Записки Ленинградского горного института, том X, вып. 2, 1937
Annales de l'Institut des Mines à Leningrade, vol. X, livr. 2, 1937

Номенклатура и символика пространственных групп симметрии

В. В. Доливо-Добровольский

Nomenklatur und Symbolik der Raumgruppen

von W. W. Doliwo-Dobrowolsky

Глава I

Обозначения пространственных групп, не связанные с видом симметрии

§ 1. Обозначения Федорова 1890 и 1895 гг. (I и II)

Вопрос об обозначениях 230 пространственных групп симметрии впервые встал одновременно с первым выводом всех этих групп.

Ввиду того, что даже Шенфлис в письме от 4 декабря 1889 г. (*9*, стр. 9) признает приоритет во времени за выводом Федорова, то остановимся прежде всего на обозначениях последнего.

Как известно, весь свой вывод Федоров разбивает на 3 части (*15*). Сначала он выводит так называемые симморфные группы. Эти группы выводятся из сходственных им точечных групп присоединением пространственных групп трансляций. Всех таких симморфных групп 73. Вторую часть вывода составляет нахождение гемисимморфных групп. Эти группы отличаются от симморфных тем, что некоторые, или все, плоскости симметрии в них превращены в плоскости скольжения. Гемисимморфных групп главным образом в связи с тем, что многие симморфные группы вовсе не обладают плоскостями симметрии, меньше, чем симморфных: всех гемисимморфных групп 54. Последними Федоров выводит асимморфные группы. Эти группы отличаются от симморфных и гемисимморфных тем, что их оси симметрии (некоторые или все) заменены винтовыми осями. Всех асимморфных групп 103.

Каждой пространственной группе симметрии приписывается Федоровым определенное алгебраическое уравнение, которое вполне строго и точно характеризует группу. Эти уравнения, несмотря на всю их подкупающую строгость, несколько громоздки для обозначений групп. Поэтому Федоровым все группы были еще просто перенумерованы. При этом нумерация велась в порядке вывода и проведена Федоровым отдельно для симморфных, гемисимморфных и асимморфных групп. Таким образом возникли номера от первого до 73-го у симморфных групп; от первого до 54-го у гемисимморфных; от первого до 103-го у асимморфных. Для отличия этих трех подразделений номер каждой группы сопровождается буквою *s*, *h* или *a*, указывающей принадлежность группы к симморфной (*s*) или гемисимморфной (*h*) или асимморфной (*a*).

Таким образом например обозначение 50*s* указывает на некоторую симморфную группу симметрии, которая выведена Федоровым пятидесятой, 50*h* — гемисимморфную — пятидесятую среди гемисимморфных, 50*a* — асимморфную — пятидесятую среди ассиморфных. Никакой аналогии между нумерами 50*s*, 50*h*, 50*a* при этом конечно не получается; отвечающие им группы могут относиться даже к различным сингониям [в нашем примере к гексагирной (гексагональной), к полигирной (кубической) и тетрагирной (тетрагональной)]. [1]

Система обозначений [в таблице II (см. в конце статьи) она обозначена «Федоров I»] чрезвычайно простая, учитывающая важную классификацию групп на симморфные, гемисимморфные и асимморфные.

К сожалению эти обозначения, в связи с их простотой, таят в себе ряд недостатков.

Полная зависимость обозначения группы от порядка вывода повела к тому, что уже сам Федоров во втором изложении вывода (*17*) (в таблице II «Федоров II») приписал многим группам другие номера. По С. А. Богомолову (*8*, стр. 4), такая перенумерация коснулась сорока групп:

№№ **русского текста** 1891 г. (*15*) (**Федоров** I):
отвечающие им №№ **немецкого текста** 1895 г. (*17*) (**Федоров** II)

16*h*	17*h*	18*h*	19*h*	20*h*	21*h*	22*h*	23*h*	24*h*	30*h*	31*h*	44*a*	45*a*	48*a*	49*a*	68*a*	69*a*
24*h*	16*h*	17*h*	18*h*	19*h*	20*h*	21*h*	22*h*	23*h*	31*h*	30*h*	45*a*	44*a*	49*a*	48*a*	69*a*	68*a*

70*a*	71*a*	72*a*	73*a*	74*a*	75*a*	76*a*	77*a*	82*a*	83*a*	84*a*	85*a*	93*a*	94*a*	95*a*	96*a*	97*a*
71*a*	70*a*	73*a*	72*a*	75*a*	74*a*	77*a*	76*a*	83*a*	82*a*	85*a*	84*a*	94*a*	95*a*	96*a*	97*a*	98*a*

98*a*	99*a*	100*a*	101*a*	102*a*	103*a*
99*a*	100*a*	101*a*	102*a*	103*a*	93*a*

Уже одно это обстоятельство создало некоторую путаницу Федоровских обозначений и вносит затруднения при пользовании ими.

Вторым недостатком обозначений Федорова является полное отсутствие в них каких-бы то ни было указаний на сингонию и на сходственную точечную группу (вид симметрии). Кроме того, как недостаток, следует отметить указанную уже выше несвязанность генетически вытекающих друг из друга групп. На примере групп 50*s*, 50*h* и 50*a* было видно, что под одним и тем же номером кроются генетически совершенно различные группы.

Сознавая указанные недостатки, Федоров от этой системы обозначений отказался и в дальнейших своих работах (*18* и *19*) дает новую символику (обозначенную в табл. II «Федоров III»).

Эта символика родственна и в общем принципиально довольно близка символике, которой пользовался Барлоу в своем выводе (*2* и *3*).

Поэтому, прежде чем переходить к последней символике Федорова, остановимся на обозначениях Барлоу.

§ 2. Обозначения Барлоу

Как известно, Барлоу (*2*, *3*) выводит, пользуясь десятью основными правильными системами точек, 65 «простых» систем Зонке (т. е. систем без элементов симметрии второго рода. Хотя Барлоу везде говорит о системах точек, мы для удобства в дальнейшем будем говорить об отвечающих им пространственных группах симметрии). Таким образом Барлоу получает 65 «простых» групп Зонке. Эти 65 групп он нумерует в порядке своего вывода от 1 до 65. [При этом эти номера оказываются не совпадающими с номерами, данными самим Зонке (*54*).] Обозрение остальных не «простых» групп (которые отвечают двойным системам точек) Барлоу начинает с групп, у которых присутствуют центры инверсии. Эти группы могут рассматриваться, как сочетания элементов симметрии «простых» групп Зонке с центрами инверсии. [В качестве равнодействующих элементов симметрии возможно присутствие и плоскостей симметрии и инверсионных (зеркально-поворотных) осей.]

Каждую такую группу Барлоу обозначает тем же номером, как и отвечающую ей простую, с буквой *a* после номера. При этом, так как одной и той же простой группе Зонке могут отвечать несколько «не простых» групп с центрами инверсии, то для отличия таких групп Барлоу прибегает ко второй нумерации в виде подстрочной цифры у каждого *a*. Таким образом например имеет группы: $39a_1$, $39a_2$, $39a_3$, $39a_4$. Одинаковый номер (*39*) обозначает, что все их оси со-

[1] При чтении настоящей работы очень желательно иметь перед собой любой атлас, где приведены чертежи всех 230 групп. Сводная таблица II (см. приложения) дает возможность быстро и точно находить чертеж группы, о которой идет речь в тексте.

вмещения [1] имеют такое же расположение и наименование, как в тридцать девятой группе Зонке. Отличаются же они друг от друга расположением своих центров инверсии, относительно этих осей. Барлоу описывает это расположение для каждой группы.

Всех таких групп 93 и все они распределяются только между видами симметрии, имеющими центры инверсии [т. е. принадлежат к «центральным» и «планаксиальным» видам симметрии по новой номенклатуре (*10*, стр. 152) или к «гомоморфным» по терминологии Грота (*21*, стр. 228)].

Далее Барлоу рассматривает группы (системы) с плоскостями симметричности, [2] но без центров инверсии. И эти группы он распределяет, как и в предыдущем случае, по системам Зонке, обозначая их буквою b. Получаем например обозначения $7b_1$, $7b_2$ и т. п. Подстрочные значки (1 и 2) обозначают здесь различия в плоскостях симметричности (плоскости симметрии отличны от плоскостей скольжения, а эти последние могут иметь различное направление скольжения). Эти различия для каждой группы указываются в особой таблице.

Если существование плоскостей симметричности превращает двойные оси симметрии в четверные зеркально-поворотные, то такие системы обозначены не буквой b, но буквой β (например $59\beta_1$, $59\beta_2$, $59\beta_3$, $59\beta_4$).

Несколько отличны для рассматриваемой рубрики обозначения низших сингоний. Входящие в пространственные группы симметрии дигирной (ромбической) сингонии простые группы Зонке расположены специальным частным образом [ряды осей располагаются под прямым углом друг другу, а не под косым, т. е. не так, как это имеет место в общем случае в моногирной (моноклинной) сингонии]. Поэтому Барлоу (ромбическим) группам рассматриваемой рубрики приписывает не отвечающие им номера моногирных (моноклинных) простых групп Зонке, но номера дигирных (ромбических) групп с одинаковым расположением вертикальных осей совмещения (горизонтальные оси в расчет при этом не принимаются). Чтобы подчеркнуть эту особенность групп низших сингоний [дигирной (ромбической) и моногирной (моноклинной)] в их обозначениях вместо буквы b пишется B (например $59B_1$, $59B_2$ и т. п.). Здесь цифра 59 говорит, что в группе вертикальные оси тождественны по наименованию и по расположению с вертикальными осями 59-ой простой группы Зонке. (Полученная таким образом группа вертикальных осей является частным случаем некоторой другой группы, в данном случае — 63.)

Всех групп b, β и B по Барлоу 70, на самом деле —71. (Барлоу пропустил группы, обозначенные Федоровым $16h$; $51a$; $52a$; $53a$, и принял идентичные пары групп $60\beta_1$ и $60\beta_2$, $56\beta_1$ и $56\beta_3$ и $56\beta_2$ и $56\beta_4$ за различные. Следуя принципам Барлоу, пропущенные им группы следовало бы назвать соответственно $61\beta_2$, $58\beta_1$, $55\beta_1$ и $55\beta_2$.)

Очевидно, что группы с буквою b в символе все принадлежат видам симметрии с плоскостями симметрии, проходящими через главные оси симметрии («планальные» виды) и кроме того с плоскостью симметрии, перпендикулярной тройной поворотной оси симметрии (гексацентрогирнопримитивный) гексацентрогирно-планальный виды симметрии).

К последней рубрике Барлоу относит группы, отвечающие двойным системам, но не имеющие ни центров инверсии, ни плоскостей симметрии. Сюда относятся только две группы с четверными инверсионными осями (тетрацентрогирно-примитивного вида симметрии). Эти группы Барлоу обозначает $63c$ и $64c$.

Главнейшим д о с т о и н с т в о м описанной символики Барлоу является выявление в обозначениях генетической связи между отдельными группами. Одним и тем же номером (например $63a_1$, $63a_2$, $63c$ или $61a_1$, $61a_2$, $61\beta_1$, $61\beta_2$, $61B_1$) обозначаются генетически связанные группы с одинаковым расположением осей совмещения (указание на группу Зонке). Вторым достоинством служит указание на порождающие кроме осей элементы симметрии (центр инверсии a, плоскости симметричности b, β, B, инверсионные оси β, C).

Н е д о с т а т к о м является: расхождение нумерации простых групп с нумерацией, данной Зонке; невозможность узнать эту группу без специального «ключа» к номерам; отсутствие указаний на сингонию и в большинстве случаев невозможность однозначного определения вида симметрии по символу группы; невозможность по символу определить точно расположение и характер порождающих элементов симметрии, если даже известна группа Зонке (и следовательно вид симметрии); отсутствие указаний, является ли группа симморфной, гемисимморфной или асимморфной.

---

[1] Названием «оси совмещения» Федоров объединяет поворотные и винтовые оси симметрии (гиры и трансгиры).

[2] Названием «плоскости симметричности» Федоровым объединяются плоскости симметрии и плоскости скольжения (планы и трансланы).

Достоинства обозначений Барлоу толкнули Федорова (*18*, *19*) на создание новой системы обозначений, которая сочетала бы в себе достоинства символики Барлоу с достоинствами классификации Федорова.

В новой символике Федоров, следуя Барлоу, также классифицирует все группы по простым группам Зонке. Однако в связи с тем, что в выводе Федорова отдельно рассматриваются симморфные, гемисимморфные и асимморфные группы, 65 простых групп Зонке получают две нумерации. 24 симморфных «простых» групп получают отдельную нумерацию от остальных 41 асиммофных простых групп (гемисимморфных простых групп нет, что очевидно).

Для различия двух принятых нумераций Федоров теперь уже не пригебает к буквам s и a, но просто номера асимморфных групп ставит в скобки. Таким образом 65 простых групп Зонке получают номера от 1 до 24 и от (1) до (41). Все остальные группы, не являющиеся «простыми», получают номера те же, что и «простые», отвечающие им по расположению и наименованию их осей совмещения. Как мы видели, Барлоу в качестве отличительного признака «не простых» групп рассматривал: 1) центры инверсии, 2) при их отсутствии — плоскости симметричности, 3) при отсутствии первых двух типов элементов симметрии — инверсионные оси.

Федоров на первое место ставит плоскости симметричности. При этом горизонтально ориентированные плоскости симметричности Федоров обозначает буквой χ, вертикальные — буквами φ или δ, если последние расположены диагонально к осям совмещения.

Если у данной группы присутствуют плоскости симметричности, то для обозначения этой группы рядом с номером ставится буква χ, φ или δ, в зависимости от того, как расположены ее плоскости симметричности. (При этом, если в одной и той же группе есть и горизонтальные и вертикальные плоскости симметричности, предпочтение оказывается первым, и группе приписывается значок χ.) Однако, как мы знаем, многие группы, отвечающие одной и той же «простой» группе Зонке, могут характеризоваться одинаково-ориентированными плоскостями симметричности. (Такие группы могут например отличаться направлением скольжения своих плоскостей скольжения.) Таким образом возможны несколько групп, имеющих одинаковый номер и одинаковую букву χ, φ или δ. Таким группам Федоров, подобно Барлоу, приписывает вторую нумерацию. Так например возникают группы: $4, 4\chi, 4\chi1, 4\chi2, 4\chi3, 4\delta, 4\delta1$. Цифра 4 спереди приведенных обозначений показывает, что все семь групп отвечают некоторой одной «простой» группе Зонке, обозначенной просто числом 4 (четвертая по порядку группа Зонке). Символы $\chi, \chi1, \chi2, \chi3$ указывают, что четыре группы с такими символами имеют горизонтальные плоскости симметричности. При этом отличаются они друг от друга уже в деталях: направлением скольжения их плоскостей скольжения. Первая из указанных четырех χ не имеет добавочного номера. По Федорову, это обозначает, что здесь мы имеем симморфную группу. Таким образом добавочную нумерацию несут только гемисимморфные и асимморфные группы. Указанные группы $4\chi1, 4\chi2, 4\chi3$ являются следовательно гемисимморфными и могут отличаться тем, что некоторые или все их плоскости симметрии заменены плоскостями скольжения с различным направлением скольжения. Группы 4δ и $4\delta1$ очевидно имеют такой же комплекс осей совмещения, как и только что рассмотренные группы, однако отличаются от них диагональным расположением своих плоскостей гимметричности. Группа — 4δ симморфная. Группа $4\delta1$, как несущая добавочную нумерацию — семисимморфная.

Но как же быть в том случае, если одной и той же простой группе Зонке отвечают несколько симморфных групп? Добавочную нумерацию Федоров использовал уже для гемисимморфных. Для симморфных же Федоров вводит добавочные значки. Рассмотрим пример. Совокупность чередующихся двойных осей симметрии (дигир) с двойными винтовыми осями (дитрансгирами) одного направления в пространстве (вертикального по Федорову) образует «простую» группу Зонке, третью по счету. (Обозначение этой группы просто 3.) Таким же расположением таких же осей совмещения характеризуется еще 11 групп, имеющих различные плоскости симметричности. В двух группах плоскости симметричности горизонтальны. Одна из этих групп — симморфная, другая — гемисимморфная. Согласно с уже рассмотренным выше другим примером эти две группы получают обозначения 3χ и $3\chi1$. Остальные 9 групп — имеют вертикальные плоскости симметричности. При этом 3 из 9-ти симморфные, 6 — гемисимморфные. Для отличия симморфных групп Федоров их обозначает 3φ, $3\varphi'$, $3\varphi''$. Для соответственных гемисимморфных групп получаются обозначения $3\varphi1$, $3\varphi2$, $3\varphi3$, далее $3\varphi'1$, $3\varphi'2$ и наконец $3\varphi''1$ (последняя отвечает симморфной группе $3\varphi''$).

Изложенные правила для обозначения групп позволяют приписать обозначения почти что всем группам. Остается остановиться на случаях, когда «не простые» группы не имеют плоскостей симметричности. Тогда они отличаются от «простых» групп Зонке инверсионными осями. Эти группы Федоров помечает буквой π.

Например группа 3π обозначает группу, отвечающую простой группе 3 (Зонке), но двойные оси симметрии которой (дигиры g^2) являются в то же время инверсионными осями (тетрацентрогирами g^{4c}).

К этой же рубрике классификации, характеризующейся значком π, Федоров причисляет и одинарную инверсионную ось, т. е. просто центр инверсии. (Группа 1π — присутствием центров инверсии отличается от простой группы Зонке 1 — вообще без элементов симметрии, не считая трансляций.)

Наконец Федоров вводит еще одну букву: a — для обозначения групп, в которых тройные оси симметрии являются инверсионными. Например в тригирно-планаксиальном (дитригонально-скаленоэдрическом) виде симметрии имеем группы $14a$, $14a1$ и другие.

Все эти буквы (χ, φ, δ, π, a) дают возможность обозначить все без исключения 230 пространственных групп тремя знаками (иногда со штрихами у среднего: например $3\varphi''1$).

До сих пор мы приводили примеры симморфных и гемисимморфных групп. Принципы обозначений асимморфных групп совершенно те же. Разница вся в том, что символ заключается в скобки. При этом Федоров почему-то в скобки ставит не все три знака символа и не его первый знак, но два последних. Например: $6(\varphi1)$; $21(\chi2)$; $2(\delta2)$. Приведенные обозначения говорят о том, что здесь мы имеем асимморфные группы, отвечающие «простым» асиммморфным группам Зонке (6), (21) и (2).

Отметим главнейшие д о с т о и н с т в а вышеописанного способа Федорова (многие из них общие с достоинствами символики Барлоу):

1. Подчеркивается классификационная связь групп с теми или иными простыми группами Зонке (номер, стоящий спереди, прямо указывает на одну из 65 групп Зонке).

2. Символ показывает симморфна, гемисимморфна или асимморфна данная группа [однозначные и двузначные символы без скобок отвечают симморфным группам, например 1, 1χ, $1\chi'$, 2, 2φ, $2\varphi'$, 15, 15π, $15a$, и т. п., трехзначные без скобок — гемисимморфным, например $1\chi1$, $1\chi1$, $2\varphi1$, $2\varphi2$, $2\varphi3$, $2\varphi'1$, $15\pi1$, и т. п., символы в скобках — асимморфным группам, например (1), $1(\chi1)$, $1(\chi2)$, $2(\delta')$, (40), $38(\chi2)$, и т. п.].

3. Символы групп до некоторой степени дают представление о характере и расположении элементов симметрии, особенно если известно, какая именно из групп Зонке имеет тот или иной номер. (Так, если в символе нет букв, то имеем дело с группой только с осями совмещения, буква π указывает на присутствие инверсионных осей, при отсутствии вертикальных плоскостей симметричности и т. п.).

Рассмотрим главнейшие несовершенства и н е д о с т а т к и описанной символики Федорова (многие из них присущи и символике Барлоу):

1. Самым существенным недостатком является отсутствие в символе указаний на сингонию и вид симметрии, к которым каждая группа относится. Лишь только косвенно по номеру группы, принимая во внимание, что группы перенумерованы от низших к высшим по симметрии, можно приблизительно догадываться о сингонии и виде симметрии.

2. Нумерация асимморфных групп совершенно независима от нумерации остальных. Таким образом например группы 15 и (15) оказываются не имеющими ничего общего. Этот недостаток может быть можно было бы устранить, если для асимморфных групп ставить номера (в скобках) тех симморфных групп, с которыми они генетически связаны. Так например, если симморфная группа, характеризующаяся одними двойными осями (дигирами), имеет номер по Федорову 2, то группу с одними двойными винтовыми осями (дитрансгирами) обозначить номером (2). [При этом по аналогии с группами гемисимморфными здесь при надобности можно прибегать к штрихам, например (8'), (8''), вместо (15) и (16).]

3. Нумерация «простых» групп не совпадает ни с нумерацией Зонке, ни с нумерацией Барлоу.

4. Принцип нумерации (как главной, так и добавочной) ставит все обозначения в полную зависимость от порядка вывода групп. Если группы выводить в другом порядке, что вполне возможно даже по методу Федорова, то номера изменятся. Иными словами, по номеру невозможно вскрыть содержания, не имея специально составленного «ключа».

5. Среди буквенных обозначений в символах Федорова фигурируют π и α. Первая буква (π) указывает на инверсионные оси наименований 1, 4 и 6, вторая (α) на инверсионную ось с наименованием 3. Это вносит некоторую нестройность в символику.

Буква π не употреблена Федоровым для тройной инверсионной g^{3c}, чтобы не получить одинаковых обозначений для различных групп (например группы 12α и 12π). Это мелкое несовершенство символики может быть можно было бы несколько сгладить, если считать, что α обозначает нечетные инверсионные оси, т. е. такие, которые сопровождаются присутствием самостоятельного центра инверсии. Под буквой π понимать только четные оси: четверные и шестерные инверсионные, (g^{4c} и g^{6c}). Но в таком случае одинарную инверсионную, т. е. просто центр инверсии, следует обозначить не π, но α и группу 1π следует назвать 1α.

6. Несколько неудачно то, что в асимморфных группах в скобки берется или главный номер [у групп Зонке например (3), (4)] или же два добавочных символа [например $3(\chi 1)$, $4(\chi 2)$, и т. п.]. Нам кажется, что стройнее было бы в скобки заключить во всех случаях только первую цифру или же весь символ [например $(3)\chi 1$; $(4)\chi 2$ или же $(3\chi 1)$, $(4\chi 2)$ и т. п.].

Вероятно в связи со всеми перечисленными несовершенствами указанная символика Федорова не нашла отклика.

Несмотря на то, что символика более «генетична», чем первые, она уступает им в смысле простоты, а потому в специальных работах, посвященных обозначениям групп симметрии, последняя символика Федорова вовсе не упоминается.

Глава 2

Обозначения, связанные с видом симметрии

§ 4. Первоначальные обозначения Шенфлиса

Шенфлис пришел к выводу 230 групп симметрии не сразу. В ряде своих предварительных работ (*46—48*) он занимается сначала исследованием только «простых» групп Зонке.

Для их обозначений он не просто нумерует эти группы, как это делал Жордан (*31*), Зонке (*54*), Барлоу (*2—3*) и Федоров (*15—19*), но, опираясь на дробную классификацию этих групп, изображает особую символику.

В этой символике Шенфлис добивается того, что по обозначению группы видно, с каким видом симметрии эта группа сходственна. Достигается это введением следующих символов. $\mathfrak{C}_k$ (n) (где k некоторый порядковый номер, а n число 2, 3, 4 или 6) обозначает группы Зонке с совокупностью осей совмещения одного направления наименования n. Например символы $\mathfrak{C}_1(2)$, $\mathfrak{C}_2(2)$, $\mathfrak{C}_3(2)$ обозначают группы с двойными осями совмещения одного направления. Они следовательно принадлежат моногирной (моноклинной) сингонии, к моногирно-аксиальному (диэдрическому аксиальному) виду симметрии. Так как групп три, то Шенфлис помечает их подстрочными значками 1, 2 и 3. $\mathfrak{C}_1(2)$ в данном случае обозначает группу с одними поворотными двойными осями (дигирами); $\mathfrak{C}_2(2)$ с одними винтовыми (дитрансгирами), $\mathfrak{C}_3(2)$ и с теми и с другими.

Группы $\mathfrak{C}_1(3)$, $\mathfrak{C}_2(3)$, $\mathfrak{C}_2'(3)$, $\mathfrak{C}_3(3)$ относятся, как это следует из способа написания их символов, к тригирной сингонии (тригональной) к примитивному (тригонально-пирамидальному) виду симметрии. Надстрочный штрих в символе $\mathfrak{C}_2'(3)$ говорит о том, что эта группа отличается от группы $\mathfrak{C}_2(3)$ только тем, что винтовые оси этой группы не правые, но левые. Таким образом символы расшифровываются здесь таким образом: $\mathfrak{C}_1(3)$ группа с тройными осями (тригирами) одного направления, $\mathfrak{C}_2(3)$ — с правыми тройными винтовыми осями (тритрансгирами), $\mathfrak{C}_2'(3)$ — с левыми тройными винтовыми, $\mathfrak{C}_3(3)$ — группа и с простыми и с винтовыми тройными осями.

В тетра- и гексагирных (тетра- и гексагональных) группах мыслимо бо́льшее разнообразие, а потому имеем еще например группы $\mathfrak{C}_4(6)$, $\mathfrak{C}_5(4)$.

$\mathfrak{D}_m(n)$ (где m порядковый номер, а n наименование оси 3, 4 или 6) обозначает группы, у которых кроме осей предыдущей совокупности [$\mathfrak{C}_m(n)$] есть еще двойные оси совмещения, перпендикулярные первым.

Очевидно, что такие группы сходственны с аксиальными (трапецоэдрическими) видами симметрии. Например группы $\mathfrak{D}_1(3)$, $\mathfrak{D}_2(3)$, $\mathfrak{D}_2'(3)$, $\mathfrak{D}_3(3)$ относятся все к тригирноаксиальному (тригонально-трапецоэдрическому) виду симметрии [характер тройных осей совмещения не полностью отвечает соответственно группам $\mathfrak{C}_1(3)$, $\mathfrak{C}_2(3)$, $\mathfrak{C}_2'(3)$ и $\mathfrak{C}_3(3)$].

$\mathfrak{V}^m$ (где m — порядковый номер группы этой категории) обозначает частный случай предыдущего, а именно, случай $\mathfrak{D}_m(2)$, т. е. совокупность двойных осей совмещения, расположенных в трех взаимно-перпендикулярных направлениях [вид симметрии дигирно-аксиальный (ромбо-тетраэдрический)].

Для групп Зонке полигирной (кубической) сингонии приняты следующие символы:

$\mathfrak{T}^m$ — группы полигирно-примитивного (пентагонтритетраэдрического) вида симметрии.

$\mathfrak{O}^m$ — группы полигирно-аксиального (пентагонтриоктаэдрического) вида симметрии.

Описанная система обозначений 65 простых групп Зонке выгодно отличается от простой нумерации этих групп, принятой другими, перечисленными выше авторами. По символу группы у Шенфлиса вполне точно и однозначно можно определить, к какому виду симметрии (а следовательно и к какой сингонии) относится данная группа.

В своей последующей работе (*49*) Шенфлис символические обозначения остальных групп, не принадлежащих к простым, привязывает к обозначениям соответственных простых групп. В этом отношении символика Шенфлиса принципиально близка к символике Барлоу и окончательной символике Федорова.

Символ «не простой» группы у Шенфлиса прежде всего полностью состоит из символа соответственной «простой» группы, от которой первая отличается только элементами симметрии второго рода (инверсионными осями с их частными случаями). Эти характерные элементы симметрии второго рода и записываются Шенфлисом в качестве отличительных признаков различных не простых групп. Для обозначений элементов симметрии второго рода Шенфлис прибегает к латинским буквам:

h — обозначает плоскость симметрии, нормальную к осям совмещения высшего наименования (т. е. обычно горизонтальную),

s — плоскость симметрии—параллельная осям совмещения высшего наименования (вертикальная),

d — такая же плоскость, как и s, но диагонально-расположенная,

a, b — заменяют s в некоторых особых частных случаях расположения s,

m — плоскость симметрии, сдвинутая таким образом, что она не проходит через оси совмещения, но располагается между параллельными ей осями,

i — центр инверсии, расположенный между осями совмещения,

q — четверные зеркально-поворотные оси симметрии.

Эти обозначения вписываются в качестве надстрочных букв в символ простой группы. Рассмотрим для примера получающиеся обозначения групп.

Например простой группе, которая уже упомянута была выше, $\mathfrak{C}_1(2)$ отвечают две «не простых» группы моногирной (моноклинной) сингонии $\mathfrak{C}_1^h(2)$ и $\mathfrak{C}_1^i(2)$. Первая из них характеризуется присутствием плоскостей симметрии нормальных дигирам. В качестве равнодейтвующих элементов симметрии еще присутствуют центры инверсии в точках пересечения дигир с плоскостями симметрии. Вид симметрии очевидно моногирно-планаксиальный (призматический).

Из символа группы $\mathfrak{C}_1^i(2)$ следует присутствие центров инверсии, расположенных между дигирами. Равнодействующими элементами симметрии явятся плоскости скольжения нормальные дигирам. Очевидно и в данном случае вид симметрии будет также моногирно-планаксальным (призматическим).

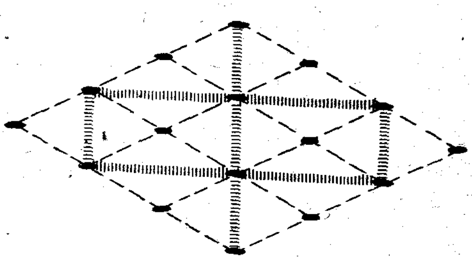


Рис. 1. Диагональное расположение плоскостей симметрии в ромбической сетке.

Этой же простой группе $\mathfrak{C}_1(2)$ отвечают еще 8 не простых групп в дигирной (ромбической) сингонии. Все они относятся к планальному (ромбопирамидальному) виду симметрии.

$\mathfrak{C}_1^s(2)$ — с вертикальными плоскостями симметрии, проходящими через дигиры, образующими прямоугольную сетку.

$\mathfrak{C}_1^d(2)$ — плоскости симметрии расположены по диагоналям ромбической сетки, образованной дигирами (рис. 1).

$\mathfrak{C}_1^m(2)$ — плоскости симметрии проходят между параллельными рядами дигир.

$\mathfrak{C}_1^m(2)$ — особый случай, несколько нарушающий стройность схемы.

В случае, когда те или иные плоскости симметрии заменяются плоскостями скольжения соответственным группам Шенфлис не приписывает особого символа. Хилтон (*25*) в сводке обозначений Шенфлиса такие группы выделяет подчеркиванием. Поэтому получаем:

$$\underline{\mathfrak{C}_1^s(2)},\ \underline{\mathfrak{C}_1^d(2)},\ \underline{\mathfrak{C}_1^m(2)},\ \underline{\mathfrak{C}_1^{m_1}(2)}.$$

Во всех случаях по символу точно и однозначно определяется вид симметрии и сингония. Более того, только из-за группы $\mathfrak{C}_3^{mn}(2)$ нельзя строить полную совокупность всех элементов симметрии каждой из восьми указанных групп, т. е. вполне определить группу. К сожалению, это не всегда возможно сделать вполне однозначно. Кроме порождающих элементов симметрии, даваемых Шенфлисом в символе группы, часто необходимо бывает еще знать, как они расположены друг относительно друга. Так например центр инверсии можно расположить или в центре объема ячеек решетки, образованной тремя системами взаимно-перпендикулярных дигир (группа Зонке $\mathfrak{V}_4$), или же центром инверсии можно центрировать грань такой ячейки. Получаются две различные группы, помеченные Шенфлисом, как $\mathfrak{V}_4^i$ и $\mathfrak{V}_4^{i1}$.

Аналогично в зависимости от того, через какие именно оси совмещения (простые или винтовые) проходят плоскости симметрии, получаем например группы, помечаемые для отличия как $\mathfrak{C}_3^d(2)$ и $\mathfrak{C}_3^{d_1}(2)$. Подобные же случаи наблюдаются у групп $\mathfrak{C}_3^s(2)$ и $\mathfrak{C}_3^{s_1}(2)$; $\mathfrak{V}_3^m$ и $\mathfrak{V}_3^{m_1}$; $\mathfrak{V}_3^q\alpha$ и $\mathfrak{V}_3^q\beta$. (В последнем примере разница обусловлена расположением центров у четверных зеркально-поворотых осей симметрии.) Есть и другие примеры. В средних сингониях вместо s_1 (и d_1) Шенфлис вводит a и b.

Например $\mathfrak{C}_1^s(3)$ и $\mathfrak{C}_1^a(3)$; $\mathfrak{C}_5^b(4)$, также $\mathfrak{D}_5^a(3)$, $\mathfrak{C}_3^a(4)$, $\mathfrak{C}_5^b(4)$, $\underline{\mathfrak{C}_1^a(6)}$ и др.

Большим п р е и м у щ е с т в о м приведенной системы обозначений Шенфлиса по сравнению с описанными предыдущими системами является то, что символом Шенфлиса не только указывается отвечающая группе простая группа Зонке, но, что самое существенное, точно и однозначно определяется вид симметрии.

