text{III.}$$

Откуда слѣдуетъ, что въ общемъ случаѣ гомодромный конецъ движется медленнѣе антидромнаго. Изогира качается на подобіе маятника (Pendel-Isogyre Бекке). Размахи ея слабые, и она мало уклоняется отъ параллельности главнымъ сѣченіямъ николей, но все же при достаточномъ наклонѣ оптической оси эти уклоненія ясно замѣтны. Поэтому обычное указаніе на параллельную главнымъ сѣченіемъ николей темную балку, какъ на общій признакъ одноосная кристалла, не является вполнѣ точнымъ. Неправильность такой характеристики изогиръ одноосная кристалла была отмѣчена Бекке[1]).

Я не останавливаюсь на болѣе подробномъ разсмотрѣніи измѣненія отношенія скоростей разныхъ концовъ симметричной изогиры въ зависимости отъ наклона оптической оси къ оси микроскопа. Такое разсмотрѣніе сводится къ изслѣдованію формулы III и не представляетъ особыхъ затрудненій.

2. *Оптически двуосные минералы.*

При изслѣдованіи изогиръ особыхъ сѣченій двуоснаго минерала, для которыхъ эти изогиры могутъ быть приведены вращеніемъ препарата къ виду прямыхъ центральныхъ балокъ, параллельныхъ главнымъ сѣченіямъ николей, можно воспользоваться той же формулой:

$$\frac{v_e}{v_o} = 1 - \frac{\rho}{r} \quad \ldots\ldots\ldots \text{II.}$$

Здѣсь, однако, радіусъ кривизны пересѣкающихъ изогиру кривыхъ стеограммы направленій колебаній ρ не можетъ быть найденъ такъ просто, какъ въ одноосныхъ кристаллахъ. Мы можемъ, не находя точнаго его выраженія, воспользоваться формулой II, если будемъ сравнивать каждый разъ величину ρ съ соотвѣтствующимъ значеніемъ ея въ одноосномъ кристаллѣ, которое намъ уже извѣстно изъ изложеннаго выше. Такой способъ сравненія тѣмъ болѣе умѣстенъ, что нашею цѣлью сейчасъ именно и является найти различіе между одноосными и двуосными кристаллами.

Особыми сѣченіями двуосныхъ кристаловъ являются сѣченія, перпендикулярныя осямъ оптическаго эллипсоида ng, nm и np, и параллельныя имъ (—проходящія черезъ нихъ).

А) Сѣченія перпендикулярныя ng, nm и np.

Общимъ признакомъ ихъ является симметричность стереограммы направленій колебаній относительно двухъ взаимно перпендикулярныхъ діаметровъ. Эти діаметры сами служатъ кривыми стереограммы, и совмѣщая ихъ съ главными сѣченіями николей, мы будемъ имѣть изогиры въ видѣ темнаго креста съ вѣтвями, параллельными главнымъ сѣченіямъ николей.

Разсмотримъ особенности этого креста для каждой изъ осей эллипсоида.

а) Сѣченіе перпендикулярное острой биссектрисѣ угла оптическихъ осей.

Стереограмма направленій колебаній имѣетъ видъ, изображенный на фиг. 3а. Кривыя ея въ пересѣченіи съ осевой балкой креста (—главный осевой меридіанъ) имѣютъ большую кривизну, чѣмъ въ пересѣченіи съ поперечной. Maximum рѣзкости достигаетъ

[1]) l. c. стр. 76.

она въ точкахъ, отвѣчающихъ оптическимъ осямъ, т. к. здѣсь $\rho = 0$. Для концовъ осевой балки $\rho < r$, для концовъ поперечной $\rho > r$; поэтому первые, какъ это видно изъ формулы II, гомодромны, вторые антидромны.

Въ центрѣ креста $\rho = \rho^1 = \infty$, и слѣдовательно крестъ при поворотѣ препарата распадается на двѣ гиперболовидныя кривыя. То, что они будутъ имѣть видъ гиперболъ можно показать извѣстнымъ построеніемъ Малляра[1]) въ которомъ вмѣсто точнаго отысканія направленій колебаній по теоремѣ Френеля примѣняется построеніе, гдѣ дуги на сферѣ замѣнены прямыми на плоскости. Такое построеніе, конечно даетъ только приблизительное понятіе о формѣ кривыхъ.

Если $V < E$, т. е. если оптическія оси лежатъ въ полѣ зрѣнія, гиперболы не выходятъ изъ него совершенно. Въ діагональномъ положеніи ихъ вершины отвѣчаютъ оптическимъ осямъ. Если $V > E$, гиперболы совершенно выходятъ изъ поля зрѣнія и тѣмъ быстрѣе, чѣмъ больше V [2]).

b. Сѣченіе перпендикулярное къ тупой биссетрисѣ угла оптическихъ осей.

Какъ видно изъ сходства стереограммъ направленія колебаній, почти все сказанное относительно сѣченія, перпендикулярнаго къ острой биссектрисѣ, справедливо и въ данномъ случаѣ. Разница лишь въ томъ, что здѣсь, при обычныхъ способахъ наблюденія, оптическія оси всегда лежатъ внѣ поля зрѣнія. Вершины гиперболъ выходятъ изъ поля зрѣнія раньше, чѣмъ въ сѣченіи, перпендикулярномъ къ острой биссектрисѣ. Для различія того и другого сѣченія можно примѣнить поэтому такой пріемъ. Можно для данной системы конденсора и объектива заранѣе опредѣлить изъ опыта, при какомъ поворотѣ столика выходятъ изъ поля зрѣнія вершины гиперболъ въ нейтральныхъ кристаллахъ съ $2V = 90°$. Если въ изслѣдуемомъ сѣченіи этотъ уголъ поворота больше, чѣмъ въ нейтральномъ кристаллѣ, имѣемъ сѣченіе перпендикулярное острой биссектрисѣ, если меньше—тупой. Реакція мало чувствительна.

c) Сѣченіе перпендикулярное n_m.

Стереограмма направленій колебаній представляетъ центральную часть фиг. 3 b. Видно большое сходство съ соотвѣтствующей стереограммой однооснаго кристалла [3]), но отклоненіе кривыхъ отъ параллельности главнымъ сѣченіямъ николей по концамъ діагональнаго діаметра интерференціонной фигуры еще меньше. Темный крестъ еще расплывчатѣе и тѣмъ болѣе, чѣмъ больше 2V; для кристалловъ съ $2V = 90°$ все поле зрѣнія представляется темнымъ. Если 2V достаточно отличается отъ 90°, можно видѣть, какъ крестъ распадается на гиперболы, уходящія въ тѣ квадранты, куда вступаетъ острая биссектриса.

B) Сѣченія проходящія черезъ n_g, n_m и n_p.

Черезъ каждую изъ осей оптическаго эллипсоида проходитъ безчисленное множество сѣченій, для которыхъ стереограмма направленій колебаній симметрична относительно одного изъ діаметровъ, и поэтому вращеніемъ препарата можно получить изогиру въ видѣ одной темной, центральной, прямолинейной балки, параллельной одному изъ главныхъ сѣченій николей.

a) Сѣченія проходящія черезъ n_m.

Среди нихъ особыми являются сѣченія, перпендикулярныя къ оптическимъ осямъ. Сначала разсмотримъ общій случай сѣченій подъ косымъ угломъ къ оптическимъ осямъ и притомъ настолько удаленныхъ отъ круговыхъ сѣченій оптическаго эллипсоида, что оптическая ось лежитъ внѣ поля зрѣнія. Соотвѣтствующія стереограммы направленій колебаній имѣютъ много общаго съ общимъ случаемъ однооснаго кристалла: такъ же, какъ тамъ, изогиру пересѣкаютъ кривыя стереограммы, обращенныя вогнутостью къ оптической оси, и кривизна ихъ по мѣрѣ приближенія къ оптической оси возрастаетъ. Поэтому имѣемъ такую же изогиру съ болѣе рѣзкимъ гомодромнымъ концомъ, ближайшимъ къ оптической оси, и съ другимъ, болѣе расплывчатымъ антидромнымъ. Антидромный конецъ движется быстрѣе гомодромнаго. Возрастаніе кривизны кривыхъ стереограммы по мѣрѣ приближенія къ оси идетъ быстрѣе, чѣмъ въ одноосныхъ кристаллахъ. Соотвѣтственно этому разница въ скоростяхъ антидромнаго и гомодромнаго концовъ больше, и размахи качающейся на подобіе маятника изогиры сильнѣе.

Въ случаѣ сѣченій, перпендикулярныхъ оптической оси, изогира при вращеніи столика все время остается проходящей черезъ центръ фигуры. При совмѣщеніи плоскости оптическихъ осей съ каждымъ изъ главныхъ сѣченій николей изогира превращается въ прямую балку совпадающую съ этимъ главнымъ сѣченіемъ. Чтобы составить представленіе объ изгибаніи балки въ другихъ положеніяхъ, разсмотримъ сначала особенности изогиры кристалла съ $2V = 90°$. Эти кристаллы обладаютъ для сѣченій перпендикулярныхъ

[1]) Смот. наприм. Физическую Кристаллографію Грота, русскій переводъ стр. 112—113. Дополненіе редактора.

[2]) См. Michel-Lévy et Lacroix—Minéraux des roches 1888 p. 90.

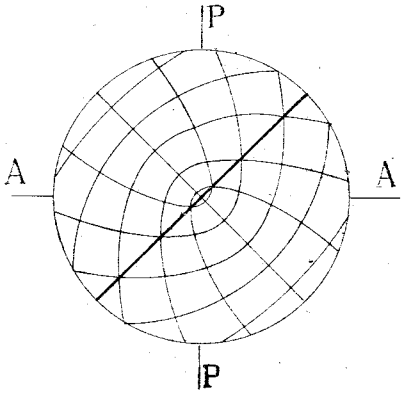
[3]) Т. е. стереограммой сѣченія, проходящаго черезъ оптическую ось однооснаго кристалла.

