

25. Опредѣленіе плотностей сѣтокъ кристаллическихъ граней безъ помощи построенія.

В. И. Соколовъ и Д. Н. Артемьевъ.

(Доложено 21 сент. 1909 г.).

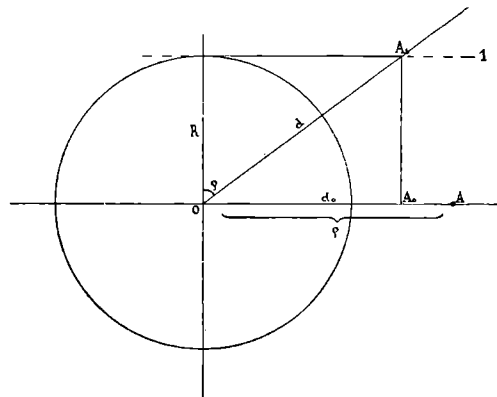
Въ статьѣ проф. Е. С. Федорова: „Изображеніе структуры кристалла векторіальными кругами“ ¹⁾ изложенъ графическій способъ находенія плотностей сѣтокъ граней кристалла (точнѣе: квадратовъ плотностей соответствующихъ сѣтокъ). Каждому, имѣвшему дѣло съ опредѣленіемъ плотностей сѣтокъ граней по указанному способу, извѣстно, что при этомъ приходится дѣлать нѣкоторыя построенія, не особенно сложные, но тѣмъ не менѣе отнимающія довольно много времени. Настоящая статья имѣетъ цѣлью показать, какимъ образомъ можно упростить задачу, свѣдя чертежную работу до minimum'a.

Способъ, изложенный въ трудѣ Е. С. Федорова состоитъ въ слѣдующемъ: по данной діаграммѣ кристалла (въ гномостереографической проекціи) строится такъ называемая діаграмма полярной рѣшетки; точки этой діаграммы представляютъ проекціи пересѣченій перпендикуляровъ къ гранямъ съ соответствующими плоскостями рѣшетки; плотность D плоской сѣтки данной грани обратно пропорціональна квадрату разстоянія d соответственной точки рѣшетки отъ центра проекцій и находится по кривой, построенной по функціи $D = \frac{1}{d^2}$, причемъ на абсциссѣ кривой отложены разстоянія d , а на ординатѣ плотности D ; для находенія величины d и приходится производить для каждой грани извѣстное построение. Этого построенія и связанной съ нимъ чертежной работы можно избѣжать, если принять во вниманіе, что величина d , а слѣдовательно и плотность D можетъ быть выражена въ зависимости отъ угла между гномостереографической проекціей грани и центромъ проекцій,—величины, находимой непосредственно изъ діаграммы кристалла.

Пусть (фиг. 1) A —гномостереографическая проекція данной грани, ρ —уголъ, составляемый ею съ

центромъ O проекцій, R —радіусъ векторіальнаго круга, соответствующій разстоянію первой плоскости полярной рѣшетки (ближайшей плоской сѣтки, параллельной плоскости чертежа) отъ центра. Для простоты представимъ себѣ, что точка полярной рѣшетки, имѣющая символъ данной грани, лежитъ именно въ этой первой плоскости. Сдѣлавъ поворотъ

Фиг. 1.



на 90° около линіи OA , мы увидимъ, что линія 1--1 изобразитъ собою пересѣченіе этой плоскости съ плоскостью чертежа и точка A_1 —пересѣченіе нормали къ грани съ первой плоскостью; точка A_0 представитъ проекцію этого пересѣченія, е. точку, соответствующую данной грани въ діаграммѣ полярной рѣшетки. Искомое разстояніе OA_1 обозначимъ чрезъ d_1 , OA_0 чрезъ d_0 . Очевидно, что

$$d_1 = \frac{R}{\cos \rho} \text{ и } d_0 = R \operatorname{tg} \rho \quad (1)$$

и, слѣдовательно, плотность данной грани D_1 можно выразить слѣдующимъ образомъ:

$$D_1 = k \cdot \frac{1}{d_1^2} = k \cdot \frac{\cos^2 \rho}{R^2}$$

¹⁾ Зап. Горн. Инст. Т., вып. 4, стр. 279.

Т. II, вып. .

(010), то всё грани этой плоскости (лежація, значить, на основномъ кругѣ) послѣ сдвига останутся на мѣстѣ, а проекціи всѣхъ другихъ граней перемѣстятся по дугамъ большихъ круговъ, проходящихъ чрезъ проекціи (100) и $(\bar{1}00)$. Послѣ сдвига проекціи опредѣляющихъ и опредѣляемыхъ граней будутъ находиться уже на однихъ и тѣхъ же радіусахъ. Такъ напр., проекція грани (101) перемѣстится въ точку *b*, и $\text{ctg}^2 \angle ob$ (при $R=1$) будетъ выражать плотность сѣтки грани (100); $\text{ctg}^2 \angle od$ дастъ плотность сѣтки грани (010), а $\text{ctg}^2 \angle oe$ будетъ плотностью сѣтки (110). Замѣтимъ, что послѣ такого сдвига перпендикуляръ къ грани (001) сдѣлался двойною осью симметріи.

