И. П. Долбня.

(31 Января 1853 г.—2 Февраля 1912 г.).

(Рѣчь **Н. М. Крылова**).

Въ настоящемъ краткомъ очеркѣ, посвященномъ преимущественно учено-педагогической дѣятельности покойнаго профессора, мнѣ бы хотѣлось прежде всего подѣлиться съ читателями, воспоминаніями о томъ незабвенномъ, неизгладимомъ впечатлѣніи, которое произвели на меня, какъ вѣроятно и почти на всѣхъ его бывшихъ слушателей, въ свое время его лекціи.

Незадолго до смерти Ивана Петровича, мнѣ довелось въ личной бесѣдѣ съ нимъ услышать изъ устъ его такую фразу (едва-ли не послѣднія его слова при жизни, слышанныя мной): „могутъ отрицать, говорилъ онъ, у меня все, даже математическій талантъ, но нельзя отрицать того, что въ свое время я прилично читалъ лекціи.“— Эти слова покойнаго профессора считаю умѣстнымъ привести не только потому, что въ нихъ оттѣняется, въ весьма скромныхъ выраженіяхъ впрочемъ, сознаніе своихъ безспорныхъ педагогическихъ дарованій, но также и потому, что истинная скромность, которой они проникнуты, лучше всего характеризуетъ нравственный обликъ покойнаго.

Принято говорить, что Иванъ Петровичъ былъ выдающимся лекторомъ; кто хоть разъ присутствовалъ на его лекціи, не могъ не согласиться съ этимъ мнѣніемъ, ставшимъ своего рода аксіомой для всѣхъ его бывшихъ слушателей; секретъ его успѣха (если позволительно будетъ такъ выразиться) помимо природнаго блестящаго педагогическаго таланта, заключался, по нашему мнѣнію, въ той рѣдкой добросовѣстности, неоднократно уже отмѣченной, съ которой покойный относился къ своимъ обязанностямъ — чтенію лекцій: „передъ доской некогда обдумывать, неоднократно говаривалъ онъ, вся подготовительная работа должна быть произведена заранѣе“.

Эта подготовительная—черновая работа, на которую такъ опредѣленно указывалъ покойный Иванъ Петровичъ, придавала его лекціямъ отпечатокъ простоты и изящества, а его изложенію ту ясность и опредѣленность, которая хотя и трудно достижима, но всегда желательна въ преподаваніи наукъ точныхъ и особенно наукъ математическихъ.

Будучи педагогомъ втеченіи долгаго ряда лѣтъ и вдобавокъ педагогомъ по призванію, покойный профессоръ зналъ свою аудиторію, его прежняя дѣятельность въ

роли скромнаго преподавателя средняго учебнаго заведенія (Нижегородскій кадетскій корпусъ), помимо весьма цѣннаго опыта, вселила въ немъ извѣстное скептическое отношеніе (на которое онъ безспорно имѣлъ право) къ среднему умственному уровню своихъ слушателей и Иванъ Петровичъ часто любилъ повторять слова Бертрана: „изъ всѣхъ педагогическихъ пріемовъ наилучшимъ долженъ быть признанъ тотъ, который наименѣе разсчитываетъ на проницательность учащихся! Можно быть разумѣется различныхъ мнѣній относительно примѣнимости педагогическаго афоризма Бертрана, но... побѣдителей не судятъ, а покойный профессоръ безспорно былъ имъ, если судить по результатамъ: до самаго послѣдняго времени, т. е. до введенія такъ наз. предметной системы, лекціи его были охотно посѣщаемы студентами и аудиторія была всегда полна, что немалоцѣнно въ наше время, когда студенты особенно осторожны въ дѣлѣ посѣщенія лекцій и когда, по мѣткому выраженію покойнаго, сказанному имъ по другому поводу: „надо обладать не человѣческимъ талантомъ, чтобы загнать слушателей въ аудиторію".

Обиліе слушателей, и притомъ различныхъ категорій, объяснялось не только тѣмъ, что большинству облегчалось усвоеніе курса, а потому и подготовка къ экзаменамъ, но главнымъ образомъ, по нашему мнѣнію, тѣмъ, что умѣлыми и, что еще важнѣе, умѣстными отступленіями отъ непосредственнаго предмета лекцій покойный профессоръ заинтересовывалъ слушателей, открывая восхищенному взору лучшей части аудиторіи всю ширь и глубину науки наукъ; такъ слушателямъ зимняго семестра 1901—02 г. особенно памятны вѣроятно отступленія, связанныя съ такъ наз. задачей обращенія эллиптическаго интеграла, т. е. съ тѣмъ вопросомъ, въ связи съ которымъ находятся лучшіе и плодотворные результаты научной дѣятельности покойнаго ученаго.