Принцип же нумерации простых групп в пределах одного вида симметрии в системе Шенфлиса, как и в любой системе, в которой проводится принцип нумерации, делает затруднительным разобраться до конца в группе. Коренной н е д о с т а т о к, присущий предыдущим системам обозначений, этими обозначениями не обойден. Но даже, если точно знать, что кроется под тем или иным номером у Шенфлиса, буквенные показатели, несмотря на их многочисленность, далеко не во всех случаях дают возможность вполне определить группу. Таким образом, несмотря на то, что буквенные показатели Шенфлиса гораздо подробнее характеризуют элементы симметрии группы, чем значки Барлоу (a, α, b, β, c) и Федорова (χ, φ, δ, π, α), символы не разрешили задачи определения группы по символу.

Вместе с тем увеличение числа условных обозначений делает всю систему громоздкой. Кроме того ввиду того, что в качестве порождающих элементов симметрии берется такое разнообразное их количество, часто несколько затушевывается принадлежность различных групп к одному и тому же виду симметрии.

Так сразу не видно, что группы, например $\mathfrak{V}_5^i$, $\mathfrak{V}_1^h$, $\mathfrak{V}_7^{m_1}$ и $\mathfrak{V}_9^h$, принадлежат к одному виду симметрии, а $\mathfrak{V}_8^d$, $\mathfrak{V}_3^q$ — к другому. Этот результат можно получить только после того, как по данным порождающим элементам мы, хотя бы в уме сообразим одинаковость совокупности порождающих с равнодействующими элементами в сходственных видах симметрии. Не видно сразу же, что и группы $\mathfrak{C}_3^h(2)$ и $\mathfrak{C}_2^i(2)$ относятся к одному, а $\mathfrak{C}_2^h(2)$ и $\mathfrak{C}_2^m(2)$ к разным видам симметрии.

§ 5. О б о з н а ч е н и я Ш е н ф л и с а 1891 и 1923 гг.

В связи с этими всеми несовершенствами сам Шенфлис, придавая окончательную форму своему выводу 230 пространственных групп в 1891 г. (*51*), подобно Федорову, отказался от своей первоначальной системы обозначений и перешел на более простую.

Его окончательная система обозначений уже очень тесно связывает группы со сходственными видами симметрии. Для этого Шенфлис дает однозначную систему обозначений для видов симметрии. Напомним его основные принципы. Виды симметрии получают полную характеристику порождающих элементов симметрии при помощи следующих символов:

C_n (где $n = 1, 2, 3, 4$ или 6) обозначает вид симметрии с поворотной осью симметрии наименования 1, 2, 3, 4 или 6,

C_n^v (где $n = 2, 3, 4$ или 6) обозначает вид симметрии, где кроме поворотной оси симметрии (главной оси наименования 2, 3, 4 или 6), присутствуют еще плоскости симметрии, через эту ось проходящие (v — от слова вертикаль),

C_n^h (где $n = 2, 3, 4$ или 6) обозначает вид симметрии, где кроме поворотной оси присутствует нормальная к ней (горизонтальная) плоскость симметрии (h — от слова горизонталь); (в качестве равнодействующих элементов симметрии могут присутствовать еще и центры инверсии),

D_n (где $n = 3, 4$ или 6) обозначает вид симметрии, где кроме главной оси наименования 3,4, или 6 присутствуют ей перпендикулярные двойные оси симметрии,

D_n^h (где $n = 3, 4$ или 6) обозначает вид симметрии, где кроме осей вида симметрии D_n присутствует нормальная к главной оси горизонтальная (и вертикальные) плоскости симметрии (могут быть и центры инверсии),

D_n^d (где $n = 3$) обозначает вид симметрии, где кроме осей вида симметрии D_n, присутствуют (вертикальные) плоскости симметрии, проходящие через главную ось, но делящие пополам углы между двойными осями (d — от слова диагональ) (равнодействующими являются инверсионные оси),

V — обозначает вид симметрии с тремя взаимно-перпендикулярными двойными осями симметрии,

V^h — обозначает вид симметрии, где кроме осей предыдущего вида присутствует горизонтальная (и вертикальная) плоскость симметрии (равнодействующим еще является центр инверсии),

V^d — обозначает вид симметрии, где кроме осей вида V, присутствуют проходящие через главную ось, вертикальные плоскости «диагонально»-расположенные по отношению к горизонтальным осям,

S — вид симметрии с одинарной зеркально-поворотной осью симметрии, т. е. просто с плоскостью симметрии, [1]

S_2 — вид симметрии с двойной зеркально-поворотной осью, т. е. просто с центром инверсии,

S_4 — вид симметрии с четверной зеркально-поворотной осью,

S_6 — вид симметрии с шестерной зеркально-поворотной осью; Шенфлис обозначает его C_3^i.

Для полигирной (кубической) сингонии приняты следующие обозначения:

T — вид симметрии, поворотные оси которого расположены, как у правильного тетраэдра (полигирно-примитивный или тритетраэдрический); других элементов симметрии кроме указанных осей нет,

T^d — вид симметрии, у которого кроме элементов симметрии вида T, присутствуют «диагональные» по отношению к двойным осям — плоскости симметрии (полигирнопланальный или гексатетраэдрический),

T^h — вид симметрии, в котором кроме осей вида T содержится горизонтальная (т. е. через двойные оси проходящая) плоскость симметрии (+равнодействующие элементы) (полигирноцентральный или дидодекаэдрический вид симметрии),

O — вид симметрии с осями симметрии правильного октаэдра (полигирно-аксиальный или триоктаэдрический),

O^h — вид симметрии с элементами симметрии вида симметрии O, в котором еще присутствует горизонтальная (т. е. через четверные оси проходящая) плоскость симметрии (+равнодействующие элементы симметрии) (полигирно-планаксиальный или гексаоктаэдрический вид симметрии).

Переходим к пространственным группам.

Каждая пространственная группа сходственна с тем или иным видом симметрии. Шенфлис обозначает ее символом сходственного вида симметрии, но для отличия пишет прописную букву этого символа не латинским шрифтом, но готическим. Однако одному и тому же виду симметрии сходственны почти во всех случаях многие пространственные группы. Для их отличия Шенфлис, как и Федоров и Барлоу, прибегает к нумерации. Шенфлис нумерует однако особой нумерацией пространственные группы каждого вида симметрии.

---

[1] Во втором издании 1923 г. этот вид симметрии Шенфлис обозначает C_1^h.

Так например, если виду симметрии D_3 сходственно 7 пространственных групп, то эти группы получают номера от 1 до 7-го и они пишутся в виде надстрочного значка у символа группы. Таким образом получим группы с такими символами $\mathfrak{D}_3^1, \mathfrak{D}_3^2, \mathfrak{D}_3^3, \mathfrak{D}_3^4, \mathfrak{D}_3^5, \mathfrak{D}_3^6, \mathfrak{D}_3^7$.

Если у символа вида симметрии уже есть надстрочный значок (буква v, h или d), то последний в символе группы Шенфлис переносит вниз.

Например для шести пространственных групп, сходственных с видом симметрии T^d, получим символы:

$$\mathfrak{T}_d^1, \ \mathfrak{T}_d^2, \ \mathfrak{T}_d^3, \ \mathfrak{T}_d^4, \ \mathfrak{T}_d^5, \ \mathfrak{T}_d^6.$$

Для пространственных групп, сходственных с видом симметрии C_2^h, имеем символы

$$\mathfrak{C}_{2,h}^1, \ \mathfrak{C}_{2,h}^2, \ \mathfrak{C}_{2,h}^3, \ \mathfrak{C}_{2,h}^4, \ \mathfrak{C}_{2,h}^5, \ \mathfrak{C}_{2,h}^6.$$

Если вид симметрии сходственен только с одной пространственной группой, то номер группы излишен. Согласно этому единственная пространственная группа, сходственная с видом C_1, не имеет номера и обозначается $\mathfrak{C}_1$. В противоречии с этим принят Шенфлисом символ для единственной группы, сходственной с видом C_3^h. Символ этой группы Шенфлис пишет не

$$\mathfrak{C}_3^h, \quad \text{но} \quad \mathfrak{C}_{3,h}^1.$$

Кроме того Шенфлис допускает еще следующие изменения.

Вместо символа $\mathfrak{S}_2$, отвечающего симметрии S_2, Шенфлис принимает символ $\mathfrak{C}_i$.

Вместо символов $\mathfrak{S}^1$, $\mathfrak{S}^2$, $\mathfrak{S}^3$ и $\mathfrak{S}^4$, сходственных виду симметрии S, Шенфлис дает символы $\mathfrak{C}_s^1$, $\mathfrak{C}_s^2$, $\mathfrak{C}_s^3$ и $\mathfrak{C}_s^4$.

Ниггли (*33* и *34*), излагая в 1919 и в 1928 гг. теорию 230 пространственных групп, полностью принял систему обозначений Шенфлиса, введя только одно небольшое изменение, а именно уничтожив запятые в символе. Например вместо $\mathfrak{C}_{2,h}^4$ Ниггли просто пишет $\mathfrak{C}_{2h}^4$. (Аналогично этому Ниггли, и почти все другие авторы, пишут и символы видов симметрии с буквенными указателями внизу, — не C_2^h, но C_{2h}.)

Шенфлис в 1923 г. (*53*) следует уже Ниггли в отношении запятых и стремится уничтожить нелогичности в обозначениях, указанные выше. Он изменяет символ вида симметрии S на символ C_1^h, а отсюда вместо мало удачных символов групп $\mathfrak{C}_s^1$, $\mathfrak{C}_s^2$, $\mathfrak{C}_s^3$ и $\mathfrak{C}_s^4$ пишет $\mathfrak{C}_{1h}^1$, $\mathfrak{C}_{1h}^2$, $\mathfrak{C}_{1h}^3$ и $\mathfrak{C}_{1h}^4$.

Принятие таких символов уже не дает возможности спутать группы симметрии, сходственные видам S и S_2, а потому группу, сходственную последнему, Шенфлис уже обозначает вполне резонно как $\mathfrak{S}_2^h$. Среди других новшеств следует отметить изменение нумерации трех групп вида симметрии V_h. Вместо $\mathfrak{V}_h^{11}$, $\mathfrak{V}_h^{12}$ и $\mathfrak{V}_h^{13}$ первого издания эти группы получили соответственно номера $\mathfrak{V}_h^{13}$, $\mathfrak{V}_h^{11}$ и $\mathfrak{V}_h^{12}$.

Самым существенным д о с т о и н с т в о м обозначений Шенфлиса является связанность обозначений групп с обозначениями сходственных видов симметрии. По символу группы сразу же видно, к какому виду симметрии, а следовательно и к какой сингонии данная группа относится.

Главнейшим н е д о с т а т к о м является то, что принцип нумерации отдельных групп каждого вида симметрии не дает возможности точно узнать отличительные признаки группы. Теперь уже нет возможности узнать, с какой из 65 простых групп Зонке связана данная группа. Нет возможности узнать, проходят ли в данной группе плоскости симметрии или плоскости скольжения, поворотные оси или винтовые и т. д. и т. п. Нет возможности также узнать и другие подробности о группе, например расположение сопряженных трансляций, создающих тот или иной тип решетки Браве. Нет возможности узнать наконец симморфна, гемисимморфна или асимморфна данная группа.

Меньшим недостатком являются некоторые несовершенства в символике видов симметрии. Эта символика построена, как мы видели, на применении поворотных осей симметрии и зеркально-поворотных (частными случаями последних являются плоскости симметрии и центры инверсии). Как уже подчеркивалось в специальной работе о символике видов симметрии (*10*), набор таких элементов симметрии нельзя назвать удобным с классификационной точки зрения.

Некоторые виды симметрии с тройными осями приходится относить к гексагирной сингонии. Наоборот, виды симметрии с шестерными зеркально-поворотными осями должны быть отнесены к тригирным (тригональным).

Конкретно виды симметрии, обозначаемые Шенфлисом C_3^h и D_3^h, несмотря на показатель 3, относятся не к тригирной, но к гексагирной сингонии.

Если не пользоваться зеркально-поворотными осями, но прибегать к инверсионным, то в указанных двух видах симметрии главными осями симметрии будут не тройные, но шестерные инверсионные (гексацентрогиры). Логично конечно за порождающие элементы симметрии их и брать, ибо по ним легко определяется сингония.

Малохарактерные порождающие элементы симметрии приняты Шенфлисом и для тетрацентрогирно-планального (тетрагонально-скаленоэдрического) вида симметрии. Он обозначается Шенфлисом V^d. Конечно, нетрудно сообразить, что если есть диагональная плоскость симметрии, проходящая через вертикальную дигиру и являющаяся биссектрисой прямоугольно-расположенных горизонтальных дигир, то эта плоскость превращает вертикальную дигиру в четверную зеркально-поворотную ось (или тетрацентрогиру). Отсюда уже следует заключение о принадлежности этого вида симметрии к тетрагирной сингонии [а не дигирной (ромбической)]. Конечно было бы желательно не с точки зрения вывода видов симметрии, но с точки зрения классификации по сингониям в качестве порождающего элемента симметрии видеть элемент симметрии, определяющий собою сингонию. В данном же случае этот элемент симметрии является только одним из равнодействующих, и непосредственно в символе не фигурирует.

Вообще нужно сказать, что символ V несколько нарушает стройность системы. Почему этот случай не обозначается D_2?

Далее, если уж придерживаться зеркально-поворотных осей, а не инверсионных, то логично по аналогии с видами симметрии S_2 и S_4 тригирно-центральный (ромбоэдрический) вид симметрии обозначать не C_3^i, но S_6. Правда, мы тогда опять впадаем в противоречие с классификационным признаком отнесения этого вида симметрии к тригирной, а не к гексагирной сингонии.

С классификацией по сингониям плохо мирятся и обозначения видов симметрии низшей категории. Достаточно беглого взгляда на обозначения Шенфлиса, сгруппированные по отдельным сингониям, чтобы увидеть, что символика Шенфлиса внешне непосредственно не отражает разбивку видов симметрии по сингониям этой категории.

Необходимость более рациональной символики видов симметрии привела к ряду различных предложений. Об этом подробно можно найти в упоминавшейся уже специальной работе (*10*).

Из совсем мелких недостатков обозначений Шенфлиса для групп симметрии можно указать на неудобство пользования готическим алфавитом и неудобство написания подстрочных и надстрочных знаков.

Неудобство и подчас путаницу внесло и изменение нумерации в издании 1923 г. по сравнению с 1891 г. трех групп вида симметрии V_h.

§ 6. Наиболее распространенная в последние годы система обозначений

Большинство авторов, так или иначе затрагивавших вопросы о пространственных группах симметрии, приняли обозначения Шенфлиса 1891 г., однако с изменением мелких деталей. Уже упоминалось, что Ниггли выбросил запятые в символе группы. Еще до него Хилтон в 1902 г. (*25* и *26*) пошел дальше и кроме уничтожения запятых перешел с готического шрифта на латинский. В связи с этим обозначения групп сделались уже совсем похожими на обозначения видов симметрии. Последние стали отличаться от первых только существованием надстрочного номера группы. А в двух случаях символы групп сделались даже тождественными символам видов симметрии. Эти случаи относятся к триклинной (агирной) сингонии. Каждому из двух видов симметрии этой сингонии сходственно только по одной группе. По Шенфлису 1891 г., группы обозначались $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_i$ и отвечали видам симметрии C^1 и C^i или, следуя общепринятым теперь обозначениям видов симметрии по Хилтону, Ниггли и др.,— C_1 и C_i. Если в обозначениях групп $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_i$ изменить готические буквы на латинские, получим обозначения, тождественные с обозначениями видов симметрии. Поэтому Хилтон в 1903 г. (*26*) для отличия групп от видов симметрии у групп всегда пишет надстрочные номера.

Таким образом получаем для приведенных групп символы C_1^1 и C_i^1. (Аналогично тому как Шенфлис уже пронумеровал единственную группу C_{3h}^1, о чем см. выше.)

Другие изменения, которые допустил Хилтон в 1903 г., касаются улучшения Шенфлисовских символов видов симметрии. Так символ V Хилтон заменяет в тетрацентрогирно-планальном (тетрагонально-скаленоэдрическом) виде на D_{2d}. В дигирной (ромбической) же сингонии он заменяет V на D_2 или Q, а V_h на D_{2h} или Q_h. Получаем например вместо $\mathfrak{B}^3 - Q^3$ (или D_2^3), вместо $\mathfrak{B}_h^7 - Q_h^7$ (или D_{2h}^7), и т. п.

Тетрацентрогирно-примитивный (тетрагонально-тетраэдрический) вид симметрии он обозначает как C_4', группы, сходственные этому виду, получают символы C'^1_4; C'^2_4.

Таким образом в обозначениях Хилтона видны некоторые улучшения, которые в дальнейшем отчасти повторяются и другими авторами.

Так Вайкофф в 1922 и 1930 гг. (*63*) почти полностью следует Хилтону, однако не вводит изменений в символы видов симметрии и обозначает группы по Шенфлису V^n, V_h^n, V_d^n, S_4^n (где n номер группы).

И нужно заметить, что такая символика, т. е. латинизированная символика Шенфлиса 1891 г., употреблялась, да и сейчас еще употребляется, очень часто. Даже несомненные улучшения, введенные самим Шенфлисом в 1923 г., игнорируются почти всеми авторами.

§ 7. Обозначения Хилтона и Вайкоффа

Несмотря на изменения, введенные Хилтоном в Шенфлисовскую символику, сам Хилтон видел, что и эти усовершенствования не избавляют символику от ряда недостатков. В 1907 г. (*27* и *28*) он предлагает ввести новые довольно существенные изменения для того чтобы, во-первых, согласовать эту символику с классификацией видов симметрии по сингониям, и во-вторых, чтобы придать ей большую стройность.

От зеркально-поворотных осей Хилтон переходит на оси инверсионные, которые он называет осями симметрии второго рода. Для обозначений видов симметрии с такими осями он вместо заглавных букв пишет маленькие. Получаем тогда, наряду с видами симметрии C_n и D_n, обозначаемых по-шенфлисовски, виды симметрии c_n и d_n, где главными осями являются инверсионные оси. Символ δ_n обозначает вид симметрии, где главная ось простая, а ей перпендикулярные двойные оси — инверсионные. (Двойные инверсионные оси суть нормали к плоскостям симметрии.)

Присутствие центра инверсии меняет заглавную латинскую букву символа на соответственную заглавную греческую букву. [Поэтому между прочим виду симметрии по Шенфлису C_{3i} (т. е. с тройной осью симметрии и с центром инверсии) можно приписать символ Γ_3, или же так как здесь тройная ось является тройной инверсионной осью, обозначать этот вид симметрии, как это и делает первоначально Хилтон, c_3.]

Мы не будем останавливаться здесь на подробностях описания этой системы Хилтона 1907 г., так как автор не распространяет их на пространственные группы симметрии, а применяет только для видов симметрии. Детали легко усматриваются из сводки обозначений 32 видов симметрии (см. таблицу I). Этой же таблицей выявляются несомненные преимущества обозначений Хилтона по сравнению с системой Шенфлиса.

Однако неудобства пользования греческим алфавитом, неудобства употребления подстрочных цифр и некоторые другие соображения привели Хилтона в 1922 г. (*29*) к новым существенным изменениям символики.

Вместо символа C с соответствующим показателем наименования оси Хилтон употребляет просто ряд букв A, B, D, E, и F, которые обозначают поворотные оси с наименованием 1, 2, 3, 4 и 6. Соответственные инверсионные оси он обозначает a (= центру инверсии), b (= нормали к плоскости симметрии), d, e, f. Буквы C и c Хилтон оставляет для случая, когда кроме главной оси B или b присутствует еще перпендикулярная двойная поворотная ось. Символы T и O в полигирной (кубической) сингонии остаются без изменений.

Приведенные 14 буквенных сиволов позволяют, поодиночке или комбинируясь по два, обозначить все 32 вида симметрии.

Например символ Eb обозначает вид симметрии с тройной поворотной осью (E) и с перпендикулярными к ней двойными инверсионными (b), т. е. иначе, с плоскостями симметрии, проходящими через эту ось. Символ fB обозначает вид симметрии с шестерной инверсионной осью и с перпендикулярными к ней двойными поворотными (очевидно его можно обозначить еще и символом fb, так как через шестерную ось проходят и плоскости симметрии), и т. д. (см. сводную таблицу видов симметрии).

Обозначения пространственных групп по Хилтону целиком связано с предлагаемыми им обозначениями видов симметрии. Целиком от Шенфлиса берется его нумерация для пространственных групп симметрии, сходственных с одним и тем же видом симметрии. Этот Шенфлисовский номер группы Хилтон пишет в строку вслед за символом соответственного вида симметрии. Например группа, обозначаемая по Шенфлису C_{4v}^{12}, по Хилтону получает символ *Db*12.

Полученная таким образом символика 230 пространственных групп симметрии представлена на сводной таблице II под рубрикой «Хилтон 1922 г.»

Укажем главнейшие достоинства этой символики:

1. Тесная связь обозначений групп с обозначениями сходственных видов симметрии. Эти последние вполне однозначно определяются своими символами.

2. Символика составлена таким образом, что символы всех видов симметрии, принадлежащих к одной сингонии, начинаются с одной и той же буквы (заглавной или строчной) (*A* и *a* — агирная сингония, *B* и *b* — моногирная, *C* и *c* — дигирная, *D* и *d* — тетрагирная *E* и *e* — тригирная, *F* и *f* — гексагирная, *O* и *T* — полигирная). Принятие инверсионных осей уничтожает путаницу классификации по сингониям видов симметрии с тройными и шестерными осями. Это же обстоятельство дает возможность простого разделения видов симметрии моногирной сингонии.

3. Символы не содержат ни готических, ни греческих букв, ни подстрочных, ни надстрочных знаков, а потому просты для набора в печати и письма на пишущей машинке.

Главнейшими недостатками являются:

1. У Шенфлиса заимствована нумерация групп, а принцип нумерации таит в себе, как мы уже видели, целый ряд недостатков. Мы не будем перечислять их вторично, отсылая читателя к сказанному в § 5.

2. Явно неудачное и искусственное введение символов *C* и *c*. Они удобны для разграничения видов симметрии моногирной сингонии от дигирной, но нарушают стройность символики элементов симметрии. Сложность и запутанность символов *c*, *dc* и *fC* для видов симметрии по Шенфлису C_{2v}, D_{4h} и D_{6h}чрезвычайно снижает удобства пользования символикой Хилтона.

3. Вообще интерпретация вида симметрии, обладающего плоскостью симметрии, как вида симметрии с двойной инверсионной осью симметрии, является довольно громоздкой. Особенно неудобной такая интерпретация оказывается при рассмотрении пространственных групп, обладающих одними только плоскостями скольжения. Плоскость скольжения приходится рассматривать как некоторую бесконечно удаленную инверсионную ось. Искусственность и сложность такого толкования очевидна.

4. Некоторые затруднения для пользования вызывает отсутствие непосредственных числовых указаний на наименование главных осей, определяющих сингонию. Необходимо знать, какой букве отвечает ось того или иного наименования (например *D* — отвечает четверной оси, а *E* — тройной, тогда как можно было бы обозначить их и наоборот, ибо в остальных случаях порядок букв в алфавите следует порядку наименования).

5. Принцип обозначения видов симметрии одной и той же сингонии при помощи одной и той же первой буквы в символе нарушен для символов полигирной (кубической) сингонии. Здесь первая буква символа или *T* или *O*.

6. Система обозначений Хилтона не укладывается в стройную классификационную схему Чермака-Бекке-Беккенкампа-Ринне-Шибольда, несомненные преимущества которой изложены в специальной работе (*10*) (см. таблицу на стр. 102).

Второго, четвертого и пятого недостатков лишена первоначальная Хилтоновская символика видов симметрии 1907 г., Вайкофф поэтому считает символику 1922 г. в общем менее удачной по сравнению с символикой 1907 г. и в 1923 г. (*64*), идя по пути небольших улучшений обозначений 1907 г., вырабатывает новую систему как для видов симметрии, так и для пространственных групп.

Вайкофф вводит следующие изменения в Хилтоновскую символику 1907 г. Прежде всего вместо подстрочных цифр, указывающих наименование главной оси симметрии (а следовательно указывающих и сингонию), он пишет эти цифры в виде коэффициентов перед буквенным символом.

Например вместо D_3, он пишет $3D$, вместо C_2—$2C$, и т. д. При этом, следуя Хилтону 1907 г., Вайкофф сохраняет символы *C*, *D*, *c*, *d*, но употребление греческих букв избегает следующим образом. Присутствие центра инверсии Вайкофф показывает не заменой латинской буквы символа на соответственную греческую букву, но просто буквой *i*, следующей за главной буквой символа. Например присутствие центра инверсии наряду с четвертой осью симметрии изображается Вайкоффым как $4Ci$ (по Хилтону Γ_4). Присутствие двойных инверсионных осей (нормалей к плоскостям симметрии), перпендикулярных к главной оси симметрии, обозначается им не греческой δ, но латинской буквой e. Например он пишет не δ_2, но $2e$, не δ_6, но $6e$ и т. д. Остальные детали в различиях символики Хилтона и Вайкоффа легко усматриваются из сводной таблицы I обозначений видов симметрии.

Обозначения пространственных групп по Вайкоффу аналогичны в принципе Хилтоновским обозначениям. Целиком от Шенфлиса берется нумерация последнего для пространственных групп симметрии, сходственных с одним и тем же видом симметрии. Этот Шенфлисовский номер группы Вайкофф пишет вслед за символом соответственного вида симметрии, отделяя его от последнего при помощи тире. Так например вместо Шенфлисовского обозначения группы C_6^2 Вайкофф пишет $6C$—2. Вместо D_4^3 Вайкофф пишет $4D$—3. Вместо D_{4h}^{12} Вайкофф пишет $4Di$—12.

Укажем на главнейшие достоинства обозначений 230 групп по Вайкоффу:

1. Обозначения групп тесно связаны с обозначениями сходственных видов симметрии. Эти последние просто и вполне однозначно определяются своими символами.

2. Символы видов симметрии, входящие в состав символа группы своими коэффициентами очень наглядно выявляют сингонию группы. Принятие инверсионных осей уничтожает путаницу разбивки на виды симметрии в гексагирной и тригирной сингониях, а также дает возможность простого разделения видов симметрии агирной (триклинной) сингонии от видов симметрии моногирной (моноклинной) сингонии (у первых коэффициент 1, у вторых 2).

3. Символы не содержат ни готических, ни греческих букв, ни подстрочных, ни надстрочных знаков, а потому просты для набора в печати и письма на пишущей машинке.

4. Сохранена некоторая преемственность обозначений. У Шенфлиса фигурируют те же самые нумера групп, и те же главнейшие символы C, D, T, O, i.

В этой же преемственности кроются и главнейшие несовершенства символики Вайкоффа.

1. Как и Хилтон в 1922 г., Вайкофф целиком перенял от Шенфлиса нумерацию групп, а принцип нумерации, как мы уже не раз подчеркивали, несет в себе целый ряд недостатков (см. § 5).

2. Употребление буквы d оказалось в полном противоречии с символом d у Шенфлиса.

3. Преемственность нарушена наконец введением новой буквы e (почему не v? ведь d, как символ диагональной плоскости, отброшен Хилтоном еще в 1907 г., а потому никакой путаницы для обозначения вида симметрии Td через Tv произойти не могло).

4. Как недостатки символики Вайкоффа следует отметить еще внешне неясное разделение обозначений видов симметрии моногирной (моноклинной) и дигирной (ромбической) сингоний. Непосредственно по коэффициенту в символе эти сингонии не различимы.

5,6. Недостатки третий и шестой, отмеченные для символики Хилтона 1922 г., не избегнуты и в символике Вайкоффа.

Глава 3

Обозначения, целиком определяющие пространственную группу

§ 8. Обозначения С. Германа

Принцип нумерации, в той или иной мере присущий всем выше рассмотренным системам обозначений, делает невозможным без специального ключа определить группу по его символу. Под выражением «определить группу» мы здесь и в дальнейшем будем понимать возможность определить и найти пространственное расположение всех элементов симметрии, которые данную группу слагают.

Заметим, что впервые обозначения, вполне определяющие группу, были даны Е. С. Федоровым (*15—19*), в форме его алгебраических уравнений. Эти уравнения непосредственно выражают координаты точек правильной системы, однако по ним можно судить и обо всех элементах симметрии системы. Федоров очень ценил, что при помощи его уравнений возможно просто и изящно решать многие различные вопросы, связанные с пространственной группой [например вопрос о подгруппах (*15*, стр. 4)].

Однако пользоваться уравнениями Федорова для символического обозначения группы слишком громоздко.

Лишь в 1927 г. впервые Шибольд (*43*) предложил символику, кратко и точно определяющую группу.

Однако прежде чем перейти к символике Шибольда остановимся на последующих предложениях. Дело в том, что в дальнейшем (в 1931 г.) символика Шибольда при активном участии Шибольда была улучшена специальной комиссией Германского минералогического общества (*41*). В промежуток же между 1927 и 1931 гг. самостоятельно была разработана другая система обозначений, также целиком определяющая группу (система Германна и Могена) (*22*, *23*, *24*, *32*). Так как эта система наложила некоторый отпечаток на систему Минералогического общества 1931 г., а вместе с тем этой системой символика Шибольда совершенно игнорируется (в работах Германна и Могена даже нет указаний на существование приоритетной системы Шибольда), то удобнее сначала рассматривать системы Германна и Могена, чтобы затем рассматривать систему Шибольда в связи с ее изменениями 1931 г.

В основу обозначений С. Германна (*22*) положены символы Шенфлиса для видов симметрии. Однако вместо Шенфлисовской нумерации групп обозначение дополняется добавочным символом. Прежде чем приступить к описанию этого добавочного символа уточним, какие именно вариации обозначений Шенфлиса употреблены С. Германном:

1) принята латинизация,

2) буквенные показатели пишутся внизу без запятых после числовых подстрочных указателей,

3) следуя последнему изданию Шенфлиса 1923 г., вид симметрии агирно-центральный (пинакоидальный) обозначен S_2, а не C_i,

4) Вид симметрии моногирно-планальный (диэдрический безосный) не изменен, согласно последнему изданию на C_{1h}, но по-старому обозначен C_s,

5) Символ V логично изменен на D_2; таким образом, вместо символов V, V_h и V_d получаются символы D_2, D_{2h} и D_{2d},

6) Тригирно-центральному (ромбоэдрическому) виду симметрии приписан символ S_6, а не C_{3i}.

Добавочный символ группы, заменяющий собою нумерацию Шенфлиса, пишется в строку вслед за символом вида симметрии и состоит из двух частей.

В первой его части указывается трансляционная группа. Эта группа определяет собою тип решетки, а потому пишется символ типа решетки. В качестве исходной элементарной ячейки выбирается всегда ячейка с максимальным числом прямых углов между ее гранями и ребрами (таким образом в гексагирной (гексагональной) сингонии принимается «ортогексагональная» установка). Грани ячейки обозначаются как a, b и c. Если при этом трансляции вдоль ребер ячейки окажутся сопряженными, то трансляционная группа помечается символом p (решетка— простая, примитивная) (рис. 2). Если только две трансляции (из трех идущих вдоль ребер ячейки) являются сопряженными, а третья с ними не сопряжена, то в зависимости от расположения третьей сопряженной трансляции решетка получается или центрированной по одной грани или объемо-центрированной (рис. 3—6).

В зависимости от того, какая грань (a, b или c) оказывается центрированной, трансляционная группа получает обозначание a, b или c (см. рис. 3—5).

Трансляционная группа, отвечающая решетке центрированной по объему, получает символ i (innenzentrierte Gitter) (см. рис. 6).

Если все три трансляции вдоль ребер несопряженные, трансляционная группа обозначается f (отвечает центрогранной решетке, flächenzentrierte Gitter) (рис. 7).

Как было сказано выше, в гексагирной сингонии принимается ортогональная установка. При этом если отношение осей $a : b = 1 : \sqrt{3}$ (рис. 8), то трансляционная группа получает символ c (решетка, центрированная по одной грани).

Если же оси выбраны так, что $a : b = \sqrt{3} : 1$ (рис. 9), то в этом случае трансляционная группа обозначается буквой h (гексагональная решетка).

В тригирной сингонии возможен еще один случай, отвечающий ромбоэдрической решетке (рис. 10). Трансляционная группа в этом случае обозначается r.

Так как в символе пространственной группы Шенфлисовское обозначение вида симметрии говорит и о сингонии, то приведенные символы p, c, a, b, i, f, h, r вместе с указанием на сингонию вполне точно характеризуют, какой из 14 решеток Браве отвечает группа.

Указание на трансляционную группу вместе с указанием на вид симметрии лишь в отдельных случаях дает возможность определить группу. Так в видах симметрии C_1, S_2, S_4 и S_6 указанием на трансляционную группу весь символ группы заканчивается. Во всех же других случаях даются в конце характеристические элементы симметрии, определяющие собою группу.

В качестве таких «характеристических» элементов симметрии в первую очередь взяты плоскости симметричности. Указанием на взаимное расположение плоскостей симметричности охарактеризованы группы видов симметрии C_s, C_{nv}, D_{nh}, T_h и O_h (приблизительно половина всех групп). В остальных случаях для характеристики групп Германн прибегает и к осям совме-

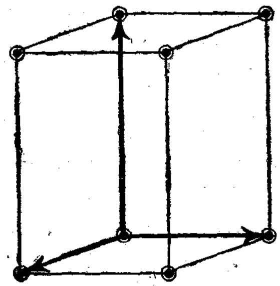


Рис. 2. Решетка *P*.