Такимъ образомъ, примѣняя сдвигъ, дѣлающій перпендикуляръ къ грани (001) двойною осью симметріи, и располагая эту двойную ось въ центрѣ сѣтки, мы можемъ и въ случаѣ моноклиннаго комплекса, пользуясь только формулой $D_0 = \frac{\text{ctg}^2 \rho}{R^2}$, вычислить плотности сѣтокъ граней, проектирующихся на основномъ кругѣ проекцій.

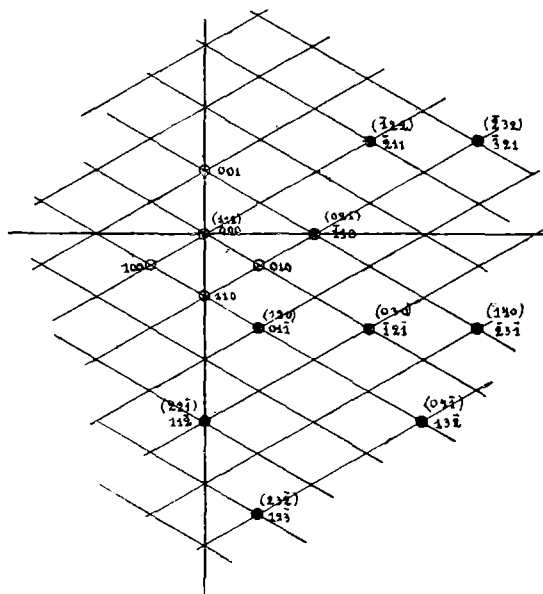
Въ триклинныхъ комплексахъ мы уже не имѣемъ двойной оси симметріи, и для того, чтобы примѣнить формулу (5) при вычисленіи плотностей сѣтокъ граней основного круга, необходимо произвести такой сдвигъ, который превратилъ бы перпендикуляръ къ одной изъ граней (100), (010) или (001) въ двойную ось симметріи полярной рѣшетки и, кромѣ того помѣстить эту ось въ центрѣ сѣтки. Для выполненія такого сдвига удобнѣе предварительно повернуть проекцію триклиннаго комплекса такимъ образомъ, чтобы проекція грани, перпендикуляръ къ которой хотимъ перемѣстить въ центрѣ сѣтки, пришлась на одинъ изъ перпендикулярныхъ діаметровъ, соединяющихъ полюсы сѣтки ($0^\circ-180^\circ$ или $90^\circ-90^\circ$). Въ такомъ случаѣ, при сдвигѣ, проекціи внутреннихъ граней будутъ перемѣщаться по дугамъ большихъ круговъ, соединяющихъ соответственные полюсы сѣтки.

Очевидно, что все сказанное относительно тетрагоналоидныхъ кристалловъ можно mut. mut. приложить и къ гексагоналоиднымъ: и здѣсь плотность сѣтки грани, проектирующейся на основномъ кругѣ, получится въ зависимости отъ ея опредѣляющей грани по той же формулѣ (5).

Въ случаѣ тригоналоидныхъ кристалловъ означенная формула нѣсколько видоизмѣнится вслѣдствіе того, что опредѣляющая грань для данной призматической будетъ находиться не на 1-й плоскости, а на 3-й. Найти символъ такой опредѣляющей грани, а слѣдовательно и ея уголъ ρ —очень

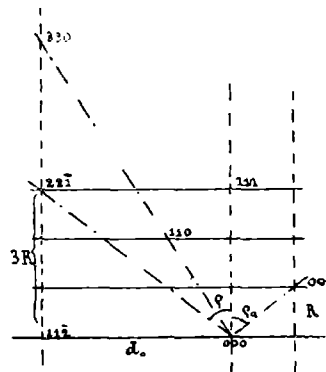
просто. Представимъ себѣ для наглядности диаграмму структуры полярной рѣшетки тригоналоиднаго кристалла (фиг. 4 а) въ простѣйшемъ случаѣ тригональной гипосингоніи. Точки всѣхъ граней

Фиг. 4а.



призматического пояса будутъ лежать въ нулевой плоскости, проходящей въ то же время чрезъ центръ проекцій, которому мы можемъ придать символъ (000); у всякой грани этой плоскости сумма индексовъ символа равна нулю. Ближайшая надъ цен-

Фиг. 4б.



тромъ по вертикали точка рѣшетки будетъ имѣть символъ (111) и лежать въ 3-й плоскости [фиг. 4 б: разрѣзъ по линіи (000)—(11 $\bar{2}$)]; всякая точка этой плоскости будетъ имѣть сумму индексовъ символа = 3. Если имѣемъ точку на нулевой плос-