оптической оси стереограммами направленій колебаній, симметричными около двухъ взаимно перпендикулярныхъ діаметровъ. Такое свойство непосредственно вытекаетъ изъ указанной выше (стр.198) особенности, что въ кристаллахъ съ $2V = 90°$ n_m является четверной осью симметріи системъ сферическихъ кривыхъ направленій колебаній.

Одинъ изъ діаметровъ, относительно которыхъ симметрична стереограмма, отвѣчаетъ плоскости оптическихъ осей, другой—плоскости проходящей чрезъ оптическую ось и n_m.

Поставивъ препаратъ въ діагональное положеніе, такъ, чтобы n_m было подъ угломъ 45° къ главнымъ сѣченіямъ николей, т. е. въ симметричномъ по отношенію къ нимъ положеніи, мы будемъ имѣть интерференціонную фигуру, симметричную относительно діагональныхъ діаметровъ. Отсюда понятно, что изогира должна быть въ этомъ случаѣ прямою балкой,

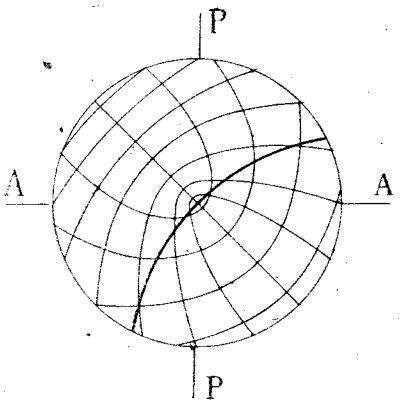
Фиг. 12a.



расположенной подъ угломъ 45° къ главнымъ сѣченіямъ николей (фиг. 12a) такъ какъ только такая балка удовлетворяетъ условію симметричности относительно діагональныхъ діаметровъ.

Въ кристаллахъ съ 2V не равнымъ 90° сферическіе эллипсы, охватывающіе острый уголъ оптическихъ осей, расширены по сравненію съ тѣми, что у кристалловъ съ $2V = 90°$, а эллипсы, охватывающіе тупой уголъ, болѣе вытянуты. Сообразно этому на стереограммѣ направленій колебаній направленія кривыхъ повернуты, какъ это представлено на фиг. 12b, и изогира дугообразно изогнута. Выпуклость ея обращена въ сторону острой биссектрисы. По Бекке такое изгибаніе замѣтно ясно въ кристаллахъ, гдѣ $2V = 80°$. При большемъ углѣ оптическихъ осей изгибаніе трудно различается. Оба конца изогиры, какъ въ случаѣ $2V = 90°$, такъ и если 2V не равно 90°, антидромны, что ясно видно изъ фиг. 12a и 12b.

Фиг. 12b.



При вращеніи столика балка вращается около оптической оси въ сторону, обратную вращенію столика, и изгибаніе ея тѣмъ больше, чѣмъ больше 2V отличается отъ 90°. Если сѣченіе не строго перпендикулярно къ оптической оси, центръ вращенія изогиры самъ описываетъ окружность согласно съ вращеніемъ столика.

b) Сѣченія, проходящія черезъ биссектрисы угла оптическихъ осей.

Когда такія сѣченія близки къ плоскости оптическихъ осей, стереограммы направленій колебаній имѣютъ большое сходство съ тѣми, что въ очень косыхъ сѣченіяхъ кристалловъ одноосныхъ. Кривыя стереограммы, пересѣкающія изогиру, обращены вогнутостью въ сторону биссектрисы угла оптическихъ осей, и кривизна ихъ въ этомъ направленіи возрастаетъ. Однако разница въ кривизнѣ менѣе, чѣмъ въ соотвѣтственныхъ сѣченіяхъ односнаго, и потому разность скоростей антидромнаго и гомодромнаго концовъ меньше, чѣмъ у кристалловъ одноосныхъ. Если мы будемъ переходить къ сѣченіямъ, болѣе удаленнымъ отъ плоскости оптическихъ осей, то это отличіе двуосныхъ кристалловъ отъ одноосныхъ будетъ выступать все рѣзче. Наконецъ, перейдя нѣкоторый предѣлъ, мы будемъ имѣть изогиру, у которой уже гомодромный конецъ будетъ двигаться быстрѣе антидромнаго (Fächer-Isogyre Бекке). Такія изогиры свойственны исключительно двуоснымъ кристалламъ.

Неизбѣжность ихъ появленія въ опредѣленныхъ

сѣченіяхъ кристалловъ двуосныхъ, проходящихъ черезъ биссектрисы угла осей, ясна изъ того, что въ достаточно близкихъ къ перпендикулярности биссектрисамъ сѣченіяхъ, кривизна кривыхъ стереограммы, пересѣкающихъ изогиру, по направленію къ биссектрисѣ убываетъ, а не возрастаетъ, какъ въ одноосныхъ кристаллахъ.

Всѣ признаки интерференціонныхъ фигуръ, служащіе для различія одноосности или двуосности кристалловъ, можно свести въ такую таблицу:

А. Изогира представляетъ одну балку.

1. Центральная балка діагональная или косая: двуосный минералъ; если діагональная балка съ одинаковыми концами—прямая, то $2V = 90°$; если изогнута,— $2V \gtrless 90°$;

Если балка при вращеніи не выходитъ изъ поля зрѣнія, вращаясь около нѣкоторой точки, то эта точка отвѣчаетъ оптической оси.

2. Центральная балка прямая, параллельная главнымъ сѣченіямъ николей и дѣлящая поле зрѣнія пополамъ.

a) Балка движется почти параллельно себѣ и главнымъ сѣченіямъ николей:

одноосный минералъ—косое сѣченіе.

b) Изогира быстрѣе движется антидромнымъ концомъ:

α—одноосный минералъ—сильно косое сѣченіе

$[\beta]$—двуосный—сѣченія черезъ n_g, n_m и n_p.

c) Антидромный конецъ изогиры движется медленнѣе гомодромнаго:

двуосный минералъ—сѣченіе проходитъ черезъ n_g или n_p.

d) Расплывчатая балка, приближающаяся къ В. 3:

α—очень косое сѣченіе одноосnаго минерала

β—сѣченіе двуоснаго, проходящее черезъ n_g и n_p и близкое къ плоскости оптическихъ осей.

3. Балка (ясная или расплывчатая) прямая и параллельная главнымъ сѣченіямъ николей, но не центральная и при вращеніи столика ясно не остающаяся себѣ параллельной (ср. А2а.):

двуосный минералъ; въ полѣ зрѣнія одна изъ плоскостей симметріи оптическаго эллипсоида.

В. Изогира представлена болѣе чѣмъ одной балкой.

1. Темный крестъ съ одинаковыми вѣтвями, параллельными николямъ; если центральный,—то при вращеніи столика неподвиженъ, если эксцентричный—вращается около центра поля зрѣнія, оставаясь себѣ параллельнымъ—одноосный минералъ.

2. Крестъ съ одной болѣе расплывчатой вѣтвью при вращеніи распадается на гиперболы: двуосный минералъ.

3. Неясный, очень расплывчатый крестъ, очень быстро распадается на уходящія изъ поля зрѣнія гиперболы:

a) одноосный минералъ; сѣченіе параллельное оптической оси;

b) двуосный—сѣченіе перпендикулярно къ n_m.

Для различія, въ случаѣ не точнаго соблюденія указанной перпендикулярности, служитъ не вполнѣ симметричный видъ креста въ двуосномъ и всегда симметричный относительно одного изъ главныхъ сѣченій николей въ одноосномъ.

Какъ видно, въ большинствѣ случаевъ перечисленные признаки даютъ возможность отличать двуосные минералы отъ одноосныхъ, но не всегда: въ случаѣ прямой, центральной, симметричной балки, параллельной главнымъ сѣченіямъ николей и при вращеніи столика перемѣщающейся такъ, что антидромный конецъ движется быстрѣе гомодромнаго, нельзя быть увѣреннымъ, имѣемъ ли мы дѣло съ однооснымъ кристалломъ или съ частнымъ случаемъ двуоснаго, когда разрѣзъ шлифа проходитъ черезъ n_g, n_m или n_p. Затѣмъ, можно смѣшать сѣченіе одноосnаго, проходящее черезъ оптическую ось, съ сѣченіемъ двуоснаго, перпендикулярнымъ къ n_m.

Изъ приведенной таблички нельзя не замѣтить нѣкоторую аналогію въ наблюдаемыхъ въ сходящемся свѣтѣ явленіяхъ съ явленіями, обнаруживаемыми кристалломъ на универсальномъ (Федоровскомъ) столикѣ. Эта аналогія выступитъ еще яснѣе, если мы сдѣлаемъ такое сопоставленіе пріемовъ, употребляемыхъ въ томъ и другомъ случаѣ для различія одноосныхъ и двуосныхъ кристалловъ.

Въ сходящемся свѣтѣ вращеніемъ препарата получаемъ центральную изогиру. Этого можно достигнуть, предварительно установивъ въ параллельномъ свѣтѣ кристаллъ въ положеніе угасанія.	На универсальномъ столикѣ вращеніемъ препарата въ его плоскости ставимъ его послѣдовательно въ одно и другое положеніе угасанія и каждый разъ, вращая около оси I, слѣдимъ за сохраненіемъ темноты.
1) Изогира асимметрична.	1) Ни одна темнота не сохраняется.
2) Изогира симметрична относительно одного изъ главныхъ сѣченій николей.	2) Одна темнота сохраняется.
3) Изогира симметрична относительно обоихъ главныхъ сѣченій николей.	3) Обѣ темноты сохраняются.