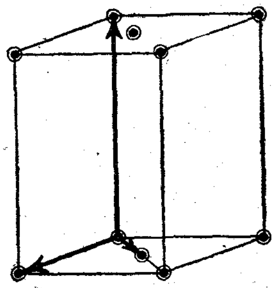


Рис. 3. Решетка *C*.

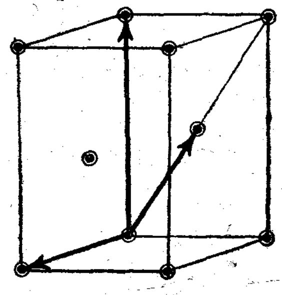


Рис. 4. Решетка *A*.

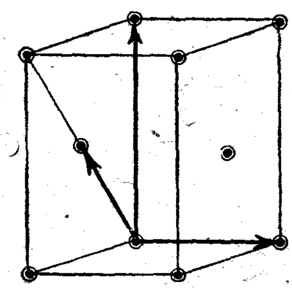


Рис. 5. Решетка *B*.

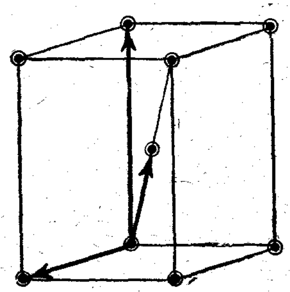


Рис. 6. Решетка *I*.

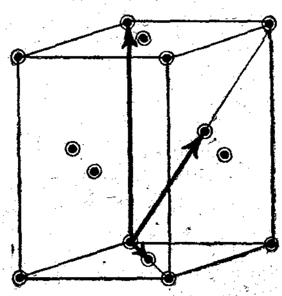


Рис. 7. Решетка *F*.

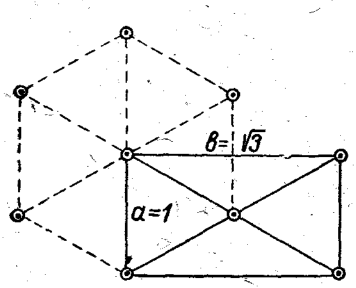


Рис. 8. Решетка *C*.

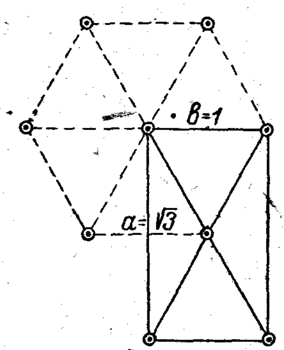


Рис. 9. Решетка *H*.

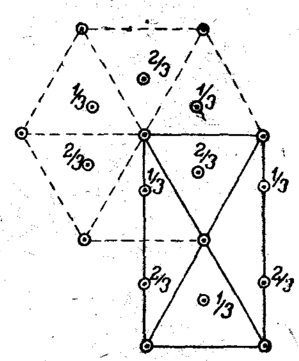


Рис. 10. Решетка *R*.

щения или даже только к осям совмещения, если плоскости симметричности отсутствуют вовсе (например в видах симметрии C_n и D_n).

Расположение плоскостей симметричности указывается по отношению к трем координатным плоскостям, определяющим элементарный параллелепипед.

Рассмотрим сначала простейшие случаи, когда имеются плоскости симметричности параллельные всем трем плоскостям координат. Возьмем для примера группу Шенфлиса V_h^1. По Германну она получает символ $D_{2h}\ p\mu\mu\mu$. Здесь D_{2h} — символ дигирно-планаксиального (ромбо-дипирамидального) вида симметрии (тождественен Шенфлисовскому V_h). p — указание на простую решетку, т. е. на сопряженность трансляций, параллельных трем ребрам ортогональной (в данной сингонии) элементарной ячейки. Три греческих буквы μ обозначают, что параллельно каждой из координатных плоскостей проходит плоскость симметрии.

Группа Шенфлиса V_h^{11} получает символ D_{2h} $p\mu\alpha\beta$. Первая часть символа ($D_{2h}p$) значит, что и в предыдущем. μ — указывает на плоскость симметрии, параллельную первой координатной плоскости [yz]. α — указывает, что параллельно второй координатной плоскости [xz] протягивается не плоскость симметрии, но плоскость скольжения с направлением скольжения параллельным оси a (т. е. $\parallel x$). β — указывает на плоскость скольжения, параллельную третьей координатной плоскости (горизонтальной плоскости xy) с направлением скольжения вдоль оси b. Аналогично буквой χ характеризуются плоскости скольжения с направлением скольжения вдоль оси c (вдоль вертикальной оси). Направление скольжения, диагональное по отношению к координатным осям, обозначается буквой δ. Если при этом проекции компоненты скольжения на координатные оси равны половинам элементарных трансляций вдоль этих осей, то δ заменяется буквой ν. Таким образом символами μ, α, β, χ, ν и δ можно охарактеризовать любую плоскость симметричности, параллельную той или иной координатной плоскости. В дигирной (ромбической) сингонии на первом месте после символа решетки пишется символ плоскости симметричности, параллельной первой координатной оси, на втором, параллельный второй, на третьем месте символ, отвечающий третьей координатной плоскости. В других сингониях на первом месте ставится символ, отвечающий третьей (горизонтальной) координатной плоскости. В тетрагональной (тетрагирной) сигнонии очевидно, что обе вертикальные координатные плоскости равнозначны. Вместе с тем группа этими плоскостями еще не определяется. Германн вместо указания на вторую вертикальную плоскость, расположенную под углом в 90° к первой координатной плоскости yz, характеризует плоскость симметричности, расположенную под углом в 45° к первой. Эта плоскость симметричности может быть плоскостью симметрии (μ), или плоскостью скольжения с вертикальным направлением скольжения (γ), или плоскостью скольжения с наклонным, но не горизонтальным направлением скольжения (δ), или наконец плоскостью скольжения с горизонтальным направлением скольжении. Этот случай, хотя направление скольжения и является диагональным по отношению к горизонтальным координатным осям, обозначается Германном буквой β.

Второе исключение в принципах выбора и обозначений плоскостей симметричности имеет место в полигирной (кубической) сингонии. Там все три взаимно-перпендикулярные плоскости симметричности, параллельные трем координатным осям, вполне равнозначны и в полигирно-планаксиальном (гексоктаэдрическом) виде симметрии не определяют группы. И здесь подобно тетрагирной (тетрагональной) сингонии вместо указания на характер плоскости, параллельной второй (вертикальной) координатной плоскости, Германн дает характеристику диагональной вертикальной плоскости симметричности. Например в символе $O_h p\mu\mu\gamma$ первое μ обозначает горизонтальную плоскость симметрии, второе μ — вертикальную плоскость симметрии, параллельную первой координатной плоскости yz, а γ обозначает вертикальную плоскость скольжения под 45°, расположенную к предыдущей плоскости с вертикальным направлением скольжения. Очевидно в силу равнозначности координатных плоскостей полигирной (кубической) сингонии два первых символа плоскостей симметричности (в данном случае μ и μ) всегда одинаковы. А потому один из них Германн выбрасывает. В окончательном виде символ пишется так: $O_h p\mu\gamma$.

В полигирно-центральном (дидодекаэдрическом) виде симметрии плоскости симметричности, параллельные трем координатным осям, определяют группу, а потому к диагональной плоскости симметричности прибегать не нужно (да она там и не присутствует). Группа Шенфлиса T_h^1 например изобразится символом $T_h p\mu\mu\mu$, или, так как всегда все три плоскости равнозначны, Германн пишет просто: $T_h p\mu$.

В тех видах симметрии, где плоскости симметричности не проходят параллельно всем трем координатным осям, помечаются только две из них или даже одна. Например в дигирно-планальном (ромбопирамидальном) виде симметрии присутствуют только две вертикальные плоскости симметричности, параллельные первой и второй координатным плоскостям. В символе остаются только две буквы, характеризующие плоскости симметричности. Получаем например для группы Шенфлиса C_{2v}^2 символ по Германну $C_{2v}p\mu\gamma$. В тетрагирной сингонии, так же как и в случае трех взаимно-перпендикулярных плоскостей симметричности, указываются вертикальные плоскости симметричности, расположенные под углом в 45° друг к другу. Напр. группа C_{4v}^2 получает символ $C_{4v}p\beta\mu$. Здесь вертикальная плоскость симметрии расположена под углом 45° к вертикальной плоскости скольжения β (направление скольжения этой плоскости параллельно оси y).

В гексагирной (гексагональной) сингонии всегда принята ортогональная установка, причем прямоугольная система координат выбрана таким образом, что решетка всегда получает символ c (см. рис. 8). [Только в гексацентрогирно-планальном (дитригонально-дипирамидальном) виде симметрии употребляется и установка h (см. рис. 9), о чем будет сказано ниже]. Для группы например C_{6v}^3 получаем в указанном условии символ $C_{6v}c\gamma\mu$, а для группы C_{6v}^4 символ $C_{6v}c\mu\gamma$. В первом случае плоскость симметрии совпадает с координатной плоскостью xz во втором — с плоскостью yz.

В тригирной (тригональной) сингонии при ортогональной установке вертикальные плоскости симметричности проходят только через одну из координатных плоскостей. Эта плоскость всегда принимается Германном за первую координатную плоскость. В зависимости от этого решетка получает или символы c, или r, или же символ h. И так как со второй координатной плоскостью никакая плоскость симметричности не совпадает, то в символе остается характеристика только одной вертикальной плоскости симметричности совпадающей с первой координатной плоскостью. Получаем например для групп

$$C_{3v}^1,\quad C_{3v}^2 \text{ и } C_{3v}^5 \text{ соответственно: } C_{3v}c\mu,\ C_{3v}h\mu \text{ и } C_{3v}r\mu.$$

Аналогично этому и в гексацентрогирно-планальном виде симметрии (дитригонально-дипирамидальном) только одна вертикальная плоскость симметричности, совпадающая с плоскостью yz, получает свою характеристику в символе. Но здесь присутствует еще горизонтальная плоскость симметричности. Она также характеризуется в символе группы буквой, стоящей непосредственно вслед за указанием на решетку. Например группа D_{3h}^2 по Германну обозначена $D_{3h}c\mu\gamma$, где μ — указывает на горизонтальную плоскость симметрии, γ — на вертикальную плоскость скольжения с вертикальным направлением скольжения. В группе D_{3h}^4 вертикальные плоскости симметричности проходят иначе. Если расположить их параллельно плоскости yz, то решетку придется назвать решеткой h. Символ группы $D_{3h}h\mu\gamma$.

В видах симметрии с одной только (всегда по Германну горизонтальной) плоскостью симметричности она одна только и фигурирует в символе группы. Например в моногирно-планальном виде симметрии (диэдрическом безосном) имеем группы $C_sp\mu$, C_spa, $C_sa\mu$, C_saa) отвечают Шенфлисовским группам C_s^1, C_s^2, C_s^3, C_s^4.

В других видах симметрии с горизонтальной плоскостью симметричности указание только на одну эту плоскость еще не определяет группы. Необходимо еще указание на характер главных осей совмещения. При полном отсутствии плоскостей симметричности также необходимо прибегать для характеристики группы к осям совмещения. (Сюда же примыкает и случай видов симметрии по Шенфлису.)

Для обозначения осей совмещения Германном выработаны следующие символы. Оси совмещения с винтовой компонентой (с ходом оси), равной единице (или нулю), т. е. попросту оси симметрии, обозначаются цифрой 1. Если винтовая компонента принимает значения

$$\frac{1}{2},\ \frac{1}{3},\ \frac{2}{3},\ \frac{1}{4},\ \frac{3}{4},\ \frac{1}{6},\ \frac{5}{6},$$

то символ соответственной винтовой оси пишется как

$$2,\ 3,\ \overline{3},\ 4,\ \overline{4},\ 6 \text{ и } \overline{6}.$$

Например двойная винтовая ось пишется как 2.

Также символом 2 обозначается и четверная винтовая ось с винтовой компонентой $^1/_2$. Этим же символом обозначается и шестерная винтовая ось с винтовой компонентой $^1/_2$ (т. е. являющаяся одновременно тройной осью симметрии).

Символы 3 и $\overline{3}$ обозначают правую и левую тройные винтовые оси или же правую и левую шестерные винтовые оси, которые являются в то же время двойными поворотными (с винтовой компонентой 3).

Неоднозначность в этих обозначениях большой беды не представляет, так как в символе группы указывается вид симметрии, и поэтому всегда можно узнать наименование осей совмещения.

К введению в правую часть символа группы символов, показывающих характер осей совмещения, Германн прибегает во всех тех случаях, когда характеристика одними плоскостями симметричности не определяет группы.

Оси совмещения указываются параллельные координатным осям x, y и z. Так например символ D_2p112 показывает, что группа относится к дигирно-аксиальному (ромбо-тетраэдрическому) виду симметрии (D_2-V по Шенфлису) и имеет простую решетку p. Две единицы показывают, что параллельно первой и второй координатным осям протягиваются оси с ходом 1, т. е. простые поворотные оси, для данного вида симметрии двойные. Последняя цифра 2 показывает, что параллельно третьей координатной оси (вертикально) проходит винтовая ось с ходом $^1/_2$, т. е. для данного вида симметрии двойная винтовая ось (по Шенфлису эта группа обозначается V^2).

В других сингониях ход вертикальной оси совмещения указывается не на последнем месте, а перед указанием на характер горизонтальных осей. Например в гексагирной (гексагональной) сингонии символ группы D_6c211 обозначает группу гексагирно-аксиального (гексагонально-трапецоэдрического) вида симметрии, как всегда в этом виде симметрии с ортогональной решеткой c. Вертикальная ось характеризуется ходом 2, т. е. это шестерная винтоваяо ось, являющаяся в то же самое время тройной поворотной осью. Горизонтально, и вдоль оси y, и вдоль оси x, протягиваются двойные поворотные оси симметрии.

В тетрагирной (тетрагональной) и в полигирной (кубической) сингониях взаимно-перпендикулярные оси совмещения равнозначны и вместе с тем не всегда вполне определяют группу. Поэтому по аналогии с указанием на плоскости симметричности в качестве третьей характеристики осей совмещения берется не ось, параллельная второй координатной оси, но расположенная под углом в 45° к ней (тоже горизонтальная). Например в символе группы D_4p121 (по Шенфлису D_4^2) первая единица показывает, что вертикальная четверная ось является простой осью, а не винтовой, двойка указывает, что параллельно оси x проходит двойная винтовая ось. Последняя единица говорит о том, что под углом в 45° к предыдущей горизонтально располагается двойная простая ось.

В полигирной (кубической) сингонии все три взаимно-перпендикулярные оси равнозначны, а потому достаточно указывать только на одну из осей совмещения. Например получаем такие символы: $Op1$, $Op4$, $Op\bar{4}$, $Tp1$, $Ti2$, и т. п.

Такую же внешнюю форму с одной характеристикой оси симметричности имеют и группы видов симметрии C_n. Например группы C_2^2, C_4^6, C_3^4, C_6^1 получают символы: C_2p2, C_4i4, C_3r1, C_6c1, понятные из предыдущего.

Виды симметрии C_{nh} и D_{nd} имеют в символах групп и плоскости симметричности и оси совмещения. В видах симметрии C_{nh} и D_{3d} указывается характер плоскости симметричности, а затем нормальной к ней оси совмещения. В виде симметрии D_{2d} также указывается характер плоскости симметричности, но затем пишется символ хода оси, расположенный под углом 45° к этой плоскости. Символы групп получают например такой вид: $C_{2h}p\mu1$, $C_{4h}i\alpha4$, $C_{6h}c\mu2$,[1] $C_{3h}c\mu1$, $D_{3d}h\gamma1$, $D_{2d}c\gamma1$, $D_{2d}p\gamma1$. (По Шенфлису соответственно: C_{2h}^1, C_{4h}^6, C_{6h}^2, C_{3h}^1, D_{3d}^2, V_d^6, V_d^2).

Как видно из примера, в виде симметрии D_{3d} решетка пишется такая (c, h или r), которая получается, если плоскость симметричности параллельна первой координатной оси yz, а двойная ось совмещения параллельна первой координатной оси x.

В виде симметрии D_{2d} также двойную горизонтальную ось совмещения Германн устанавливает вдоль оси x; тогда плоскость симметричности занимает диагональное положение.

Все указанные выше условные обозначения вполне определяют группу по символу. Однако для составления символа данной группы указанного недостаточно. Для однозначного установления символа данной группы необходимо прибегнуть к ряду дополнительных правил.

1. Если параллельно той или иной координатной плоскости проходят не тождественные плоскости симметричности, но две различные системы (например плоскости симметрии, а между ними плоскости скольжения), то за характеристические элементы симметрии выбираются в первую очередь плоскости симметрии (μ), затем плоскости скольжения α, затем плоскости скольжения β, затем плоскости скольжения γ, затем плоскости скольжения ν, наконец в отсутствии всего предыдущего плоскости скольжения δ.

2. Тот же порядок указаний плоскостей скольжения применяется, если одна и та же плоскость скольжения имеет одновременно два направления скольжения (например, если направления скольжения параллельны оси x и оси y, то плоскость скольжения обозначается α, а не β).

3. Группам дигирной (ромбической) сингонии возможно придавать несколько ориентировок, т. е. различными способами выбрать координатные оси x, y и z. Германн отдает предпочтение той ориентировке, при которой в списке характеристических элементов плоскости симметричности располагались в порядке, указанном выше (сначала μ, затем α, β или γ, затем ν, затем δ).

[1] В оригинале Германна (*22*, стр. 279), по ошибке, в виде симметрии C_{6h} пропущены буквы h.

4. Если параллельно той или иной координатной оси проходят не тождественные оси совмещения (например простые оси и винтовые) и если за характеристические элементы симметрии берутся оси совмещения, то указываются всегда оси совмещения высшего наименования, в первую очередь оси симметрии, а при их отсутствии — винтовые оси высшего наименования.

Исключением является группа по Шенфлису V^9. По приведенному правилу за вертикальную ось здесь следует принять простую, но не винтовую ось, и символ изобразить таким образом: D_2i111. Но тогда он окажется тождественным с символом предыдущей группы V^8. Чтобы этого избежать, указывается как вертикальная — винтовая ось, пересекающая обе горизонтальных. Символ изображается тогда D_2i112. Как указывает Германн в особом примечании, можно этой группе приписать еще другой символ: D_2i222. Неясно, почему этого символа нельзя приписать предыдущей, да и некоторым другим группам.

Второе исключением имеем в символе группы T^5; по Германну символ $Ti2$. Отсюда видно, что вертикально проходит винтовая ось. Вместе с тем параллельно ей имеются и простые оси. Однако символ $Ti1$ уже использован для группы T^3. Поэтому Германн берет вертикальную ось не поворотную, но винтовую (хотя вертикальные винтовые оси присутствуют и в группе T^3).

5. Группам дигирно-аксиального (ромбо-тетраэдрического) вида симметрии придается такая ориентировка, чтобы в символе сначала указывались простые оси (1), а затем уже винтовые (2).

Указанные правила Германн в своей работе не формулирует, однако они следуют из рассмотрения его способов написания характеристических элементов симметрии. Без этих правил можно было бы приписывать различные обозначения одной и той же пространственной группе.

В заключение описания принципов Германновских обозначений укажем на ошибку, вкравшуюся в обозначение пространственной группы C_{4v}^{10}. Напечатано (*22*, стр. 273): $C_{4v}i\beta\mu$, следует: $C_{4v}i\gamma\mu$.

1. Главнейшим, уже указанным достоинством обозначений Германна является возможность вполне определить группу по символу Германна. В этом большой шаг вперед по сравнению со всеми описанными выше системами обозначений.

Рассмотрим несколько конкретных примеров определения групп по символам Германна. Дан символ D_2p222. По первой части (D_2) видим, что группа характеризуется тремя взаимноперпендикулярными системами двойных осей симметричности. По третьей части (222) видим, что все три системы являются двойными винтовыми осями. Пробуем строить. Проводим горизонтально параллельно оси x одну двойную винтовую ось, параллельно оси y—вторую. Но где же поместить проекцию вертикальной оси? Согласно теории учения о симметрии эта ось может располагаться или в точке пересечения проекций первых двух горизонтальных осей (рис. 11) или не пересекать горизонтальные оси (рис. 12).

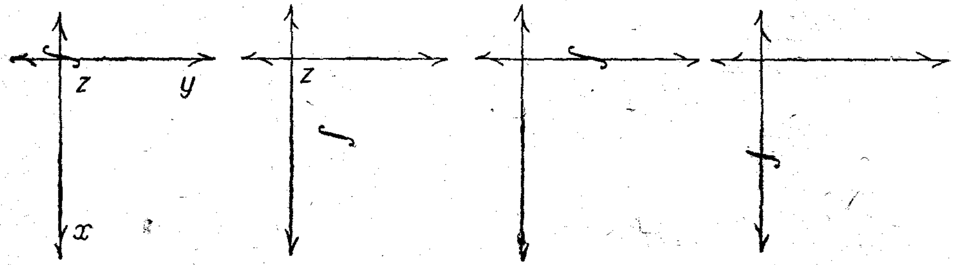


Рис. 11. Рис. 12. Рис. 13.

Возможное относительное расположение трех взаимноперпендикулярных дитрансгир.

Наконец вертикальная ось может пересекать только одну из горизонтальных осей (рис. 13). Во всех случаях кроме второго появляются в качестве равнодействующих элементов симметрии двойные оси симметрии. Но согласно правилу 4 таких осей нет в группе (при этом эта группа не является указанным исключением из правила 4). Следовательно расположение осей должно быть таким, как указано на рис. 12. При помощи трансляций p легко построить и параллельные оси.

Группа D_4p121. Главные оси, как показывает знак D_4 — четверные. Первая единица говорит, что они не винтовые. Строим проекцию вертикальной четверной оси; группа трансляций p приводит к ряду других четверных и двойных осей (рис. 14). Цифра 2 в символе указывает, что параллельно оси x протягиваются винтовые оси (двойные). Пересекают ли эти оси вертикальные четверные, или их не пересекают? Непосредственно в символе этого не указывается. Поэтому приходится путем геометрических или аналитических построений убедиться, что первый случай вообще невозможен. Поэтому строим горизонтальную винтовую ось вне проекции вертикальной (рис. 15). Остается построить проекцию горизонтальной двойной оси симметрии, расположенной под углом 45° к предыдущей. Убеждаемся, что, если таковой пересечь четверную ось, то придем к двойной оси, параллельной оси x. А в этом направлении должны проходить только винтовые оси (нами уже построенные). Поэтому и диагональная двойная ось не должна пересекать четверных.

Строим рис. 16, а затем, строя равнодействующие элементы, приходим к рис. 17.

Ограничимся двумя приведенными примерами. Они принадлежат к примерам средней сложности.

Рис. 14. Вертикальные оси симметрии группы D_4p121.

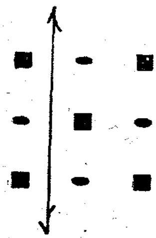


Рис. 15. Расположение дитрансгиры, параллельной оси x в группе D_4p121.

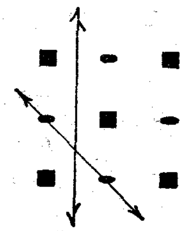


Рис. 16. Расположение дигиры, направленной под углом 45° к оси x.

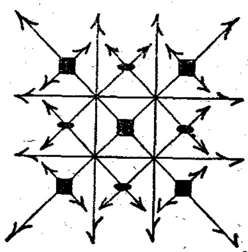


Рис. 17. Элементы симметрии группы D_4p121.

2. Большим достоинством символики Германна является еще и то, что из его символа непосредственно видна трансляционная группа (решетка).

3. Не остается без внимания и связь с видом симметрии. Последний задается по Шенфлису.

Главнейшие недостатки следующие:

1. Принятие Шенфлисовских или несколько видоизмененных Шенфлисовских обозначений для видов симметрии вводит в символы Германна все недостатки этих обозначений. Они указывались выше, а потому, здесь нет необходимости приводить их вторично. Правда Германн применяет некоторые улучшающие видоизменения однако самый существенный недостаток — следствие пользования зеркально-поворотными осями (а не инверсионными) — оставляет, а потому остается неясной принадлежность вида симметрии к той или иной сингонии.

2. В качестве характеристических элементов симметрии задаются в первую очередь плоскости симметричности, тогда как оси совмещения играют вполне подчиненную роль. В работах Федорова, Шенфлиса, Барлоу, опирающихся на работы Жордана (*31*) и Зонке (*54*), на первом месте ставятся всегда оси совмещения (т. е. элементы симметрии первого рода). Во всех этих работах подчеркивается главенствующее значение осей перед плоскостями. (Достаточно вспомнить хотя бы то, что классификация по сингониям основана на осях симметрии, а не на плоскостях.) А между тем среди «характеристических элементов» симметрии символики Германна оси совмещения (в присутствии плоскостей) непосредственно не указаны, а могут быть только найдены как равнодействующие элементы симметрии.

3. Указанный крупный недостаток влечет за собою отсутствие указаний на связь групп с группами Зонке и делает нечетким отделение гемисимморфных групп от асимморфных.

4. Тот же недостаток влечет за собою и то, что характеристические элементы симметрии третьей части символа Германна в общем случае не отвечают элементам симметрии, фигурирующим в первой (Шенфлисовской) части. Элементы симметрии, принятые за «характеристические» для группы, таким образом не сходственны элементам симметрии, указанным как «характеристические» в виде симметрии.

5. Последний недостаток влечет за собою следующее. В каждой из трех частей символа Германна указываются те или иные элементы симметрии. В первой части, в обозначении вида симметрии обычно два или три элемента симметрии (главная ось, двойная ось, плоскость симметрии). Решетка определяется тремя трансляциями. Характеристических элементов симметрии также обычно 2—3. Таким образом для задания всей группы Германн указывает на 7—9 элементов симметрии. А между тем для задания группы бывает достаточно и меньшего количества элементов симметрии. Налицо существенный избыток характеристик.

Например во всех группах видов симметрии D_3, D_4, D_6, D_{3d} совершенно обязательно присутствие горизонтальных двойных осей симметрии, которые указаны единицей, стоящей на последнем месте в символе группы. Никаких других значений эта единица принимать никогда не может и она вполне предопределяется символом вида симметрии.

Еще пример, приводимый самим Германном: $D_{4h}p\,\mu\mu\mu$. Здесь горизонтальная плоскость симметрии задана, во-первых, индексом h, а во-вторых, первой из трех μ.

6. Как уже указывалось выше, следуя правилам Германна, две группы (V^8 и V^9) получают одинаковый символ D_2i III. Для различия группу V^9 вопреки общим принципам Германн обозначает D_2i 112, указывая, что вертикально расположена не простая двойная ось, но винтовая (в этой группе, как и в V^8, вертикально проходят и простые и винтовые оси). При этом Германн еще предлагает этой группе и другой символ D_2i222.

7. Аналогичная однозначность в символах разных групп возникает и для групп T^3 и T^5. Обе эти группы, как уже указывалось, имеют и двойные поворотные и параллельные им двойные винтовые оси. Чтобы не получить одинаковых обозначений в обеих группах, Германн для T^3 дает символ $Ti1$, а для T^5 дает символ $Ti2$, хотя второй символ, согласно принятым им правилам, следовало бы писать тоже $Ti1$.

8. Неоднородность правил составления характеристик для групп разных сингоний. [Несовпадение с осями координатной системы элемента симметрии, определяющего третью характеристику в тетрагирной (тетрагональной) сингонии и перестановка порядка характеристик в дигирной (ромбической) сингонии.]

9. Одинаковые характеристики для осей совмещения в разных сингониях обозначают различные оси. Поэтому эти характеристики, взятые отдельно, сами по себе, без указания на вид симметрии, не определяют наименования оси. Так 1 обозначает поворотную ось симметрии любого наименования, 2 — винтовую ось двойную, четверную или шестерную, 3 — винтовую ось тройную или шестерную.

10. Применение букв греческого алфавита затрудняет набор и возможность написания символов Германна при помощи пишущей машинки.

11. Следуя Федорову и Шенфлису, в группах моногирной (моноклинной) сингонии двойная ось совмещения ориентируется вертикально, плоскость симметричности горизонтально. Такая ориентировка противоречит правилам общепринятой установки кристаллов.

§ 9. Обозначения Могена

С целью улучшения и упрощения, Х. Моген (*32*, *65*, *14*, *24*) в 1930 г. реформировал систему С. Германна. Самым существенным изменением явился отказ от Шенфлисовского символа вида симметрии. Но для того чтобы символы групп не лишить связи с видами симметрии, Моген разработал новую символику этих последних. Этой символикой удобно пользоваться, если пользоваться системой Могена для обозначений пространственных групп.

Следствием новой символики 32 видов симметрии явилась необходимость переделать и Германновские обозначения осей совмещения, и ввести еще некоторые малосущественные изменения.

Третьим новшеством, введенным Могеном, явился переход с греческих на латинские буквы, а отсюда во избежание путаницы с символами решеток переход на заглавные буквы для символов последних.

Прежде всего остановимся на могеновской системе обозначений элементов симметрии.

Латинизируя символы Германна, плоскости симметрии Моген приписывает символ m. Аналогично символы для плоскостей скольжения α, β, γ, ν и δ трансформированы Могеном в символы a, b, c, n и d.

Поворотные оси симметрии Моген обозначает просто цифрами по их наименованию: 1, 2, 3, 4 и 6. Например 4 обозначает четверную поворотную ось, 6 — шестерную поворотную (а не винтовую, как это было у Германна).

Инверсионные оси обозначены $\bar{1}$, $\bar{3}$, $\bar{4}$ и $\bar{6}$. Здесь $\bar{1}$ является просто центром инверсии. $\bar{3}$, $\bar{4}$, $\bar{6}$ — тройная, четверная и шестерная инверсионные оси. Символ $\bar{2}$ не употребляется, так как нормаль к двойной инверсионной оси является плоскостью симметрии m.

Винтовые оси получают обозначения: $2_1 3_1 3_2$ $4_1 4_2 4_3$ $6_1 6_2 6_3 6_4 6_5$. Здесь строчная цифра указывает наименование винтовой оси, например 3_1 и 3_2 обозначают тройные винтовые оси. Подстрочная цифра указывает на величину трансляции, с которой комбинируется данная винтовая ось. Так например 6_2 указывает, что данная винтовая ось с углом поворота $\frac{2\pi}{6}$ комбинируется в трансляции $2\frac{c}{6}$, таким образом шестерная винтовая ось является одновременно двойной поворотной осью. 6_4 указывает на шестерную же винтовую ось, комбинирующуюся с трансляцией $4\frac{c}{6}$, т. е. являющуюся одновременно также двойной осью. Отличается от предыдущей направлением вращения. Если первая — правая, вторая является левой шестерной винтовой осью.

Если та или иная ось совмещения сопровождается нормальной ей плоскостью симметричности, то такая совокупность обозначается Могеном символом k/m, где k — символ оси, а m — символ плоскости. Например для двойной оси и перпендикулярной плоскости симметрии имеем: $2/m$; для четверной винтовой оси и перпендикулярной плоскости скольжения $4_1/a$, и т. п.

Могеновские символы для видов симметрии слагаются, во-первых, из символа главной оси симметрии (определяющей собою сингонию) (если перпендикулярно главной оси располагается плоскость симметрии, то она, как говорилось выше, указывается в знаменателе: например $4/m$, $6/m$, но никогда не $\bar{6}/m$, ибо $\bar{6} = 3/m$), во-вторых, из указаний на оси симметрии, параллельные координатным осям x и y. При этом $1/m$ не пишется, а пишется просто m.

Как в характеристиках Германна для тетрагирной (тетрагональной) сингонии, третьим указывается элемент симметрии, расположенный под углом в 45° ко второму. В полигирной (кубической) сингонии указывается: 1) вертикальная ось (4, $4/m$, $\bar{4}$, 2 и $2/m$), затем тройная ось (3 или $\bar{3}$), наконец горизонтальная ось, лежащая в плоскости двух предыдущих ($2/m$, 2 или m).

(В сводной таблице I обозначений 32 видов симметрии описываемая система озаглавлена Моген I.)

Бросается в глаза избыточность символов, применяемых для характеристики. Виды симметрии вполне определяются и меньшим числом элементов симметрии. Поэтому Моген приводит еще две символики, выражающие виды симметрии более кратко, но также вполне однозначно.

В таблице «Моген I'» упрощение свелось к уничтожению третьего (последнего) индекса во всех тех случаях, где третий индекс существовал. В остальном эта таблица тождественна предыдущей (для вида, который на предыдущей таблице обозначен 2 mm, в оригинале ошибочно приписан символ 22, тогда как нужно 2 m). В этой таблице для обозначений сохранено минимальное количество элементов симметрии, определяющее вид симметрии. Вид симметрии задается только порождающими элементами симметрии, причем эти порождающие элементы симметрии выбраны более удачно, чем это сделано у Шенфлиса.

Однако Моген, чтобы в символах непосредственно видеть все важные в его системе обозначений плоскости симметрии, окончательно останавливается на менее изящной системе. Последняя (Моген II) по своей сложности является промежуточной между двумя описанными ранее (Моген I и Моген I'). Эта система (II) может быть получена из предыдущей, если ввести в систему I' все плоскости симметрии (m) из системы I.