кости (призматическая грань), то для нахождения символа грани, точка которой въ полярной рѣшеткѣ лежитъ ближе всего надъ точкой данной грани, нужно, значитъ, каждый индексъ символа данной грани увеличить на 1: тогда мы получимъ грань, точка которой лежитъ въ 3-й плоскости (т. к. сумма индексовъ теперь = 3). Ясно, что эта грань будетъ лежать въ то же время въ поясѣ данной грани и (111). Напр., ближайшая точка къ $(11\bar{2})$ будетъ имѣть символъ $(22\bar{1})$; къ $(\bar{1}10)$ — точка (021) и т. д. (на фиг. 4 а определяющія грани поставлены въ скобкахъ надъ призматическими гранями). Положимъ, намъ нужно найти плотность сѣтки грани $(11\bar{2})$; определяющая для нея грань будетъ $(22\bar{1})$; уголъ ея ρ отъ центра сѣтки находимъ по діаграммѣ. Изъ чертежа (фиг. 4 б) видно, что разстояніе отъ центра до точки определяемой грани

$$d_0 = 3Rtg\rho$$

слѣдовательно, плотность сѣтки этой грани

$$D_0 = \frac{1}{d_0^2} = \frac{1}{9R^2tg^2\rho} = \frac{ctg^2\rho}{9R^2} \quad (6)^1$$

$$\text{При } R=1 \text{ имѣемъ } D_0 = \frac{ctg^2\rho}{9} \quad (6')$$

$$\text{При } R=\frac{1}{2} \quad D_0 = \frac{4}{9} ctg^2\rho \quad (6'')$$

Что касается до тригоналоидныхъ кристалловъ моноклинной и триклинной сингоніи, то къ нимъ можно приложить разсужденія, аналогичныя тѣмъ, которыя были приведены выше для тетрагоналоидныхъ кристалловъ тѣхъ же сингоній. Въ данномъ случаѣ мы для моноклиннаго кристалла можемъ тоже произвести моноклинный сдвигъ, чтобы привести проекцію грани (111) въ центръ, а для триклиннаго предварительно произвести такой поворотъ проекціи всего комплекса, чтобы (111) пришлась на одномъ изъ главныхъ диаметровъ сѣтки. Полученные послѣ сдвига углы определяющихъ граней и будутъ входить въ формулу (6) для нахождения плотностей сѣтокъ соотвѣствующихъ призматическихъ граней.

Разобравъ различные случаи комплексовъ, мы видимъ, что плотности сѣтокъ граней вертикальнаго пояса всегда определяются по формуламъ, въ которыя входятъ $ctg^2\rho$ съ нѣкоторымъ коэффициентомъ, зависящимъ отъ выбранной величины R . Проще всего, конечно, принять $R=1$ или $R=\frac{1}{2}$. Тогда можно напередъ имѣть таблицы съ вычисленными для разныхъ угловъ выраженіями D_0 . Такія

таблицы приведены ниже (Табл. № 2). Величины плотностей сѣтокъ вычислены съ точностью до 0.01 для каждаго полуградуса. Въ первомъ столбцѣ помѣщены угловые величины отъ 0° до 45° , въ 7-мъ — отъ 45° до 90° . Въ промежуточныхъ столбцахъ находятся величины плотностей сѣтокъ: во 2-мъ и 6-мъ столбцахъ для тетрагоналоидныхъ (и гексагоналоидныхъ), въ предположеніи, что $R=1$; въ 4-мъ для тѣхъ же кристалловъ въ предположеніи, что $R=\frac{1}{2}$ (только отъ 45° до 90°); наконецъ въ 3-мъ и 5-мъ столбцахъ величины плотностей сѣтокъ для тригоналоидныхъ кристалловъ при $R=\frac{1}{2}^1$). Такимъ образомъ, по этимъ

таблицамъ мы можемъ непосредственно найти плотность любой грани вертикальнаго пояса, зная положеніе определяющей для нея грани. Положимъ, напр., определяющая грань для данной составляетъ съ центромъ уголъ 30° и кристаллъ тетрагоналоидный (или гексагоналоидный); противъ 30° читаемъ во 2-мъ столбцѣ плотность 3.00, если $R=1$; при $R=\frac{1}{2}$, плотность сѣтки равна 12 ($= 4 \times 3.00$); если кристаллъ тригоналоидный, находимъ въ 3-мъ столбцѣ 1.33 (при $R=\frac{1}{2}$).

Для поясненія приведемъ примѣръ нахождения плотностей сѣтокъ граней кристалловъ ацетонилкарбамида ²⁾ какъ графическимъ путемъ, такъ и путемъ сдвиговъ и вычислений. (фиг. 5). Такъ какъ намъ важны не абсолютныя величины плотностей сѣтокъ разныхъ граней, а только ихъ отношенія, то мы можемъ выбрать произвольную величину и принять ее за разстояніе между нулевой и первой плоскостью полярной пространственной рѣшетки, считая это разстояніе за единицу. Проведемъ кругъ радіусомъ, равнымъ произвольно выбранному разстоянію между нулевой и первой плоскостями, взявъ за его центръ точку O , служащую въ то же время и центромъ стереографической сѣтки. Чтобы найти плотность сѣтки какой-нибудь грани, не лежащей на вышшемъ кругѣ сѣтки, напр. грани (001), принимаемъ радіусъ ON , на которомъ находится проекція этой грани за ось вращенія и дѣлаемъ вокругъ нея поворотъ на 90° . Послѣ такого поворота выходъ оси [001] перемѣстится въ точку A , а проекція грани (001) попадетъ въ точку B . Очевидно, что первая плоскость полярной пространственной рѣшетки будетъ теперь перпендикулярна плоскости чертежа и проекція ея будетъ линія CD . Длина OD будетъ выражать величину площади элементарнаго параллелограмма

¹⁾ Замѣтимъ, что плотность такой грани, какъ $(11\bar{2})$, т. е. лежащей въ одномъ изъ главныхъ поясовъ, въ данномъ случаѣ въ поясѣ (111): (001), можно найти и по углу ρ_0 для (001): изъ чертежа видно что $\rho_0 = \rho$.