Вышеприведенныя черты для характеристики педагогической дѣятельности покойнаго страдали бы неполнотою, если бы мы обошли молчаніемъ о тѣхъ энергичныхъ и смѣлыхъ выступленіяхъ, свидѣтелемъ которыхъ намъ довелось быть. Въ нихъ покойный профессоръ въ яркихъ и сильныхъ словахъ выражалъ свое негодованіе по поводу исходившаго въ свое время отъ слушателей предложенія относительно сокращенія курса, объемомъ итакъ доведеннаго до возможнаго минимума: „я вижу, говорилъ онъ по этому поводу, „что вы хотите сдѣлать высшее образованіе доступнымъ всѣмъ, — прекрасная цѣль! Но какими же путями хотите вы ее достигнуть? Не посредствомъ улучшенія методовъ преподаванія, не посредствомъ возвышенія науки, но посредствомъ умаленія ея до пониманія лѣниваго ума".

Будучи человѣкомъ въ высшей степени добрымъ, свободнымъ отъ всякой возможности упрека въ проявленіи какого бы то ни было безсердечія по общему, справедливому свидѣтельству всѣхъ лицъ близко его знавшихъ, Иванъ Петровичъ не дѣлалъ, по крайней мѣрѣ за моей памятью, никогда уступокъ въ вопросахъ важныхъ, основныхъ, затрагивавшихъ достоинство предмета, который онъ, по его собственному выраженію, имѣлъ честь преподавать. Позволяю себѣ отмѣтить эту черту въ характерѣ покойнаго, заслуживающую, по моему мнѣнію, величайшаго уваженія.

Обращаясь къ научнымъ трудамъ Ивана Петровича, надлежитъ замѣтить, что при

всемъ обиліи работъ покойнаго ученаго не представляетъ особой трудности охарак
ризовать направленіе его математической научной дѣятельности, ибо она отличает
поразительнымъ единствомъ цѣли, поразительнымъ упорствомъ въ достиженіи резу
татовъ по разъ намѣченному пути и пути весьма тернистому, гдѣ обильная жат
была уже собрана такими выдающимися математиками, какъ Чебышевъ и Золотаревъ
гдѣ, казалось бы, достиженіе новыхъ результатовъ болѣе чѣмъ затруднительно.

Изъ приложеннаго въ концѣ этого выпуска списка, вмѣстѣ съ краткими р
цензіями о нихъ тѣхъ работъ Ив. Петр., которыя намъ удалось достать, нельзя
сдѣлать заключенія о томъ, насколько солиденъ его математическій багажъ, если с
дить о немъ хотя-бы только формально по числу работъ его, печатавшихся въ лу
шихъ иностранныхъ математическихъ журналахъ. Среди работъ Ивана Петровича ос
бенно важное значеніе имѣютъ тѣ, которыя посвящены вопросу о приведеніи абел
выхъ интеграловъ и въ частности вопросу о такъ наз. псевдо-эллиптическихъ инт
гралахъ, т. е. вопросу о выразимости въ конечномъ видѣ помощью элементарных
трансцендентныхъ интеграловъ отъ алгебраическихъ функцій, гдѣ единственной вх
дящей ирраціональностью былъ-бы квадратный радикалъ изъ полинома 3-ей или 4-с
степени. Вопросъ этотъ помимо спеціально математическаго, имѣетъ и глубокій фил
софскій интересъ, ибо онъ стоитъ, такъ сказать, на рубежѣ отдѣляющемъ высшу
математику періода Эйлера и Lagrange'a отъ высшей математики современныхъ мат
матическихъ воззрѣній.