Некоторые же оси за счет этого, где это возможно в системе II, выкинуты, впрочем в одном месте (вид 222) оси обозначены полностью, как в системе I.

Совершенно аналогично обозначениям видов симметрии составляются обозначения пространственных групп. Кроме того они дополняются указанием на решетку (в отличие от символов Германна, решетки обозначены заглавными буквами P, A, B, C, F, I, R и H). Прежде всего и указывается решетка, а за ней характеристики элементов симметрии, сходственных с элементами симметрии, указанными в обозначениях вида симметрии.

Соответственно с двумя принятыми Могеном системами обозначений видов симметрии (I и II) он устанавливает и две системы для обозначений пространственных групп (Моген I и Моген II в таблице II). Первая — полная система, другая — сокращенная. Последняя весьма напоминает систему Германна, в которой Шенфлисовский символ вида симметрии заменен указанием на сингонию при помощи обозначения главной оси симметрии. Вторая особенность сокращенной системы та, что решетка P вовсе не указывается, но просто подразумевается, если нет указаний на какие-либо другие решетки. В тригирной (тригональной) и гексагирной (гексагональной) сингониях отсутствие указания на решетку обозначает решетку C. Для того чтобы избежать решетки H, Могену приходится вводить одинарные оси 1 в символы соответственных групп.

Детали обеих Могеновских систем легко усматриваются из сводной таблицы.

К сожалению в таблицу оригинала вкралось несколько ошибок.

На стр. 554 группа V_h^{16}. Напечатано *mma*, следует *nma*.

На стр. 554 группа C_{3v}^5. Напечатано *3m*, следует *R3m*.

На стр. 554 группа C_{3v}^6. Напечатано *3c*, следует *R3c*.

На стр. 555 группа C_{4v}^8. Напечатано $P4_2mc$, следует $P4_2bc$.

На стр. 555 группа D_4^5. Напечатано $P4_123$, следует $P4_122$,

На стр. 555 группа D_4^7. Напечатано $P4_323$, следует $P4_322$.

На стр. 555 группа D_4^{10}. Напечатано *I42*, следует $I4_12$.

На стр. 556 группа O^5. Напечатано $I4_33$, следует *I43*.

Исправим кстати еще опечатку, попавшую в таблицу Могеновских обозначений, приводимую Браггом (*11*, стр. 344) для групп C^5_{4v} и C^6_{4v} Могеновские обозначения этих групп следует переставить. Для C^5_{4v} следует: *P4cc* и *C4cc*, а для C^6_{4v} : *P4nc* и *C4cn*. Кроме того в этой же таблице вообще пропущены группы вида симметрии D_{3h}.

Наконец укажем на обнаруженную В. П. Будаевым путаницу в обозначениях энантиоморфных групп O^6 и O^7. В международных таблицах для определения кристаллических структур (*30*, стр. 44) группе O^6 приписан символ $P4_33$, группе O^7 символ $P4_13$ [во всех других сводках — наоборот, группе O^6 приписываются правые четверные винтовые оси (4_1), а группе O^7 левые (4_3)]. Соответственно с символами $P4_33$ (для O^6) и $P4_13$ (для O^7) и в описании и на чертежах (стр. 346—349) эти группы оказались переставленными.

Аналогичная перестановка групп O^6 и O^7 имеет место и на чертежах Астбери и Вардлея (*1* табл. 23, № 218 и № 219).

Летом 1930 г. Могеновские обозначения подверглись обсуждению в специальной Номенклатурной комиссии в Цюрихе. Члены этой Комиссии С. Германн, Моген, Берналь и Эвальд окончательно отшлифовали Могеновскую систему обозначений.

Эта окончательная система (озаглавленная нами в сводных таблицах I и II «Моген III») очень близка к сокращенным обозначениям Могена (II). Введены следующие небольшие улучшения (отчасти имевшиеся уже в системе Моген I).

1. Снова (как у Могена I) везде ставится указание на решетку P, а в гексагирной сингонии на решетку C.

2. В символах изъята 1 (одинарная ось симметрии) во всех случаях, кроме случаев агирной (триклинной) сингонии. Как следствие этого снова введен символ H для повернутой решетки C в гексагирной сингонии.

3. Реставрированы знаки дробей в группах видов симметрии C_{2h}, C_{4h}, D_{4h} и D_{6h}.

4. Заменены символы *c* на *a* или *n*, где это возможно (T_h^6, T_h^7, T_d^4, O_h^2, O_h^3, O_h^{10}).

5. В группе C_{2v}^6 символ *Pcn* изменен на P_cn (поворот на 90°).

Последняя поправка окончательно упорядочила правила ориентировок групп в дигирной (ромбической) сингонии. Большинство этих правил формулирует Германн (*24*, стр. 560).

a. Группы, у которых имеются только *m* или *n*, ориентируются так, что получают в первых вух плоскостях одинаковые символы (например *Amm*; *Pnnn*; и т. п.).

b. Группы с двумя *m* или *n* устанавливаются в плоскостях (100) и (010) так, чтобы третий символ был бы *a* (например *Pmma*, *Pnna*, *Pmna*, *Pnma*).

c. Группы с одним *m* или *n* установлены так, чтобы плоскости симметричности, отвечающие им, располагались в плоскости (001) (например *Pbam*, *Pban*). Если среди двух других плоскостей окажется плоскость скольжения *c*, то эта плоскость берется за (010) (например *Pbcm*, *Pbcn*, *Pccm*).

d. Группы без *m* или *n* установлены так, чтобы второй символ был *c*, третий *a* (например *Pbca*, *Pcca*).

e. Дополним эти правила Германна указанием на выбор координатных плоскостей у вида симметрии C_2v. Группы здесь ориентируются Могеном так, чтобы, во-первых, не получить решетки B, и, во-вторых, на первом месте получить символ *m* при его отсутствии в группе — *n*, при отсутствии и *n* — символ *c* (например *Pmn*, *Pmc*, *Pnc*, *Pca*, но вместе с тем имеем *Abm*, а не *Bma*).

Для правильного понимания символов Могена II и III укажем еще на одно очень важное правило составления символов групп. В видах симметрии с избыточным по Могену числом элементов симметрии (C_{4v}, D_{4h}, D_{2d}, C_{6v}, D_{3h} и T_d) группы вполне определяются, если про главную ось совмещения (определяющую сингонию) знать только ее наименование и не знать предварительно, какова винтовая компонента этой оси.

Поэтому в таких видах симметрии винтовая компонента не указывается, а символ главной оси совмещения следует понимать как символ, указывающий на характер главной оси не у самой группы, но у сходственного с нею вида симметрии. Например в Могеновском символе $P4cm$ (по Шенфлису C_{4v}^3) 4 обозначает, что в сходственном с этой группой виде симметрии главной осью симметрии является четверная поворотная ось симметрии. В самой же группе эта ось может и не являться поворотной. В данном примере она является винтовой с винтовой компонентой $^1/_2$, но вместе с тем группа не принимает символа $P4_2cm$. Таким образом в указанных выше видах симметрии первый цифровой символ является показателем сингонии и вида симметрии и во многих случаях может не отвечать символу главной оси симметрии данной группы (в тех случаях, когда главная ось симметрии инверсионная, последнего произойти не может).

Исключением из этого правила являются группы дигирно-аксиального вида симметрии (V по Шенфлису). Здесь все три оси «главные» и винтовая компонента показываются у всех трех двойных осей совмещения.

В заключение описания принципов обозначений Могена III укажем на ошибку, вкравшуюся в оригинал (*32*, стр. 558). Группа O_h^3 обозначена $Pm3m$, тогда как ее обозначение должно быть $Pm3n$.

Главнейшие д о с т о и н с т в а системы обозначений Могена (будем иметь в виду только его окончательную систему III) тождественны с указанными выше для системы С. Германна.

Кроме того система Могена (III) обладает следующими достоинствами по сравнению с системой С. Германна.

1. Обозначения видов симметрии, сходственных с пространственными группами, выгодно отличаются от соответственных обозначений Шенфлиса (принятых у Германна) тем, что в них введены инверсионные оси. Это введение, как и в системе Вайкоффа, позволяет тесно связать вид симметрии с сингонией.

2. Во многих случаях устраняется избыточность приводимых в символе элементов симметрии. Перекрытия от указаний на элементы пространственной группы и отдельно на элементы симметрии вида симметрии сведены к минимуму.

3. Различные по наименованию оси обозначаются различными символами. Система обозначений осей совмещения чрезвычайно проста.

4. Латинизация обозначений облегчает набор и дает возможность писать весь символ группы на пишущей машинке.

К сожалению не удалось избежать следующих н е д о с т а т к о в (опять-таки отмечаем только недостатки окончательной системы III).

1. Упомянутый пунктом 2 недостаток обозначений Германна относится и к обозначениям Могена. Центр тяжести в обозначениях остается за элементами симметрии второго рода, тогда как элементы симметрии первого рода (оси совмещения) привлекаются лишь постольку, поскольку без них не обойтись.

2. Отсюда остается в силе и третий недостаток Германна — отсутствие связи с группами Зонке и с делением групп на симморфные, гемисимморфные и асимморфные.

3. Обозначения видов симметрии, на которые опираются обозначения пространственных групп, даны с избыточными элементами симметрии [например для вида симметрии тетрацентрогирно-планального (по Шенфлису D_{2d} дан символ $\bar{4}2m$, тогда как вид симметрии вполне задается и символом $\bar{4}\,2$ или $4m$).

4. Избыточное количество элементов симметрии остается и в обозначениях групп (например в видах симметрии D_{2d} и T_d).

5. В одних видах симметрии цифровые символы обозначают оси совмещения данной группы, а в других видах симметрии (C_{4v}, D_{4h}, C_{6v}, D_{6h}) — оси симметрии сходственного вида симметрии. Так например у группы $C\frac{6}{m}cm$ цифра 6 обозначает шестерную простую ось сходственного вида симметрии, тогда как присутствующая здесь шестерная винтовая ось не указывается. В виде же симметрии $C\frac{6}{m}$ шестерка указы-

вает, что в данной группе присутствует шестерная поворотная ось в отличие от группы $C\frac{6_3}{m}$, где присутствует шестерная винтовая ось.

6. Если придерживаться правила, что подобная неоднородность обозначений элементов симметрии относится только к тем видам симметрии, у которых элементы симметрии даются с избытком, то тогда вид симметрии V явится исключением из этого правила. Элементы симметрии этого вида симметрии заданы тремя (а не двумя) двойными осями совмещения. А вместе с тем задавать одну из них в символе группы, как элемент симметрии вида симметрии, невозможно. Винтовую компоненту приходится указывать для всех трех осей группы.

7. Остается в силе и шестой недостаток системы С. Германна. Согласно принципам Могена группы V^8 и V^9 получают одинаковый символ $I\,222$. Чтобы эти группы различить, Моген против правил дает группе V^9 символ не $I222$, но $I2_12_12_1$.

8. Аналогичная путаница возникает и для групп T^3 и T^5. Согласно принципам Могена обе эти группы должны обозначаться $I23$. Во избежание этого группу T^5 Моген обозначает $I2_13$.

9. Неоднородность правил составления символов групп разных сингоний [пункт 8 недостатков системы Германна: несовпадение с осями координатной системы элемента симметрии, определяющего третий символ в тетрагирной сингонии, и перестановка порядка характеристик в дигирной (ромбической) сингонии].

10. Несовершенство, указанное в пункте 11 для системы Германна, целиком перекладывается и на Могеновскую систему.

§ 10. Формулы С. А. Богомолова

В начале § 8 указывалось, что первые обозначения, вполне определяющие группу, были даны Е. С. Федоровым (*15—19*) в форме его алгебраических уравнений. Указывалось также, что, несмотря на ряд замечательных достоинств этих уравнений, они слишком громоздки для того, чтобы служить символами групп.

В 1934 г. при выводе правильных систем по методу Федорова проф. С. А. Богомолов (*9*) учел это обстоятельство и параллельно с уравнениями Федорова рассматривает «формулы» пространственных групп. Эти формулы Богомолова выгодно отличаются от соответственных уравнений Федорова тем, что дают непосредственно элементы симметрии группы, а не координаты точек правильной системы, а потому гораздо проще и нагляднее уравнений.

Формулы Богомолова составлены из символов, представляющих порождающие элементы симметрии данной группы.

Принципы составления этих формул прекрасно объяснены С. А. Богомоловым в его книге (*9*, стр. 6). Поэтому считаю за лучшее просто привести авторское изложение, изменяя в нем только терминологию, соответственно принятой в настоящей работе.

«Сначала надо будет указать формулы для 32 кристаллографических видов симметрии, так как формула той или другой пространственной группы симметрии выводится из формулы соответствующей точечной группы путем указаний тех изменений в характере и положении порождающих элементов симметрии, которые происходят при переходе от точечной группы к пространственной. Формулы для 32 видов симметрии составляются на основании следующих правил.

Главная (вертикальная) ось изображается цифрой, указывающей ее наименование и стоящей на первом месте; зеркально-поворотная ось изображается соответствующей цифрой с точкой наверху (при этом центр инверсии представляется символом $\dot{2}$).

Агирно-примитивный (моноэдрический) вид симметрии, как имеющий только единичную ось, можно изобразить символом 1. Если имеются побочные двойные оси, то на втором месте ставится буква *a*.

В двух простых видах симметрии полигирной (кубической) сингонии имеются как бы две главные оси, и эти виды симметрии удобно выразить формулами 23 и 43.

На последнем месте для двойных систем ставится символ плоскости симметрии, конечно если нет осей, то этот символ попадает на первое место.

Именно, здесь используются следующие символы: H — для горизонтальной плоскости, V — для вертикальной плоскости.

Необходимо добавить, что вертикальная плоскость всегда проводится через главную ось и через побочную двойную ось, если таковая имеется; только в кубической сингонии символ V обозначает плоскость симметрии, проходящую через двойную и тройную оси по середине между двумя другими двойными осями».

Изложенные правила выражения 32 видов симметрии с помощью формул, дающих порождающие элементы симметрии, приводят к обозначениям, указанным в соответственной графе сводной таблицы I обозначений видов симметрии.

Переходим к правилам для составления формул пространственных групп симметрии. Положение главной (вертикальной) оси кладется в основу расположения остальных элементов. Если даже эта ось была смещена относительно вертикальной оси в той системе координат, которая была выбрана при составлении уравнений рассматриваемой правильной системы, то в формуле она все-таки занимает основное положение, а остальные элементы симметрии в формуле соответственным образом смещаются.

Оси симметрии и зеркально-поворотные обозначаются так же, как в точечных группах. Двойные винтовые оси отличаются от двойных осей симметрии дугой вверху символа: $\breve{2}$ и $\breve{a}$.

Если же винтовыми являются оси высшего наименования, то непосредственно за соответствующей цифрой указывается в квадратных скобках ход оси, который всегда задается в частях примитивной трансляции вдоль оси.

Если плоскость отражения главной зеркально-поворотной оси смещена относительно горизонтальной плоскости, то перед символом оси в круглых скобках указывается это смещение, выраженное в частях примитивной трансляции вдоль оси.

Смещение побочной двойной оси (относительно главной оси) указывается координатами ее основания в перпендикулярной плоскости; эти координаты выражаются в частях примитивных трансляций вдоль соответственных осей координат; они заключаются в круглые скобки и ставятся слева от буквы a; от символа главной оси этот символ тогда отделяется точкой.

В полигирной (кубической) сингонии подобное обозначение применяется к тройной оси, стоящей на втором месте, координаты ее основания даются всегда в горизонтальной плоскости.

Плоскости симметричности обозначаются буквами H и V; смещение по перпендикулярному направлению (по отношению к параллельной плоскости координат) указывается в частях примитивной трансляции, заключается в круглые скобки и ставится перед соответствующей буквой; в таком случае этот символ отделяется точкой от предыдущего.

Плоскости скольжения отличаются тем, что вслед за буквой в квадратных скобках, указываются составляющие ее трансляции по осям координат, параллельным этой плоскости или лежащим в ней; как всегда эти составляющие задаются в частях примитивных трансляций вдоль указанных координатных осей. Как правило, указываются две составляющие; только в полигирной (кубической) сингонии для вертикальной плоскости скольжения приходится задавать все три составляющие, ибо она занимает там диагональное положение.

На последнем месте стоит символ, определяющий группу трансляций. Здесь применяются обозначения, принятые Германном и Могеном «для решеток». При этом однако Богомолов не пользуется их обозначениями решеток гексагирной и тригирной сингоний. Ортогексагональная установка ни Федоровым, ни за ним и Богомоловым не употребляется. Горизонтальные оси координат проводятся под углом 60° друг к другу.

Если при этом вертикальная ось сопряжена с горизонтальной плоскостью, а горизонтальные оси координат направлены по перпендикулярным к наименьшим трансляциям, получаем решетку простую P.

Если вертикальная ось сопряжена с горизонтальной плоскостью, а горизонтальные оси направлены по наименьшим трансляциям, получаем базоцентрированную решетку C.

Если вертикальная ось не сопряжена с горизонтальной плоскостью, а горизонтальные оси направлены по перпендикулярам к наименьшим трансляциям, получаем ромбоэдрическую решетку. Ввиду того, что трансляция, сопряженная с горизонтальной плоскостью, направлена не вертикально, но внутрь элементарного параллелепипеда, такую решетку можно рассматривать как решетку I.

Если вертикальная ось не сопряжена с горизонтальной плоскостью, а горизонтальные оси направлены по наименьшим трансляциям, то имеем также ромбоэдрическую решетку. В отличие от предыдущего случая эту решетку нужно рассматривать как решетку F.

Таким образом у С. А. Богомолова совершенно не употребляются обозначения H и R для решеток три- и гексагирной сингоний.

Отметим главнейшие д о с т о и н с т в а системы обозначений С. А. Богомолова:

1. Как и в системе Германна-Могена формулы вполне определяют группу.
2. Формулы тесно увязаны с формулами видов симметрии.

3. Формулы видов симметрии основаны на указании порождающих элементов симметрии, чем избегается избыток в перечислении элементов симметрии, которыми можно вполне охарактеризовать группу.

4. В основу обозначений порождающих элементов симметрии кладутся оси совмещения. Элементы симметрии второго рода используются во вторую очередь.

5. В связи с этим формулы в общих чертах отражают связь групп с группами Зонке.

К сожалению обратное не всегда верно: группы с различными символами осей совмещения и решеток могут оказаться отвечающими одной и той же группе Зонке.

Например то, что группы $\breve{2}aI$, $\breve{2}aHI$, $2aH\left[\frac{1}{2};\ 0\right]I$ отвечают одной и той же группе Зонке, видно из формул непосредственно. Но что частный случай, сюда же относящийся, представляет собою и группа $(-1/_8)\ \dot{4}.\ (0;\ 1/_4)aI$ непосредственно не видно. Аналогичное имеет место и при других зеркально-поворотных осях. В других случаях принадлежность к одной и той же группе Зонке бывает и при различных решетках (например у групп $2A$, $2VF$, $2VI$ или у групп $3VP$ и $3VC$).

6. По формулам легко видеть, является ли данная группа симморфной (формула не содержит никаких скобок и знаков $\smile$), асимморфной (формула содержит знаки $\smile$ или квадратные скобки вслед за числовым индексом, или круглые скобки слева от символа $\breve{a}$,[1] или гемисимморфной (формула не отвечает ни симморфной, ни асимморфной группе).

7. Формулы отражают принадлежность пространственной группы к той или иной трансляционной группе (решетке).

8. Формулы составлены совершенно однородно, по принципам, не допускающим однозначного обозначения различных групп.

9. Непосредственное указание на координаты смещенных относительно начала координат элементов симметрии чрезвычайно упрощает определение группы по ее символу. По системе Могена построить (вычертить например) элементы симметрии, хотя бы группы $P2_12_12_1$ или $I2_12_12_1$, не очень просто. Необходимо еще продумать, как могут и как не могут пересекаться указанные три двойных винтовых оси, чтобы получающиеся трансляции отвечали символам P или I. А затем уже повыводить параллельные указанным двойные поворотные оси (в группе $I2_12_12_1$).

В соответственных формулах Богомолова $(\breve{2}.\ (0;\ 1/_4)\ \breve{a}P$ и $\breve{2}aI)$ непосредственно видно как расположение осей друг относительно друга, так и существование винтовых осей побочных параллельных горизонтальным двойным осям в группе $\breve{2}aI$ (ввиду присутствия группы трансляций I).

10. Латинизация обозначений.

Кроме всего перечисленного формулы Богомолова обладают и еще некоторыми достоинствами, которые однако нельзя признать безусловными, а с некоторых точек зрения можно рассматривать даже как н е д о с т а т к и.

1. Общее сокращение количества буквенных символов трансляционных групп (решеток). Они обозначаются только четырьмя символами (P, C, I, F). Символы R и H не применяются. Однако замена этих символов на символы C, I и F в три- и гексагирной сингониях не безоговорочна. Необходимо иметь в виду, что в этой сингонии эти символы должны пониматься несколько иначе, чем в других сингониях. Во всех сингониях добавочная (сопряженная) трансляция, обусловливающая ту или иную центрированность решеток, имеет своими проекциями на координатные оси половины соответственных трансляций вдоль этих осей. В три- и гексагирной сингониях аналогичные центрирующие решетку трансляции имеют проекции на координатные оси равными только одной трети соответственных трансляций, расположенных вдоль этих осей. Отсюда получается например, что решетка C оказывается центрированной в двух местах базиса (рис. 18). Аналогично в решетке I добавочная трансляция, направленная к центру ячейки, обусловливает двуцентрированность решетки (рис. 19). Аналогичное мы имеем и для символа F.

Правда С. А. Богомолов под символами P, C, I, F правильно подразумевает только группы трансляций, а не самые решетки, однако и в этом случае своеобразие групп трансляций три- и гексагирной сингонии приходится ему отдельно оговаривать.

---

[1] Указание на круглые скобки слева от символа a необходимо исключительно для характеристики асимморфной группы $(-1/_8)\ \dot{4}.\ (0;\ 1/_4)\ aI$. Все остальные асимморфные группы определяются двумя первыми признаками.

2. Сокращение буквенных обозначений для плоскостей симметричности. Два символа V и H, удобные по своей преемственности от Шенфлиса, исчерпывают все случаи плоскостей симметричности, но с другой стороны, избегая многочисленных буквенных символов (у Могена m, n, a, b, c, d), С. А. Богомолову приходится вводить в квадратных скобках цифровые указатели расположения трансляций плоскостей скольжения.

Отметим недостатки формул Богомолова:

1. Система обозначений построена на употреблении зеркально-поворотных осей, но не инверсионных. На недостатки такого выбора элементов симметрии уже неоднократно указывалось выше. Таким образом, несмотря на то, что символика видов симметрии у С. А. Богомолова иная, чем у *Шенфлиса (и на мой взгляд проще), коренной недостаток* Шенфлисовской символики не устранен: не выявлена связь видов симметрии с сингониями.

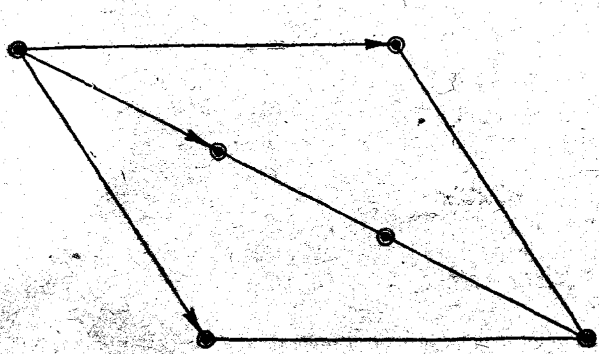


Рис. 18. Решетка C три- и гексагирной сингоний по Богомолову (вид сверху).

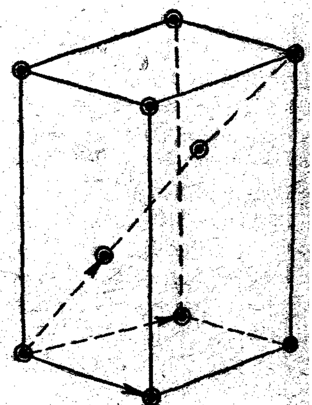


Рис. 19. Решетка I тригирной сингонии по Богомолову.

2. Сложность (длиннота) некоторых формул, например:

$$4\left[\frac{1}{2}\right]\cdot\left(\frac{1}{4};\frac{1}{4}\right)\tilde{a}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)H\left[\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]P \text{ или } 4\left[\frac{1}{4}\right]\cdot\left(0;\frac{1}{4}\right)3\cdot\left(-\frac{1}{8}\right)H\left[\frac{1}{4};\frac{1}{4}\right]F,$$

затрудняет пользоваться ими, как символами для обозначений пространственных групп. Громоздкость формул при их использовании для обозначений групп признается и самым С. А. Богомоловым (*9*; *11* стр. 174). В этом отношении формулы Богомолова аналогичны уравнениям Федорова, но в то время как уравнения непосредственно выявляют расположение точек правильных систем, формулы непосредственно показывают элементы симметрии (уравнения и формулы очень тесно связаны друг с другом).

3. Некоторая трудность запоминания правил расстановки иногда круглых, иногда квадратных скобок, стоящих иногда перед символом элемента симметрии, иногда после него.

4. Неоднородность принципов обозначений двойной винтовой оси ($\tilde{2}$ и $\tilde{a}$) по сравнению с другими винтовыми осями; согласно общим принципам, ее следовало бы обозначать $2[^1/_2]$ и $a[^1/_2]$.

В заключение отметим весьма досадную ошибку, вкравшуюся в таблицу сопоставлений обозначений Федорова и Шенфлиса, напечатанную в особой заметке С. А. Богомолова (*8*, стр. 12) и приложенную к его книге (*9*, стр. 172). В таблице указано, что группе 87*a* по Федорову отвечает обозначение D^3_{6h} по Шенфлису, а группе 88 *a* отвечает обозначение D^4_{6h}. На самом деле, наоборот, группе 87*a* отвечает D^4_{6h}, а группе 88*a* отвечает D^3_{9h}.

§ 11. Первоначальные системы Шибольда

Замена зеркально-поворотных осей инверсионными приводит к очень удобной и стройной классификации видов симметрии (*10*).

Эта классификация позволяет все виды симметрии расположить в простую таблицу (см. таблицу на стр. 102). Впервые такая таблица была предложена Чермаком (*59*, *60*) в 1904 г. В 1926 г., развивая вопросы систематики 32 видов симметрии, таблицей Чермака пользовались и Бекке (*4*, *5*, *6*) и Беккенкамп (*7*). Живой отклик вызвала систематика Бекке, у Ринне (*35*—*42*), который на основе той же универсальной таблицы, той же стройной классификационной системы создал и соответствующую ей новую номенклатуру и символику 32 видов симметрии.

В таблице Чермака-Бекке-Ринне виды симметрии расположены горизонтальными рядами таким образом, что любой вид симметрии может быть получен из лежащего над ним вида симметрии первого ряда присоединением некоторой «главной» оси симметрии, некоторого «операнда». Характер этого «операнда» один и тот же для каждого ряда. Так для всего третьего ряда «операндом» является «тригира» — тройная ось симметрии. Каждый вид симметрии этого ряда может быть получен из соответственных видов симметрии верхнего ряда путем сложения элементов симметрии вида симметрии верхнего ряда с тригирой. Например вид симметрии № 12 таблицы получается из вида № 4 нахождением равнодействующих элементов симметрии горизонтальной дигиры вида № 4 с вертикальной тригирой.

Соответственно тому, что главной осью симметрии может служить не только поворотная, но и инверсионно-поворотная ось, четвертый и пятый ряды удлиняются на два вида, причем виды № 19 и № 26 можно было бы поместить под видом № 1, а виды № 20 и № 27 под видом № 3. Они вынесены вправо потому, чтобы рядом пустых клеток не нарушать внешней стройности таблицы.

При помощи описанной таблицы Ринне пришел к новой номенклатуре следующим образом. Виды симметрии по наиболее распространенной номенклатуре Федорова-Грота называются по именам общих форм этих видов.

Ринне учитывает, что и общие формы любого вида симметрии могут быть получены подобно элементам симметрии из общих форм видов верхнего ряда таблицы.

Вращая вокруг главной оси грани общей формы соответственного вида симметрии верхнего ряда, получаем в результате совокупность граней, представляющую собою общую форму вида симметрии с данной главной осью.

Так например, вращая две грани общей формы вида симметрии № 4 «сфеноида» (диэдра) вокруг тригиры, в общем случае получим «тригональный трапецоэдр», т. е. общую форму вида симметрии № 12. Отсюда вид симметрии по Ринне следует называть *«тригирно-сфеноидальный»*.

Аналогично этому соответственно названиям общих форм первого ряда педион, пинакоид, дома, сфеноид и призма получаются остальные названия видов симметрии.

Если «операндом» является дигира, получаются *«дигирно-доматический»*, *«дигирно-сфеноидальный»*, *«дигирно-призматический»* виды симметрии. Для тригирного «операнда» получаются: *«тригирно-педиальный»*, *«тригирно-пинакоидальный»*, *«тригирно-доматический»*, *«тригирно-сфеноидальный»* и *«тригирно-призматический»* виды симметрии. Аналогичные названия получаются и для случая тетрагиры и гексагиры. Если же главной осью симметрии является инверсионная ось, «гироида», а не гира, например тетрагироида, получаем названия: *«тетрагироидо-педиальный»* вид симметрии, *«тетрагироидо-доматический»* вид симметрии.

В видах симметрии нижнего ряда [«правильной» сингонии («reguläre System»)] главных осей несколько, и виды симметрии получают названия: *«правильно-педиальный»*, *«правильно-пинакоидальный»*, и т д.

Соответственно с этой новой простой номенклатурой Ринне предложил и новую очень простую символику видов симметрии.

Соответственно первым четырем названиям видов симметрии и общих форм верхнего ряда («операторов») Ринне придал им символы по первым буквам этих названий: *p*, *pi*, *d*, *s*. Пятому виду симметрии (призматическому) придан символ *sd* в связи с тем, что его можно рассматривать как совокупность вида *s* и вида *d*.

Обозначения видов симметрии всех остальных рядов получаются из соответственных обозначений верхнего ряда простым присоединением обозначения главной оси симметрии. Главные оси симметрии обозначаются подобно тому, как их обозначают Моген и Богомолов: просто цифрами 2, 3, 4 и 6. Инверсионные оси Ринне первоначально обозначил $\dot{4}$ и $\dot{6}$. Совокупности нескольких главных осей (в нижнем ряду таблицы) придан символ *t* (*tesseral*). Получается простая система обозначений видов симметрии, приведенная в сводной таблице под рубрикой Ринне I.

Систематика, номенклатура и символика Ринне для 32 видов симметрии легла в основу систематики, номенклатуры и символики Шибольда для 230 пространственных групп симметрии (*43*, *44*, *45*, *41*).

Симморфные группы получаются из сходственных видов симметрии присоединением группы трансляций. Номенклатура последних базируется на обозначениях Шенфлиса для решеток:

Γ — простая решетка; Γ' — центрированная по одной грани [подробнее: $\Gamma'(xy)$ — по верхней и нижней, $\Gamma'(yz)$ — по передней и задней, $\Gamma'(xz)$ — по боковым граням]; Γ'' — объемоцентрированная; Γ''' — гранецентрированная. Сингония при этом обозначается подстрочными буквами. Например: Γ_{tr}, Γ_m, Γ_o, Γ_t, Γ_h, Γ_c и Γ_{rh} обозначают простые трансляционные группы агирной (triklin), моногирной (monoklin), дигирной (orthorhombisch), тетрагирной (tetragonal), гексагирной (hexagonal), полигирной (cubisch) и ромбоэдрическую решетку тригирной сингонии (rhomboëdrisch). Отсюда, по Шибольду, вытекает следующая номенклатура. Пусть пространственная группа симметрии отличается от вида симметрии «дигирно-доматического» (№ 6 по таблице) существованием простой группы трансляций. Название группы «Γ_o — *дигирно-доматическая*». Если трансляционная группа не простая, но например отвечает центробазисной решетке $\Gamma_o'(xy)$, то группа получает название «$\Gamma_o'(xy)$-*дигирно-доматическая*». Соответственно с этим могут быть получены и символы для пространственных групп. Однако Шибольд здесь вводит дальнейшие упрощения. Именно, для простых трансляционных групп Шибольд вовсе не прибегает к особому символу, обозначая симморфные пространственные группы с простыми трансляционными группами тождественно со сходственными видами симметрии. Симморфные пространственные группы с трансляционными группами Γ', Γ'', Γ''' обозначаются символом сходственного вида симметрии с присоединением к нему одной, двух или трех надстрочных запятых. Эти запятые пишутся как показатель у символа операнда, если же таковой отсутствует, то у символа оператора. Например символ $2''d$ обозначает группу «Γ_o'' — *дигирно-доматическую*» (группу C_{2v}^{20} по Шенфлису), символ $2'''d$ обозначает группу Γ_o''' — *дигирно-доматическую* (по Шенфлису C_{2v}^{18}), символ $2'(xy)d$ обозначает группу $\Gamma_o'(xy)$-*дигирно-доматическую* (по Шенфлису C_{2v}^{11}), символ d' обозначает Γ_m' — *доматическую* (по Шенфлису C_s^3), символ $(s'd')$ или $(sd)'$ обозначает Γ_m'— *призматическую* или *гиро-доматическую* группу (по Шенфлису C_{2h}^3), и т. п.