Случаи, когда изслѣдованіе въ сходящемся свѣтѣ не можетъ разрѣшить вопроса о двуосности или одноосности минерала, являются тѣми, въ которыхъ на универсальномъ столикѣ требуется для этого различія наклонъ около вспомогательной оси Н. Такимъ образомъ, можно сказать, что изслѣдованіе интерференціонныхъ фигуръ въ цѣляхъ опредѣленія одноосности и двуосности минерала равносильно изслѣдованію на маломъ универсальномъ столикѣ съ двумя осями (безъ оси Н). Оно является слѣдовательно вообще методомъ менѣе совершеннымъ, чѣмъ изслѣдованіе на столикѣ съ тремя осями, и можно указать, пожалуй, только единственный случай, когда примѣненіе сходящагося свѣта оказывается болѣе надежнымъ способомъ для опредѣленія двуосности минерала. Это случай кристалловъ двуосныхъ съ малымъ угломъ оптическихъ осей и небольшимъ двупреломленіемъ, когда имѣются сѣченія, перпендикулярныя острой биссектрисѣ. На универсальномъ столикѣ въ этомъ случаѣ доступны обѣ оптическія оси, но, поставивъ n_m въ діагональное положеніе и переходя отъ одной оптической оси къ другой, мы не видимъ между ними замѣтнаго просвѣтлѣнія. Въ сходящемся свѣтѣ, хотя въ этомъ случаѣ распаденіе креста на гиперболы и не отчетливо, но все таки неодинаковость вѣтвей его и нѣкоторыя измѣненія при вращеніи столика замѣтнѣе, чѣмъ какія либо изъ особенностей, обнаруживаемыхъ на универсальномъ столикѣ.

Обратимся теперь къ *опредѣленію оптическаго знака минерала*. Какъ мы видѣли, оптическій знакъ минерала отвѣчаетъ знаку меридіанальныхъ кривыхъ (въ одноосномъ—меридіановъ) направленій колебаній, т. е. въ кристаллахъ положительныхъ меридіанальные эллипсы (меридіаны одноосныхъ) отвѣчаютъ n_g, а экваторіальные (параллели въ одноосныхъ) $-n_p$. Въ кристаллахъ отрицательныхъ — наоборотъ. Поэтому, для опредѣленія оптическаго знака минерала нужно, во первыхъ, опредѣлить направленія кривыхъ стереограммы для даннаго сѣченія и ихъ оптическій знакъ и, вовторыхъ, различить меридіальные эллипсы отъ экваторіальныхъ. Способъ опредѣленія направленія кривыхъ стереограммы (—направленій колебаній) вытекаетъ изъ связи ихъ съ формой изогиры. Въ точкахъ изогиры они совпадаютъ съ главными сѣченіями николей, а по сторонамъ ея уклоняются отъ этого направленія тѣмъ сильнѣе, чѣмъ рѣзче изогира. Судя по формѣ изогиры и ея измѣненію при вращеніи столика всегда можно составить болѣе или менѣе приблизительное понятіе о направленіяхъ колебаній въ разныхъ точкахъ интерференціонной фигуры и объ общемъ видѣ кривыхъ стереограммы направленій колебаній.

Опредѣленіе знака кривыхъ стереограммы достигается употребленіемъ кварцеваго клина, слюдяной пластинки въ $^1/_4\lambda$, или гипсовой пластинки, дающей красный I порядка или чувствительный фіолетовый цвѣтъ, введеніе которыхъ между препаратомъ и анализаторомъ вызываетъ повышеніе или пониженіе интерференціонныхъ цвѣтовъ въ точкахъ фигуры вслѣдствіе сложенія разностей хода элементарныхъ волнъ, прошедшихъ чрезъ кристаллъ съ тою, которую даетъ пластинка.

Въ зависимости отъ того, какимъ приборомъ мы пользуемся, различно измѣняется видъ интерференціонной фигуры. При вдвиганіи клина послѣдовательно интерференціонная окраска въ каждой точкѣ смѣняется другой, болѣе высокой или низкой, которой въ предыдущій моментъ обладала нѣкоторая другая сосѣдняя точка, и потому интерференціонная фигура представляется движущейся. При употребленіи пластинки $^1/_4\lambda$ изогира смѣщается въ точкѣ, гдѣ колебанія были направлены перпендикулярно къ соотвѣтственнымъ колебаніямъ въ введенной пластинкѣ и гдѣ разность хода была $^1/_4\lambda$ (слѣдовательно, въ точкѣ близкой изогирѣ). При введеніи гипсовой пластинки, дающей красный I порядка, изогира окрашивается въ этотъ красный цвѣтъ, а въ сосѣднихъ точкахъ, гдѣ происходитъ пониженіе цвѣтовъ, наблюдается желтая, а гдѣ повышеніе—синяя окраска. Такимъ образомъ, тѣмъ или инымъ способомъ можно опредѣлить расположеніе n'_g и n'_p въ различныхъ точкахъ интерференціонной фигуры.

Остается различить, какое изъ этихъ направленій отвѣчаетъ меридіанальнымъ кривымъ стереограммы и какое экваторіальнымъ. Указанныя выше особенности изогиръ позволяютъ отвѣтить на этотъ вопросъ.

Въ одноосныхъ кристаллахъ симметричная изогира всегда отвѣчаетъ направленію меридіановъ, а параллели ее пересѣкаютъ. Отсюда слѣдуетъ, что въ одноосномъ кристаллѣ опредѣленіе оптическаго знака всегда возможно. Въ двуосныхъ кристаллахъ не всегда можно различить меридіанальныя и экваторіальныя кривыя, и опредѣленіе оптическаго знака не всегда возможно, а только въ особыхъ случаяхъ.

Случаи эти слѣдующіе.

1. Сѣченіе, перпендикулярное къ оптической оси, или близкое къ этому, когда въ полѣ зрѣнія наблюдается выходъ оптической оси. Выпуклость изогиры, приведенной въ діагональное положеніе, обращена въ этомъ случаѣ къ острой биссектрисѣ, а значитъ

съ этой стороны изогиры идутъ параллельно ей меридіанальныя, а съ вогнутой стороны—экваторіальныя дуги.

2. Въ случаѣ сѣченій, перпендикулярныхъ къ острой или тупой биссектрисѣ, для опредѣленія оптическаго знака, надо знать, съ какою именно биссектрисой мы имѣемъ дѣло. Выше указано средство различать острую и тупую биссектрисы.

3. Въ сѣченіяхъ, перпендикулярныхъ n_m, если уголъ $2V$ не очень великъ, положеніе острой биссектрисы двуоснаго минерала опредѣляется, а значитъ можно найти и оптическій знакъ.

4. Въ сѣченіяхъ, проходящихъ черезъ n_g или n_p и дающихъ изогиру съ быстрѣе двигающимся гомодромнымъ концомъ, послѣдній обращенъ въ сторону [противоположную n_m. Для того, чтобы опредѣлить оптическій знакъ, надо знать черезъ какую биссектрису проходитъ сѣченіе, что не всегда возможно.

Какъ видимъ, распознаваніе оптическаго знака минерала въ сходящемся свѣтѣ, достижимо тогда, когда это можно сдѣлать на универсальномъ столикѣ, не прибѣгая къ вспомогательной оси Н. Въ самомъ дѣлѣ, въ случаѣ 1 наблюденіемъ устанавливается положеніе оптической оси и плоскости оптическихъ осей, поэтому по наблюденію угла погасанія въ произвольномъ положеніи столика можно найти и другую оптическую ось (по теоремѣ Френеля) и, значитъ, опредѣлить оптическій знакъ. Въ случаѣ 2 обѣ оси непосредственно опредѣляются. Въ случаѣ 3 положеніе оптическихъ осей можетъ быть найдено, напримѣръ, путемъ послѣдовательнаго приближенія [1]).

§ 5. Опредѣленіе положенія оптическаго эллипсоида.

Опредѣленіе положенія оптическаго эллипсоида въ кристаллѣ состоитъ въ общемъ случаѣ въ томъ, что мы находимъ положеніе въ изслѣдуемомъ шлифѣ какъ оптическаго эллипсоида, такъ и нѣкоторыхъ кристаллографическихъ направленій. Сопоставляя то и другое, мы и разрѣшаемъ задачу. Опредѣленіе положенія кристаллографическихъ направленій уже не входитъ въ задачу оптическаго изслѣдованія въ тѣсномъ смыслѣ слова. Говоря объ изслѣдованіи въ сходящемся свѣтѣ, мы должны предполагать положеніе шлифа въ кристаллѣ уже извѣстнымъ. Въ дѣйствительности примѣненіе сходящагося свѣта въ этомъ случаѣ ограничивается или опредѣленно-оріентированными разрѣзами (въ шлифѣ можно, напримѣръ, выбрать разрѣзы перпендикулярные оси призмы и т. д.), или можетъ быть примѣнено къ изслѣдованію двойниковъ по общему правилу: мы изслѣдуемъ два индивида двойника и затѣмъ, опредѣливъ положеніе оптическаго эллипсоида каждаго изъ нихъ, находимъ положеніе связывающей ихъ двойниковой оси, которая и является однимъ изъ кристаллографическихъ направленій. Здѣсь я ограничиваюсь только опредѣленіемъ положенія оптическаго эллипсоида въ шлифѣ.

Положеніе оптическаго эллипсоида въ пространствѣ извѣстно, когда найдено положеніе какихъ либо двухъ изъ направленій въ немъ: оптическихъ осей и осей симметріи. Это само собою очевидно для случаевъ, когда извѣстны пара осей симметріи, обѣ оптическія оси или оптическая ось и одна изъ биссектрисъ угла осей (n_g или n_p.). Если же извѣстна одна изъ оптическихъ осей и n_m (т. е. оптическая ось и плоскость n_g n_p), то наблюдаемъ направленіе погасанія въ произвольномъ сѣченіи и построеніемъ Френеля находимъ вторую оптическую ось; такимъ образомъ этотъ случай сводится къ случаю, когда извѣстны обѣ оптическія оси.