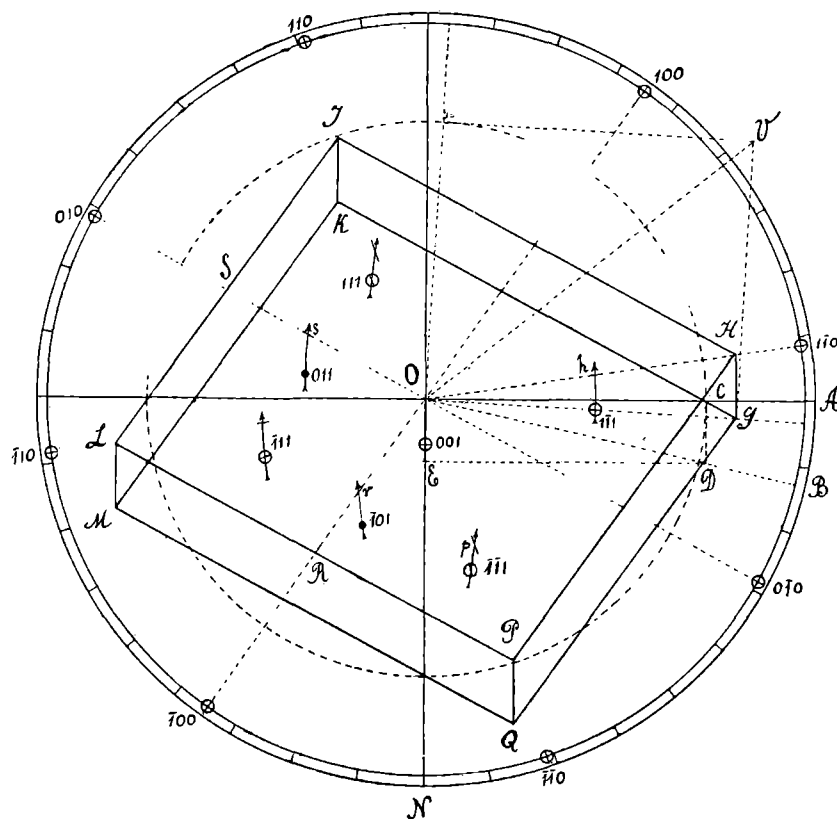
²⁾ Тѣ же величины будутъ служить tg^2 для дополнительныхъ угловъ (считаемыхъ отъ основнаго круга).

²⁾ Zeitschr. f. Kryst. B. 40. S. 621.

плоской сѣтки грани (001), а квадратъ величины, обратной полученной, дастъ плотность сѣтки той же грани. Для нахождения этой величины и былъ произведенъ поворотъ на 90° вокругъ оси ON , причемъ плоскость чертежа повернулась также на 90° и стала теперь перпендикулярна къ своему первоначальному положенію. Ея слѣдъ на плоскости чертежа есть линия ON , на которую и будетъ проектироваться отрѣзокъ OD въ видѣ отрѣзка OE . То же самое построение примѣняется и для всѣхъ граней, проектирующихся не на вѣншемъ кругѣ сѣтки. Произведя

обходимо произвести графическимъ путемъ сдвигъ, по величинѣ и направленію равный EO для каждой такой грани, исходя изъ проекціи отрѣзковъ перпендикулярныхъ къ каждой изъ соответственныхъ определяющихъ граней. Напримѣръ, для полученія плотности сѣтки грани $(1\bar{1}0)$ проводимъ изъ точки G линію GH , по величинѣ и направленію равную EO . Точка H будетъ лежать на радіусѣ $O(1\bar{1}0)$, а квадратъ обратной величины отрѣзка OH дастъ плотность сѣтки $(1\bar{1}0)$. Такимъ же путемъ найдутся кромѣ точки H еще точки J , P и L . Соединимъ

Фиг. 5.



соответственные построения для граней (111) , $(\bar{1}\bar{1}1)$, $(\bar{1}1\bar{1})$ и $(1\bar{1}\bar{1})$ *), получаемъ точки K , M , Q и G , совершенно аналогичныя точкѣ E для грани (001) . Такъ какъ первая плоскость (ея точки) сдвинута относительно нулевой по направленію, противоположному стрѣлкамъ на чертежѣ, то для полученія плотностей сѣтокъ граней, лежащихъ на окружности сѣтки, не-

прямыми H съ J , J съ L , L съ P , P съ H , K съ M , M съ Q , Q съ G , G съ K , а также J съ K , H съ G , P съ Q и L съ M . Получаемъ діаграмму полярной пространственной рѣшетки. Отрѣзокъ OR даетъ намъ плотность сѣтки грани $(\bar{1}00)$, а OS —грани (010) .