В приведенной здесь номенклатуре и символике симморфных групп названия «*доматический*», «*призматический*», и т. п. уже относятся не к тем или иным простым формам, но к некоторым определенным правильным системам точек. Полное название этих исходных правильных систем точек (Urgitterkomplex'ов по Шибольду): *транспедион* (параллелепипедальная система точек, связанных только трансляциями), *транспинакоид* (система, получаемая присоединением трансляций к двуточечнику, связанному центром инверсии), *трансдома* (система трансляций, присоединяемая к двуточечнику, связанному плоскостью симметрии), *транссфеноид* (в этом случае двуточечник связан дигирой), *транспризма* или *трансгиродома* (система трансляций, присоединяемая к четырехточечнику, связанному плоскостью симметрии и нормальной к ней дигирой).

В *гемисимморфных* системах плоскости симметрии (все или некоторые) заменены плоскостями скольжения. Соответственно с этим и исходные правильные системы точек: *дома* и *гиродома* заменяются *доматоидом* и *гиродоматоидом*, символ же d заменяется символом δ. Соответственно с этим получаем например группы δ, δ', $(s\delta)$, $(s'\delta') = (s\delta)'$ с названиями Γ_m— *доматоидная*, Γ_m'— *доматоидная*, Γ_m'— *гиродоматоидная*, Γ_m'— *гиродоматоидная*. В случае присутствия операнда следует еще указать направление скольжения. В зависимости от того, совпадает ли это направление с осью x, z или расположено косо по отношению к ним, получаем *ортодоматоид* (δ_o), *парадоматоид* (δ_p) или *клинодоматоид* (δ_k). Соответственно с этим получаем например группы $2\delta_o$, $2\delta_p$ $2\delta_k$ с названиями: Γ_o— *дигирно-ортодоматоидная*, Γ_o— *дигирно-парадоматоидная*, Γ_o — *дигирно-клинодоматоидная*. Если в данной симморфной группе плоскость скольжения расположена между осями (операндами), то величина смещения указывается в долях полной трансляции по данному направлению и пишется у соответствующего «*доматоида*» в виде надстрочного показателя. Получаем например символ $2\delta_o^{1/4}$ для группы Γ_o — *дигирно-ортодоматоидной* ($^1/_4$). Аналогичное смещение центра инверсии относительно главной оси определяется координатами, показанными в круглых скобках. Например группа по Шенфлису C_{4h}^3 обозначается символом $4\ pi\ (^1/_4\ ^1/_4\ 0)$ и называется Γ_t-*тетрагирно-пинакоидальная* ($^1/_4\ ^1/_4 0$).

Все сказанное относительно гемисимморфных групп остается в силе и для *асимморфных*, если в них плоскости симметричности являются плоскостями скольжения. Сверх того асимморфные группы усложнены заменою осей совмещения на винтовые оси.

Если в системе точек «*транссфеноид*» (s) заменить дигиру на двойную винтовую ось (дигеликогиру), получим «*геликосфеноид*» или сокращенно «*геликоид*» $(\tilde{s})$. Отсюда становятся понятными и названия и символы «*геликодома*» $(\widetilde{sd})$ и «*геликодоматоид*» $(\widetilde{s\delta})$. Не требуют особых комментариев и такие символы и названия как, например, $\tilde{2}(sd) = \Gamma_o$— *дигеликто-гиродоматическая группа* (по Шенфлису V_h^5), $\tilde{2}'(\widetilde{sd}) = \Gamma_o'$— *дигеликто-геликодоматическая группа* (по Шенфлису

V_h^{12}) $\widetilde{2}\,(\widetilde{s}^{1/4}\delta_o) = \Gamma_o$ — *дигеликто-гелико-ортодоматоидная группа* [$^1/_4$] (по Шенфлису V_h^{15}). Здесь показатель $^1/_4$ у $\widetilde{s}$ указывает на смещение горизонтальной дигеликогиры относительно вертикальной на $^1/_4$ трансляции нормальной им обоим. В отличие от смещенных плоскостей симметричности в названиях это смещение указывается в квадратных скобках. Усложнения возникают в группах, где операндом является геликогира с наименованием выше, чем два. В этих случаях следует еще иметь в виду винтовую компоненту (ход) геликогиры. Так тройные винтовые оси (тригеликогиры) могут иметь ход $^1/_3$ (правые оси) или же $^2/_3$ (левые оси), Шибольд эти оси обозначает $\left(\frac{1}{3}\widetilde{3}\right)$ и $\left(\frac{2}{3}\widetilde{3}\right)$ и называет $^1/_3$ — *тригеликтовая* и $^2/_3$ — *тригеликтовая*. Аналогично обозначаются различные «тетрагеликогиры» $\left(\frac{1}{4}\widetilde{4}\right)$ — *тетрагеликогира* с ходом $^1/_4$ (правая четверная винтовая ось, $\left(\frac{3}{4}\widetilde{4}\right)$ — *тетрагеликогира* с ходом $^3/_4$ (левая четверная винтовая ось), $\left(\frac{1}{2}\widetilde{4}\right)$ тетрагеликогира с ходом $^1/_2$ (четверная винтовая ось, являющаяся одновременно двойной поворотной).

Для «гексагеликогир» ход может быть $^1/_6$, $^1/_3$, $^1/_2$, $^2/_3$ и $^5/_6$. Соответственно с этим получаем обозначения: $\left(\frac{1}{6}\widetilde{6}\right)$, $\left(\frac{1}{3}\widetilde{6}\right)$, $\left(\frac{1}{2}\widetilde{6}\right)$, $\left(\frac{2}{3}\widetilde{6}\right)$ и $\left(\frac{5}{6}\widetilde{6}\right)$.

Приведенными обозначениями и характеризуется соответствующий операнд. Например группа, обозначаемая по Шенфлису D_{6h}^4, по Шибольду получает символ $\left(\frac{1}{2}\widetilde{6}\right)$ (sd) и называется $\Gamma_h - \frac{1}{2}$ *гексагеликто-гиродоматическая*.

В полигирной (кубической) сингонии четыре тройных оси, создающие «тетракистригирный» ритм, обозначаются Шибольдом, как и у Ринне, буквой *t*. Случай непересекания тригир друг с другом помечается символом *t*. Другим усложнением символов полигирной сингонии является необходимость указывать еще координаты смещенной оси. Подобно тому, как это делается для плоскости скольжения и центра инверсии, эти координаты выписываются в скобках за символом, но пишутся не в круглых, а в квадратных скобках.

После всего сказанного нетрудно разобраться в значении каждого символа Шибольда и уяснить себе и название той или иной группы.

Описанная здесь символика приведена в сводной таблице II под рубрикой «Шибольд I».

В основу для составления этой сводки легла таблица 2, приведенная в работе Шибольда (*44*, текст, стр. 43—52, атлас, стр. 7—16). Данные этой таблицы в ряде мест расходятся с данными, приводимыми Шибольдом, далее в самом тексте при систематическом рассмотрении групп. С одной стороны, в таблицу им введены некоторые улучшения и исправлены некоторые ошибки, с другой стороны, туда попали новые ошибки, не имеющиеся в тексте.

В нашей сводке исправлены ошибки как текста, так и таблицы Шибольда.

Приводим их в порядке страниц текста.

I. Ошибки в Шибольдовской таблице 2.

Стр. 43. C_{2h}^3 № 14. Дано $(s'd')$, следует $(sd)'$.

Стр. 43. C_{2h}^6 № 15. Дано $(s'\delta')$, следует $(s\delta)'$.

Стр. 45. V_h^7 № 52. Дано название: Γ_0 — dihelikisch-gyroklinodomatoidisch $\left(\frac{1}{4}\right)$, следует: Γ_0 — dihelikisch-gyroklinodomatoidisch.

Стр. 45. V_h^{16} № 61. Дано $\widetilde{2}\,(\widetilde{s}^{\frac{1}{4}} d^{\frac{1}{4}})$; Γ_0 — dihelikisch-helicodomatisch $\left[\frac{1}{4}\right]\left(\frac{1}{4}\right)$, проще же, как в тексте: $\widetilde{2}\,(\widetilde{s}^{\frac{1}{4}} d)$; Γ_0 — dihelikisch-helicodomatisch $\left[\frac{1}{4}\right]$,

Стр. 46. V_h^{27} № 73. Дано $2''\,(s\delta_0)$, следует: № 74; $2''\,(\widetilde{s}\,\delta_p)$,

Стр. 46. V_h^{28} № 74. Дано $2''\,(s\delta_k)$, следует: № 73; $2''\,(\widetilde{s}\,\delta)$.

Стр. 47. C_{4h}^3 № 107. Дано $\Gamma_t - \frac{1}{4}$ tetragyrisch-pinakoidal $\left(\frac{1}{4}\,\frac{1}{4}\,0\right)$, следует Γ_t — tetragyrich-pinakoidal $\left(\frac{1}{4}\,\frac{1}{4}\,0\right)$.

Стр. 47. C_{4h}^6 № 111. Дано $\Gamma_t''' \left(\frac{1}{4}\tilde{4}\right)'''$ oder $\left(\frac{3}{4}\tilde{4}\right)''' pi \left(\frac{1}{8}\frac{1}{8}0\right)$; $\Gamma_t''' - \frac{1}{4}\left(\text{bzw. } \frac{3}{4}\right)$ u. s. w.,

проще, как в тексте: Γ_t''; $\left(\frac{1}{4}\tilde{4}\right)''$ oder $\left(\frac{3}{4}\tilde{4}\right)'' pi \left(\frac{1}{4}00\right)$; $\Gamma_t'' - \frac{1}{4}$ u.s.w.

Стр. 48. D_4^{10} № 121. Дано Γ_t'''; $\left(\frac{1}{4}\tilde{4}\right)'''$ s oder $\left(\frac{3}{4}\tilde{4}\right)'''$ s $\Gamma_t''' - \frac{1}{4}\left(\text{bzw. } \frac{3}{4}\right)$ u. s. w., проще,

как в тексте: Γ_t''; $\left(\frac{1}{4}\tilde{4}\right)$ s oder $\left(\frac{3}{4}\tilde{4}\right)''$ s; $\Gamma_t'' - \frac{1}{4}\left(\text{bzw. } \frac{3}{4}\right)$ u. s. w.

Стр. 48. C_{4v}^{12} № 132. Дано $\left(\frac{1}{4}\tilde{4}\right)'' \delta_h$ od. $\left(\frac{3}{4}\tilde{4}\right)'' \delta_k$, следует $\left(\frac{1}{4}\tilde{4}\right)'' \delta_k^{-\frac{1}{8}}$ od. $\left(\frac{3}{4}\tilde{4}\right)'' \delta_k^{-\frac{1}{8}}$.

Стр. 48. C_{4v}^{11} № 133. Дано $\left(\frac{1}{4}\tilde{4}\right)'' \delta_h$ od. $\left(\frac{3}{4}\tilde{4}\right)'' \delta_h$, следует $\left(\frac{1}{4}\tilde{4}\right)'' \delta_k^{+\frac{1}{8}}$ od. $\left(\frac{3}{4}\tilde{4}\right)'' \delta_k^{+\frac{1}{8}}$.

Стр. 49. D_{4h}^{20} № 152. Дано $\left(\frac{1}{4}\tilde{4}\right)''$ $(s\delta_k)$, следует $\left(\frac{1}{4}\tilde{4}\right)$ $(s\delta_k^{-\frac{1}{8}})$.

Стр. 49. D_{4h}^{19} № 153. Дано $\left(\frac{1}{4}\tilde{4}\right)''$ $(s\delta_h)$, следует $\left(\frac{1}{4}\tilde{4}\right)''$ $(s\delta_k^{+\frac{1}{8}})$.

Стр. 51. D_{6h}^1 № 186. Дано 6 (ds), следует 6 (sd).

Стр. 51. D_{6h}^2 № 187. Дано: Γ_h — hexagyrisch-paragyrodomatoidisch,
следует: Γ_h — hexagyrisch-gyroparadomatoidisch.

Стр. 51. D_{6h}^4 № 188. Дано: $\Gamma_h - \frac{1}{2}$ hexahelikisch-domatisch,
следует: $\Gamma_h - \frac{1}{2}$ hexahelikisch-gyrodomatisch.

Стр. 51. D_{6h}^3 № 189. Дано: $\Gamma_h - \frac{1}{2}$ hexahelikisch-paragyrodomatoidisch,
следует: $\Gamma_h - \frac{1}{2}$ hexahelikisch-gyroparadomatoidisch.

Стр. 52. O^6 № 212. Дано: $\bar{t}s \left[\frac{1}{4} 0 \frac{3}{8}\right]$; Γ_c — tetraëdroidisch-sphenoidisch,
следует: $\bar{t}\,\tilde{s} \left[\frac{1}{4} 0 \frac{3}{8}\right]$; Γ_c — tetraëdroidisch-helicoidisch $\left[\frac{1}{4} 0 \frac{3}{8}\right]$.

Стр. 52. O^7 № 213. Дано: Γ_c — tetraëdroidisch-helicoidisch,
следует: Γ_c — tetraëdroidisch-helicoidisch $\left[\frac{3}{4} 0 \frac{3}{8}\right]$

Последние две ошибки, введшие в заблуждение Зоммерфельда (*57*, стр. 44), были исправлены самим Шибольдом (*45*, стр. 46).

Стр. 52. T_d^5 № 218. Дано: $t''' \delta_k$; Γ_c''' — tetraëdrisch-klinodomatoidisch,
следует: $t''' \delta_p$; Γ_c''' — tetraëdrisch-paradomatoidisch.

Стр. 52. O_h^8 № 228. Дано: $t''' (\tilde{s}\delta_h) \left[00\frac{1}{8}\right]$; Γ_c''' — tetraëdrisch-helikoklinodomatoidisch,
следует: $t''' (\tilde{s}\delta_p) \left[00\frac{1}{8}\right]$; Γ_c''' — tetraëdrisch-helikoparadomatoidisch.

II. Ошибки в тексте

Стр. 80. V_h^4 № 49. Строка 9 снизу. Дано: Γ_0 — digyrisch-klinodomatoidisch,
следует: Γ_0 — digyrisch-gyroklinodomatoidisch.

Стр. 81. V_h^2 № 50. Строка 22 снизу. Дано: Γ_0 — digyrisch-klinodomatoidisch $\left(\frac{1}{4}\right)$,
следует: Γ_0 — digyrisch-gyroklinodomatoidisch $\left(\frac{1}{4}\right)$.

Стр. 82. V_h^7 № 52. Строка 1 снизу. Неправильно указано направление скольжения: $\left(\frac{b}{2}\right)$,
следует: $\left(\frac{a}{2}\right)$.

Соответственно с этим и на чертеже, в атласе в таблице 11 следует стрелку, указывающую направление скольжения у горизонтальной плоскости скольжения, изобразить не $\parallel [010]$, но $\parallel [100]$.

Стр. 83. V_h^8 № 53. Строка 21 снизу. Дано: Γ_0 — dihelikisch-orthodomatoidisch, следует: Γ_0 — dihelikisch-gyroorthodomatoidisch.

Стр. 84. V_h^6 № 54. Строка 10 сверху. Дано: Γ_o — dihelikisch-orthodomatoidisch $\left(\frac{1}{4}\right)$ следует: Γ_o — dihelikisch-gyroorthodomatoidisch $\left(\frac{1}{4}\right)$.

Стр. 85. V_h^{10} № 56. Строка 22 снизу. Дано: Γ_o — digyrisch-helicodomatoidisch $\left[\frac{1}{4}\right]$, следует: Γ_o — digyrisch-helicoparadomatoidisch $\left[\frac{1}{4}\right]$.

Стр. 87. V_h^9 № 59. Строка 16 снизу. Дано: Γ_o — digyrisch-helicoorthodomatoidisch $\left(\frac{1}{4}\right)\left[\frac{1}{4}\right]$, следует: Γ_o — digyrisch-helicoorthodomatoidisch $\left[\frac{1}{4}\right]\left(\frac{1}{4}\right)$.

Стр. 88. V_h^{12} № 60. Строка 14 сверху. Дано: Γ_o — digyrisch-helicoklinodomatoidisch, $\left(\frac{1}{4}\right)\left[\frac{1}{4}\right]$, следует: Γ_o — digyrisch-helicoklinodomatoidisch $\left[\frac{1}{4}\right]\left(\frac{1}{4}\right)$

Стр. 90—94. V_h^{17} — V_h^{22} № 63—68. В шести этих группах указана в качестве трансляционной группы $\Gamma'_{o(xy)}$. Это обозначение сказывается и на символах этих групп, которые в тексте изображены таким образом: $\widetilde{2}'_{(xy)}(sd)$; $\widetilde{2}'_{(xy)}(sd)$; $2'_{(xy)}(sd)$; $2'_{(xy)}(s\delta_p)$; $2'_{(xy)}(s\delta_0)$; $2'_{(xy)}(s\delta_k)$.

Это же (xy) фигурирует и в названиях этих групп. Поскольку в виде симметрии V_h трансляционная группа Γ'_o всегда может быть представлена, как $\Gamma'_{o\,(xy)}$, то в таблице 2 Шибольд выбросил эти загромождающие знаки (xy), как в символах, так и в названиях.

Стр. 102. C_3^4 № 78. Строка 22 снизу, Дано: Γ_{rh} — trigyrisch-(rhomboëdrisch-) pedial, следует: Γ_{rh} (trigyrisch) -rhomboëdrisch pedial.

Стр. 110. C_{3v}^5 № 92. Строка 1 снизу. Дано: Γ_{rh} — trigyrisch-domatisch, следует: Γ_{rh} — rhomboëdrisch-domatisch.

Стр. 111. C_{3v}^6 № 93. Строка 22 сверху. Дано: Γ_{rh} — trigyrisch-paradomatoidisch, следует: Γ_{rh} — rhomboëdrisch-paradomatoidisch.

Стр. 113. D_{3d}^2 № 97. Строка 11 снизу. Дано: Γ'_h — trigyrisch-gyrodomatoidisch, следует: Γ'_h — trigyrisch-gyroparadomatoidisch.

Стр. 114. D_{3d}^5 № 98. Строка 16 сверху. Дано: Γ_{rh} — trigyrisch-gyrodomatisch, следует: Γ_{rh} — rhomboëdrisch-gyrodomatisch.

Стр. 115. D_{3d}^6 № 99. Строка 3 сверху. Дано: Γ_{rh} — trigyrisch-paradomatoidisch, следует: Γ_{rh} — rhomboëdrisch-gyroparadomatoidisch,

Стр. 121. C_{4h}^6 № 111. Строка 13 сверху. Дано: $\left(\frac{3}{4}\,\widetilde{4}\right)''$ pi,

следует: $\left(\frac{3}{4}\,\widetilde{4}\right)''$ pi $\left(\frac{1}{4}00\right)$.

Стр. 133. C_{4v}^{12} № 132. Строка 13 сверху. Дано: $\left(\frac{1}{4}\,\widetilde{4}\right)''$ $\left(\text{bzw. } \frac{3}{4}\,\widetilde{4}\right)''\Big)$ $\delta_k\left(\frac{1}{4}\right)$,

следует: $\left(\frac{1}{4}\,\widetilde{4}\right)''$ $\left(\text{bzw. } \left(\frac{3}{4}\,\widetilde{4}\right)''\right)\delta_k^{-\frac{1}{8}}$.

Стр. 134. C_{4v}^{11} № 133. Строка 4 сверху. Дано: $\left(\frac{1}{4}\,\widetilde{4}\right)''$ $\left(\text{bzw. } \frac{3}{4}\,\widetilde{4}\right)$ δ_k $\left(\frac{3}{4}\,c\right)$,

следует: $\left(\frac{1}{4}\,\widetilde{4}\right)''$ $\left(\text{bzw. } \left(\frac{3}{4}\,\widetilde{4}\right)''\right)$ $\delta_k^{+\frac{1}{8}}$.

Стр. 146. D_{4h}^{20} № 152. Строка 5 снизу. Дано: $\Gamma_t''' - \frac{1}{4}$ tetrahelikisch-gyroklinodo matoidisch, Symbol: $\left(\frac{1}{4}\,\tilde{4}\right)(s\,\delta_k^{\frac{1}{8}})$,

следует: $\Gamma_t''' - \frac{1}{4}$ tetrahelikisch-gyroklinodomatoidisch $\frac{d+c}{2}$,

Symbol: $\left(\frac{1}{4}\,\tilde{4}\right)(s\,\delta_k^{-\frac{1}{8}})$.

Стр. 147. D_{4h}^{19} № 153. Строка 18 снизу. Дано: $\Gamma_t'' - \frac{1}{4}$ tetrahelikisch-gyroklinodomatodisch $\left(\frac{1}{8}\right)$,

следует: $\Gamma_t'' - \frac{1}{4}$ tetrahelikisch-gyroklinodomatoidisch $\left(\frac{d}{4}+\frac{c}{4}+\frac{c}{2}\right)$.

Стр. 179. T_h^6 № 205. Строка 9 сверху. Дано: Γ_c'' — tetraëdrisch-pinakoidal. Symbol: tpi, следует: Γ_c'' — tetraëdroidisch-pinakoidal. Symbol: $\bar{t}pi$.

„ T_h^7 № 206. Строка 14 снизу. Дано: $t''pi$, следует: $\bar{t}''pi$.

Стр. 184. O^6 № 212. Строка 17 снизу. Дано: Γ_c — tetraëdroidisch-sphenoidisch $\left[\frac{1}{4}\,0\,\frac{3}{8}\right]$. Symbol: $\bar{t}s\left[\frac{1}{4}\,0\,\frac{3}{8}\right]$,

следует: Γ_c — tetraëdroidisch-helicoidisch $\left[\frac{1}{4}\,0\,\frac{3}{8}\right]$. Symbol: $\bar{t}\tilde{s}\left[\frac{1}{4}\,0\,\frac{3}{8}\right]$.

Стр. 185. O^8 № 214. Строка 23. Дано: $\bar{t}s\left[00\,\frac{1}{8}\right]$, следует: $\bar{t}''s\left[00\,\frac{1}{8}\right]$.

Стр. 187. T_d^5 № 218. Строка 11 снизу. Дано: Klinogleitspiegelebene ∥ (110) $\left(\text{mit der Gleitkomponente } \frac{d}{2}+\frac{a}{2}\right)$ durch: 000. b) Herleitung: Γ_c''' — tetraëdrisch-klinodomatoidisch. Symbol: $t'''\delta_k$,

следует: Paragleitspiegelebene ∥ (110) $\left(\text{mit der Gleitkomponente } \frac{a}{2}\right)$ durch: 000. b) Herleitung: Γ_c''' — tetraëdrisch-paradomatoidisch. Symbol: $t'''\delta_p$.

Стр. 188. T_d^6 № 220. Строка 7 снизу. Дано: $t'''\delta_k$, следует: $\bar{t}''\delta_k$.

Стр. 191. O_h^3 № 224. Строка 8 сверху. Дано: $t(\tilde{s}\delta_k)$, следует: $t(\tilde{s}\delta_k)\left[00\,\frac{1}{4}\right]$.

Стр. 192. O_h^6 № 226. Строка 13 сверху. Дано: Γ_c''' —tetraëdrisch-gyroklinodomatoidisch. Symbol: $t'''(s\delta_k)$,
следует: Γ_c''' — tetraëdrisch-gyroparadomatoidisch. Symbol: $t'''(s\delta_p)$.

Стр. 193. № 228. Строка 10 сверху. Дано: O_h^3, следует: O_h^8.

Стр. 193. № 228. Строка 21 снизу. Дано: Γ_c''' — tetraëdrisch-helicoklinodomatoidisch. Symbol: $t'''(\tilde{s}^{\frac{1}{8}}\,\delta_k)$,
следует: Γ_c''' — tetraëdrisch-helicoparadomatoidisch. Symbol: $t'''(\tilde{s}\,\delta_p)\left[00\,\frac{1}{8}\right]$.

Стр. 194. O_h^{10} № 230. Строка 12 снизу. Дано: $\overline{i}''(s\delta_k)$,

следует: $\overline{i}''(s\delta_k)\left[\frac{1}{4}\ 0\ \frac{3}{8}\right]$.

Таблица 24. № 153. (Группа D_{4h}^{19}).

На чертеже 153 параллельно оси [010] через четверные винтовые оси симметрии должны проходить двойные поворотные оси симметрии, тогда так на чертеже изображены двойные винтовые.

Мы не будем сейчас останавливаться на достоинствах и недостатках приведенной системы Шибольда (I). В описанном виде она еще не могла считаться окончательно установленной. (Это видно хотя бы из того, что, как показывают приведенные выше примеры, многое излагается различно в тексте работы Шибольда и в его же сводной таблице). Система Шибольда, подобно первоначальной системе Могена, подвергалась дальнейшим усовершенствованиям и изменениям, так что достоинства и недостатки целесообразнее разобрать в системе, принявшей окончательную форму (Шибольд II).

Однако, прежде чем перейти к описанию этой системы, следует остановиться на предложениях Зоммерфельда (*57*), вызванных 1931 г. вышеизложенными работами Шибольда.

§ 12. Схемы Зоммерфельда

Некоторые усложнения системы Шибольдовских обозначений, предлагаемые Зоммерфельдом, базируются на его классификационной схеме 32 видов симметрии, которую он предложил еще в 1906 г. (*56*, стр. 37). В работе 1931 г. схему эту он переработал соответственно обозначениям Ринне, несколько их видоизменив (*57*, стр. 38, схема 1). Далее в трех схемах (*57*, стр. 40, схема 2; стр. 42, схема 3; стр. 44, схема 4) он указывает, каким образом можно выработать общую символику всех 230 пространственных групп симметрии.

В общем система Зоммерфельда весьма близка к системе Шибольда. Отметим главнейшие отличия. Символы операторов (*p*, *pi*, *d*, *s*) остаются теми же, как у Шибольда, только лишь вместо (*sd*) Зоммерфельд пишет *si*. Каждая из 14 трансляционных групп (решеток) Браве обозначена особым символом: агирная (триклинная) решетка — *I*, две моногирные (моноклинные) решетки — *II* и *k* (Klinorhombische Säule); четыре дигирных (ромбических) решетки обозначены — *L*, *Lo*, *R*, *Ro* (Oblongum, Oblongoktaëder, Rhombussäule, Rhombenoktaëder), две тетрагирных (тетрагональных) решетки — *IV* и *VIII*, гексагирная (гексагональная) — *VI*, она же в тригирной (тригональной) сингонии — *III*, ромбоэдрическая — *Rh* (Rhomboëder), наконец три полигирных (кубических) решетки обозначены — *Cu*, *Oc*, *Do*. Ввиду того, что этими значками определяется сингония, в симморфных группах эти значки (Зоммерфельд ставит их в круглые скобки) заменяют собою символ операнда (главной оси симметрии). Например вместо Шибольдовских символов $4d$ и $4''d$ имеем (IV)d и (VIII)d; вместо Шибольдовских символов $2d$, $2'_{(xy)}d$, $2'_{(yz)}d$, $2''d$ и $2'''d$ имеем $(L)d$, $(R)d$, $(R')d$, $(Lo)d$ и $(Ro)d$. Там, где операнд представляет собою инверсионную ось, символы, служащие у Зоммерфельда одновременно и символом операнда и символом решетки, усложнены следующим образом. Для тетрагирной сингонии даются символы (для симморфных групп) — $(\mathrm{II}+\mathrm{II})\alpha$, $(K+K)\alpha$, $(L+L)\alpha$ и т. п.; для гексагирной сингонии — $(\mathrm{III}+\mathrm{III})\alpha$; $(\mathrm{III}+\mathrm{III})\alpha d$, $(\mathrm{III}+\mathrm{III})'\alpha d$ [α здесь специальный символ для обозначения этих групп «α = antisymmetrisch (dipolare Achsen)»].

Асимморфные группы без элементов симметрии второго рода, т. е. асимморфные группы Зонке, имеют операнды, похожие на операнды Шибольда. Как у Шибольда, на винтовую ось указывает волнистый значок над цифрой. Только арабская цифра, как и в предыдущем, заменена римской. Ход оси, так же как и у Шибольда, показывается дробью, однако правые и левые оси отличаются не значением хода, а подстрочными указателями *de* и *l*, которые пишутся у символа оператора.

Например Шибольдовские символы $\left(\frac{1}{6}\,\tilde{6}\right)p$ и $\left(\frac{5}{5}\,\tilde{6}\right)p$ по Зоммерфельду заменяются на $\left(\frac{1}{6}\,\widetilde{\mathrm{VI}}\right)p_{de}$ и $\left(\frac{1}{6}\,\widetilde{\mathrm{VI}}\right)p_l$. Если винтовой осью данной асимморфной группы является операнд (дигеликогира), то Зоммерфельд не обозначает его $\tilde{s}$, но в отличие от Шибольда пишет σ (аналогично тому, как Шибольд заменяет d на δ).

Асимморфные группы, содержащие элементы симметрии **второго рода** и **гемисимморфные** группы Зоммерфельд рассматривает очень кратко. Роль операндов в этих группах играют соответственные группы Зонке (в схеме 4 Зоммерфельд даже просто ставит номера групп Зонке). Операторами являются инверсия i [вместо Шибольдовского pi и (sd)] или d или $\overline{d}$ (последний символ Зоммерфельд пишет в отличие от Шибольдовского δ по аналогии с тем, как Шибольд пишет $\widetilde{s}$, хотя от этого последнего Зоммерфельд и отказался). Для детальных отличий получающихся при этом групп с одинаковыми операторами и операндами, Зоммерфельд прибегает к нумерации. Так как в своей краткой схеме Зоммерфельд не указывает, в каком порядке он предлагает нумеровать несимморфные группы с элементами симметрии второго рода, то невозможно установить точно, какой номер в символе Зоммерфельда должен отвечать той или иной группе.

Поэтому в общей сводке II символика Зоммерфельда не приведена.

Не будем останавливаться на других довольно многочисленных мелких усложнениях, введенных Зоммерфельдом в символы групп, и на некоторых ошибках, вкравшихся в схемы.

На недостатках системы Зоммерфельда также останавливаться не будем.

§ 13. Окончательная система Шибольда

Всеми сознаваемая важность вопросов кристаллографической систематики, номенклатуры и символики толкнули Германское минералогическое общество организовать специальную комиссию для обсуждения этих вопросов. Эта комиссия в составе Ф. Ринне, Е. Шибольда и Е. Зоммерфельда в конце 1931 г. опубликовала результаты своей работы (*41*).

Комиссией окончательно была установлена классификационная схема, символика и номенклатура 32 видов симметрии. Принятая схема очень незначительно разнится от описанной выше схемы Ринне. Изменение коснулось, во-первых, символов инверсионных осей: точка, стоящая раньше над цифрой, указывающей наименование, перенесена вниз и ставится непосредственно вслед за цифрой. Таким образом вместо символов $\dot{4}$ и $\dot{6}$ для четверных и шестерных инверсионных осей приняты символы 4. и 6. Второе изменение, введенное на основе предложений Зоммерфельда, касается символа пинакоида. Вместо прежнего обозначения pi принято просто i (от слова инверсия) (символика с указанными изменениями приведена в сводной таблице I под рубрикой «Ринне II»).

Более существенные усовершенствования введены в символику Шибольда для 230 пространственных групп симметрии.

Кроме указанного выше, замены $\dot{4}$ и $\dot{6}$ на 4. и 6. в изображении символов инверсионных осей и замены символа pi на i, произведены следующие изменения:

1. У операторов символы δ, δ_p, δ_o, δ_k заменены на d_i, d_1, d_2, d_3, таким образом номенклатура оказалась и латинизированной.

2. Символ $\widetilde{s}$ изменен на s_1.

3. Для символов операндов приняты несколько измененные обозначения Могена. Таким образом вместо $\widetilde{2}$, $\left(\frac{1}{4}\widetilde{4}\right)$, $\left(\frac{1}{2}\widetilde{4}\right)$, $\left(\frac{3}{4}\widetilde{4}\right)$, $\left(\frac{1}{3}\widetilde{3}\right)$, $\left(\frac{2}{3}\widetilde{3}\right)$, $\left(\frac{1}{6}\widetilde{6}\right)$, $\left(\frac{1}{3}\widetilde{6}\right)$, $\left(\frac{1}{2}\widetilde{6}\right)$, $\left(\frac{2}{3}\widetilde{6}\right)$, $\left(\frac{5}{6}\widetilde{6}\right)$ и $\overline{t}$ введены соответственно символы 2_1, $+4_1$, 4_2, -4_1, $+3_1$, -3_1, $+6_1$, $+6_2$, 6_3, -6_2, -6_1, t_1.

Таким образом значок $\sim$ в символике совсем не встречается ни у операторов, ни у операндов.

4. Вместо надстрочных запятых у символов операндов для обозначений трансляционных групп также приняты символы Могена: P, C, A, I, F и R.

Некоторое своеобразие допущено в символах трансляционных групп три- и гексагирной сингонии. Ортогексагональная установка не применяется. Вместо этого рассматривается трансляционная группа, отвечающая прямоугольному параллелепипеду с ромбом в основании (и с углами в 60° и 120°). Плоскости симметричности при этом располагаются параллельно длинной диагонали ромба, оси совмещения параллельно короткой диагонали (рис. 20 и 21) (последнее условие выполняется только в том случае, если оно не приводит к противоречию с первым условием.