При изслѣдованіи по теодолитному методу опредѣленіе двухъ такихъ направленій всегда возможно [1]). Какъ извѣстно, оно основано для осей симметріи оптическаго эллипсоида на томъ свойствѣ, что при совмѣщеніи ихъ съ направленіемъ колебанія волны, вышедшей изъ анализатора, мы въ скрещенныхъ николяхъ увидимъ темноту, сохраняющуюся при вращеніи препарата около этого направленія. Для отысканія оптической оси мы пользуемся свойствомъ, что темнота сохраняется при совмѣщеніи ея съ осью микроскопа и вращеніи около этой оси (въ двуосныхъ минералахъ наблюдается темнота поскольку этому не мѣшаетъ коническая рефракція). Зная положеніе тѣхъ осей столика, около которыхъ мы производимъ повороты препарата, и измѣряя углы вращенія, мы легко изобразимъ найденное направленіе въ видѣ стереографической (или какой угодно другой) проекціи.

При изслѣдованіи въ сходящемся свѣтѣ ходъ работы таковъ.

1) По наблюденіямъ надъ особенностями интер-

[1]) Смотр. проф. Е. С. Федоровъ — Курсъ кристаллографіи, изд. 1901. стр. 382—383. Можно также въ этомъ случаѣ различить острую и тупую биссектрисы пріемомъ, описаннымъ мною въ этихъ Запискахъ, томъ III, стр. 398.

[1]) См. В. В. Никитинъ. „Универсальный оптическій методъ Федорова“ стр. 86 и 95. Литогр. изд. 1911 г.

ференціонной фигуры рѣшаемъ, какая изъ ея точекъ соотвѣтствуетъ искомому направленію.

(Въ случаѣ, когда ось симметріи эллипсоида лежитъ внѣ поля зрѣнія, можетъ случиться, что въ полѣ зрѣнія лежитъ плоскость симметріи эллипсоида, и можно опредѣлить ея положеніе).

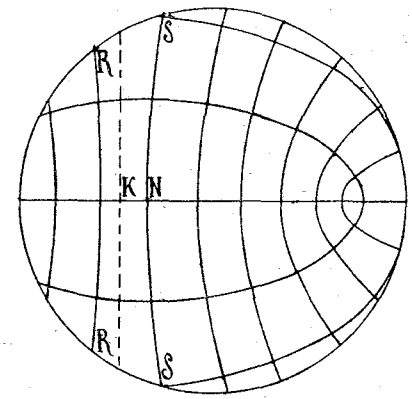
2) Измѣряемъ координаты этой точки интерференціонной фигуры или непосредственно, или на изображеніи интерференціонной фигуры.

3) Отъ соотношенія между точками интерференціонной фигуры, или полученнаго такимъ образомъ изображенія ея переходимъ къ соотношенію корреляти вныхъ направленій въ кристаллѣ.

Первая изъ этихъ трехъ задачъ уже разсматривалась отчасти, когда шла рѣчь объ изогирахъ особыхъ сѣченій кристалла. Признаки интерференціонныхъ фигуръ, указывающіе на то, что мы имѣемъ дѣло съ особымъ сѣченіемъ кристалла, тѣмъ самымъ опредѣляютъ положеніе осей или плоскостей симметріи оптическаго эллипсоида въ пространствѣ. Какъ мы видѣли, въ случаѣ особыхъ сѣченій, перпендикулярныхъ къ n_g, n_m и n_p оптическаго эллипсоида, эти направленія отвѣчаютъ центру темнаго симметричнаго креста, являющагося характерной для этихъ сѣченій формой изогиръ. Вѣтви креста отвѣчаютъ плоскостямъ симметріи эллипсоида, пересѣкающимся въ этой оси. Въ сѣченіяхъ, перпендикулярныхъ къ плоскости симметріи эллипсоида, этой плоскости отвѣчаютъ точки прямой, центральной, симметричной изогиры. Оптической оси отвѣчаетъ точка, около которой вращается изогира.

Въ случаяхъ, когда мы имѣемъ дѣло не съ особыми сѣченіями, но съ такими, которыя все таки настолько близки къ нимъ, что оси симметріи, плоскости симметріи эллипсоида или оптическія оси лежатъ внутри конуса, ограничивающаго поле зрѣнія, общій видъ интерференціонной фигуры близокъ къ виду фигуръ соотвѣтствующихъ особыхъ сѣченій, но получающійся темный крестъ или прямая изогира расположены асимметрично. Однако, въ этихъ случаяхъ центръ креста и положеніе прямыхъ балокъ не отвѣчаютъ непосредственно направленіямъ осей и плоскостей симметріи оптическаго эллипсоида. Это совершенно ясно изъ фиг. 13. Здѣсь острой биссектрисѣ угла оптическихъ осей отвѣчаетъ точка N стереограммы направленій колебаній. Но центру темнаго креста отвѣчаетъ не она, а точка K; вертикальная вѣтвь его не будетъ отвѣчать плоскости симметріи эллипсоида SS, а сдвинется влѣво и будетъ заключена между кривыми стереограммы SS и RR, какъ это показано прерывистой линіей. Очевидно, что величина этого смѣщенія KN зависитъ отъ положенія точки N и отъ формы кривыхъ стереограммы, т. е. отъ величины угла оптическихъ осей $2V$. Это обстоятельство было отмѣчено Бекке [1]), и онъ

Фиг. 13.



даетъ слѣдующую таблицу, изъ которой видна разница между угловыми разстояніями отъ оси микроскопа направленія, отвѣчающаго центру темнаго креста [δ], и направленія соотвѣтствующаго биссектрисѣ [δ_0] при разной величинѣ V.

V	δ_0	δ	$\delta - \delta_0$
30°	10°	11,5°	1,5°
	20	24	4
	30	35	5
45°	5°	7,5°	2,5
	10	13,7	3,7
	20	27,2	7,2
	30	38,8	8,8
60°	5°	8,3°	3,3°
	10	18	8
	20	30,6	10,6
	30	43	13

[1]) l. c. стр. 93.

Эти цифры были получены Бекке графически изъ моделей шаровыхъ эллипсовъ при помощи стереографическихъ проекцій. Имъ разсмотрѣны сѣченія зоны, перпендикулярной плоскости оптическихъ осей. При этомъ наблюдается отклоненіе центра креста отъ точки, отвѣчающей биссектрисѣ въ одномъ направленіи, параллельномъ главному сѣченію одного изъ николей (или вѣтви креста). Для произвольнаго сѣченія надо ввести еще и другую поправку на отклоненіе центра креста и въ другомъ направленіи, перпендикулярномъ первому. Подобныя же поправки нужно вводить и при опредѣленіи положенія плоскости симметріи эллипсоида по положенію соотвѣтствующихъ прямыхъ изогиръ, параллельныхъ главнымъ сѣченіямъ николей.

Останавливаться на опредѣленіи размѣровъ этихъ поправокъ я не буду. Для насъ важенъ только выводъ, который можно сдѣлать уже изъ разсмотрѣнія таблицы Бекке.

Изъ нея слѣдуетъ, что эти отклоненія настолько велики, что пренебрегать ими нельзя. Но для того, чтобы вводить поправки, нужно знать величину $2V$. Въ большинствѣ случаевъ эта величина не является заранѣе точно извѣстной, какъ напримѣръ даже въ извѣстныхъ минералахъ, представляющихъ изоморфныя смѣси, гдѣ уголъ оптическихъ осей подверженъ большимъ колебаніямъ въ зависимости отъ химическаго состава. Поэтому, вообще только тогда опредѣленіе положенія эллипсоида съ удовлетворительной точностью достижимо, когда внутри конуса направленій, ограничивающаго поле зрѣнія, заключается хотя бы одна оптическая ось и величина V можетъ быть измѣрена. Это необходимое условіе есть вмѣстѣ съ тѣмъ и теоретически достаточное. Въ самомъ дѣлѣ, когда въ полѣ зрѣнія наблюдается хотя бы одна оптическая ось, то въ сходящемся свѣтѣ можно опредѣлить и положеніе плоскости оптическихъ осей. Для этого вращаемъ препаратъ до того положенія, когда изогира будетъ прямой балкой, параллельной одному изъ главныхъ сѣченій николей. Въ это время направленіе ея соотвѣтствуетъ (не вполнѣ точно) направленію слѣда плоскости оптическихъ осей. Кромѣ того, вращая препаратъ, можемъ привести изогиру въ любую точку интерференціонной фигуры, а слѣдовательно можемъ опредѣлить направленіе колебаній въ элементарной волнѣ, соотвѣтствѣющей этой точкѣ, т. е. направленіе погасанія въ перпендикулярномъ ея распространенію сѣченіи. Далѣе уже не трудно построеніемъ Френеля найти другую оптическую ось и положеніе оптическаго эллипсоида.

Практически, однако, эти построенія мало точны и даютъ сколько нибудь удовлетворительные результаты лишь въ случаѣ, когда оптическая ось близка къ центру поля зрѣнія.

Такимъ образомъ наблюденія въ сходящемся свѣтѣ, кромѣ тѣхъ случаевъ, когда ими устанавливается, что мы имѣемъ дѣло съ однимъ изъ особыхъ сѣченій, разобранныхъ выше, даютъ возможность опредѣлить положеніе эллипсоида въ слѣдующихъ трехъ случаяхъ.

1. Когда въ полѣ зрѣнія находятся обѣ оптическія оси. Положеніе оптическихъ осей и оптическаго эллипсоида тогда опредѣляется точно.

2. Менѣе точно опредѣляется положеніе оптическаго эллипсоида, когда въ полѣ зрѣнія одна оптическая ось и одна биссектриса угла между оптическими осями.

3. Еще менѣе точно,—когда въ полѣ зрѣнія лежитъ только одна оптическая ось.