Уже при самомъ началѣ своей безсмертной созидательной работы Леонарду Эй
леру, также впрочемъ какъ и другимъ его знаменитымъ современникамъ, пришлос
натолкнуться на вопросъ объ интегрированіи въ конечномъ видѣ ирраціональных
дифференціаловъ, въ частности эллиптическихъ, и слѣдуя научнымъ традиціямъ то
эпохи попытаться выразить ихъ въ конечномъ видѣ, что удалось имъ лишь въ весьм
немногихъ частныхъ случаяхъ. Значительно позднѣе, французскимъ математиком
Liouvill'емъ было доказано, что вопросъ объ интегрированіи ирраціональныхъ диффе
ренціаловъ, гдѣ подъ знакомъ радикала входитъ полиномъ 3-ей или 4-ой степени,—
вообще говоря приводитъ къ новымъ трансцендентнымъ; изученіе ихъ и было много
лѣтъ раньше предметомъ сперва работъ Legendre'a, затѣмъ съ новой точки зрѣнія
т. н. идеи обращенія Абелемъ и Якоби; наконецъ въ самое позднѣйшее время путем
введенія своихъ знаменитыхъ функцій $p(u)$ и $\sigma(u)$ Вейерштрасомъ.

Изъ предъидущаго, необходимаго для пониманія всего дальнѣйшаго, краткаго из
ложенія исторіи вопроса видимъ, что геометры, встрѣтивъ нѣкоторую аналитическую
трудность, обошли ее, предложивши себѣ иную задачу — изученіе свойствъ но
выхъ трансцендентныхъ, но основной вопросъ, вопросъ Эйлера и Lagrange'a, вопросъ о
выразимости въ конечномъ видѣ интеграловъ алгебраическихъ дифференціаловъ
остался открытымъ и былъ разрѣшенъ только въ весьма немногихъ частныхъ случаяхъ.

Наиболѣе логичнымъ, а потому и наиболѣе естественнымъ представлялся бы, съ
перваго взгляда, такой путь: прежде чѣмъ приступать къ изученію новыхъ трансцен
дентныхъ по мѣрѣ того, какъ онѣ представляются въ анализѣ, надлежало-бы покон

чить разъ навсегда съ предшествующимъ и, казалось бы, болѣе простымъ вопросомъ о выразимости въ конечномъ видѣ интегралов отъ алгебраическихъ дифференціаловъ. Такъ должно было бы быть, но аналитическія трудности, возникавшія при попыткахъ окончательнаго разрѣшенія этого вопроса, остановили въ свое время усилія крупнѣйшихъ европейскихъ математиковъ и принудили геометровъ, идя обходнымъ путемъ, заняться изученіемъ свойствъ новыхъ трансцендентныхъ, каковыя свойства, кстати сказать, позволили Золотареву и Ив. Петр. высказать тѣ критеріи, о которыхъ рѣчь будетъ впереди.

Изъ русскихъ математиковъ, если не считать работъ Остроградскаго, по выдѣленію алгебраической части интеграла, впервые Чебышевъ съ успѣхомъ занялся вопросомъ о выразимости въ конечномъ видѣ интегралов отъ алгебраическихъ дифференціаловъ; теоремы, высказанныя имъ относительно такъ наз. псевдо-эллиптическихъ интегралов Абеля, были доказаны Золотаревымъ (въ Math. Annalen), посвятившимъ свою диссертацію этому вопросу.

Работы Золотарева связываютъ вопросъ съ высшими областями теоріи чиселъ и отличаются чрезвычайной сложностью; въ немалой степени это объясняется тѣмъ обстоятельствомъ, какъ справедливо замѣтилъ Иванъ Петровичъ, что Золотаревъ пользовался при своемъ изслѣдованіи старыми эллиптическими функціями Якоби, помощью которыхъ рѣшеніе т. н. задачи обращенія (разсмотрѣніе верхняго предѣла интеграла, какъ функціи самого интеграла) сопряжено со значительными трудностями.

Рѣшенію поставленнаго Чебышевымъ вопроса о нахожденіи такого значенія постоянн., чтобы интегралъ $\int \frac{(x+H)\,dx}{\sqrt{a_0 x^4 + a_1 x^3 + a_2 x^2 + a_3 x + a_4}}$ выражался помощью логариѳмовъ, и была посвящена одна изъ наиболѣе серьезныхъ работъ Ив. Петр.: „Sur les integrales pseudoelliptiques d'Abel", напечатанная въ «Journal des Math. pures et appliquées» (1890) и анализированная въ журналѣ „Bulletin des Sciences Math." (1901. стр. 286).

Въ этомъ мемуарѣ, освободившись прежде всего помощью линейной подстановки отъ члена съ 3-ей степенью перемѣнной въ выраженіи подрадикальнаго полинома, авторъ извлекаетъ изъ него цѣлую часть и обозначая остатокъ путемъ введенія новой перемѣнной, получаетъ между обоими перемѣнными квадратичное соотношеніе, позволившее ему примѣняя извѣстную теорему Якоби придти къ весьма удобной формѣ обращенія эллиптическихъ интегралов.