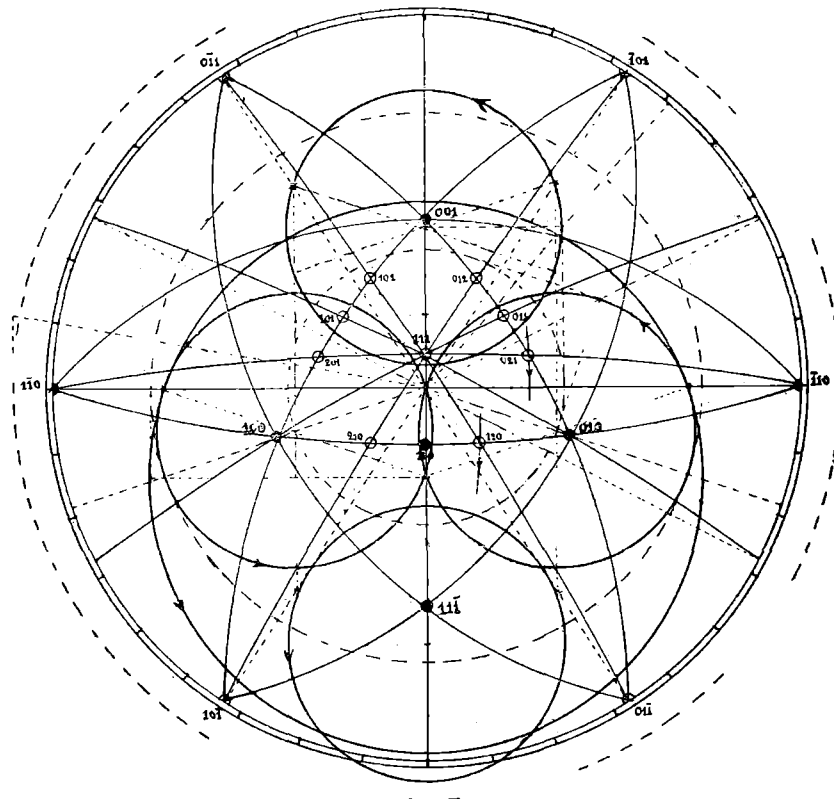
Нахождение плотности сѣтки какой-нибудь грани первой плоскости, напр. грани (111) , по полученной діаграммѣ полярной рѣшетки не представляетъ никакого затрудненія. Въ самомъ дѣлѣ, принявъ точку G за центръ, описываемъ окружность ра-

*) Такое построение для грани $(1\bar{1}\bar{1})$ отмѣчено на чертежѣ пунктирными линіями.

діуса $R=1$; возсталяемъ изъ точки G къ радіусу OG перпендикуляръ GV , который пересѣчется съ окружностью въ точкѣ V ,—отрѣзокъ OV опредѣлитъ искомую плотность сѣтки грани $(\bar{1}\bar{1}1)$.

ности сѣтки. Производя сдвигъ опредѣляющихъ граней и взявъ углы отъ центра до проекціи каждой изъ нихъ, найдемъ по таблицѣ № 2 величины плотностей сѣтокъ соответственныхъ граней вертикальнаго пояса.

Фиг. 6.



Точки H , L , J , P , S и R мы можемъ найти и другимъ способомъ. Произведемъ такой сдвигъ комплекса, чтобы $[001]$ сдѣлалась двойной осью симметріи. Послѣ сдвига всѣ грани, не лежащія на окружности сѣтки, перемѣстятся по направленіямъ, указаннымъ стрѣлками, по дугамъ большихъ круговъ до пересѣченія съ соответственными радіусами. Теперь весь комплексъ превратился въ моноклинный. Для грани $(1\bar{1}0)$ точка h будетъ проекціей опредѣляющей грани, и, примѣнивъ для нея обычное построеніе, получимъ точку H .

При помощи приложенныхъ таблицъ плотности сѣтокъ граней находятся слѣдующимъ образомъ. Для граней, не лежащихъ на основномъ кругѣ проекцій, беремъ уголъ отъ центра до проекціи каждой такой грани и прямо по таблицѣ № 1 получаемъ соответствующую для этого угла величину плот-

Для нашего примѣра получаемъ слѣдующія плотности сѣтокъ:

для (111) — 0.61 или 2.44	} при додекаэдрической структурѣ.
$(\bar{1}\bar{1}1)$ — 0.45	
$(\bar{1}11)$ — 0.43	
$(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$ — 0.41	
(100) — 2.28	
(010) — 1.54	
(110) — 1.00	
(001) — 0.94	
„ $(1\bar{1}0)$ — 0.81	

Символь комплекса $4(d) + 11 \begin{smallmatrix} 10 \\ 45 \\ 50 \end{smallmatrix}$.

Вѣроятность установки на основаніи полученныхъ результатовъ $W = cs 11^\circ \quad cs 10^\circ 30' \quad cs 5^\circ 30' = 0.96$.

Разсмотримъ еще примѣръ одного изъ тригональных кристалловъ: двойного соединенія 1—3—4—