Пріемы наблюденій во всѣхъ этихъ случаяхъ указаны Бекке [1]). Какъ уже было отмѣчено выше, въ каждомъ изъ этихъ пріемовъ можно выдѣлить два существенно отличныхъ момента. Во первыхъ,—мы опредѣляемъ положеніе особой точки интерференціонной фигуры, отвѣчающей искомому направленію, внутри интерференціонной фигуры. Во вторыхъ, отъ координатъ этой точки, опредѣляющихъ ея положеніе въ интерференціонной фигурѣ, переходимъ къ координатамъ коррелятивнаго ей направленія въ пространствѣ. Мы можемъ разрѣшить обѣ эти задачи или путемъ непосредственнаго измѣренія координатъ особой точки фигуры съ помощью приспособленнаго для этой цѣли окуляра и затѣмъ вычисленія, или можемъ рѣшить задачу графическимъ путемъ, получивъ изображеніе интерференціонной фигуры. Съ первымъ изъ способовъ встрѣчаемся отчасти въ методѣ Малляра для опредѣленія угла оптическихъ осей. Здѣсь, какъ извѣстно, измѣряемъ непосредственнымъ наблюденіемъ разстояніе отъ центра поля зрѣнія до точки интерференціонной фигуры, отвѣчающей оптической оси, и затѣмъ вычисляемъ по формулѣ $d = k \sin E$ уголъ наклона оптической оси (по выходѣ въ воздухъ) къ оси микроскопа. Второй способъ развитъ Бекке. Рѣшеніе задачи отъ начала до конца графическимъ путемъ выполняется при примѣненіи его рисовальнаго сто-

[1]) Кромѣ неоднократно цитированной работы Бекке надо указать на его статью объ опредѣленіи $2V$ по искривленію гиперболъ въ Tscherm. Min. u. Petr. Mitt. B. XXIV гдѣ разбирается 3-ій случай. Бекке во всѣхъ трехъ случаяхъ ставитъ задачей опредѣленіе $2V$, но такъ какъ при этомъ опредѣляется положеніе обѣихъ оптическихъ осей, то можно разсматривать эту задачу, какъ отысканіе положенія эллипсоида.

лика. При этомъ мы получаемъ изображеніе интерференціонной фигуры посредствомъ рисовальнаго аппарата на соотвѣтственно центрированномъ вращающемся рисовальномъ столикѣ. Одновременнымъ вращеніемъ сѣодной и той же угловой скоростью какъ препарата, такъ и этого столика, достигается все время сохраняющееся подобіе и параллельность въ расположеніи интерференціонной фигуры и ея изображенія на столикѣ.

Получивъ такимъ образомъ изображеніе интерференціонной фигуры, можно графическимъ путемъ рѣшать вопросы о расположеніи направленій въ кристаллѣ, отвѣчающихъ точкамъ фигуры.

О геометричической связи точекъ интерференціонной фигуры съ соотвѣтствующими направленіями въ кристаллѣ уже было сказано выше (стр. 203—204).

Вслѣдствіе подобія полученнаго изображенія интерференціонной фигуры съ самой этой фигурой, имѣетъ мѣсто такое соотношеніе между d — разстояніемъ точки изображенія отъ центра его, δ — угломъ наклона въ минералѣ соотвѣтствующаго направленія къ оси микроскопа и n—показателемъ преломленія минерала, который съ достаточною для практическихъ цѣлей точностью можно считать приблизительно постояннымъ:

$$d = k\ n\ \sin\ \delta$$

Изъ опыта можно найти k для данной оптической системы микроскопа и рисовальнаго столика. (Обыкновенно пользуются шлифомъ, въ которомъ видна оптическая ось и извѣстенъ уголъ ея съ перпендикуляромъ къ шлифу въ воздухѣ (δ'). Мы можемъ вычислить величину $n\sin\delta = \sin\delta'$. Наблюденіемъ получаемъ d, и вычисляемъ k или, еще проще, всѣ вычисленія, можно замѣнить графическимъ построеніемъ). Зная k и n можемъ найти $R = kn$, и только что написанная формула приметъ тогда видъ:

$$d = R\ \sin\ \delta$$

Это-та же связь между разстояніемъ ортогональной проекціи точки сферы отъ центра и угломъ отвѣчающаго ей радіуса съ перпендикуляромъ къ плоскости проекцій. Поэтому, описывая изъ центра изображенія окружность радіусомъ R, мы получаемъ на чертежѣ пересѣченіе сферы съ плоскостью проекцій (плоскость чертежа), а каждая изъ точекъ изображенія является ортогональной проекціей конца радіуса этой сферы, параллельнаго отвѣчающему этой точкѣ интерференціонной фигуры направленію. Для рѣшенія различныхъ вопросовъ, для отысканія разныхъ угловъ мы можемъ или воспользоваться прямо пріемами начертательной геометріи, или перейти къ проекціи стереографической.

Обратимся къ тѣмъ тремъ случаямъ, въ которыхъ возможно опредѣленіе положенія оптическаго эллипсоида.

1. Случай, когда обѣ оптическія оси находятся въ полѣ зрѣнія. Зарисовывая изогиры при разныхъ поворотахъ столика микроскопа и одновременно, столика рисовальнаго прибора, мы получимъ точки вращенія каждой изъ вѣтвей гиперболы, отвѣчающія оптическимъ осямъ. На нашемъ рисункѣ это будутъ точки пересѣченія изогиръ, зарисованныхъ въ разныхъ положеніяхъ столика. Уголъ между оптическими осями проще всего найти построеніемъ начертательной геометріи, какъ это указано у Бекке [1]).

2. Въ полѣ зрѣнія находится одна изъ оптическихъ осей и острая биссектриса. Находимъ точку, отвѣчающую оптической оси, какъ въ предыдущемъ случаѣ. Приводимъ изогиру къ виду темнаго креста съ вѣтвями, параллельными главнымъ сѣченіямъ николей, и отмѣчаемъ на рисовальномъ столикѣ центръ этого креста и направленіе вѣтвей. Переходимъ къ стереографической проекціи и вводимъ поправки на уклоненіе центра креста отъ точки, отвѣчающей острой биссектрисѣ. Нужный для этого уголъ V измѣряемъ, пренебрегая въ первомъ приближеніи такой поправкой.

3. Въ полѣ зрѣнія только одна оптическая ось. Находимъ стереографическую проекцію этой оси, какъ въ первыхъ двухъ случаяхъ. Приводя изогиру къ виду прямой балки, параллельной одному изъ главныхъ направленій николей, отмѣчаемъ это направленіе. Какъ уже было сказано, оно приблизительно параллельно слѣду плоскости $n_g\ n_p$. Поэтому, проводя на стереографической проекціи дугу большого круга, проходящую черезъ оптическую ось и опирающуюся на діаметръ, параллельный отмѣченному направленію, получаемъ проекцію плоскости, которую съ извѣстнымъ приближеніемъ можно принять за $n_g\ n_p$. Затѣмъ приводимъ изогиру въ діагональное (или произвольное, близкое къ нему) положеніе и отмѣчаемъ на рисовальномъ столикѣ произвольную, по возможности болѣе удаленную отъ оптической оси точку изогиры, а также направленія главныхъ сѣче-

[2]) l c. s. 91.

ній николей. Они отвѣчаютъ направленіямъ колебаній. Перейдя къ стереографической проекціи направленія, отвѣчающаго отмѣченной точкѣ изображенія, и проводя черезъ него плоскости, дѣлающія съ плоскостью паденія (въ нашемъ случаѣ вертикальной и проходящей чрезъ данное направленіе) тѣ же углы, какіе дѣлаютъ отмѣченныя направленія съ діаметромъ, на которомъ лежитъ наша точка въ фигурѣ,—мы получимъ такимъ образомъ плоскости, въ которыхъ совершаются колебанія въ взятой нами произвольной элементарной плоской волнѣ. Примѣняя затѣмъ построеніе Френеля, получимъ проекцію другой оптической оси.

Нѣкоторое представленіе о размѣрахъ чертежа даетъ слѣдующій примѣръ.

При помощи микроскопа фирмы Fuess'a (при объективѣ № 7) и рисовальнаго столика Бекке наблюдалась интерференціонная фигура пластинки мусковита, гдѣ заранѣе былъ опредѣленъ уголъ наклона оптической оси въ воздухѣ къ перпендикуляру къ пластинкѣ. Этотъ уголъ равнялся 38°. Въ рисовальномъ приборѣ (при окулярѣ № 3; фигура наблюдалась, введя линзу Бертрана) разстояніе между точками изображеніи, отвѣчающими оптическимъ осямъ было 35 мм., причемъ діаметръ изображенія интерференціонной фигуры равенъ 44 мм. Отсюда находимъ уголъ E между осью микроскопа и образующей конуса, который ограничиваетъ поле зрѣнія въ воздухѣ, равнымъ 52°, и радіусъ сферы проекцій для направленій въ воздухѣ R = 28,4 мм. Если перейдемъ къ направленіямъ въ кристаллѣ, то для различныхъ значеній n—коеффиціента преломленія кристалла, будемъ имѣть соотвѣтствующее имъ значеніе E и R, какъ это представлено въ слѣдующей таблицѣ:

n =	E =	R =
1,50	31½°	42,6
1,55	30½°	44,0
1,60	29½°	45,4
1,65	ок. 29°	46,8
1,70	ок. 28°	48,8
1,75	ок. 27°	49,9
1,80	26°	50,9
1,85	ок. 25	52,3

Обращаясь къ пріемамъ теодолитнаго метода, мы опять видимъ, что въ тѣхъ случаяхъ, когда опредѣленіе положенія оптическаго эллипсоида достигается въ сходящемся свѣтѣ, оно можетъ быть сдѣлано на универсальномъ столикѣ съ двумя осями (безъ оси H). Въ самомъ дѣлѣ, когда въ полѣ зрѣнія коноскопа находится оптическая ось, она можетъ быть совмѣщена съ осью микроскопа при помощи поворота внутренняго кольца универсальнаго столика (N) и наклона около оси I. Такимъ образомъ положеніе ея опредѣляется. Наблюдая кромѣ того направленія погасанія въ двухъ произвольныхъ положеніяхъ столика и примѣняя построеніе Френеля, найдемъ и вторую оптическую ось. Такой пріемъ приложимъ въ двухъ послѣднихъ изъ трехъ упомянутыхъ выше случаевъ. Въ случаѣ же доступности обѣихъ оптическихъ осей (случай 1) опредѣленіе положенія оптическаго эллипсоида упрощается, и сводится къ непосредственному отысканію обѣихъ этихъ осей.