Примѣняя затѣмъ формулы Вейершстрасовой теоріи эллиптическихъ функцій, рядомъ весьма остроумныхъ соображеній авторъ устанавливаетъ два численныхъ ряда, періодичность которыхъ представляетъ достаточное условіе для выразимости интеграла въ логариѳмахъ, т. е. принадлежности интеграла къ категоріи псевдо-эллиптическихъ. Если одинъ изъ вышеупомянутыхъ рядовъ обнаруживаетъ свою періодичность по истеченіи нѣкотораго даннаго числа операцій, то авторъ даетъ также способъ дѣйствительнаго вычисленія логариѳма, представляющаго данный интегралъ, причемъ, слѣдуетъ оговориться, что число членовъ періода, не можетъ быть вышеприведенными

методами установлено à priori. Возникающія при рѣшеніи этого вопроса аналитическія трудности весьма серіозны и по настоящее время еще не могутъ считаться окончательно исчерпанными, несмотря на то, что лучшіе математики міра трудились въ свое время надъ рѣшеніями вопросовъ, связанныхъ съ интегрированіемъ въ конечномъ видѣ (Hermite)—это послѣднее обстоятельство въ достаточной мѣрѣ позволяетъ составить себѣ представленіе о трудности вопроса. Дѣйствительно, надо было имѣть много вѣры въ свои силы, той вѣры, которая дается сознаніемъ своихъ истинныхъ математическихъ дарованій, чтобы при началѣ своей научной карьеры заняться столь труднымъ вопросомъ и добиться хотя бы частичнаго его разрѣшенія; въ данномъ случаѣ Иванъ Петровичъ поступилъ, слѣдуя очевидно примѣру безсмертнаго норвежскаго математика Абеля (котораго онъ, кстати сказать, боготворилъ), того математика, про котораго современники справедливо говорили: Абель не боялся ни одной задачи.

Не ограничившись установленіемъ того признака, о которомъ рѣчь шла выше, Иванъ Петровичъ въ цѣломъ рядѣ работъ (Bulletin des Sciences Mathemath.) далъ множество частныхъ примѣровъ псевдо-эллиптическихъ интегралов, а о томъ, насколько это было не легко, можно судить по тому, что другіе примѣры были въ свое время даны математиками такого калибра, какъ Hermite, Goursat, Raffy и др.; каждый изъ такихъ примѣровъ есть научный фактъ; установленіе его требовало особыхъ усилій и представляетъ поэтому цѣнное научное пріобрѣтеніе, а тѣмъ любителямъ легкихъ обобщеній, которые позволяли-бы себѣ слишкомъ легко отнестись къ подобному накопленію научныхъ фактовъ въ духѣ математики реальныхъ результатовъ, математики въ духѣ Абеля и Якоби,—тѣмъ не мѣшаетъ вспомнить слова Halphen'a, которыя такъ любилъ повторять покойный: „je n'aime pas", disait-il, „les gèneralisations faciles, qui encombrent la science".

Свои идеи о приводимости псевдо-эллиптическихъ интегралов Иванъ Петровичъ обобщилъ, и въ этой безграничной области вопроса о такъ назыв. приведеніи абелевыхъ интегралов получилъ рядъ весьма цѣнныхъ результатовъ, установивъ попутно въ своей диссертаціи новую классификацію абелевыхъ интегралов, зависящихъ отъ двучленныхъ алгебраическихъ уравненій. Развитіе этихъ идей находится въ прямой зависимости съ данной имъ за послѣдніе годы въ Bulletin des Sciences Math. теоріи преобразованія эллиптическихъ функцій съ новой точки зрѣнія (тамъ же попутно установлены извѣстныя формулы Kiepert'a); несмотря на весь ея интересъ, мы должны отказаться отъ мысли изложить сущность этой работы, ибо это завлекло-бы насъ слишкомъ далеко; къ тому же въ концѣ очерка приведенъ списокъ работъ покойнаго профессора вмѣстѣ съ краткими о нихъ рецензіями; въ предъидущемъ-же мы позволили себѣ войти въ нѣкоторыя спеціальныя подробности съ цѣлью уясненія того мѣста, которое занимаютъ въ наукѣ темы, разрабатывавшіяся Иваномъ Петровичемъ.