Половина такого параллелепипеда образует трехгранную призму, причем плоскости симметричности располагаются диагонально относительно ребер основания, а оси симметричности параллельно этим ребрам (если только последнее не приводит к противоречию условием расположения плоскостей симметричности).

Если при указанном расположении элементов симметрии относительно параллелепипеда последний будет являться примитивным (т. е. трансляции, параллельные его ребрам, будут сопряженными), трансляционная группа получает символ P (см. рис. 20).

В противном случае, т. е. если при указанных выше условиях параллелепипед не будет примитивным (трансляции, параллельные по ребрам, не будут сопряженными), трансляционная группа получает или символ C или символ R.

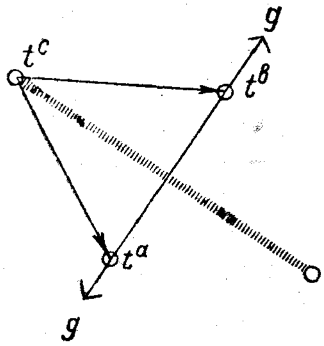


Рис. 20. Решетка P в гекса- и тригирной сингониях по Шибольду.

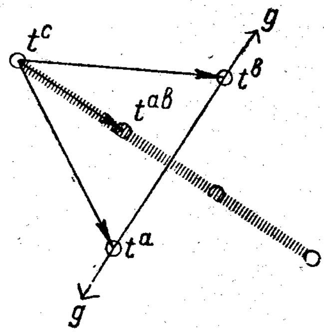


Рис. 21. Решетка C в гекса- и тригирной сингониях по Шибольду.

Символ C группа получает в том случае, если параллелепипед окажется двуцентрированным в основании (его половина представляет центрированную по базису трехгранную призму) (см. рис. 21).

Символ R группа получает в том случае, если параллелепипед окажется центрированным по объему в точках $\left[\left[\frac{a}{3}\ \frac{b}{3}\ \frac{c}{3}\right]\right]$ и $\left[\left[\frac{2a}{3}\ \frac{2b}{3}\ \frac{2c}{3}\right]\right]$ (оси координат параллельны ребрам параллелепипеда, система координат не Федоровская) (фиг. 22).

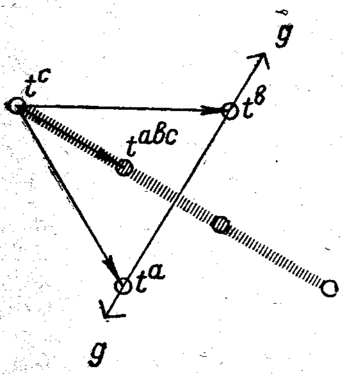


Рис. 22. Решетка R по Шибольду.

Таким образом в тригирной и гексагирной сингониях имеем следующие различия с символами Могена для соответствующих групп:

P у Шибольда $= C$ у Могена,
C у Шибольда $= H$ у Могена,
R у Шибольда $= R$ у Могена,
H у Шибольда не встречается вовсе.

В группах тетрагирной и полигирной сингоний параллелепипед устанавливается таким образом, чтобы плоскости симметричности, определяемые оператором, также заняли диагональное положение относительно его основания. Если оператором определяется ось совмещения, то и она занимает диагональное положение.

Таким образом в группах всех сингоний кроме три- и гексагирной в полном согласии с Могеном:

P у Шибольда $= P$ у Могена,
C у Шибольда $= C$ у Могена,
I у Шибольда $= I$ у Могена,
F у Шибольда $= F$ у Могена.

5. Непересекание того или иного оператора с операндом указывается исключительно дробными показателями у соответственного символа оператора; таким образом все круглые и квадратные скобки с координатами в конце символа группы выкинуты.

6. Остается неясным, изменены ли ориентировки в группах дигирно-планаксиального вида симметрии. В окончательной сводке у групп V_h^5, V_h^6, V_h^7 и V_h^8 в качестве операнда (главной оси

симметрии) указана двойная поворотная ось, тогда как первоначально у Шибольда (I) таковым являлась двойная винтовая ось. Наоборот, оператором у Шибольда (I) являются простые оси, а в сводке II — винтовые.

Однако может быть мы имеем здесь дело с опечатками, и у этих групп вместо $2_1 s$ ошибочно напечатано $2s_1$. Последнее весьма вероятно, ибо последние операторы (d, $d_2^{\frac{1}{4}}$, d_3 и d_2) остались без изменения. Таким образом символы этих групп в окончательной сводке (II) во всяком случае неверны. Или нужно переделать в них $2s_1$ на $2_1 s$, или вместо d, $d_2^{\frac{1}{4}}$, d_3 и d_2 поставить соответственно d, $d_3^{\frac{1}{4}}$, d_2 и d_1. Последнее менее вероятно.

Указанием на это противоречие мы перешли к перечислению ошибок, допущенных в сводке окончательных обозначений Шибольда, опубликованных комиссией Германского минералогического общества (*41*, таблица 5, стр. 36).

Перечислим их по порядку, повторив еще раз только что указанные погрешности.

1) Дано $V_h^5 : P2s_1 d$, следует $V_h^5 : P2_1 sd$ (возможен впрочем и первоначальный символ $P2s_1 d$).

2) Дано $V_h^6 : P2s_1 d_2^{\frac{1}{4}}$, следует $V_h^6 : P2_1 sd_2^{\frac{1}{4}}$ (или же, если ориентировка сознательно изменена, то следует $P2s_1 d_3^{\frac{1}{4}}$).

3) Дано $V_h^7 : P2s_1 d_3$, следует $V_h^7 : P2_1 sd_3$ (или же, если ориентировка сознательно изменена, то следует $P2s_1 d_2$).

4) Дано $V_h^8 : P2s_1 d_2$, следует $V_h^8 : P2_1 sd_2$ (или же, если ориентировка изменена, то следует $P2s_1 d_1$).

5) Дано $V_h^{27} : I2s_1 d$, следует $V_h^{27} : I2s_1 d_1$.

6) Дано $V_h^{28} : I2s_1 d_1$, следует $V_h^{28} : I2s_1 d$.

7) Дано $C_{4v}^2 : P4d_1$, следует $C_{4v}^2 : P4d_2$.

8) Дано $T_d^5 : Ftd_3$, следует $T_d^5 : Ftd_1$.

9) Дано $O_h^6 : Ftsd_3$, следует $O_h^6 : Ftsd_1$.

10) Дано $O_h^8 : Fts_1^{\frac{1}{8}} d_3$, следует $O_h^8 : Fts_1^{\frac{1}{8}} d_1$.

Последние четыре ошибки были исправлены в сравнительной таблице обозначений 230 пространственных групп симметрии, составленной С. Германном в интернациональных таблицах для определения кристаллических структур (*30*, стр. 34—44). Остальные С. Германном обнаружены не были.

Переходим к рассмотрению достоинств системы Шибольдовских обозначений. Они сопоставляют в себе достоинства и систем Германна — Могена и системы Богомолова.

1. Символы вполне определяют группу.

2. По второму знаку символа непосредственно видна сингония группы (2, 3, 4, 4., 6, $\overline{6.}$, t) (преимущество пользования инверсионными осями).

3. По первому знаку символа непосредственно видна трансляционная группа (решетки P, C, I, F, R).

4. По последним знакам символа непосредственно виден вид симметрии группы (p, i, s, d, sd).

5. Рациональной системой обозначений видов симметрии избыток в обозначениях сведен к минимуму.

6. В основу обозначений операторов и операндов кладутся оси совмещения. Элементы симметрии второго рода используются во вторую очередь.

7. В связи с этим символы в общих чертах отражают связь групп с группами Зонке [если две группы отличаются только последним знаком в символе и этот знак не s (или s_1), то они принадлежат к одной группе Зонке].

8. Символы непосредственно показывают, является ли данная группа симморфной (нет ни подстрочных, ни надстрочных показателей), гемисимморфной (в Федоровском толковании)

(есть подстрочные или надстрочные показатели только у знаков d или i), или асимморфной (есть подстрочные или надстрочные показатели у других знаков).

9. Символы легко позволяют проводить и более дробную классификацию, разбивая асимморфные группы на следующие рубрики (по Шибольду): а) гемисимморфные второго рода — символы операндов имеют подстрочные показатели, символы операторов их не имеют; б) асимморфные первого рода — символы операндов не имеют подстрочных показателей, но всегда присутствует s_1; в) асимморфные второго рода — и символы операторов и символы операндов (один или оба) имеют подстрочные показатели.

10. Вся система символики укладывается в стройную классификационную схему, основой которой служит классификационная таблица Чермака - Бекке - Беккенкампа - Ринне.

11. В символах отчетливо выявляются энантиоморфные группы, отличающиеся своими знаками + и — .

12. Символы латинизированы, что позволяет с удобством писать их на машинке и набирать для печати.

Отметим весьма существенный, но почти единственный недостаток символики.

Этот недостаток логически вытекает из мало удачной Ринне-Шибольдовской интерпретации операторов. Согласно интерпретации Ринне-Шибольда операторы являются некоторыми простыми формами (или системами точек). Эти формы (или системы точек) обусловлены существованием того или иного элемента симметрии. По сути дела для целей характеристики групп (видов симметрии в том числе) необходимы именно эти элементы симметрии. Введение понятия о формах (или системах точек), для того чтобы посредством их характеризовать элементы симметрии, является излишним усложнением. Логично и просто приписать не только операндам, но и операторам непосредственно смысл элементов симметрии.

Тогда символы p, i, s и d будут значить не «педион», «пинакоид», «сфеноид» и «дома», но отсутствие добавочного элемента симметрии, центр инверсии, двойную ось симметрии и плоскость симметрии.

Для 230 групп Шибольд в сущности эти символы и рассматривает как элементы симметрии, ибо введение терминов как «гиродома», «геликоид» и т. п. совсем уже вытравляет понимание этих слов, как обозначение каких-либо форм или систем точек. Таким образом в символике и номенклатуре Шибольда символы выражают иные понятия, чем те слова, которые послужили для создания символики (показательным является факт перехода от символа пинакоида pi к символу i от слова «инверсия»).

О других недостатках символики Шибольда можно было бы не упоминать и вовсе; они совсем незначительны.

2. На мой взгляд неудачным является введение принципа нумерации для обозначения плоскостей скольжения (d_1, d_2, d_3 обозначают пара-, орто- и клинодоматоиды; в первоначальных символах δ_p δ_o и δ_k они легче запоминались).

3. Непосредственно не видно распределения по сингониям первых пятнадцати групп. Которые из них принадлежат к агирной, а которые к моногирной сингонии — можно судить только по виду симметрии.

4. В качестве операторов берутся, если возможно, элементы симметрии, диагонально расположенные по отношению к ребрам элементарного параллелепипеда. Неясно, в чем преимущества такого выбора, а вместе с тем он несколько нарушает единообразие ориентировок порождающих элементов симметрии в разных сингониях, внося шероховатости в стройность классификационной таблицы видов симметрии. В последней порождающие плоскости симметрии всегда располагаются по плоскости симметрии наблюдателя, а двойные оси протягиваются перпендикулярно им справа налево (своеобразным исключением является полигирная сингония).

5. Нет четкой формулировки правил ориентировок групп дигирной сингонии (принятые ориентировки отвечают принципам максимальнейшей простоты символа, иначе говоря, отвечают принципам минимального количества подстрочных и надстрочных знаков).

Несмотря на перечисленные недостатки, система обозначений Шибольда по своим достоинствам совершенно неоспоримо далеко оставляет за собою все остальные системы обозначений.

Она несравненно удобнее системы Богомолова, хотя бы потому, что в ней приняты инверсионные оси, и хотя бы потому, что символы Шибольда несравнимо короче.

Она несравненно лучше систем Германа-Могена, хотя бы потому, что последние системы допускают неоднозначное определение групп (путаницы с символами $I222$ и $I2_1 2_1 2_1$; $I23$ и $I2_1 3$) и потому, что последние системы дают избыточные и неоднородные характеристики (недостатки 4, 5 и 6 системы Могена) [мы не говорим уже о таких преимуществах, как всегда первоочередное использование элементов симметрии первого рода, связь с группами Зонке, меньшее количество символов (нет например H), наконец классификационная стройность].

Глава 4

Рациональная генетическая классификация, номенклатура и символика

§ 14. Номенклатура и символика элементов симметрии

Сопоставление достоинств и недостатков всех систем обозначений выявило несравненные преимущества системы Шибольда перед всеми остальными системами обозначений 230 пространственных групп симметрии кристаллов.

Если систему Шибольда избавить от вкравшихся туда недостатков, она станет вполне рациональной и никакой другой, лучшей системы не нужно будет и желать.

Как было выяснено в предыдущем параграфе, коренным недостатком системы Шибольда является, как в системе Ринне, неудачная трактовка операторов посредством форм.

Рациональнее не только операнды, но и операторы интерпретировать как элементы симметрии.

Проект такой непосредственной интерпретации для 32 видов симметрии был осуществлен Номенклатурной комиссией Федоровского института в Ленинграде. Эта комиссия (в составе проф. А. К. Болдырева, С. А. Богомолова, Б. Н. Делоне, В. В. Доливо-Добровольского) опубликовала свой проект в 1933 г. и разослала его виднейшим кристаллографам для дальнейшего обсуждения и введения возможных улучшений (*10*). В настоящее время Федоровским институтом получен ряд писем по поводу предложенного проекта.

Если в принципе согласиться, что символика и номенклатура должна быть построена на порождающих элементах симметрии, то при наличии классификационной схемы Чермака-Бекке-Беккенкампа-Ринне следует заняться выработкой рациональной символики элементов симметрии.

Номенклатурная комиссия предложила один из возможных проектов символики элементов симметрии точечных групп.

Сейчас мы сделаем попытку расширить эту тему и попробуем выработать систему обозначений, годную вообще для любых элементов симметрии.

Этот вопрос важен не только для выработки символики 32 и 230 групп симметрии, он имеет и самостоятельное значение. В самых различных кристаллографических работах, и особенно в учебниках, постоянно приходится упоминать те или иные элементы симметрии. А вместе с тем стройной единообразной системы обозначений элементов симметрии не существует. Даже для осей симметрии казалось бы чрезвычайно простые символы Могена оказываются практически мало удобными. Стоящая среди того или иного текста цифра 3 или 2 или 4 чрезвычайно мало наглядна для обозначения оси. Необходимо тут же в тексте писать не просто 3, но «поворотная ось наименования 3» или хотя бы «ось 3». Символы эти делаются уже совсем неприемлемыми, когда речь должна итти о нескольких, например о трех осях одного направления. Коэффициент перед символом ставить просто нельзя: символ 34 трудно расшифровать как три четверных оси, тем более, что в символике Могена этот символ обозначает совокупность тройной и четверной осей. И в этом отношении старинные французские символы L^3, L^2, L^4 и т. п. имеют свои преимущества перед символами Могена. Цифра же всегда имеет значение только числа, и вкладывать в цифру значение символа мало удобно. Поэтому ни в одной области науки и техники цифры самостоятельно, сами по себе, не используются, как символы.[1] Поэтому, как ни подкупающе просты символы Могена для осей симметрии, они не могут считаться универсальными и для простого описания элементов симметрии в тексте или на чертежах не годятся.

Поэтому, отказываясь вовсе от преемственности в обозначениях, постараемся разрешить этот вопрос в самом общем виде.

---

[1] Кристаллографические символы граней, плоских сеток, ребер, рядов и узлов решеток не являются в этом отношении исключением, имея по три индекса, заключенные в те или иные скобки.

Согласно учению о симметрии, элементы симметрии могут быть двух родов: элементы симметрии первого рода и элементы симметрии второго рода.

Элементами симметрии первого рода являются оси совмещения с их отдельными частными случаями.

Элементами симметрии второго рода являются инверсионные оси с их отдельными, частными случаями [1] (напомним, что инверсионной осью называется ось, поворот вокруг которой непосредственно связан с инверсией в центре инверсии, лежащем на оси).

Элементы симметрии первого рода (оси совмещения) в свою очередь делятся на простые (поворотные) оси и на винтовые оси (последние непосредственно связаны с трансляцией вдоль оси). Сама трансляция является частным случаем винтовой оси (при наименовании винтовой оси 1).

Простые оси Ринне очень удачно назвал г и р а м и (от греческого γύρος — вращение). Винтовые Шибольд называет г е л и к о г и р а м и. Поскольку винтовые оси связаны с трансляцией и отвечают п о в о р о т н о - п о с т у п а т е л ь н о м у симметрическому преобразованию, их рационально называть т р а н с г и р а м и.

Для г и р напрашивается символ g, для т р а н с г и р — символ g^t (здесь значок t — символ т р а н с л я ц и и).

Инверсионные оси или г и р о и д ы, или ц е н т р о г и р ы, проще всего обозначить g^c (здесь значок c — символ центра инверсии). [2]

Далее все вообще оси симметричности: g, g^t, g^c классифицируются по своему наименованию. Это наименование в кристаллографии может принимать значения 6, 4, 3, 2 и 1.

Соответственно с этим мы назовем г е к с а г и р о й — g^6 шестерную поворотную ось симметрии, т е т р а г и р о й — g^4 четверную поворотную ось симметрии, и т. д.

Д и г и р а — g^2 имеет ту особенность, что может являться не только операндом, но и оператором. Для целей классификации для этой оси мы будем применять еще и второе обозначение: a (от слова — *axis* — ось).

Для трансгир, различных по наименованию, имеем аналогичную номенклатуру и символику. Например, шестерная винтовая ось должна называться г е к с а т р а н с г и р а — g^{6t}, четверная винтовая ось должна называться т е т р а т р а н с г и р а — g^{4t}, двойная винтовая ось — д и т р а н с г и р а — g^{2t} или просто т р а н с а к с а — a^t.

Однако для трансгир номенклатура и символика осложняется еще тем, что винтовые оси могут одновременно являться и поворотными осями другого, чем винтовые наименования. Так например четверная винтовая ось может быть одновременно и двойной поворотной, а может ею и не быть. В таком случае она может быть правой или левой винтовой осью. Для двух последних случаев имеем названия и символы такие — п р а в а я т е т р а т р а н с г и р а — g^{+4t} и л е в а я т е т р а т р а н с г и р а — g^{-4t}. Случай, когда тетратрансгира является одновременно еще и дигирой, следует обозначить g^{4t2}, и такую винтовую ось называть т е т р а т р а н с д и г и р о й.

В сводной таблице элементов симметрии приведены названия и символы для всех возможных случаев различных трансгир.

Переходим к ц е н т р о г и р а м g^c. Центрогиры с наименованием шесть, четыре и три называются просто г е к с а -, т е т р а- и т р и ц е н т р о г и р а м и (или гекса-, тетра- и тригироидами) и обозначаются g^{6c}, g^{4c}, g^{3c}.

Моноцентрогира g^{1c} является просто ц е н т р о м и н в е р с и и и обозначается c.

Дицентрогира g^{2c} является нормалью к плоскости симметрии; последняя является настолько важным элементом симметрии, что требует также самостоятельного символа.

Плоскость симметрии от латинского *plan* будем обозначать символом p и называть п л а н о й.

---

[1] Оси совмещения и инверсионные оси иногда удобно объединять термином «оси симметричности».

[2] В проекте Федоровского института гироиды обозначаются G_i, а не G_c. При таком обозначении получается некоторая несогласованность между буквами G и i. Первая заимствована от названия элемента симметрии (гира), а вторая от симметрического преобразования (инверсия). Рационально всю символику элементов симметрии ~~строить на~~ названиях элементов же симметрии, не вводя названий симметрических преобразований. Далее следует отдать решительное предпочтение надстрочным показателям перед подстрочными. Первые вызывают гораздо меньше путаницы при наборе, особенно в случае буквенных показателей, а потому ранее и применялись при обозначениях осей (например L^4, а не L_4).

Если эта плоскость связана с трансляцией, получаем т р а н с п л а н у (плоскость скольжения) p^t. Для плоскостей скольжения часто бывает необходимым различать направление скольжения относительно координатных осей. Если направление скольжения совпадает с вертикальной координатной осью, то, следуя Ш и б о л ь д у, удобно применить термин п а р а т р а н с п л а н а (p^p). Если направление скольжения совпадает с первой (или со второй) координатной осью, получаем о р т о т р а н с п л а н у (p^o). Наконец, если направление скольжения «косое», получаем к л и н о т р а н с п л а н у (p^k). При этом здесь можно различать два случая. Во-первых, проекции векторов скольжения на координатные оси могут являться половинами полных трансляций вдоль этих осей. Это собственно клинотрансплана. В остальных случаях имеем м е т а к л и н о т р а н с п л а н у (p^m) (очевидно, что p^k и p^m отвечают Германновским ν и δ' и Могеновским n и d).

Для завершения рассмотрения элементов симметрии вернемся еще раз к чистой трансляции t (монотрансгира $g^{1t} = t$).

И здесь, в случае нужды, удобны термины: п а р а т р а н с л я ц и я t^p, о р т о т р а н с л я ц и я t^o, к л и н о т р а н с л я ц и я t^k. Можно применять и более точные символы (t^a, t^b, t^c, t^{ab}, t^{bc}, t^{cb}, t^{abc}), указывающие направление трансляции относительно координатных осей a, b, c.

Приведем полный список всех элементов симметрии (см. табл. на стр. 96), встречающихся в кристаллографии.

Приведенный перечень показывает полную однородность всей номенклатуры и символики.[1] Названия вполне определяют производимые симметрические преобразования и построены на терминах общепонятных на всех европейских языках. При помощи общепринятых в кристаллографии числительных и одиннадцати простейших терминов получаются все тридцать шесть названий, указанных в таблице. При этом следует отметить, что приведенная номенклатура и символика служат для обозначений не только «видовых» элементов симметрии, помеченных буквами a), b), c) и т. д., в таблице, но и «родовых» и «типовых» (буквы A, B, C таблицы). Таким образом, когда не делается детализации определения элементов симметрии, приведенные термины с успехом применимы и для этих случаев.

Символы задаются начальными буквами названий простейших элементов симметрии. Символы сложных элементов симметрии составлены из совокупности простых, что и отвечает сущности дела. Таким образом, не считая числительных (2, 3, 4 и 6), вся символика базируется на четырех буквах (g, t, p, c), при помощи которых могут быть выражены все элементы симметрии. И лишь, если требуется указание на относительное расположение данного элемента симметрии в пространстве, необходимы добавочные символы (показатели p, o, k, m). Каких-либо недоразумений и трудностей для уяснения предлагаемые номенклатура и символика ветретить не могут.

§ 15. Номенклатура и символика трансляционных групп

Трансляционные группы обусловливают собою типы решеток, а потому всегда связываются с последними. Поэтому ни особых символов, ни особой номенклатуры, отличной от символов и номенклатуры решеток, до сих пор не существует.

Принципиально, конечно, правильнее было бы называть решетки по названиям трансляционных групп, а не трансляционные группы по решеткам, однако трудно подыскать удачные рациональные непосредственные обозначения для трансляционных групп, а вместе с тем связь решеток с группами настолько глубока, что нет большой необходимости установления нового, может быть и более рационального, принципа для обозначений трансляционных групп.

И подобно тому как Ринне по формам определял элементы симметрии, мы, следуя всем общепринятым обычаям, будем обозначать трансляционные группы по решеткам.

Прежде всего отметим, что в вопросе номенклатуры решеток до сих пор не установлено строгого единообразия.

---

[1] В проекте Федоровского института гиры обозначались заглавными буквами G, благодаря чему получалась неоднородность с обозначениями других элементов симметрии (c, p, a). Эта неоднородность всегда вызывала неудобства при пользовании буквенными символами при простом перечислении элементов симметрии, например $4G_3$ $3G_2$ $3pc$. Обычно получалась запись: $4G_3$ $3G_2$ $3PC$. Символы же P с C, как будет видно из дальнейшего, нам нужны для других целей. Кроме того заглавную букву G нам необходимо сохранить для обозначения сингоний.

А. Гиры g

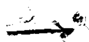
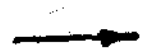
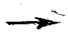
(поворотные оси симметрии)

Название	Символ	Знак на проекции	Разъяснения
Гексагира	g^6	⬢	Шестерная поворотная ось симметрии
Тетрагира	g^4	■	Четверная „
Тригира	g^3	▲	Тройная „
Дигира	g^2 или a	▬	Двойная „
Моногира или агира	g^1 или g^0	⟶	Одинарная или отсутствие оси

В. Трансгиры g^t

(винтовые оси симметрии)

Название	Символ	Знак на проекции	Разъяснения
Гексатрансгира	g^{6t}		Шестерная винтовая ось симметрии
a) Правая гексатрансгира	g^{+6t}		Правая шестерная винтовая ось симметрии (винтовая компонента $\frac{1}{6}\ t$)
b) Левая гексатрансгира	g^{-6t}		Левая шестерная винтовая ось (винтовая компонента $5/6t = -\frac{1}{6}\ t$)
c) Правая гексатранстрагира	g^{+6t3}		Правая шестерная винтовая ось, являющаяся тройной поворотной осью (тригирой) (винтовая компонента $\frac{2}{6}\ t = \frac{2}{3}\ t$)
d) Левая гексатранстригира	g^{-6t3}		Левая шестерная винтовая ось, являющаяся тройной поворотной осью (тригирой) (винтовая компонента $\frac{4}{6}\,t = \frac{2}{3}\ t = -\frac{1}{3}\ t$)
e) Гексатрансдигира	g^{6t2}		Шестерная винтовая ось, являющаяся двойной поворотной осью (дигирой) (винтовая компонента $\frac{3}{6}\ t = \frac{1}{2}\ t$)
Тетратрансгира	g^{4t}		Четверная винтовая ось симметрии
a) Правая тетратрансгира	g^{+4t}		Правая четверная винтовая ось (винтовая компонента $\frac{1}{4}\ t$)

Название	Символ	Знак на проекции	Разъяснения
b) Левая тетратрансгира	g^{-4t}		Левая четверная винтовая ось (винтовая компонента $\frac{3}{4}\ t = -\frac{1}{4}\ t$)
c) Тетратрансдигира	g^{4t2}		Четверная винтовая ось, являющаяся вместе с тем двойной поворотной осью (винтовая компонента $\frac{1}{2}\ t$)
Тритрансгира	g^{3t}		Тройная винтовая ось
a) Правая тритрансгира	g^{+3t}		Правая тройная винтовая ось (винтовая компонента $\frac{1}{3}\ t$)
b) Левая тритрансгира	g^{-3t}		Левая тройная винтовая ось (винтовая компонента $\frac{2}{3}\ t = -\frac{1}{3}\ t$)
Дитрансгира (или трансакса)	g^{2t} a^{t}		} Двойная винтовая ось симметрии
Трансляция	t		Вектор, характеризующий поступание
a) Паратрансляция	t^{p}		Трансляция, направленная вдоль вертикальной координатной оси
в) Ортотрансляция	t^{o}		Трансляция, направленная вдоль не вертикальной координатной оси
c) Клинотрансляция	t^{κ}		Трансляция, направленная диагонально по отношению к координатным осям

C. Центрогиры g^{c} (гироиды)
(элементы симметрии второго рода)

Гексацентрогира	g^{6c}		Шестерная инверсионная ось симметрии [она является одновременно и тройной поворотной осью (тригирой)]
Тетрацентрогира	g^{4c}		Четверная инверсионная ось симметрии [она является одновременно и двойной поворотной осью (дигирой)]

Название	Символ	Знак на проекции	Разъяснения
Трицентрогира	g^{3c}		Тройная инверсионная ось симметрии [она является совокупностью тройной поворотной оси (тригиры) и центра инверсии]
Плана	p		Плоскость симметрии. Нормаль к ней является двойной инверсионной осью симметрии „дицентрогирой“ (g^{2c})
Трансплана	p^t		Плана, связанная с трансляцией (плоскость скольжения)
a) Паратрансплана	p^p		Плана, связанная с паратрансляцией (плоскость скольжения с направлением скольжения вдоль вертикальной координатной оси)
b) Ортотрансплана	p^o		Плана, связанная с ортотрансляцией (плоскость скольжения с направлением скольжения вдоль не вертикальной координатной оси)
c) Клинотрансплана	$p^к$	×××××××××× ××××××××××	Плана, связанная с клинотрансляцией (плоскость скольжения с диагональным по отношению к координатным осям направлением скольжения). Обычно составляющие на координатных осях равны одинаковым частям полных трансляций вдоль этих осей
d) Метаклинотрансплана	p^m	×-×-×-×-×-×-× ×-×-×-×-×-×-×	Плана, связанная с метаклинотрансляцией (плоскость скольжения с диагональным по отношению к координатным осям направлением скольжения). Обычно в отличие от клинотрансляции наименьшие составляющие на положительных координатных осях образуют разные части полных трансляций вдоль этих осей
Центр инверсии	c	○	Одинарная инверсионная ось симметрии [„моноцентрогира“ (g^{1c})]

Прежде всего до сих пор не установлена строгая номенклатура параллелепипедов.

Название *элементарный параллелепипед* общепринято [параллелепипед, ребрами которого являются наименьшие (примитивные) трансляции по координатным осям].

Номенклатура остальных параллелепипедов не совсем жестко установлена. Следует различать:

Общий случай: любой параллелепипед, выделенный при помощи трех примитивных трансляций. Внутри его и на его сторонах могут быть, а могут и не быть, точки, идентичные точкам его вершин [*параллелепипед идентичности* или — повторяемости (**1**)].

Частный случай предыдущего — три трансляции, образующие ребра этого параллелепипеда, являются сопряженными: внутри и на сторонах параллелепипеда нет точек идентичных с точками его вершин [*примитивный параллелепипед идентичности* (**2**)].

Частный случай предыдущего. Три трансляции, образующие ребра примитивного параллелепипеда, являются наименьшими из всех трансляций, существующих в данной решетке [*основной примитивный параллелепипед идентичности* (**3**)].

Элементарный параллелепипед (**4**) всегда является частным случаем параллелепипеда идентичности. Но он может быть вместе с тем и примитивным [*примитивный элементарный параллелепипед* (**5**)], а может им не быть [*непримитивный элементарный параллелепипед* (**6**)].

Примитивный элементарный параллелепипед может быть вместе с тем и основным [*основной примитивный элементарный параллелепипед* (**7**)], а может им и не быть [*неосновной примитивный элементарный параллелепипед* (**8**)].

Как и примитивный, непримитивный элементарный параллелепипед может быть в общем случае выбран различными способами. При различных способах проведения координатных осей абсолютные величины трансляций, совпадающих с этими осями, будут, вообще говоря, различны. Если координатные оси, не нарушая правил установок, провести таким образом, чтобы трансляции, совпадающие с осями, являлись бы наименьшими из всех трансляций, совпадающих с возможными направлениями координатных осей, то получается *основной непримитивный элементарный параллелепипед* (**9**) [в отличие от *неосновного непримитивного элементарного параллелепипеда* (**10**)].

Непримитивные элементарные параллелепипеды (как основные, так и неосновные) могут быть:

11-*Центробазисными* (базоцентрированными, или центрированными по паре граней),

12-*Центрообъемными* (центрированными, объемоцентрированными, центрированными по объему, октаэдрической структуры),

13-*Центрогранными* (центрированными по всем граням, гранецентрированными, додекаэдрической структуры).

Дальнейшие детальные разделения элементарных параллелепипедов основаны на различиях в относительных величинах трансляций, образующих группу. Этот вопрос довольно подробно освещен Ниггли (*34*, стр. 108—176). Иначе подходит к этому вопросу Делоне (*12*, *13*), который разбивает параллелепипедальные системы на «24 сорта» и «33 подсорта». Здесь мы на этом останавливаться не будем.

Как известно, в зависимости от способа проведения кристаллографических осей, элементарный параллелепипед в тетрагирной, моногирной и агирной сингониях может оказаться у одной и той же решетки как примитивным, так и непримитивным. При этом непримитивный параллелепипед может оказаться у одной и той же решетки или одноцентрированным или центрированным по всем граням.

Для определенности обычно рассматривается основной элементарный параллелепипед. Таким образом в тетрагирной сингонии параллелепипед рассматривается примитивный (а не центробазисный), или центрообъемный (а не центрогранный).

В моногирной сингонии основным непримитивным элементарным параллелепипедом может быть как центробазисный, так и центрообъемный. Обычно рассматривают центробазисный, если даже он и не является основным.

Неясен вопрос с определением параллелепипедов Бравэ. Под этим названием часто понимаются не только элементарные параллелепипеды, но и другие, отвечающие данной сингонии (например примитивный параллелепипед дигирной сингонии с ромбом в основании). Если узаконить это представление, что вполне рационально, то следует подчеркнуть, что каждой из 14 решеток Бравэ может отвечать не один, а несколько параллелепипедов Бравэ (не все из них будут элементарными параллелепипедами). Например решетке Γ_0' отвечают два параллелепипеда

Бравэ — центробазисный непримитивный элементарный параллелепипед (прямоугольный) и примитивный (но не элементарный) параллелепипед в виде призмы с ромбическим основанием.