При всѣхъ этихъ наблюденіяхъ поле зрѣнія, которое мы имѣемъ, не примѣняя стеклянныхъ сегментовъ, отвѣчаетъ приблизительно полю зрѣнія микроскопа, установленнаго на сходящійся свѣтъ безъ употребленія иммерсіонныхъ системъ. Примѣненіе иммерсіонныхъ системъ увеличиваетъ поле зрѣнія, но все-таки менѣе, чѣмъ это достигается стеклянными сегментами универсальнаго столика.

Какъ видимъ, вообще для опредѣленія положенія оптическаго эллипсоида, а также для опредѣленія величины оптическихъ осей, обычные пріемы изслѣдованія въ сходящемся свѣтѣ являются мало совершенными, но нужно указать, что въ нѣкоторыхъ особыхъ случаяхъ они могутъ оказаться полезными. Это будетъ, прежде всего, случай весьма малаго угла оптическихъ осей, особенно при маломъ двупреломленіи. Затѣмъ, лишь въ сходящемся свѣтѣ возможно изслѣдованіе дисперсіи. При изслѣдованіи на универсальномъ столикѣ въ параллельномъ свѣтѣ доступно лишь качественное опредѣленіе характера дисперсіи оптическихъ осей: $\rho > v$ или $\rho < v$. Когда мы приводимъ на универсальномъ столикѣ оптическую ось минерала въ совмѣщеніе съ осью микроскопа, то при внимательномъ наблюденіи замѣтно окрашиваніе минерала по одну сторону отъ положенія наиболѣе совершенной темноты въ буроватый, а по другую—въ синеватый цвѣтъ. Въ первомъ случаѣ вертикальна оптическая ось синихъ лучей, во второмъ красныхъ. Та и другая не совпадаютъ между собою. Отсюда и можно опредѣлить характеръ дисперсіи. При нѣкоторомъ навыкѣ это явленіе различается въ большинствѣ минераловъ, для которыхъ

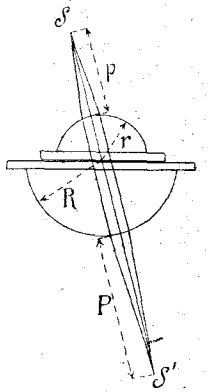
указана эта характеристика въ таблицахъ (Michel-Lévy, Rosenbusch'a и др.), даже въ такихъ минералахъ, какъ мусковитъ, для котораго дисперсія въ таблицахъ названа слабой. Но для дальнѣйшаго, количественнаго изученія дисперсіи необходимо прибѣгать къ сходящемуся свѣту, пользуясь, напримѣръ, методомъ, указаннымъ проф. Е. С. Федоровымъ [1]) и затѣмъ примѣнявшимся В. И. Соколовымъ [2]).

§ 6. Нѣсколько замѣчаній о пріемахъ наблюденія въ сходящемся свѣтѣ.

Обратимся опять къ полученію интерференціонной фигуры въ коноскопѣ. Какъ было сказано, каждую точку интерференціонной фигуры можно разсматривать, какъ результатъ переобразованія нѣкоторой элементарной плоской волны, проходящей черезъ кристаллъ въ опредѣленномъ направленіи. При помощи верхней, образующей фигуру, линзы коноскопа (обыкновенно такой линзой служитъ объективъ микроскопа) эта элементарная плоская волна превращается въ сходящуюся сферическую, центръ которой и является соотвѣтствующей точкой S интерференціонной фигуры. Но если мы обратимся къ явленіямъ преломленія въ конденсорѣ, то мы должны притти къ представленію о нѣкоторой свѣтящейся точкѣ S′, которая геометрически такъ же связана съ разсматриваемой элементарной плоской волной, какъ и S. Эта точка S′ является центромъ элементарной расходящейся волны, преобразующейся конденсоромъ въ элементарную плоскую волну. Очевидно, что S′ геометрически гомологична S. Если поставить условіе, чтобы элементарная волна, проходящая черезъ кристаллъ была строго плоской, то изъ этого условія выведемъ, что какъ точка S такъ и S′ находятся на вполнѣ опредѣленномъ разстояніи отъ образующей фигуру линзы и отъ конденсора. Вслѣдствіе непрерывности въ измѣненіи оптическихъ свойствъ кристалла по закону эллипсоида при небольшихъ отклоненіяхъ въ направленіи распространеніи волнъ ихъ свойства (направленія колебаній, $n'g - n'p$) также мало мѣняются. Поэтому, если вмѣсто элементарныхъ совершенно плоскихъ волнъ возьмемъ элементарныя волны, немного уклоняющіяся отъ этой формы, то, хотя вмѣсто точки интерференціонной фигуры S, получимъ другія точки S_1 и S_2, расположенныя ближе или дальше S отъ образующей линзы, но въ свойствахъ этихъ точекъ мы практически не замѣтимъ существенныхъ измѣненій. Этимъ объясняется, что интерференціонная фигура обладаетъ нѣкоторой глубиной: если, напримѣръ, разсматривать ее съ помощью какой либо оптической системы, составленной подобно микроскопу изъ объектива (имъ служитъ обыкновенно въ такой вспомогательной системѣ линза Бертрана) и окуляра, то, перемѣщая объективъ этой вспомогательной системы въ довольно широкихъ предѣлахъ, не замѣтимъ существенныхъ измѣненій въ интерференціонной фигурѣ, хотя бы точка S и выходила при этомъ нѣсколько изъ фокуса объектива. Это обстоятельство необходимо всегда имѣть въ виду при изслѣдованіи интерференціонныхъ фигуръ, полученныхъ какимъ бы то ни было способомъ.

Перейдемъ теперь, послѣ этого предварительнаго замѣчанія, къ образованію интерференціонной фигуры вслѣдствіе явленія преломленія въ сегментахъ универсальнаго столика микроскопа (фиг. 14).

Фиг. 14.



Совершенно ясно, что мы можемъ разсматривать сегменты универсальнаго столика, какъ конденсоръ и какъ верхнюю линзу коноскопа, образующую интерференціонную фигуру. Выдѣляя внутри минерала элементарную плоскую волну, мы послѣ выхода ея изъ верхняго сегмента столика получимъ сходящуюся волну, которая дастъ точку интерференціонной фигуры. Ходъ лучей представленъ на фиг. 14. По извѣстной формулѣ преломленія въ сферическихъ стеклахъ:

$$\frac{1}{p} + \frac{n}{p'} = \frac{1}{r}(n-1) \quad \ldots\ldots (1)$$

Въ нашемъ случаѣ лучи внутри сегмента параллельны, слѣдовательно $p' = \infty$; показатель преломленія стекла сегмента $n = 1{,}524$. Принявъ это во вниманіе, представимъ формулу (1) въ видѣ:

$$p = 1{,}91\, r \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

[1]) E. von Fedorow—„Axendispersionarten und ihre Bestimmung". Zeitschr. für Krist. u. Min. B. XXXVII, S. 143—150.

[2]) «Оптическіе символы нѣкоторыхъ минераловъ». Кратк. сообщ. Эти Зап. Т. I, стр. 167 и «Оптическіе символы нѣкоторыхъ минераловъ. Интерферен. фиг. слюдъ». Тоже. Т. III, стр. 159.

Обыкновенно радіусъ верхняго сегмента дѣлается равнымъ 6 мм.; разстояніе интерференціонной фигуры отъ верхняго сегмента получаемъ равнымъ 11,46 мм. или приблизительно $p = 11{,}5$ мм. По той же формулѣ (2) можно найти и разстояніе (P) соотвѣтственныхъ фигурѣ освѣщающихъ точекъ отъ нижняго сегмента. При обыкновенныхъ размѣрахъ его $R = 10$ мм. и $P = 19{,}1$ мм.

Чтобы видѣть образующуюся такимъ путемъ интерференціонную фигуру, очевидно необходимо, какъ при всякихъ наблюденіяхъ въ сходящемся свѣтѣ, выполнить условіе, чтобы лучи, прошедшіе черезъ изслѣдуемый разрѣзъ кристалла, не смѣшивались съ лучами, прошедшими черезъ сосѣднія съ нимъ зерна. Въ обычныхъ петрографическихъ шлифахъ это условіе, конечно, не выполнимо, но если взять достаточно большую кристаллическую пластинку или изолировать ее отъ другихъ зеренъ, то, вынувъ и объективъ, и окуляръ микроскопа, и разсматривая пластинку черезъ анализаторъ, мы увидимъ интерференціонную фигуру. Она ограничивается при такомъ способѣ наблюденія ярко освѣщеннымъ ромбомъ, представляющимъ изображеніе нижняго отверстія поляризатора, которое образуется вслѣдствіе преломленія прошедшихъ черезъ него лучей въ освѣтительной линзѣ и обоихъ сегментахъ столика, представляющихъ вмѣстѣ вторую линзу. Это изображеніе отверстія поляризатора не совпадаетъ, впрочемъ, съ мѣстомъ образованія наилучшей интерференціонной фигуры. Оно находится въ 12,5 мм. отъ центра столика, тогда какъ наиболѣе отчетливая фигура отстоитъ отъ него на 17,5 мм.

Можно также разсматривать интерференціонную фигуру, образуемую верхнимъ сегментомъ столика, и съ помощью микроскопа, поднявъ его тубусъ такъ, чтобы фигура была въ фокусѣ микроскопа. При этомъ ясно наблюдается указанная выше особенность интерференціонной фигуры: она обладаетъ нѣкоторой глубиной, но можно, передвигая тубусъ микроскопа, выбрать положеніе его, отвѣчающее наиболѣе рѣзкой фигурѣ интерференціи. Нетрудно убѣдиться непосредственнымъ измѣреніемъ перемѣщенія тубуса, что въ этомъ положеніи мы разсматриваемъ фигуру, находящуюся на разстояніи 17,5 мм. отъ столика (или на разстояніи $p = 11{,}5$ мм. отъ поверхности верхняго сегмента). Поле зрѣнія также ограничено ромбическимъ очертаніемъ изображенія нижняго отверстія поляризатора, но послѣднее не приходится въ фокусѣ микроскопа и потому представляется расплывчатымъ. Такимъ образомъ мы не можемъ использовать всего поля зрѣнія микроскопа. Чтобы достигнуть этого, необходимо ввести вспомогательную линзу между столикомъ и освѣтителемъ [1]), тогда очертанія ромба раздвинутся, и все поле зрѣнія микроскопа будетъ освѣщеннымъ.