Кромѣ этихъ основныхъ для оцѣнки научной дѣятельности покойнаго, ему принадлежитъ рядъ статей относительно критерія Galois разрѣшимости уравненій въ радикалахъ, относительно формы корней алгебраическаго уравненія первоначальной

степени разрѣшимаго въ радикалахъ, гдѣ имъ въ болѣе простой формѣ полученъ результатъ ранѣе извѣстный Kronecker'y; много занимался покойный ученый также вопросами изложенія различныхъ отдѣловъ анализа: статьи, помѣщенныя въ „Извѣстіяхъ Горнаго Института" и въ „Извѣс. С.-Петерб. Біологической Лабораторіи" наглядно свидѣтельствуютъ объ этомъ. Кромѣ того, въ одной изъ своихъ работъ (Изв. Петер. Б. Лаборат.) Иванъ Петровичъ затронулъ весьма интересный и трудный вопросъ о томъ, когда именно уравненіе 6-ой степени разрѣшимо въ радикалахъ и когда въ эллипт. функціяхъ; работа эта, въ которой между прочимъ элементарнымъ путемъ установлена теорема о томъ, что въ выраженіи радикальнаго рѣшенія урав. 6-ой степени не входитъ другихъ радикаловъ, кромѣ квадратныхъ и кубическихъ, работа эта, къ сожалѣнію, осталась неоконченной.

Всѣ только что перечисленныя работы, несмотря на весь ихъ интересъ, значительно уступаютъ (по оцѣнкѣ самого же покойнаго) работамъ первой категоріи, касающимся вопросовъ о приведеніи интегралов; этимъ послѣднимъ работамъ посвященъ расцвѣтъ научной дѣятельности покойнаго и онѣ создали ему, какъ совершенно справедливо выразился одинъ изъ его товарищей, имя среди русскихъ ученыхъ, извѣстныхъ за границей.

Здѣсь умѣстно будетъ замѣтить, что извѣстность математика, какъ вообще и всякаго отвлеченнаго мыслителя, существенно отличается отъ таковой же лицъ, работающихъ въ другой отрасли человѣческой дѣятельности, и какъ бы ни казалось парадоксальнымъ такое утвержденіе на первый взглядъ, но можно до нѣкоторой степени сказать, что иногда истинная извѣстность ученаго, его эквивалентъ, находится въ обратной зависимости съ числомъ лицъ, имѣющихъ о ней болѣе или менѣе наглядное представленіе. Это замѣчаніе, по моему мнѣнію, никогда не слѣдуетъ терять изъ виду, при оцѣнкѣ научной дѣятельности Ивана Петровича, въ лицѣ котораго Горный Институтъ безспорно потерялъ выдающагося профессора и математическій міръ—талантливаго ученаго.

Недостатокъ матеріальныхъ средствъ и тяжелая, я бы позволилъ себѣ сказать каторжная, педагогическая работа при 36-ти часовыхъ урокахъ въ недѣлю задержала своевременное и правильное ризвитіе математическаго таланта покойнаго, но не смогли заглушить его и нельзя не удивляться невѣроятной силѣ воли и энергіи педагога, находившаго возможность заниматься при такихъ условіяхъ.

Особо неблагопріятныя внѣшнія обстоятельства были на его жизненномъ пути, но у него было и то, что позволяло ему одерживать надъ ними побѣду—это истинная, глубокая страсть къ наукѣ,—для него, говоря словами поэта: la Science était vivante,—она давала ему силы въ трудныя, тяжелыя минуты жизни; она-же позволяла и можетъ быть болѣе того,—давала ему право во время пережитыхъ горестныхъ событій поступать такъ, какъ онъ считалъ нужнымъ и необходимымъ.

Окидывая мысленнымъ взоромъ научную дѣятельность безвременно-погибшаго ученаго, дѣятельность, направленную къ одной и той же цѣли, мы не можемъ въ

заключеніе не привести словъ одного французскаго математика, въ краткихъ, но сильныхъ выраженіяхъ характеризующихъ направленіе дѣятельности такихъ ученыхъ, къ числу которыхъ безспорно принадлежалъ нашъ дорогой и высокочтимый профессоръ: „on croirait voir, disait-il, un ingénieur savant, attaquant une place trés forte; à travers les complexitees des travaux d'approche, à travers les longues peripeties du siége, l'unité de sa pensée persiste et reste toujours visible".