Существующие обозначения Шенфлиса-Эвальда символизируют 14 решеток Бравэ при помощи знаков Γ_c; Γ_c''; Γ_c'''; Γ_h; Γ_{rh}; Γ_t; Γ_t''; Γ_0; Γ_0'; Γ_0''; Γ_0'''; Γ_m; Γ_m'; Γ^{tr}. При этом обычно смотрят на эти знаки, как на символы решеток и с этой точки зрения можно, например, написать $\Gamma_t = \Gamma_t'$, имея в виду, что простую (примитивную) тетрагирную решетку можно рассматривать и как центробазисную.

Если же мы хотим указать, какие именно трансляции мы выбрали для характеристики решетки, необходимо определить расположение этих трансляций в пространстве (относительно координатной системы). Для этого необходимо от решетки вообще перейти к элементарному параллелепипеду и указать, является ли последний примитивным, центробазисным, центрообъемным или центрогранным. Под символами Германна-Могена и можно понимать конкретные совокупности трансляций, определяемые элементарным параллелепипедом. Мне кажется рациональным за символами Шенфлиса-Эвальда оставить значение символов решеток Бравэ, безотносительно к способу проведения в этих решетках параллелепипеда (или определяющих трансляций). Под символами Германна-Могена следует понимать совокупности трансляций, обусловливающих тот или иной определенный элементарный параллелепипед.

Символика Германна-Могена, к которой присоединились и Богомолов, и комиссия Германского минералогического общества (*Ринне*, *Шибольд*, *Зоммерфельд*), не дает возможности охарактеризовать все перечисленные выше случаи различных параллелепипедов, однако для наших целей необходимо символизировать только элементарные параллелепипеды 5, 11, 12 и 13 (включая их частные случаи для три- и гексагирной сингоний).

В согласии с Германном и Могеном будем обозначать трансляционные группы, обусловливающие тот или иной элементарный параллелепипед, следующими символами:

P — совокупность сопряженных трансляций, обусловливающих примитивный элементарный параллелепипед.

C — совокупность трансляций, обусловливающих элементарный параллелепипед, центрированный по граням *C* [по третьей координатной плоскости (001)] (центробазисный параллелепипед).

A — совокупность трансляций, обусловливающих элементарный параллелепипед, центрированный по граням *A* [по первой координатной плоскости (100)].

B — совокупность трансляций, обусловливающих элементарный параллелепипед, центрированный по граням *B* [по второй координатной плоскости (010)].

I — совокупность трансляций, обусловливающих центрообъемный элементарный параллелепипед (Innenzentrierte Gitter).

F — совокупность трансляций, обусловливающих центрогранный элементарный параллелепипед (Flächenzentrierte Gitter).

R — частный случай, *P* — совокупность трансляций, обусловливающих ромбоэдрический параллелепипед в тригональной сингонии.

H — частный случай *C* при ортогексагональной установке для случая, когда $a > b$ ($a = b.\sqrt{3}$).

Вопрос о номенклатуре всех указанных символами параллелепипедов, а также вопрос о номенклатуре и символике остальных параллелепипедов оставляем открытым, считая что этот вопрос подлежит не менее широкому всестороннему обсуждению, чем остальные вопросы кристаллографической номенклатуры.

§ 16. Номенклатура и символика видов симметрии

Как мы видели, рациональные символики пространственных групп симметрии кристаллов тесно связаны с символиками видов симметрии. Последние же следует считать рациональными в том случае, если они основаны на рациональной классификации. Такой классификацией, в отличие от всех других, является классификация Чермака-Бекке-Беккенкампа-Ринне-Шибольда, позволяющая расположить все виды симметрии в стройную и логичную таблицу.

Если в основу этой классификации положить генетический признак — порождающие элементы симметрии, то, как показано проф. А. К. Болдыревым совместно с автором, можно создать генетическую номенклатуру и символику, связанную с классификацией Чермака.

Я не буду здесь останавливаться на достоинствах классификации Чермака и на достоинствах с нею связанной генетической номенклатуры и символики видов симметрии. Они выявляются при рассмотрении работ, посвященных вопросам номенклатуры, и изложены в специальной работе проф. А. К. Болдырева и В. В. Доливо-Добровольского (*10*).

На основе этой классификации в ряде заседаний Федоровского института в 1932—1933 гг., в которых приняли активное участие проф. О. М. Аншелес, Д. С. Белянкин, С. А. Богомолов, А. К. Болдырев, Б. Н. Делоне, В. В. Доливо-Добровольский, Н. Н. Падуров, А. В. Шубников, Ю. Н. Преображенский, Г. Б. Бокий, В. Б. Татарский, И. И. Шафрановский, С. Ф. Машковцев и другие, первоначальная схема была дополнена и исправлена и окончательно вылилась в форму опубликованного проекта, о чем речь шла уже выше.

Если Ринне только операнды определял непосредственно элементами симметрии (гирами), то в проекте Федоровского института не только операнды, но и операторы определяются как элементы симметрии. И этим самым отпадает самый коренной недостаток системы Ринне-Шибольда, в то время как все остальные несомненные преимущества этой системы остаются.

Ниже приводится проект Федоровского института с учетом приведенной в § 14 рационализации символики элементов симметрии (см. таблицу на стр. 102).

Небольшое отступление от этого проекта введено в символику видов симметрии полигирной (кубической) сингонии. Вместо обозначений g^3g^3 вводится условный символ g^p (полигирный), что сильно упрощает символику групп полигирной сингонии и приближает ее к символике Шибольда. При этом классификационная таблица выигрывает и с внешней стороны.

После замечаний в начале § 11, приведенная на стр. 102 таблица не нуждается в комментариях.

§ 17. Символика пространственных групп симметрии

Символ пространственной группы слагается из символов элементов симметрии, сходственных с порождающими элементами симметрии вида симметрии, к которому принадлежит данная группа.

К этому присоединяется символ трансляционной группы по принципам, изложенным в предыдущем параграфе. Следуя Богомолову, символ трансляционной группы мы пишем в конце, а не начинаем с него; последнее безусловно по существу менее удачно.

Порождающие элементы симметрии, согласно классификационной таблице, могут быть заданы совершенно однотипно. Плоскости симметричности всегда ориентируются параллельно грани (010), добавочные дигиры им перпендикулярны (параллельны [010]). Лишь в полигирной сингонии в виду того, что главной осью является одна из тригир, плоскость симметричности, параллельная этой оси, простирается вдоль $(1\bar{1}0)$, а добавочные дигиры параллельны $[1\bar{1}0]$.

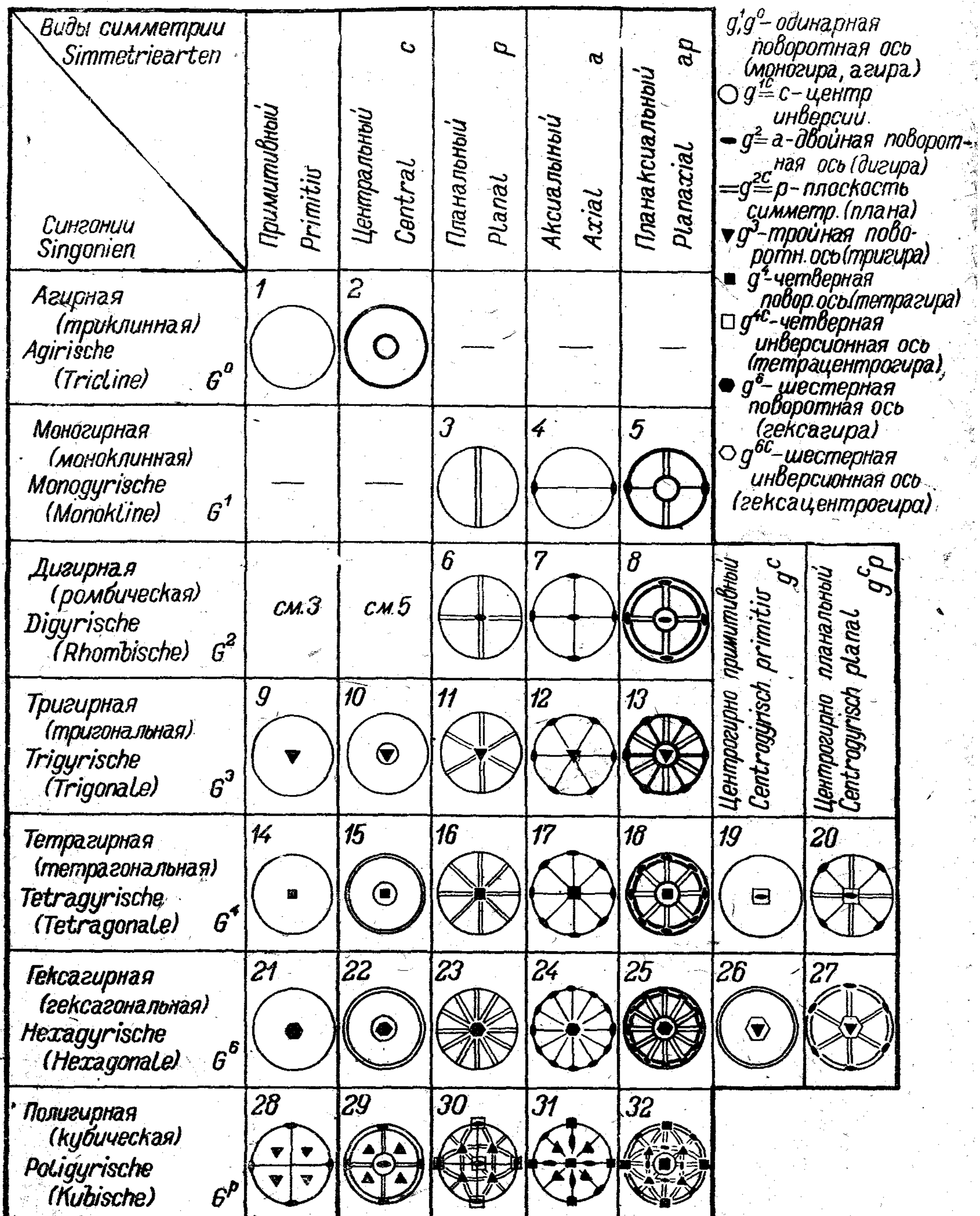
В три- и гексагирной сингонии указанное общее правило вполне применимо, если употреблять ортогексагональную установку.

Однотипность выбора порождающих элементов симметрии относится конечно и к элементарному параллелепипеду. Порождающие элементы симметрии выбираются совершенно однотипно по отношению к соответственным граням и ребрам параллелепипеда (опять-таки при ортогексагональных установках три- и гексагирных решеток).

Главная ось всегда совпадает с вертикальным ребром элементарного параллелепипеда (ось [001]). Если параллельно оси [001] проходят оси различных наименований, то за главную принимается всегда ось наивысшего наименования. Так например в гексагирных группах вертикально ориентируется параллельный комплекс осей g^6, g^3 и g^2. За главную всегда принимается g^6. Если же присутствуют в группе гиры и трансгиры одинакового наименования, то за главную принимается гира, а не трансгира. Среди параллельных гир (или трансгир) одинакового наименования за главную принимается та, через которую проходят добавочные элементы симметрии. Добавочная дигира или совпадает с горизонтальным ребром (ось [010]), или же только ей параллельна. Последний случай непересекания осей должен быть как-то отображен в символе группы. Как было выше сказано, С. А. Богомолов и Шибольд указывают непересекание осей (смещение добавочной оси) посредством координат.

Не желая загружать символ лишними цифрами, в приводимых ниже символах непересекание осей указывается гораздо проще. Если данный элемент симметрии не пересекает главную ось совмещения, а располагается между двумя соседними осями совмещения, символ этого элемента симметрии просто заключается в скобки. Например символ $g^4\ a\ P$ показывает, что добавочная дигира a пересекает главную тетрагиру g^4, символ же $g^4(a^t)P$ показывает, что добавочная дитрансгира a^t не пересекает главную тетрагиру g^4, а проходит между соседними тетрагирами (см. группы № 124 и № 125). Нет никакой необходимости указывать величину смещения

($t^a/4$). Эта величина очевидна. Если предположить например смещение на величину $t^a/2$, то наша a^t пройдет через равнодействующую g^4, а потому такая же a^t пройдет и через исходную g^4.



Классификация видов симметрии по Чермаку-Бекке-Беккенкампу-Ринне.

Добавочная плоскость симметричности или совпадает с гранью (010) элементарного параллелепипеда, или ей параллельна. В первом случае плоскость симметричности проходит через главную ось и ее символ указывается без скобок (например в группе № 112 g^4pP). Во втором случае плоскость симметричности проходит между главными осями, что указывается взятием символа этой плоскости симметричности в скобки (например в группе № 113 $g^4(p^0)P$;

опять-таки никакой другой величины смещения, кроме как $t^b/4$ быть не может, а потому нет нужды в особой записи).

Добавочный центр инверсии, если он является порождающим элементом симметрии (в видах симметрии второй вертикальной колонны классификационной таблицы), указывается или без скобок, если он лежит на главной оси (например в группе № 106 g^4cP) или в скобках, если он располагается между главными осями [например в группе № 108 $g^4(c)$] (и здесь величина смещения $t^a/4$, $t^b/4$ видна непосредственно).

В скобки ставится символ добавочного порождающего элемента симметрии только в том случае конечно, если в указанных направлениях [для осей [010], для плоскостей (010)] на самих гранях элементарного параллелепипеда вообще нет соответственных элементов симметрии.

Этими общими замечаниями о символах групп мы здесь ограничимся и переходим к разъяснению некоторых деталей символики отдельных сингоний.

Агирная сингония. Условный символ g^o введен для указания на сингонию, во избежание недостатка, свойственного другим символикам, в которых непосредственно не видно отличий между группами агирной, моногирной и дигирной сингоний.

Моногирная сингония. Об условном символе g^1 (главной осью служит моногира) можно сказать то же, что и для предыдущей сингонии.

Дигирная сингония. Вопрос об ориентировке группы относительно первой, второй и третьей координатных осей разрешен следующим образом:

1. Принцип особой оси. Из трех взаимно-перпендикулярных направлений, параллельно которым располагаются оси совмещения, вертикально (по [001]) устанавливается та ось, которая отлична от двух других, ей перпендикулярных. Если, например, имеем параллельно трем взаимно-перпендикулярным ребрам элементарного параллелепипеда оси a, a^t и a^t, то вертикально устанавливаем ось a; если имеем a, a и a^t, то вертикально устанавливаем a^t. Этим правилом вполне определяются ориентировки вида симметрии g^2a.

2. Принцип особой плоскости. Если оси, параллельные всем трем ребрам ячейки, одинаковы, особой оси нет, то из трех плоскостей симметричности, параллельных трем взаимно-перпендикулярным граням элементарного параллелепипеда, ту плоскость устанавливают горизонтально [по (001)], которая отлична от двух других, ей перпендикулярных.

Если, например, имеем параллельно трем граням элементарного параллелепипеда плоскости p, p^t и p^t, то горизонтально устанавливаем p; если имеем p, p и p^t, то горизонтально устанавливаем p^t, и т. д. Ось [001] будет перпендикулярна «особой» плоскости, установленной горизонтально.

Приведенное правило вместе с первым дают возможности установить «главную» вертикальную ось [001] во всех случаях.

3. Принцип прохождения элементов симметрии через главную ось. Для установки и отличия осей [100] и [010] поступаем следующим образом. После установки [001] из двух вертикальных граней элементарного параллелепипеда за (010) принимаем ту, которая совпадает с плоскостью симметричности, а не располагается между соседними плоскостями симметричности. Иначе говоря, за (010) принимается та плоскость симметричности, которая проходит через вертикальную ось [001], а не располагается между вертикальными осями. Таким образом, если возможно, за (010) выбирают такую плоскость симметричности, которая в символе группы не будет фигурировать в скобках.

4. Принцип предпочтения p перед p^p, p^p перед p^o, p^o перед p^k. Если правило 3 не дает решения, т. е., если обе вертикальные плоскости симметричности одинаково расположены относительно [001], т. е. обе проходят или обе не проходят через вертикальную ось, то за (010) принимается та грань параллелепипеда, которой параллельна (или с которой совпадает) плоскость симметрии p; в случае отсутствия p параллельно (010) устанавливается p^p; в случае отсутствия p и p^p параллельно (010) устанавливается p^o; в случае отсутствия p, p^p и p^o параллельно (010) устанавливается p^k. (У Германна-Могена выбираются в качестве порождающих плоскостей симметричности в первую очередь p и p^k, а затем уже p^p и p^o. Это менее удачно, так как элемент симметрии p^k труднее для восприятия, чем p^p и p^o).

Если и указанное правило не приводит к решению, т. е. если обе вертикальные плоскости симметричности одинаковы, то безразлично, которую из них установить параллельно (010) — в символе группы это не найдет отражения (при этом следует однако следить за тем, чтобы не получилась ориентировка, при которой трансляционная группа имеет символ B, вместо A).

Четыре приведенных правила дают таким образом возможность выбирать ориентировку во всех случаях.

Правила эти выработаны таким образом, чтобы получилась геометрически наиболее логичная ориентировка (например у групп вида симметрии g^4ap с решеткой, центрированной по одной паре граней, всегда получается параллелепипед C и никогда A или B).

Символы группы подчиняются выбранной ориентировке. В этом преимущество этих правил перед правилами ориентировок Могена. По Могену ориентировка подчинена символу группы: предпочитается та ориентировка, при которой в символе группы получается определенный порядок букв. Таким образом правила Могена являются чисто формальными. По этой причине у Могена получаются различные ориентировки для осей совмещения у групп с одинаковыми осями. Так например группы V^3, V_h^{14}, V_h^{11} $[g^2(a^t)P,\ g^2(a^t)p^kP,\ g^2(a^t)p^0P]$ имеют одинаковые оси совмещения, причем по одному направлению проходят дигиры, по двум другим — дитрансгиры. Но в то время как у первой из этих групп дигиры установлены параллельно [001], у второй, по Могену, дигиры параллельны [010], у третьей — параллельны [100].

Тригирная сингония. Для полной однотипности выбора порождающих элементов симметрии [добавочная ось параллельна [010], плоскость симметричности параллельна (010)] употребляется ортогексагональная установка, как и у Могена. Прямоугольный элементарный параллелепипед выбирается таким образом, чтобы тригира (или если ее нет — тритрансгира) совпадала с вертикальным ребром параллелепипеда [001]. Два других (горизонтальных) ребра параллелепипеда будут равны: наименьшей из всех трансляций горизонтального направления $t^{\min}$, и ей перпендикулярной $t^{\min}\sqrt{3}$.

За ось [010] принимаем ту, которая совпадает с дигирой и (или) перпендикулярна плоскости симметричности; за (010) принимаем грань параллелепипеда, совпадающую с плоскостью симметричности и (или) нормальную к дигире. Если нет ни дигир, ни плоскостей симметричности, за ось [010] выбираем трансляцию $t^{\min}\sqrt{3}$.

Если построенный таким образом параллелепипед не будет базоцентрированным параллелепипедом, но будет заключать в себе еще трансляции, направленные внутрь его и по его сторонам, то такой параллелепипед будет принадлежать к ромбоэдрической решетке и обозначаться R.

Если же построенный параллелепипед будет базоцентрированным и если $t^{\min} \perp [010]$ ($t^{\min}\cdot\sqrt{3} \parallel [010]$), он обозначается C, если же $t^{\min} \parallel [010]$, он обозначается, согласно Могену, H.

Тетрагирная сингония. Ось [001] совпадает с тетрагирой (или тетратрансгирой, если тетрагира отсутствует, или наконец с тетрацентрогирой, если отсутствуют обе предыдущие оси). Ось [010] совпадает с дигирой (или параллельна дитрансгире). Грань (010) совпадает (или параллельна) с плоскостью симметричности. Указанные элементы симметрии и являются порождающими (в отличие от Могена и Шибольда, которые рассматривают в качестве порождающего элемента симметрии — диагональный).

Следует особо остановиться на виде симметрии $g^{4c}p$. В качестве порождающего добавочного элемента симметрии этого вида симметрии взята плоскость симметрии. Богомолов берет дигиру, что вообще говоря логичнее, так как все выводы и классификация в первую очередь строятся на осях совмещения. Для видов симметрии с центрогирами мы допускаем отступление от этого общего правила по следующим соображениям:

1. Виды симметрии с центрогирами (g^{4c}, $g^{4c}p$, g^{6c}, $g^{6c}p$) классификационно и генетически характеризуются в первую очередь элементом симметрии второго рода (центрогирой); не будет логической ошибкой принимать элемент симметрии второго рода не только в качестве операнда (g^c), но и в качестве оператора (p).

2. Связь с группами Зонке все равно нарушена принятием инверсионных осей за главные, независимо от того, приняты ли в качестве операторов a или p.

3. Для символики пространственных групп удобнее пользоваться плоскостями симметричности. Действительно, если плоскость симметричности проходит через тетрацентрогиру, она пройдет обязательно и через точку на этой оси, являющуюся центром инверсии этой оси. Для дигир же (или дитрансгир) следует различать два случая: 1) дигира может проходить и через ось, и через ее центр; 2) дигира может проходить через ось, но не проходить через ее центр инверсии. В зависимости от указанного относительно расположения дигиры и тетрацентрогиры

получаются различные группы, что необходимо как-то выявить в символе группы (например, первый случай обозначить $g^{4c}aP$, а второй g^{4c} aP). При пользовании плоскостями симметричности никаких добавочных условий оговаривать не требуется, символы группы пишутся самым обычным способом.

Приняв за порождающий элемент симметрии плоскость симметричности, мы тем самым устанавливаем эту плоскость параллельно грани (010) элементарного параллелепипеда.

При такой установке параллелепипед не обязательно окажется параллелепипедом P или I, но может оказаться параллелепипедом C или F. Так как Моген и Шибольд плоскость симметричности ориентируют не по (010), а по (110), то очевидно, что параллелепипедам P, C, I и F их символики отвечают соответственно C, P, F и I нашей символики.

Гексагирная сингония. Как и в тригирной сингонии, по тем же мотивам, применяется ортогексагональная установка. Однако здесь ее применение проще.

Ось [001] устанавливается по гексагире (или гексатрансгире, если гексагира отсутствует, или по гексацентрогире, если отсутствует и гексатрансгира). Ось [010] устанавливается по дигире и (или) перпендикулярно плоскости симметричности [грань (010) по плоскости симметричности и (или) нормально дигире]. При этом есть возможность всегда установить вдоль оси [100] минимальную горизонтальную трансляцию t^{min}, а по оси [010] трансляцию $t^{min}\cdot\sqrt{3}$. Параллелепипед всегда будет параллелепипедом C. Только лишь в виде симметрии $g^{6c}p$ встречается и повернутый параллелепипед H.

Полигирная сингония. Специфической особенностью этой сингонии является то, что за главную ось должна быть принята не вертикальная гира, но тригира, диагонально расположенная по отношению к элементарному параллелепипеду. Только при такой трактовке виды симметрии полигирной сингонии укладываются в общую классификационную схему на стр. 102. При этом одной главной оси для характеристики комплекса недостаточно, необходимо пользоваться по крайней мере двумя тригирами. Совокупность главных осей полигирной сингонии отмечается символом, указывающим на сингонию: g^p. Во всех группах обязательно присутствуют тригиры, а потому случаи, когда их нельзя выбрать за главные оси, немыслимы. Однако в отношении расположения тригир может быть два случая. Тригиры или пересекаются в одной точке (g^p) или же тригиры скрещиваются, не пересекаясь. Второй случай по общим принципам символики непересекающихся элементов симметрии логично обозначать g^p).

В качестве порождающей плоскости симметричности должна быть взята плоскость, проходящая через главную ось, т. е. через тригиру.

Нагляднее всего для этой цели пользоваться вертикальной плоскостью симметричности, расположенной параллельно $(1\bar{1}0)$.

В качестве порождающей дигиры (или дитрансгиры) необходимо пользоваться осью, как и всегда нормальной к выбранной плоскости симметричности. Таким образом, эта ось будет параллельна $[1\bar{1}0]$.

В качестве порождающего центра инверсии берется всегда центр инверсии, лежащий на тригире. Другие тригиры могут или также проходить через него (символ g^pc) или же через него не проходить [символ $g^p(c)$].

Случай, когда C не лежит ни на одной из тригир, невозможен.

Согласно изложенным здесь принципам и составлены символы для всех 230 пространственных групп симметрии. Все они приведены в сводной таблице II под рубрикой «новая символика».

Приведем несколько примеров расшифровки символов пространственных групп.

1) Группа g^1apC:

a) По показателю первой буквы символа видим, что группа относится к моногирной сингонии (главная ось — моногира g^1),

b) по средним буквам символа видим, что группа относится к планаксиальному виду симметрии (g^1ap),

c) по отсутствию показателей t видим, что операторы (и операнд) группы тождественны сходственным операторам вида симметрии (группа симморфна),

d) по последней букве символа видим, что трансляционная группа — C: базоцентрированная решетка,

e) подгруппа Зонке находится непосредственно из символа группы, если отбросить символы элементов симметрии второго рода: g^1aC,

f) чтобы найти все элементы симметрии группы делаем чертеж; параллельно [010] проводим дигиру a; ей перпендикулярно, т. е. ‖ (010), проводим плоскость симметрии; далее помечаем трансляции t^b, t^a, t^{ab} (рис. 23); получаем изображение данных в символе группы элементов симметрии; переходим к нахождению равнодействующих, складывая дигиру и плоскость симметрии с трансляциями и друг с другом.

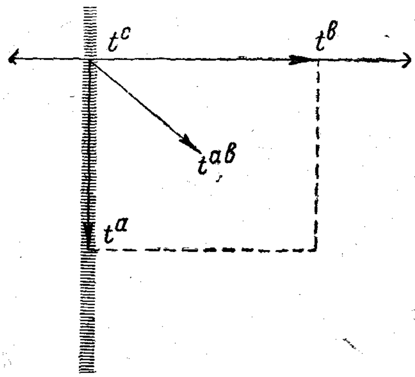


Рис. 23. Исходные элементы симметрии группы $g'apC$.

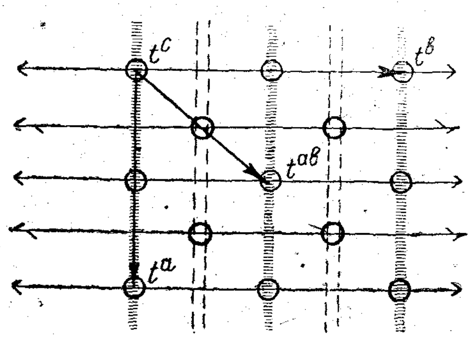


Рис. 24. Элементы симметрии группы $g'apC$.

Окончательно приходим к рис. 24.

Группа определена вполне.

2) Группа $g^{2t}p^{o}P$:

a) по числовому показателю первой буквы символа видим, что группа относится к дигирной сингонии (главная ось сходственного вида симметрии дигира g^2),

в) по средней букве символа (p) видим, что группа относится к планальному виду симметрии (g^2p),

c) показатель t у главной гиры g^2 показывает, что у группы главной осью [001] является дитрансгира (группа асимморфна),

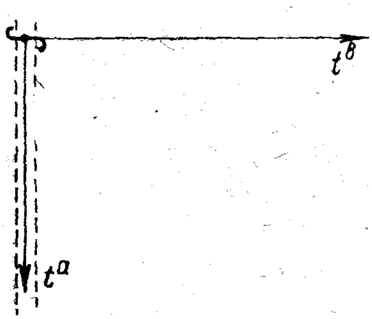


Рис. 25. Исходные элементы симметрии группы $g^{2t}p^{o}P$.

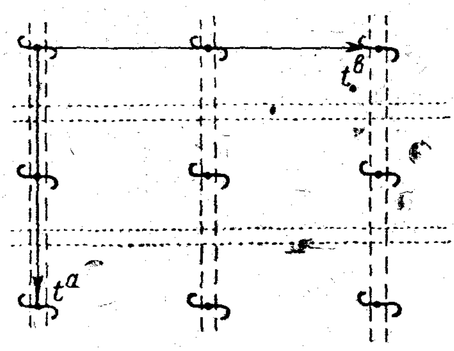


Рис. 26. Элементы симметрии группы $gp^{2t}P^{o}$.

d) показатель o у плоскости p показывает, что с плоскостью (010) совпадает ортотрансплана p^o,

e) последняя буква символа говорит о примитивном элементарном параллелепипеде P простой решетки,

f) группа Зонке $g^{2t}P$ или, иначе, a^tP или, иначе и окончательно, g^1a^tP.

По символу группы получаем рис. 25.

Строя равнодействующие элементы, приходим к рис. 26.

3) Группа g^3aH:

a) сингония тригирная (g^3),

b) вид симметрии аксиальный (a),

c) группа симморфна (нет показателей t),

d) базоцентрированный элементарный параллелепипед, у которого ребро, совпадающее с [010], короче ребра, идущего вдоль (010),

e) группа Зонке g^3aH.

Символом группы непосредственно определяется рис. 27.

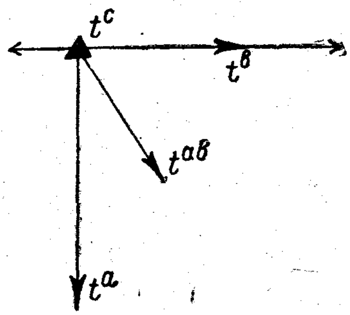


Рис. 27. Исходные элементы симметрии группы g^3aH.

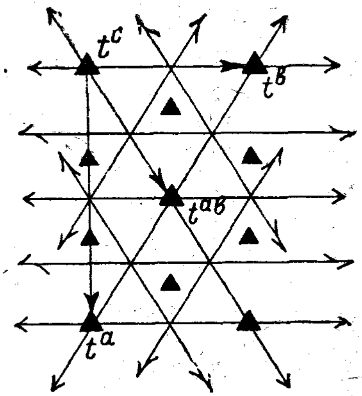


Рис. 28. Элементы симметрии группы g^3aH.

От этого рисунка по теоремам сложения элементов симметрии приходим к рис. 28.

4) Группа $g^4a(p^k)P$:

a) сингония тетрагирная (g^4),

b) вид симметрии планаксиальный (g^4ap),

c) группа гемисимморфна [показатель k у символа элемента симметрии второго рода (p) при отсутствии показателей у символов элементов симметрии первого рода (g^4a)],

d) примитивный элементарный параллелепипед P,

e) подгруппа Зонке g^4a.

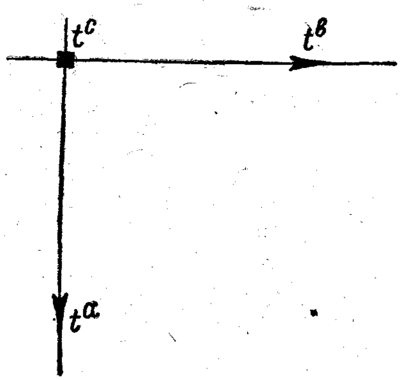


Рис. 29. Исходные оси симметрии группы $g^4a(p^k)P$.

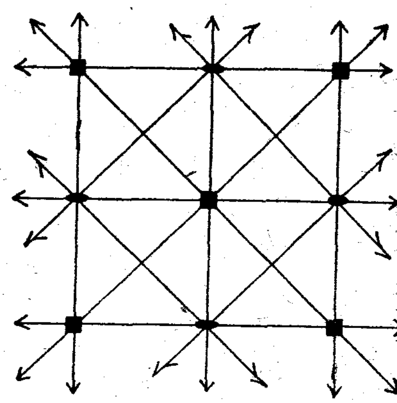


Рис. 30. Оси симметрии группы $g^4a(p^k)P$.

Из символа g^4aP непосредственно вытекает рис. 29.

Ввиду того, что символ p^k заключен в скобки, отложим построение клинотрансплана до нахождения равнодействующих осей.

Складывая элементы симметрии рис. 29, приходим к рис. 30.

Теперь уже ясно, что p^k может проходить только таким образом, как показано на рис. 31.

После этого уже легко получить и окончательный чертеж 32.

5) Группа $g^{6t3}c\ C$:

a) сингония гексагирная (g^6),

b) вид симметрии центральный (g^6c),

c) группа асимморфна; главной осью является гексатранстригира, т. е. шестерная винтовая ось (g^{6t}), являющаяся одновременно и тройной поворотной g^3,

d) базоцентрированная ортогексагональная установка, при которой ребро, параллельное [010], равно $\sqrt{3}$, если ребро, параллельное [100], принято за единицу ($b > a$),

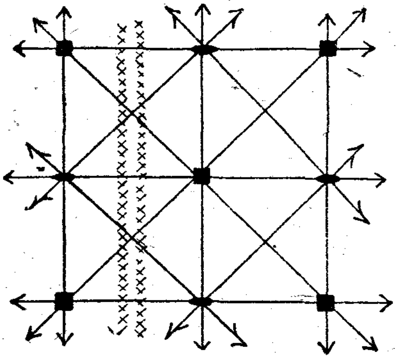


Рис. 31. Расположение порождающей клинотрансплаyы группы $g^4a(p^k)P$.

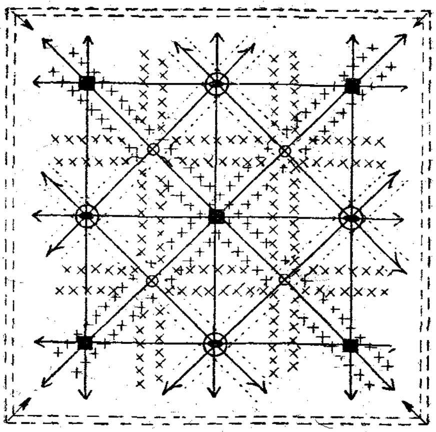


Рис. 32. Элементы симметрии группы $g^4a(p^k)P$.

e) подгруппа Зонке $g^{6t3}C$.

