

Краткія сообщенія.

І. М. Н. Акимовъ. Доказательство одной теоремы Фукса.

Дается уравненіе

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x f_1(x) \frac{dy}{dx} + f_2(x) y = 0 \quad (1),$$

гдѣ f_1 и f_2 голоморфныя функціи x въ окрестности $x=0$.

Докажемъ, что интеграль уравненія (1) будетъ

$$y = x^r \cdot f(x),$$

гдѣ r постоянное, а f голоморфная функція x въ окрестности $x=0$.

Полагая $x = \epsilon \cdot e^t$, гдѣ e произвольный малый параметръ, получимъ

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \left[f_1(\epsilon \cdot e^t) - 1 \right] \frac{dy}{dt} + f_2(\epsilon \cdot e^t) y = 0 \quad (2).$$

По извѣстной теоремѣ *) интеграль уравненія (2) будетъ голоморфной функціей ϵ .

*) Ляпуновъ. Общая задача объ устойчивости движенія. Picard. Traité d'analyse, III, ch. V, § 5.

При $\epsilon = 0$ онъ равенъ

$$y = e^{rt},$$

такъ какъ коэффициенты уравненія (2) становятся постоянными.

Поэтому

$$y = e^{rt} \cdot \varphi(\epsilon, t),$$

гдѣ φ голоморфная функція ϵ .

Если теперь вернуться къ переменному x , параметру ϵ исключится изъ уравненія (2), а значитъ и изъ ея интеграла; поэтому

$$y = x^r \cdot f(x)$$

въ силу тождества

$$f(x) = \varphi(\epsilon, t)$$

$f(\epsilon)$ голоморфная функція ϵ , если $t=0$.

Значитъ $f(x)$ голоморфная функція x въ окрестности $x=0$.

23 сентября 1912 г.