и 1 — 2 — 4—динитро-діэтил - анилина ¹⁾, кристаллы котораго относятся къ моноклинной сингоніи. На фиг. 6 представлена гномостереографическая проекція кристалла совмѣстно съ діаграммой структуры; точками отмѣчены проекціи присутствующихъ граней, кружками—грани, не наблюдавшіяся въ комплексѣ; показаны также главные пояса. Изъ центра сѣтки проведены пунктиромъ окружности радіусами, отвѣчающими разстоянію до 1-й, 2-й и 3-й плоскости полярной рѣшетки (R , $2R$ и $3R$, причемъ R , разстояніе до 1-й плоскости, принято равнымъ $\frac{1}{2}$ по масштабу діаграммы для нахождения плотностей сѣтокъ граней, помѣщенной въ цитированной выше статьѣ Е. С. Федорова). Пунктиромъ же проведены вспомогательные діаметры и сдѣланы построения для нѣкоторыхъ граней, чтобы показать, какъ находятся точки діаграммы полярной рѣшетки. Такъ, напримѣръ, для полученія точки, соответствующей (001), параллельно діаметру, на которомъ лежитъ гномостереографическая проекція этой грани проведена касательная къ первой окружности (такъ какъ точка (001) въ полярной рѣшѣткѣ находится на 1-й плоскости) до пересѣченія съ радіусомъ, составляющимъ сѣ діаметромъ ($\bar{1}\bar{1}0$)—($\bar{1}\bar{1}0$) тотъ же уголъ, что и (001) съ центромъ проекціи. Величина, обратная разстоянію полученной точки пересѣченія отъ центра, даетъ плотность сѣтки грани (001) ²⁾, а проекція этого пересѣченія на діаметръ, гдѣ лежитъ (001), дастъ точку, отвѣчающую (001) въ діаграммѣ полярной рѣшетки (эта точка отмѣчена черточкою, какъ и прочія точки діаграммы полярной рѣшетки). Такимъ же образомъ найдутся точки для (010) и (100). Разстоянія полученныхъ трехъ точекъ отъ центра дадутъ три единичныхъ отрѣзка для главныхъ граней тригоналоиднаго кристалла; въ общемъ случаѣ триклинной сингоніи отрѣзки эти не равны, но въ случаѣ моноклинной сингоніи (данный кристаллъ) отрѣзки для (100) и (010) равны между собою. По полученнымъ единичнымъ отрѣзкамъ нахождение точки, соответствующей любой грани комплекса производится по обычнымъ въ кристаллографіи приемамъ, хотя можно въ каждомъ случаѣ примѣнить и вышеуказанный способъ; такъ именно найдены на чертежѣ точки діаграммы полярной рѣшетки для

1) Zeitschr. f. Kryst. B. 40. S. 132.

2) Она находится по діаграммѣ, приложенной къ упомянутой статьѣ Е. С. Федорова.

(111) (на 3-й плоскости) и (110) (на 2-й плоскости). Для полноты около полученныхъ точекъ для граней, представленныхъ въ комплексѣ, описаны векторіальные круги соответствующими радіусами.

Чтобы опредѣлить въ нашемъ примѣрѣ плотности сѣтокъ граней безъ помощи построенія, намъ нужно знать только углы, образуемые съ центромъ гномостереографическими проекціями данныхъ граней, если эти проекціи лежатъ внутри основного круга; для граней, проекціи коихъ лежатъ на основномъ кругѣ, нужно знать углы опредѣляющихъ ихъ граней послѣ сдвига, приводящаго проекцію (111) въ центръ сѣтки. На чертежѣ направление сдвига отмѣчено стрѣлками. Ниже приведены эти угловыя величины, взятые изъ діаграммы, и величины плотностей сѣтокъ соответствующихъ граней, полученные по таблицѣ № 1 и таблицамъ квадратовъ котангенсовъ (при $R = \frac{1}{2}$).

	ρ	D	Число паръ граней.
010	45°	2.00	2
001	49°	1.72	
$\bar{1}\bar{1}0$	32½°	1.10	
	61½°	0.92	
110	18°	0.91	
011	30½°	1.28	2
011	32½°	0.71	2

Для (110), напримѣръ, уголъ $\rho = 18^\circ$; перенося ординату этого угла на 2-ую шкалу (такъ какъ точка лежитъ на 2-ой плоскости рѣшетки), читаемъ 0.91 (собственно 0.906); для ($\bar{1}\bar{1}0$) уголъ ρ для опредѣляющей ее грани (021) послѣ сдвига равенъ 32½°; въ таблицахъ квадратовъ котангенсовъ, въ 3-мъ столбцѣ, читаемъ противъ этого угла 1.10 и т. д.

Символь комплекса $3(h) + 10^\circ$
48
— 2.

Вѣроятность установки на основаніи этихъ данныхъ:

$$W = \frac{R}{J} \sin 80^\circ \cos 5^\circ = \frac{8.65}{9.37} \sin 80^\circ \cos 5^\circ = 0.90.$$

Приложеніе: данныя, принятыя при построеніи кривой на таблицѣ № 1.

ρ	90°	87½°	85°	82½°	80°	77½°	75°	72½°	70°	67½°	65°	62½°	60°	57½°	55°	52½°	50°	47½°	45°
$\cos^2 \rho$	0.000	0.002	0.008	0.017	0.030	0.047	0.067	0.090	0.117	0.146	0.179	0.213	0.250	0.289	0.329	0.371	0.413	0.456	0.500

ТАБЛИЦА № 1
для нахождения плотностей сѣтокъ косыхъ граней.