Нетрудно опредѣлить угловое отверстіе конуса направленій, ограничивающихъ интерференціонную фигуру при этомъ способѣ наблюденія. Если діаметръ поля зрѣнія микроскопа назовемъ d, то очевидно уголъ U между образующей этого конуса и осью микроскопа найдется по формулѣ:

$$\sin U = \frac{d}{2(p+r)}$$

У микроскоповъ фирмы Фуэсса, при окулярѣ № 2 и различныхъ объективахъ, d и U мѣняются такимъ образомъ:

Объективъ №:	d.	2U.
0	4,75	15½°
2	2,8	9½°
4	1,6	5½°

Вмѣсто того, чтобы передвигать тубусъ микроскопа, можно ввести линзу Бертрана (подобно тому, какъ это дѣлается при измѣреніи угла наклона оси H универсальнаго столика). Величина угла U при этомъ, конечно, вообще измѣнится. При объективѣ № 0 и № 2 она почти одинакова; въ этихъ условіяхъ $2U = 15 - 16°$. При объективѣ № 4, когда микроскопъ установленъ безъ линзы Бертрана на ясное зрѣніе, по препарату, пучки лучей образующихъ интерференціонную фигуру, перехватываются объективомъ до образованія интерференціонной фигуры, и она получается уже между линзами объектива. Такимъ путемъ 2U увеличивается до 27°.

Величину 2U можно найти въ каждомъ случаѣ опытнымъ путемъ, взявъ сѣченіе минерала, въ которомъ видна оптическая ось. Получивъ интерференціонную фигуру, мы, наклоняя столикъ, можемъ

[1]) Можно воспользоваться просто лупой, положивши ее на освѣтитель; иногда приходится еще опускать поляризаторъ.

привести точку, отвѣчающую оптической оси, на одинъ конецъ діаметра фигуры, затѣмъ на другой и по разности отсчетовъ опредѣлить 2U.

Описанный способъ полученія интерференціонныхъ фигуръ и ихъ наблюденія не примѣнимъ большею частью при петрографическихъ изслѣдованіяхъ, такъ какъ необходимымъ условіемъ является значительная величина изслѣдуемыхъ зеренъ [1]), но при тѣхъ микроскопическихъ изслѣдованіяхъ, когда это условіе можетъ быть осуществимо, онъ является весьма удобнымъ и очень точнымъ. Онъ совмѣщаетъ въ себѣ преимущества теодолитнаго метода и способа изслѣдованія въ сходящемся свѣтѣ. Такъ же, какъ въ первомъ, мы можемъ совмѣщать любое направленіе въ кристаллѣ съ осью микроскопа или съ осью I столика и изображать расположеніе разныхъ направленій въ стереографической проекціи, но о совмѣщеніи того или другого направленія съ осью микроскопа или осью I мы судимъ по формѣ изогиры. Когда съ осью I столика совмѣщена одна изъ осей оптическаго эллипсоида, мы видимъ прямую изогиру, совпадающую съ вертикальной нитью окулярнаго креста. При вращеніи около оси I она остается прямой и совпадающей съ этой нитью [2]). Если совмѣстить оптическую ось одноосна́го кристалла съ осью микроскопа, увидимъ темный неподвижный крестъ съ вѣтвями, совпадающими съ окулярными нитями. Въ двуосныхъ кристаллахъ въ этомъ случаѣ имѣемъ балку, проходящую черезъ пересѣченіе нитей, и при вращеніи столика около оси A она вращается въ обратную сторону, все время проходя черезъ пересѣченіе нитей.

Для полученія хорошихъ изогиръ нужно конечно въ слабо двупреломляющихъ минералахъ брать шлифы потолще. Употребляя линзу Бертрана, кромѣ обычнаго центрированія, для избѣжанія ошибки отъ параллакса при измѣреніяхъ слѣдуетъ еще слѣдить, чтобы эта линза была такъ расположена, чтобы разсматриваемое черезъ окуляръ изображеніе фигуры приходилось въ плоскости окулярнаго креста. При соблюденіи этихъ условій получаются хорошіе результаты. Кромѣ того этотъ способъ является незамѣнимымъ при точномъ изслѣдованіи дисперсіи. Онъ и примѣнялся съ этою цѣлью проф. Е. С. Федоровымъ и В. И. Соколовымъ [1]).

Очень удобно можно воспользоваться такимъ пріемомъ для демонстраціи свойствъ изогиръ. Изъ двуосныхъ кристалловъ хорошо пользоваться пластинкой мусковита, отдѣленной по спайности и имѣющей такую толщину, что она даетъ свѣтло-желтоватую интерференціонную окраску 1 порядка. Помѣстивъ такую пластинку между сегментами, и наклоняя различнымъ образомъ столикъ, можно получить разнообразные типы изогиръ, характерныхъ для двуснаго кристалла: асимметричныя; симметричныя Pendel-Isogyren; Fächer-Isogyren; изогиры, вращающіяся около оптической оси и т. п. Можно прослѣдить измѣненія въ скоростяхъ движенія концовъ изогиры въ разныхъ сѣченіяхъ, разрывъ изогиры на двѣ гиперболическія вѣтви и др. Нужно только для этой цѣли избѣгать пластинокъ съ оптическими аномаліями, описанными В. И. Соколовымъ (l. c.).

Замѣтимъ еще, что можно наблюдать интерференціонную фигуру, образующуюся при изслѣдованіи на универсальномъ столикѣ, и по способу Клейна, разсматривая въ лупу, или просто невооруженнымъ глазомъ изображеніе ея, даваемое объективомъ и окуляромъ. Оно находится при объективѣ 0 и окулярѣ 2 въ микроскопѣ Фуэсса на разстояніи 12—14 мм. надъ окуляромъ. Поэтому при обычномъ изслѣдованіи по теодолитному методу, установивъ оптическую ось минерала вертикально, можно видѣть вращающуюся балку интерференціонной фигуры, если просто смотрѣть на окуляръ, отодвинувъ глазъ по оси микроскопа на разстояніе яснаго зрѣнія отъ окуляра. Эта балка видна, даже если минералъ не занимаетъ всего поля зрѣнія, такъ какъ удаленіе глаза отъ окуляра дѣйствуетъ, какъ діафрагма [2]). Такимъ образомъ, а еще лучше съ лупой, иногда можно хорошо различать характеръ дисперсіи оптическихъ осей, выражающейся здѣсь въ различной окраскѣ (синеватой и желтоватой) краевъ балки. Угловое отверстіе такой фигуры около 10°. Поэтому балка очень расплывчата.

Что касается обычныхъ пріемовъ изслѣдованія въ сходящемся свѣтѣ, то, какъ мы видимъ, по сравненію съ теодолитнымъ методомъ примѣненіе сходящагося свѣта, вообще говоря, является менѣе совершеннымъ способомъ, такъ какъ по самому существу метода оно не можетъ дать больше, чѣмъ изслѣдованіе на двуосномъ универсальномъ столикѣ. Но для того, чтобы отдать себѣ отчетъ въ значеніи этого способа изслѣдованія, необходимо еще считаться съ предѣлами примѣненія его, которые ставятся необходимой величиной зеренъ, и другими

[1]) Примѣняя діафрагмированіе (въ особенности съ окуляромъ Чапскаго и съ лупой Клейна), можно конечно до нѣкоторой степени ослабить этотъ недостатокъ.

[2]) Поскольку на это не вліяетъ разница въ показателяхъ преломленія минерала и сегментовъ (См. проф. В. В. Никитина—Универсальный методъ Федорова, стр. 92—95). Вліяніе ея при обычномъ изслѣдованіи большею частью ускользаетъ отъ наблюденія, тогда какъ при описываемомъ способѣ наблюденія оно замѣтно сказывается.

[1]) См. сноску выше на стр. 223.

[2]) Необходима все-таки значительная величина зерна

условіями, съ точностью получаемыхъ результатовъ и источниками ошибокъ.

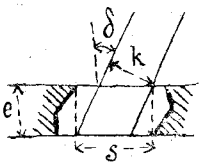
Я буду имѣть въ дальнѣйшемъ въ виду только случаи обычнаго петрографическаго изслѣдованія, такъ какъ въ отдѣльныхъ частныхъ случаяхъ могутъ всегда встрѣтиться такія особыя условія, которыя опредѣлятъ преимущества того или другого способа изслѣдованія, независимо отъ указанныхъ причинъ.

Необходимое условіе для полученія ясной интерфереціонной фигуры заключается въ томъ, чтобы въ образованіи ея принимали участіе элементарныя волны, прошедшія только черезъ изслѣдуемый кристаллъ. Поэтому, если кристаллъ не занимаетъ всего поля зрѣнія, къ этимъ волнамъ примѣшиваются постороннія элементарныя волны, прошедшія черезъ другія зерна, и фигура дѣлается неясной. Необходимо тогда діафрагмированіемъ сузить поле зрѣнія микроскопа.

Въ микроскопахъ Фуэсса, при объективѣ № 7 и окулярѣ № 2, діаметръ поля зрѣнія около 0,5 мм. Діафрагмой, помѣщающейся при линзѣ Бертрана, можно уменьшить эту величину вдвое или даже втрое. Употребляя окуляръ Чапскаго съ лупой Клейна, можно добиться полученія интерференціонныхъ фигуръ въ зернышкахъ величиною около 0,05 мм. въ поперечникѣ. Еще болѣе мелкія зерна можно изслѣдовать, примѣняя болѣе сильные объективы съ иммерсіонной системой.