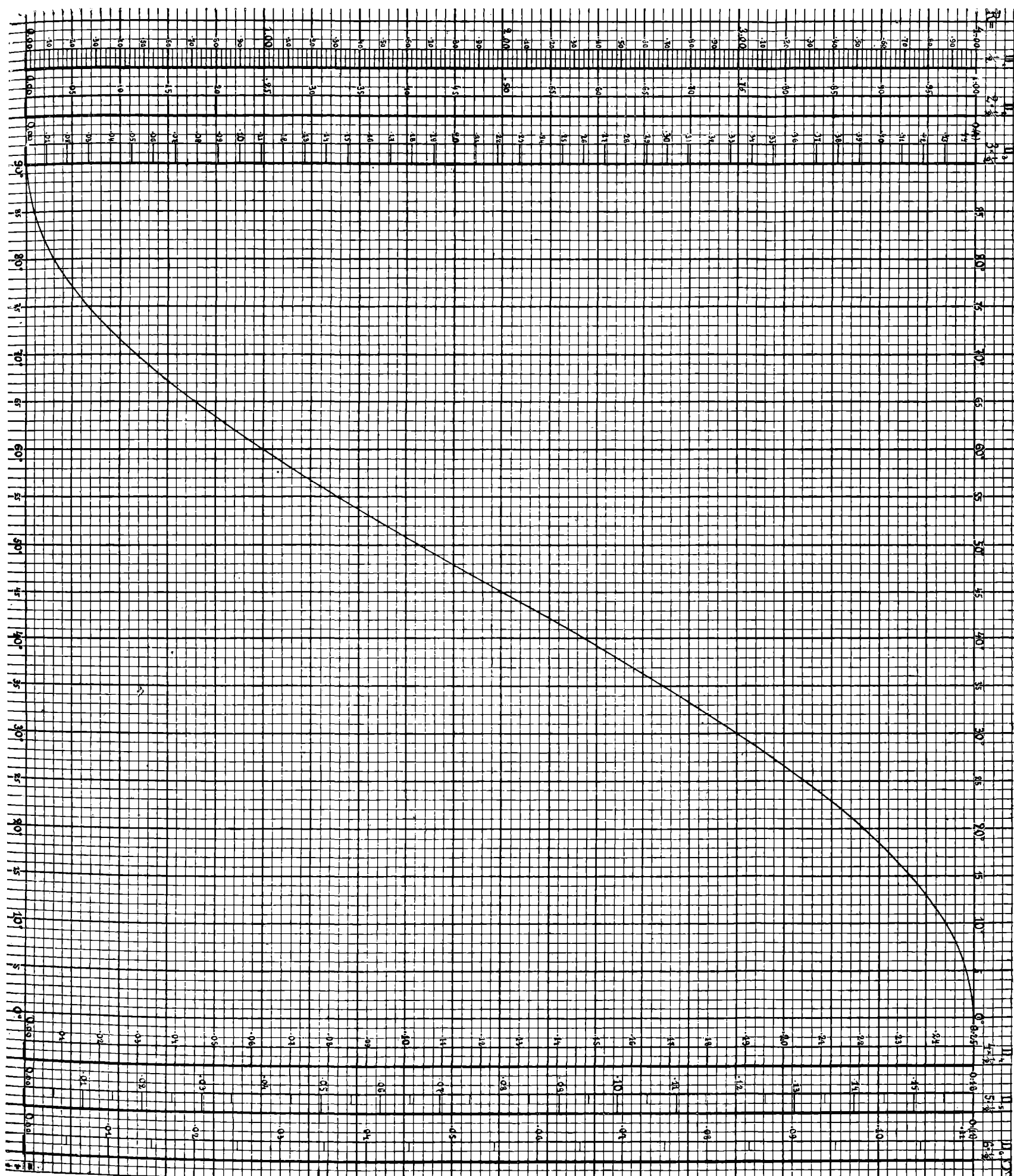


ТАБЛИЦА № 2

для нахождения плотностей сѣтокъ граней вертикальнаго пояса.