При изслѣдованіи по теодолитному методу предѣльная минимальная величина зерна опредѣляется слѣдующимъ соображеніемъ. Необходимо, чтобы при наибольшихъ наклонахъ, которые приходится дѣлать на столикѣ, размѣры зерна позволяли достаточно ясно слѣдить за нарушеніемъ или сохраненіемъ темноты. Можно принять, что для этого достаточно, чтобы изображеніе зерна при наклонѣ, получающееся въ плоскости окулярнаго креста, было не меньше 0,25 мм. (при окулярѣ № 2). Эта величина при объективѣ № 2 отвѣчаетъ дѣйствительному размѣру $k = 0{,}05$ мм. Тогда, какъ ясно изъ фиг. 15, найдемъ слѣдующее выраженіе для предѣльной величины зерна при наклонѣ $\delta°$

Фиг. 15.



$$S = \frac{k}{\cos\,\delta} + e\,\mathrm{tang}\,\delta$$

гдѣ e — толщина шлифа. Обыкновенно $e = 0{,}025$ мм.; δ можно принять 60°. Тогда $S = 0{,}15$ мм. Пользуясь объективомъ № 4 и болѣе сильнымъ окуляромъ, можно еще нѣсколько понизить эту величину. Болѣе сильныя увеличенія при существующей конструкціи микроскопа не примѣнимы; поэтому надо признать, что при изслѣдованіи мелкихъ зеренъ примѣненіе сходящагося свѣта можетъ оказаться иногда полезнымъ, въ особенности для различія одноосности и двуосности и оптическаго знака минерала, что въ большинствѣ случаевъ легко разрѣшается.

Однако надо всегда имѣть въ виду возможность встрѣтить особыя сѣченія минерала или близкія къ нимъ. Какъ мы видѣли выше, въ нѣкоторыхъ случаяхъ различіе одноосныхъ и двуосныхъ или совсѣмъ невозможно, или очень трудно и ненадежно. Наиболѣе надежными являются разрѣзы, близкіе къ круговымъ сѣченіямъ оптическаго эллипсоида, т. е. съ болѣе низкими интерференціонными цвѣтами.

При опредѣленіи положенія оптическаго эллипсоида въ сходящемся свѣтѣ приходится считаться еще съ требованіемъ, чтобы одна изъ оптическихъ осей могла быть непосредственно найдена наблюденіемъ. На универсальномъ столикѣ опредѣленіе положенія эллипсоида всегда возможно [1]), и это составляетъ одно изъ его главныхъ преимуществъ. Посмотримъ, какова вѣроятность встрѣчи сѣченій, въ которыхъ опредѣленіе положенія эллипсоида достижимо въ сходящемся свѣтѣ. Если уголъ между осью микроскопа и образующей конуса, ограничивающаго поле зрѣнія внутри минерала, равенъ E, то, очевидно, описывая на сферѣ около каждаго изъ выходовъ оптическихъ осей малый кругъ радіуса E, мы очертимъ ими площадь, отношеніе которой къ площади полусферы и будетъ величиной искомой вѣроятности. Въ кристаллѣ одноосномъ эта величина равна $2\sin^2\frac{E}{2}$, въ двуосныхъ она мѣняется въ зависимости отъ величины угла оптическихъ осей, заключена между предѣлами $2\sin^2\frac{E}{2}$ и $4\sin^2\frac{E}{2}$ и всегда меньше единицы. При употребленіи объектива № 7 въ микроскопахъ Фуэсса она колеблется въ предѣлахъ всего 0,2 — 0,3 въ зависимости отъ коэффиціента преломленія минерала.

Вопросъ о сравнительной точности измѣреній при изслѣдованіи по теодолитному методу и въ сходящемся свѣтѣ особенно усложняется въ силу того, что многое здѣсь зависитъ отъ навыка наблюдателя. Ограничимся указаніемъ главныхъ объективныхъ причинъ ошибокъ. Изогиры, которыя мы наблюдаемъ въ коноскопѣ, являются всегда въ видѣ

[1]) См. В. В. Никитина—„Универсальный методъ Федорова“ стр. 96.

болѣе или менѣе широкихъ балокъ, ширина которыхъ зависитъ отъ оріентировки кристалла, отъ величины угла оптическихъ осей, отъ двупреломленія и толщины шлифа. Наиболѣе рѣзкія балки имѣемъ въ сѣченіяхъ, близкихъ къ перпендикулярности оптическимъ осямъ. Хотя края балки стушевываются и не рѣзки, но все-таки можно приблизительно оцѣнить ея ширину. Употребляя рисовальный приборъ Бекке, при объективѣ № 7 и окулярѣ № 3 микроскопа Фуэсса, мы получаемъ въ обычныхъ петрографическихъ шлифахъ для такихъ минераловъ, какъ авгитъ, эпидотъ и т. п. балки толщиною около 4—5 м.м.; для мусковита эта величина уменьшается до 3—3,5 м.м.; для полевого шпата возрастаетъ до 10 м.м. и больше. (Эти цифры получены непосредственнымъ измѣреніемъ на рисовальномъ столикѣ и въ сѣченіяхъ близкихъ къ перпендикулярности оптической оси). Зарисовывая положеніе изогиры, мы проводимъ линію, отвѣчающую ея серединѣ, опредѣляя ее на глазъ. Въ этомъ заключается первый источникъ ошибокъ при самомъ опредѣленіи положенія оптической оси. При условіяхъ, указанныхъ выше, ошибка въ 1° отвѣчаетъ ошибкѣ въ чертежѣ 0,7 — 0,9 миллиметра.

При изслѣдованіи на универсальномъ столикѣ мы встрѣчаемся съ совершенно аналогичнымъ явленіемъ. Положеніе минерала на столикѣ при установкѣ его на темноту, сохраняющуюся при вращеніи около той или другой оси столика, приходится обыкновенно опредѣлять какъ среднее изъ каждой пары близкихъ къ нему положеній, гдѣ замѣчается слабое нарушеніе темноты въ одинаковой въ обѣихъ случаяхъ степени. Напримѣръ, отыскивая положеніе оптической оси, мы останавливаемся на серединѣ между тѣми двумя положеніями столика по обѣ стороны отъ искомаго, при которыхъ замѣчается одинаковое слабое просвѣтленіе. Это тотъ же самый пріемъ, который употребляется постоянно и при опредѣленіи направленій погасанія при изслѣдованіи въ параллельномъ свѣтѣ на простомъ (не наклоняющемся) столикѣ, чтобы увеличить точность отсчета.

Очевидно, что ширина изогиры, наблюдающейся въ сходящемся свѣтѣ, обратно пропорціональна чувствительности установки зерна на темноту на универсальномъ столикѣ.

При опредѣленіи въ сходящемся свѣтѣ положенія оптической оси имѣетъ мѣсто только этотъ источникъ ошибокъ, если не считать погрѣшностей, зависящихъ отъ несовершенства прибора. Когда опредѣляемъ положеніе острой биссектрисы по положенію отвѣчающаго ей темнаго креста, то во-первыхъ увеличивается ошибка вслѣдствіе расплывчатости изогиръ, а во-вторыхъ, является новый источникъ ошибокъ отъ неправильно принятой поправки для положенія биссектрисы (см. выше стр. 219).

Наконецъ, при опредѣленіи положенія эллипсоида по наблюденіямъ измѣненія формы изогиры, въ шлифѣ, гдѣ видна только одна оптическая ось, можно указать цѣлый рядъ погрѣшностей. Главнѣйшія изъ нихъ—ошибка, происходящая отъ расплывчатости изогиръ по мѣрѣ приближенія къ краю поля зрѣнія, и неизбѣжное возрастаніе сдѣланной ошибки при графическомъ построеніи Френеля.

Мы видимъ тутъ уже источники ошибокъ исключительно свойственные методу изслѣдованія въ сходящемся свѣтѣ. Кромѣ того надо считаться съ очень важнымъ обстоятельствомъ, что сдѣланныя ошибки при такомъ изслѣдованіи не могутъ быть обнаружены. Тогда какъ при изслѣдованіи на универсальномъ столикѣ совершенно независимо другъ отъ друга могутъ быть всегда опредѣлены двѣ, а иногда и всѣ три оси оптическаго эллипсоида, и слѣдовательно, отклоненіе угловъ между ними отъ 90° является очевиднымъ мѣриломъ неточности наблюденія, при изслѣдованіи въ сходящемся свѣтѣ ошибки остаются скрытыми отъ наблюдателя. Это относится не только къ случайнымъ ошибкамъ наблюденія, но и къ тѣмъ, которыя зависятъ отъ невѣрной оцѣнки коэффиціента преломленія и отъ неправильностей въ установкѣ прибора (центрировка и т. п.).

Всѣ эти причины, а также ограниченность тѣхъ случаевъ, когда примѣненіе сходящагося свѣта даетъ положительные результаты, и большая сложность и медленность работы по этому способу заставляетъ признать, что если онъ и можетъ имѣть нѣкоторое практическое значеніе, то лишь какъ дополненіе къ теодолитному методу Федорова, которое можетъ оказаться полезнымъ въ отдѣльныхъ, исключительныхъ случаяхъ. Гораздо важнѣе, на мой взглядъ, теоретическое значеніе тѣхъ представленій объ особенностяхъ различныхъ направленій въ кристаллѣ, которыя съ этимъ методомъ связываются. Представленія о системѣ конфокальныхъ сферическихъ эллипсовъ, изображающихъ направленіе погасанія въ разныхъ сѣченіяхъ, о сферическихъ кривыхъ равнаго двупреломленія и т. д. позволяютъ нагляднѣе уяснить себѣ тѣ измѣненія въ интерференціонной окраскѣ и направленіи погасаній, которыя наблюдаются въ изслѣдуемомъ кристаллѣ при различныхъ поворотахъ универсальнаго столика. Въ этомъ отношеніи такія представленія имѣютъ значеніе и для теодолитнаго метода.