α	$ctg^2\alpha$	$\sqrt[4]{9} ctg^2\alpha$	$4 ctg^2\alpha_1$	$\sqrt[4]{9} ctg^2\alpha_1$	$ctg^2\alpha_1$	α_1
0°00'	∞	∞	0.00	0.00	0.00	90°00'
30'	13130.56	5835.80	0.00	0.00	0.00	30'
1°00'	3282.14	1458.73	0.00	0.00	0.00	89°00'
30'	1458.36	648.16	0.00	0.00	0.00	30'
2°00'	820.04	364.46	0.00	0.00	0.00	88°00'
30'	524.58	233.15	0.01	0.00	0.00	30'
3°00'	364.09	161.82	0.01	0.00	0.00	87°00'
30'	267.32	118.81	0.01	0.00	0.00	30'
4°00'	204.51	90.89	0.02	0.00	0.00	86°00'
30'	161.45	71.76	0.02	0.00	0.01	30'
5°00'	130.65	58.07	0.03	0.00	0.01	85°00'
30'	107.86	47.94	0.04	0.00	0.01	30'
6°00'	90.52	40.23	0.04	0.00	0.01	84°00'
30'	77.03	34.24	0.05	0.01	0.01	30'
7°00'	66.33	29.48	0.06	0.01	0.01	83°00'
30'	57.70	25.64	0.07	0.01	0.02	30'
8°00'	50.63	22.50	0.08	0.01	0.02	82°00'
30'	44.77	19.90	0.09	0.01	0.02	30'
9°00'	39.86	17.72	0.10	0.01	0.02	81°00'
30'	35.71	15.87	0.11	0.01	0.03	30'
10°00'	32.16	14.29	0.12	0.01	0.03	80°00'
30'	29.11	12.94	0.14	0.02	0.03	30'
11°00'	26.47	11.76	0.15	0.02	0.04	79°00'
30'	24.16	10.74	0.16	0.02	0.04	30'
12°00'	22.13	9.84	0.18	0.02	0.04	78°00'
30'	20.35	9.04	0.19	0.02	0.05	30'
13°00'	18.76	8.34	0.21	0.02	0.05	77°00'
30'	17.35	7.71	0.23	0.03	0.06	30'
14°00'	16.09	7.15	0.25	0.03	0.06	76°00'
30'	14.95	6.65	0.27	0.03	0.07	30'
15°00'	13.93	6.19	0.29	0.03	0.07	75°00'
30'	13.00	5.78	0.31	0.03	0.08	30'
16°00'	12.16	5.41	0.33	0.04	0.08	74°00'
30'	11.40	5.07	0.35	0.04	0.09	30'
17°00'	10.70	4.75	0.37	0.04	0.09	73°00'
30'	10.06	4.47	0.40	0.04	0.10	30'
18°00'	9.47	4.21	0.42	0.05	0.11	72°00'
30'	8.93	3.97	0.45	0.05	0.11	30'
19°00'	8.43	3.75	0.47	0.05	0.12	71°00'
30'	7.97	3.54	0.50	0.06	0.13	30'
20°00'	7.55	3.35	0.53	0.06	0.13	70°00'
30'	7.15	3.18	0.56	0.06	0.14	30'
21°00'	6.79	3.02	0.59	0.07	0.15	69°00'
30'	6.44	2.86	0.62	0.07	0.15	30'
22°00'	6.13	2.72	0.65	0.07	0.16	68°00'
30'	5.83	2.59	0.68	0.08	0.17	30'
23°00'	5.55	2.47	0.72	0.08	0.18	67°00'
α	$tg^2\alpha_1$	$\sqrt[4]{9} tg^2\alpha_1$	$4 tg^2\alpha$	$\sqrt[4]{9} tg^2\alpha$	$tg^2\alpha$	
22°00'	6.13	2.72	0.65	0.07	0.16	68°00'
30'	5.83	2.59	0.68	0.08	0.17	30'
23°00'	5.55	2.47	0.72	0.08	0.18	67°00'
30'	5.29	2.35	0.75	0.08	0.19	30'
24°00'	5.04	2.24	0.79	0.09	0.20	66°00'
30'	4.81	2.14	0.83	0.09	0.21	30'
25°00'	4.60	2.04	0.87	0.10	0.22	65°00'
30'	4.39	1.95	0.91	0.10	0.23	30'
26°00'	4.20	1.87	0.95	0.11	0.24	64°00'
30'	4.02	1.79	0.99	0.11	0.25	30'
27°00'	3.85	1.71	1.04	0.12	0.26	63°00'
30'	3.69	1.64	1.08	0.12	0.27	30'
28°00'	3.54	1.57	1.13	0.13	0.28	62°00'
30'	3.39	1.51	1.17	0.13	0.29	30'
29°00'	3.25	1.45	1.22	0.14	0.31	61°00'
30'	3.12	1.39	1.27	0.14	0.32	30'
30°00'	3.00	1.33	1.33	0.15	0.33	60°00'
30'	2.88	1.28	1.39	0.15	0.35	30'
31°00'	2.77	1.23	1.44	0.16	0.36	59°00'
30'	2.66	1.18	1.50	0.17	0.38	30'
32°00'	2.56	1.14	1.56	0.17	0.39	58°00'
30'	2.46	1.10	1.62	0.18	0.41	30'
33°00'	2.37	1.05	1.68	0.19	0.42	57°00'
30'	2.28	1.01	1.75	0.19	0.44	30'
34°00'	2.20	0.98	1.82	0.20	0.45	56°00'
30'	2.12	0.94	1.89	0.21	0.47	30'
35°00'	2.04	0.91	1.96	0.22	0.49	55°00'
30'	1.97	0.87	2.03	0.23	0.51	30'
36°00'	1.89	0.84	2.11	0.23	0.53	54°00'
30'	1.83	0.81	2.19	0.24	0.55	30'
37°00'	1.76	0.78	2.27	0.25	0.57	53°00'
30'	1.70	0.75	2.35	0.26	0.59	30'
38°00'	1.64	0.73	2.43	0.27	0.61	52°00'
30'	1.58	0.70	2.52	0.28	0.63	30'
39°00'	1.53	0.68	2.62	0.29	0.66	51°00'
30'	1.47	0.65	2.72	0.30	0.68	30'
40°00'	1.42	0.63	2.82	0.31	0.70	50°00'
30'	1.37	0.61	2.92	0.32	0.73	30'
41°00'	1.32	0.59	3.02	0.34	0.76	49°00'
30'	1.28	0.57	3.12	0.35	0.78	30'
42°00'	1.23	0.55	3.24	0.36	0.81	48°00'
30'	1.19	0.53	3.36	0.37	0.84	30'
43°00'	1.15	0.51	3.48	0.39	0.87	47°00'
30'	1.11	0.49	3.60	0.40	0.90	30'
44°00'	1.07	0.48	3.73	0.41	0.93	46°00'
30'	1.04	0.46	3.86	0.43	0.97	30'
45°00'	1.00	0.44	4.00	0.44	1.00	45°00'