Предварительно строим только элементы симметрии первого рода.

Приходим к рис. 33. Строя равные и равнодействующие центры инверсии, нетрудно получить рис. 34.

6) Группа g^pI:

a) сингония полигирная (g^p),

b) вид симметрии — примитивный (g^p),

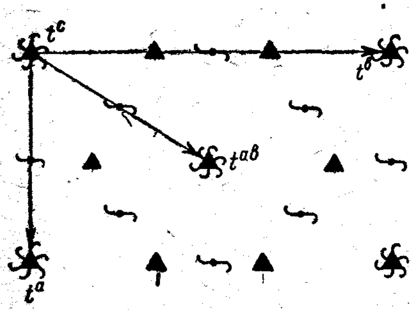


Рис. 33. Оси совмещения группы $g^{6t3}cC$.

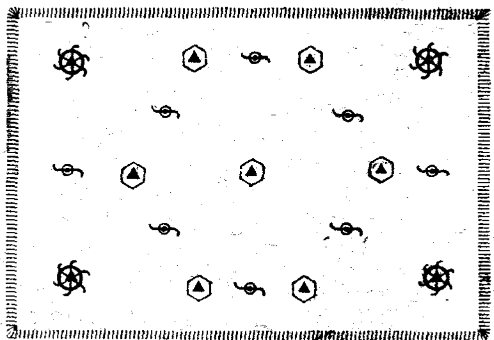


Рис. 34. Элементы симметрии группы $g^{6t3}cC$.

c) группа симморфна; все главные оси пересекаются в одной точке (нет скобок, показывающих непересекание осей),

d) элементарный параллелепипед объемоцентрированный I,

e) группа Зонке g^pI.

Зная, что в качестве равнодействующих элементов симметрии должны присутствовать дигиры, параллельные ребрам элементарного параллелепипеда, нетрудно получить рис. 35.

§ 18. Номенклатура пространственных групп симметрии

Вопрос о номенклатуре пространственных групп симметрии был впервые поставлен и разрешен Шибольдом в 1927 г. (*43*).

Пространственные группы симметрии получают в настоящее время такое широкое применение, что весьма возможно в недалеком будущем без номенклатуры этих групп трудно будет обойтись. Шибольд, строя свою номенклатуру, исходил из номенклатуры видов симметрии Ринне. Таким образом, коренной недостаток номенклатуры Ринне — названия видов симметрии по формам — проник не только в символику, но и в номенклатуру Шибольда.

Выше было показано, как возможно обосновать номенклатуру и символику 32 видов симметрии на генетическом признаке — на порождающих элементах симметрии.

Аналогично тому, как Шибольд расширил номенклатуру Ринне на 230 пространственных групп, есть простая возможность также распространить на пространственные группы и номенклатуру Федоровского института.

Подобно тому как символы каждого вида симметрии могут быть словесно прочитаны, так же словесно прочитаны могут быть и символы пространственных групп.

Для этого только потребуется воспользоваться данной в § 14 номенклатурой элементов симметрии, не встречающихся у видов симметрии.

Принцип получения названия группы по ее символу настолько прост и ясен, что почти не требует пояснений.

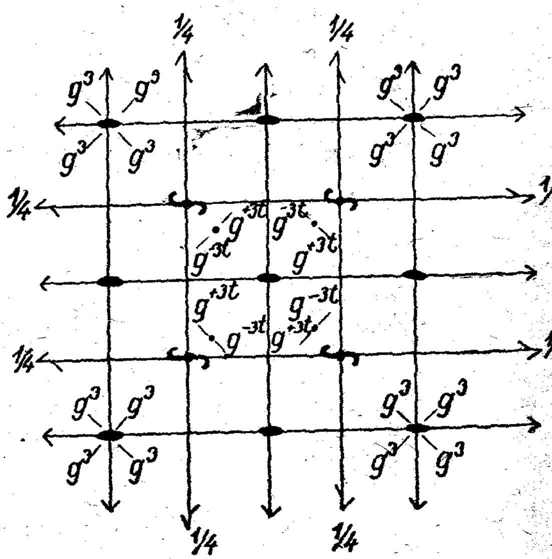


Рис. 35. Элементы симметрии группы g^pI.

Словопостроение совершенно аналогично словопостроению видов симметрии.

Например рассмотренный нами выше символ $g^{2t}p^oP$ в своей первой части($g^{2t}p^o$) должен быть прочитан так: *дитрансгирно-ортотранспланальная группа*. Символ P может быть прочитан непосредственно и тогда получим: *дитрансгирно-ортотранспланальная группа Р*.

В § 15 указывалось, что рациональной номенклатуры трансляционных групп не существует, а потому автор сознательно оставляет буквенный символ в номенклатуре группы. Можно его конечно заменить на словесные выражения. Тогда название нашей группы может быть прочитано так: *дитрансгирно-ортотранспланальная группа с примитивным параллелепипедом*.

Номенклатура несколько усложняется, когда в символе группы некоторые буквы заключены в скобки. Как указывалось, в таких случаях элемент симметрии, символ которого заключен в скобки, располагается между главными осями совмещения, их не пересекая. Такое расположение данного элемента симметрии выражается в названии группы приставкой *интер* перед названием данного элемента симметрии.

Например название рассмотренной уже выше группы с символом $g^4a\,(p^k)\,P$ должно быть следующим: *тетрагирно-интерклинотранспланаксиальная группа Р*. Символ $g^{6t3}cC$ прочитывается так: *гексатрансгригирно-центральная группа С* (с базоцентрированным параллелепипедом).

Подобно тому как от любого символа легко перейти к названию, так и, наоборот, по названию весьма просто может быть составлен символ группы.

Например название *интерполигирно-клинотранспланальная группа с объемноцентрированным параллелепипедом* должно быть представлено символом $g^{(p)}p^kI$, название *дигирно-план-интертрансаксиальная группа Р* представляется символом $g^2(a^t)\,pP$ и т. д. В общем номенклатура получается настолько просто, что этим вполне искупается некоторая длиннота и громоздкость самих названий.

Все названия, составленные по изложенным принципам, выписаны в сводной таблице II под рубриками «новая номенклатура».

§ 19. Общие выводы

1. Предлагаемая символика (и номенклатура) точно и просто определяют группу.

2. Символика (и номенклатура) основаны на генетическом признаке — на порождающих элементах симметрии.

3. Символы (и названия) группы составлены совершенно однотипно и подчинены общей классификационной схеме.

4. Первая буква символа непосредственно указывает на сингонию данной группы (g^o, g^1, g^2, g^3, g^4, g^6, g^p).

5. Средние буквы символа непосредственно указывают на вид симметрии (c, p, a, ap).

6. Последняя буква символа непосредственно указывает на трансляционную группу (P, C, I, F, R, H).

7. Отсутствие показателей и скобок у символов указывает, что данная группа симморфна.

Показатели t и скобки у символов элементов симметрии первого рода указывают на асимморфность данной группы.

Показатели и скобки у символов элементов симметрии второго рода, при отсутствии их у символов элементов симметрии первого рода, указывают, что данная группа гемисимморфна.

8. Эти же буквенные показатели позволяют проводить и более дробную классификацию по Шибольду: гемисимморфные первого рода — только с показателями (или скобками) у элементов симметрии второго рода; гемисимморфные второго рода — буквенные показатели (или скобки) присутствуют только у первой буквы символа группы (по Федорову это уже асимморфные группы); асимморфные первого рода — буквенные показатели присутствуют у буквы a символа, у символов элементов симметрии второго рода — необязательно; асимморфные второго рода — буквенные показатели (или скобки) присутствуют у буквы g и по крайней мере еще у одной из букв символа.

9. По символам элементов симметрии первого рода (g и a) непосредственно видна подгруппа Зонке.

10. Знаки (+) и (—) у показателей первой буквы символа отчетливо выявляют энантиоморфные группы.

11. Символика очень тесно увязывается с рациональной номенклатурой. По символу легко прочитывается название и, наоборот, по названию легко составляется символ.

12. Предлагаемую символику легко обобщить и на группы симметрии с трансляциями только одного направления (Kettengruppen) и на группы симметрии с трансляциями, паралелльными одной плоскости (Netzgruppen). Чтобы не увеличивать объема статьи, здесь эти группы не рассматриваются.

13. Символика составлена с учетом всех достоинств символик Могена, Богомолова и Шибольда, а потому в предлагаемой символике сохранены целиком все упомянутые выше достоинства этих символик, указанные в соответственных местах текста.

14. Символика составлена с учетом всех недостатков символик Могена, Богомолова и Шибольда, а потому лишена всех тех недостатков, которые были указаны для перечисленных символик.

15. Предлагаемая символика позволяет сделать следующий практически-существенный вывод.

Ввиду простоты и однородности составления символа группы чрезвычайно просто нахождение его, если задана структура. Для этого требуется только рассмотреть ребра [001], [010] и грань (010) элементарного параллелепипеда. Элементы симметрии, совпадающие (или только параллельные) указанным ребрам и граням, позволяют составить первую часть символа группы, которая просто дополняется символом трансляционной группы и символ пространственной группы симметрии готов. Это обстоятельство чрезвычайно упрощает, схематизирует и механизирует решение практически важной задачи об определении пространственной группы заданной структуры. Определение пространственной группы при помощи рентгеноанализа совершается по специально составленным таблицам (см. например *1*) на основе изучения наблюденных погасаний от плоских сеток тех или иных символов. Целый ряд различных соображений приводит, к нахождению структуры исследованного вещества. Всегда является необходимость попутно контролировать, удовлетворяет ли подобранная структура найденной группе симметрии. Этот контроль осуществляется как сравнением координат систем точек найденной структуры с координатами систем, возможных у данной пространственной группы, так и непосредственными наблюдениями над симметрией подобранной структуры.

Наблюдения над симметрией совершаются обычно довольно бессистемно — проверяется присутствие тех или иных элементов симметрии, случайно выхваченных из полной совокупности всех элементов симметрии группы.

Выработанная символика позволяет однотипно и просто решить задачу в самом общем случае: *дана (при помощи модели, чертежа или иным путем) правильная система точек или комбинация нескольких правильных систем точек, образующих кристаллическую решетку; требуется найти пространственную группу симметрии данной совокупности.*

Систематического хода решения этой задачи мы здесь излагать не будем, укажем только, что дело сводится к написанию символа группы. Во избежание возможной при этом ошибки в выборе ориентировки и правильного взятия порождающего элемента симметрии среди совокупности параллельных элементов симметрии данного направления составлен простой «определитель» пространственных групп. По этому определителю возможно определить группу, даже если найденный символ группы не будет отвечать принятому для данной группы.

Составление такого определителя и систематическое изложение хода решения поставленной выше задачи является уже законченной в настоящее время работой автора.

16. Вторым существенным следствием предлагаемой символики является возможность осуществить новый простой и систематический вывод 230 пространственных групп.

Основой является теорема теории пространственных групп, доказывающая, что каждая пространственная группа сходственна с видом симметрии [систематическое изложение и доказательство всех предварительных необходимых для этого теорем, составляет например первый том труда С. А. Богомолова (*9*)].

Имея в виду эту теорему, нетрудно найти, что любая пространственная группа может быть выражена при помощи символа, и этот символ будет отличаться от символа сходственного вида симметрии: 1) присутствием символа трансляционной группы, 2) заменой символов элементов симметрии, данных у вида симметрии, на символы сходственных элементов симметрии, 3) возможным присутствием скобок у некоторых букв символа группы.

Отсюда становится понятным, каким образом возможно систематическое нахождение всех пространственных групп, сходственных с данным видом симметрии. Для этого необходимо найти их символы. А для этого необходимо систематически трансформировать символ вида симметрии путем: 1) различного введения надстрочных показателей у символов вида симметрии; 2) путем различного взятия в скобки отдельных букв символа; 3) присоединением различных трансляционных групп.

Написание получающихся при этом всех возможных сочетаний является делом чрезвычайно простым.

Среди полученных сочетаний обязательно будут найдены все группы данного вида симметрии. Однако далеко не всякий найденный символ будет отвечать определенной группе. После механического написания всех символов следует пересмотреть каждый выведенный символ и отбросить символы, несущие в себе противоречия с геометрическим учением о симметрии, и символы, иным способом выражающие уже найденную группу.

Исследования показали, что такой способ вывода чрезвычайно нагляден и легко осуществим для всех видов симметрии. Работа по систематическому изложению этого вывода уже начата автором.

17. Все указанные выше пункты могут рассматриваться как определенные достоинства предлагаемой символики и номенклатуры. В предыдущих параграфах всегда систематически отмечались не только достоинства, но и недостатки различных символик. Но вопрос о недостатках предлагаемой символики автор считает за лучшее отдать на разрешение внимательному читателю, считая, что таким образом может быть получена и более объективная и более глубокая оценка настоящей работы.

Автор заранее выражает свою глубокую благодарность за указание недостатков и предложения возможных улучшений и упрощений.

В заключение автор считает своим приятным долгом выразить глубокую благодарность проф. А. К. Болдыреву, указавшему на необходимость разрешения вопросов, затрагиваемых в настоящей работе, и толкнувшему автора на этот труд.

Автор выражает свою признательность также проф. С. А. Богомолову, который помог разрешить некоторые возникшие недоразумения.

25 декабря 1935 г.
Федоровский институт.

Литература

1. Astbury, W. T. and Yargley, K. Tabulated Data for the Examination o the 230 Space-Groups by Homogeneous X-Rays. Philosoph. Transactions, ser. A, vol. 224, 1924

2. Barlow, W. Über die geometrischen Eigenschaften homogener starrer Structuren und ihre Anwendung auf Kristalle. Zeitschr. f. Krist. 23, стр. 1—63, 1894.

3. Barlow, W. Nachtrag zu den Tabellen homogener Structuren und Bemerkungen zu E. von Fedorow's Abhandlung über regelmässige Punktsysteme. Zeitschr. f. Krist. 25, стр. 86—91, 1896.

4. Becke, F. Systematik der 32 Symmetrieklassen. Zeitschr. f. Krist. 64, 1926.

5. Becke, F. Systematik der 32 Symmetrieklassen der Kristalle. Fortschr. Min. 11, стр. 289—290, 1927.

6. Becke, F. Vorschläge zur Systematik und Nomenklatur der 32 Symmetrieklassen. Fortschr. Min. 12, стр. 97—106, 1927.

7. Beckenkamp, J. Bemerkungen zur analytischen und syntetischen Abteilung der 32 Symmetrieklassen. Cbltt. Min. стр. 113—117, 1927.

8. Богомолов, С. А. Сопоставление обозначений Федорова и Шенфлиса для правильных систем и некоторые замечания по поводу вывода Федорова. Зап. Мин. о-ва. 49, стр. 3—14, 1930.

9. Богомолов, С. А. Вывод правильных систем по методу Федорова. Часть 1, Ленинград, КУБУЧ, стр. 1—100, 1932, часть II, Ленинград, ОНТИ, стр. 1—190, 1934.

10. Болдырев, А. К. и Доливо-Добровольский, В. В. Классификация, номенклатура и символика 32 видов симметрии кристаллографии. Зап. Ленингр. Горн. И-та, т. VIII, стр. 145—159, 1934.

11. Bragg, W. L. The Cristalline State. New York, стр. 1—352, 1934.

12. Delaunay, B. Neue Darstellung der geometrischen Kristallographie. Zeitschr. f. Krist., 82, стр. 109—149, 1932.

13. Делоне, Б. Н., Падуров, Н. Н., Александров, А. Д. Математические основы структурного анализа кристаллов. Ленинград-Москва, ОНТИ, стр. 1—328, 1934.

14. Ewald, P. P. Tagung des erweiterten Tabellenkomitees in Zürich. 28—31 Juli 1930. Zeitschr. f. Krist. 75, стр. 159—160, 1930.

15. Федоров, Е. С. Симметрия правильных систем фигур. Зап. Мин. о-ва, 28, стр. 1—147, 1891.

16. Fedorow, E. Zusammenstellung der krystallographischen Resultate des Herrn Schoenflies und der meinigen. Zeitschr. f. Krist. 20, стр. 25—75, 1892.

17. Fedorow, E. Theorie der Kristallstructur. Einleitung. Regelmässige Punktsysteme. Zeitschr, f. Krist., 24, стр. 209—252, 1895.

18. Fedorow, E. Theorie der Kristallstructur. I. Teil. Mögliche Strukturarten. Zeitschr. f. Krist., 25, стр. 113—223, 1896.

19. Fedorow, E. Reguläre Plan- und Raumteilung. Abhand. Bayer. Akad. Wiss., 11. Cl., XX. Bd., II. Abt. München, стр. 1—124, 1900.

20. Fischer, D. J. Crystal Classification and Symbolism. Am. Min., Vol. 20, № 4, стр. 292—306, 1935.

21. Groth, P. Physikalische Krystallographie, Leipzig, 1905.

22. Hermann, C. Zur systematischen Strukturtheorie I. Eine neue Raumgruppensymbolik. Zeitschr. f. Krist., 68, стр. 257—287, 1928.

23. Hermann, C. Bericht über die Tagung der Faraday Society in London am 14. und 15. März 1929. Zeitschr. f. Krist., 70, стр. 384—391, 1929.

24. Hermann, C. Bemerkung zu der vorstehenden Arbeit von Ch. Mauguin. Zeitschr. f. Krist. 76, стр. 559—561, 1931.

25. Hilton, H. A comparison of various Notations employed in Theories of Crystal Structure and a Revision of the 230 Groups of Movements. Philos. Mag., Vol. III, 6 Serie, XXI, стр. 203—212, 1902.

26. Hilton, H. Mathematical Crystallography and the Theory of Groups of Movements. Oxford, стр. 1—269, 1903.

27. Hilton, H. Note on the thirty-two classes of symmetry. Miner. Mag., XIV, № 66, стр. 261—263, 1907.

28. Hilton, H. Bemerkungen über die 32 Symmetrieklassen. Zeitschr. f. Krist. 46, 621, 1909.

29. Hilton, H. A note on crystallographic notation. Miner. Mag., XIX, № 98, стр. 319—322, 1922.

30. Internationale Tabellen zur Bestimmung von Kristallstrukturen. Erster Band. Gruppentheoretische Tafeln. Berlin, стр. 1—451, 1935. Redaktionsausschuss W. H. Bragg; M. von Laue; C. Hermann.

31. Jordan, C. Mémoire sur les groups de mouvements. Annali di matematica, Ser. II, T. II, Milano, стр. 167—215, стр. 322—345, 1869.

32. M a u g u i n, Ch. Sur le symbolisme des groups de répétition ou de symmetrie des assemblages cristallins. Zeitschr. f. Krist., 76, стр. 542—558, 1931.
33. N i g g l i, P. Geometrische Kristallographie des Diskontinium. Leipzig, стр. 1—575, 1919.
34. N i g g l i, P. Kristallographische und strukturtheoretische Grundbegriffe. Leipzig, стр. 1—320, 1928 (Handbuch der Experimentalphysik, Band 7, 1 Teil).
35. N i g g l i, P. und N o w a c k i, W. Der arithmetische Begriff der Kristallklasse und die darauf füssende Ableitung der Raumgruppen. Zeitschr. f. Krist. 91, стр. 321—335, 1935.
36. R i n n e, F. Bemerkung zum Vortrag Becke. Fortschr. Min. 11, стр. 290—292, 1927.
37. R i n n e, F. Bemerkung zur kristallographischen Nomenklatur. Zeitschr. f. Krist., 64, стр. 513, 1927.
38. R i n n e, F. Bemerkung zur kristallographischen Nomenklatur. Fortschr. Min., 12, стр. 107—111, 1927.
39. R i n n e, F. Bemerkungen zur kristallographischen Nomenklatur. Zeitschr. f. Krist. 66, стр. 467—471, 1928.
40. R i n n e F. Zur Nomenklatur der 32 Kristallklassen. Leipzig, стр. 1—9, 1929 (Des XL. Bandes der Abhandlungen der Mathem. Phys. Klasse der Sächsischen Akad. der Wiss., Nr, V Schlussheft).
41. R i n n e, F., S c h i e b o l d, E. und S o m m e r f e l d, E. Bericht des von der Deutschen Mineralogischen Gesellschaft eingesetzten Nomenklaturausschusses über die Kristallklassen und Raumgruppen. Fortschr. Min., 16, стр. 29—46, 1931.
42. R i n n e, F. Zur Nomenklatur der stoffichen Hauptgruppen und ihrer Gliederung. Fortschr. Min., 16, I, стр. 97—101, 1931.
43. S c h i e b o l d, E. Über eine neue Herleitung und Benennung der 230 Raumgruppen. Fortschr. Min., 12, стр. 112—118, 1927.
44. S c h i e b o l d, E. Über eine neue Herleitung und Nomenklatur der 230 kristallographischen Raumgruppen. Leipzig, Text, стр. 9—204; 1929; Atlas стр. 1—22 mit 46 Tafeln (Des XL. Bandes der Abhandlungen der Mathem.-Physischen Klasse der Sächsischen Akademie der Wissenschaften, Nr. V, Schlussheft).
45. S c h i e b o l d, E. Bemerkungen zu den Vorschlägen des Herrn Sommerfeldt: «Schema der 230 Raumgruppen». Fortschr. Min., 15, I, стр. 45—47, 1931.
46. S c h o e n f l i e s, A. Über Gruppe von Bewegungen. Erste Abhandlung. Mathem Annalen. XXVIII. 1887, стр. 319—342. Zweite Abhandlung. Mathem. Annalen, XXIX, стр. 50—80, 1887.
47. S c h o e n f l i e s, A. Über reguläre Gebietsteilung des Raumes. Nachrichten Gesellschaft d. Wissensch. in Göttingen, Nr. 9, стр. 223—237, 1888.
48. S c h o e n f l i e s, A. Beitrag zur Theorie der Krystallstructur. Nachrichten Gesellschaft d. Wissensch. in Göttingen, Nr. 17, стр. 483—501, 1888.
49. S c h o e n f l i e s, A. Über Gruppen von Transformationen des Raumes in sich. Mathem. Ann., XXXIV, стр. 172—203, 1889.
50. S c h o e n f l i e s, A. Über das gegenseitige Verhältnis der Theorien über die Structur der Kristalle. Nachrichten Gesellsch. der Wissensch. zu Göttingen, Nr. 6, стр. 239—250, 1890.
51. S c h o e n f l i e s, A. Kristallsysteme und Kristallstructur. Leipzig, стр. 1—638, 1891.
52. S c h o e n f l i e s, A. Bemerkung zu dem Artikel des Herrn E. Fedorow, die Zusammenstellung seiner kristallographischen Resultate und der meinigen betreffend. Zeitschr. f. Krist., 20, стр. 252—262, 1892.
53. S c h o e n f l i e s, A. Theorie der Kristallstructur. Berlin, 1923.
54. S o h n c k e, L. Entwickelung einer Theorie der Krystallstructur. Leipzig, 1879.
55. S o l l e r, W. Logical Symbols for Point Symmetry Groups. Am. Min., Vol. 19, стр. 412—420, 1934.
56. S o m m e r f e l d t, E. Geometrische Kristallographie. Leipzig, стр. 1—138е, 21 табл. 1906 (схема на стр. 37).
57. S o m m e r f e l d t, E. Schema der 230 Raumgruppen nebst Einzelsymbolen für deren Bauelemente. Fortschr. Miner., 15, I, стр. 35—44, 1931.
58. S p e n c e r, L. J. International agreement in mineralogical and crystallographical nomenclature. Min. Mag., 20, 109, 353, 1925.
59. T s c h e r m a k, G. Einheitliche Abteilung der Kristallisations- und Zwillingsgesetze. Zeitschr. f. Krist., 39, стр. 433—462, 1904.
60. T s c h e r m a k, G. Lehrbuch der Mineralogie, 6, 1905.
61. V a l e t o n, J. J. Über die Bedeutung des Symmetriezentrums für die Ableitung und die Systematik der 32 Kristallklassen. N. Jahrb. Min., 2 B. B. A, стр. 763—784. 1928.
62. W h e r r y, E. T. Names for the symmetric classes based on axes. Amer. Min., 12, стр. 218—220, 1927.
63. W y c k o f f, R. The analytical Expression of the Results of the Theory of Space-Groups. I. Washington, стр. 1—180, 1922; II. Washington, 1930.
64. W y c k o f f, R. On the Nomenclature of the Point Groups. Amer. Journ. of Sc., VI, 5 Serie, стр. 288—290, 1923.
65. Report of the Abstracts Committee. Z. f. Krist., 79, стр. 995—530, 1931.

Zusammenfassung

In dem Masse wie die Raumgruppen ein immer weitere Anwendungssphäre erhielten, wurde auch die Frage von ihren rationellen Bezeichnungen immer wichtiger. Sowohl die verschiedenen Bezeichnungssysteme, welche E. S. Fedorow, der Verfasser der ersten Herleitung der Raumgruppen vorschlug, als auch das Bezeichnungssystem von Barlow, erhielten keine grosse Verbreitung. Die Ursache hiervon bestand darin, dass diese Systeme nach solchen Prinzipien aufgebaut waren, welche nicht die Möglichkeit gaben nach den Bezeichnungen über die Symmetrieart und nicht einmal über die Syngonie der Gruppe zu urteilen.

Der zweite Verfasser der Herleitung aller Raumgruppen A. Schoenflies hat ein System erfunden, welches gestattete aus dem Gruppensymbol unmittelbar die Symmetrieart der Gruppe zu ersehen. Dies erreichte Schoenflies dadurch, dass er als Hauptbestandteil des Gruppensymbols das Symbol der Symmetrieart verwandte. Einige Unzulänglichkeiten der Schoenflies'schen Symbolik führten zum Erscheinen einer ganzen Reihe von anderen Symboliken der Raumgruppen, die sich von der Schoenflies'schen Symbolik durch ein anderes System der Bezeichnungen der Symmetriearten unterscheiden. Als Basis für die Gruppensymbolik wurden verschiedenartige Systeme von Bezeichnungen der Symmetriearten genommen. In einigen Fällen waren sie dem Schoenflies'schen System sehr ähnlich, in anderen — unterschieden sie sich stark von ihm, wobei, zum Unterscheiden der einzelnen Gruppen untereinander, dieselben, wie auch bei Schoenflies, einfach numeriert wurden.

Der Hauptmangel des Numerationsprinzips besteht darin, dass es nicht möglich ist ohne einen speziellen Schlüssel nach dem Symbol die Gruppe zu bestimmen. Die weite praktische Anwendung der Lehre von den Raumgruppen bewog die Röntgenometristen-Kristallographen, bei der Untersuchung der Kristalle durch Röntgenanalyse, sich mit der Frage von der Ausarbeitung eines zweckmässigen rationellen Systems von Bezeichnungen zu beschäftigen, bei dem es möglich wäre nach dem Gruppensymbol die Gruppe genau zu bestimmen, d. h. dass man die Möglichkeit hätte die ganze räumliche Gesamtheit aller Symmetrieelemente der Raumgruppe anzugeben und dementsprechend es auch möglich wäre die regelmässigen Punktsysteme zu finden, die der gegebenen Gruppe eigen sind.

Im letzten Decennium sind drei verschiedene Systeme einer rationellen Symbolik entstanden.

Das von Ch. Mauguin vervollkommnete System von C. Hermann besitzt neben einer Reihe von Vorzügen auch sehr grosse Mängel. Die wichtigsten dieser Mängel sind folgende:

1. Der Schwerpunkt in den Bezeichnungen wird den Symmetrieelementen zweiter Art zugeteilt, während die Symmetrieelemente erster Art nur insoweit hinzugezogen werden, als es nicht möglich ist ohne sie auszukommen.

2. Infolgedessen fehlt die Verbindung mit den Gruppen von Sohncke und der Einteilung der Gruppen in symmorphe, hemisymmorphe und asymmorphe.

3. Die Bezeichnungen der Symmetriearten, auf die sich die Bezeichnungen der Raumgruppen stützen, sind mit überflüssigen Symmetrieelementen gegeben [z. B. ist für die tetrazentrogyrisch-planale Symmetrieart (nach Schoenflies — D_{2v}) das Symbol $\bar{4}2\,m$ gegeben, wärend die Symmetrieart vollkommen genügend durch 42 oder 4 m ausgedrückt wird].

4. Diese überflüssige Anzahl der Symmetrieelemente ist auch in den Gruppenbezeichnungen beibehalten (z. B. in den Symmetriearten D_{2v} und Td).

5. In einigen Symmetriearten bezeichnen die Ziffern die Symmetrieachsen der gegebenen Raumgruppe, in anderen Symmetriearten (C_{4v}, D_{4h}, C_{6v}, D_{6h}) — die Symmetrieachsen einer isomorphen Punktgruppe. So bezeichnet z. B. bei der Gruppe $C\,6/m\,cm$ die Ziffer 6 die sechszählige Drehungsachse einer isomorphen Punktgruppe, während die hier vorhandene sechszählige Schraubenachse nicht erwähnt wird. In der Symmetrie $C\,6/m$ bedeutet die Sechs, dass in der gegebenen Gruppe eine sechszählige Drehungsachse vorhanden ist — zum Unterschied von der Gruppe $C^{6}3/m$, welche eine sechszählige Schraubenachse besitzt.

6. Wenn man als Regel annimmt, dass eine derartige Ungleichartigkeit der Bezeichnungen der Symmetrieelemente nur die Symmetriearten betrifft, in denen die Symmetrieelemente mit Überfluss gegeben werden, so bildet die Symmetrieart V eine Ausnahme aus dieser Regel. Die Symmetrieelemente dieser Symmetrieart werden durch drei (und nicht durch zwei) doppelte Symmetrieachsen angegeben, anderseits ist es unmöglich im Gruppensymbol eine von ihnen als Symmetrieelement der Symmetrieart zu notieren. Die Schraubungskomponente muss für alle drei Achsen der Gruppe angegeben werden.

7. Laut den Prinzipien von Hermann und Mauguin erhalten die Gruppen V^8 und V^9 das gleiche Symbol $I\,222$. Um diese Gruppen unterscheiden zu können, ist der Gruppe V^9, entgegen der Regel, nicht das Symbol $I\,222$, sondern das Symbol $I\,2_1 2_1 2_1$ beigegeben.

8. Ein analoges Missverständnis entsteht auch für die Gruppen T^3 und T^5. Laut den Prinzipien von Hermann-Mauguin müssen beide Gruppen mit $I23$ bezeichnet werden. Um dies zu vermeiden ist die Gruppe T^5, gegen die Regel, mit $I2_13$ bezeichnet.

9. In verschiedenen Syngonien sind die Regeln zum Zusammenstellen der Gruppensymbole nicht analog und nicht gleichartig. [Die Inkongruenz der Achsen des Koordinatensystems des Symmetrieelements, welches das dritte Symbol in der tetragyrischen Syngonie bestimmt, und die Umordnung der Reihenfolge der Charakteristiken in der digyrischen (rhombischen) Syngonie].

10. Laut Fedorow und Schoenflies orientiert sich in den Gruppen der monogyrischen (monoklinen) Syngonie die zweizählige Symmetrieachse vertikal und die Symmetrieebene — horizontal. Solcheine Orientierung widerspricht den Regeln der gemeingültigen Aufstellung der Kristalle.

Das System von Bogomolov, welches die grössten der angeführten Mängel nicht besitzt, hat dafür andere Unvollkommenheiten. Die wichtigste unter ihnen ist die Anwendung von Drehspiegelachsen statt Drehinversionsachsen. Dieser Umstand ist für die Klassifikation und Einteilung der Symmetriearten und der Gruppen der hexagyrischen und trigyrischen Syngonie äusserst unbequem. Ausserdem weist S. A. Bogomolov selbst darauf hin, dass wegen der Schwerfälligkeit einiger seiner Symbole (Formeln), es nicht bequem ist sich ihrer zur Bezeichnung der Gruppen zu bedienen.

Das teilweise von Rinne und Sommerfeld verbesserte System von Schiebold entbehrt der meisten Mängel beider vorbenannten Systeme. Der fast einzige, aber leider recht grosse Mangel dieser Symbolik besteht in der wenig gelungenen Rinne-Schiebold'schen Interpretation der «Operatoren». Laut dieser Interpretation sind die «Operatoren» gewisse einfache Formen (oder Punktsysteme). Diese Formen (oder Punktsysteme) sind durch die Existenz des einen oder anderen Symmetrieelements bedingt. *Im Grunde genommen sind zur Charakteristik der Gruppen* (Symmetriearten inbegriffen) gerade diese Symmetrieelemente notwendig. Die Einführung des Begriffs der Formen (oder der Punktsysteme), um mittels derselben die Symmetrieelemente zu charakterisieren, ist zwecklos. Logisch und einfach ist es nicht nur den Operanden sondern auch den Operatoren unmittelbar den Sinn von Symmetrieelementen zuzuschreiben.

Die übrigen Mängel der Schiebold'schen Bezeichnungen sind unbedeutend, während sie durch ihre Vorzüge fraglos alle übrigen Bezeichnungssysteme weit übertreffen. Das System von Schiebold ist weit bequemer als das Bogomolov'sche, schon weil in ihm die Inversionsachsen angenommen sind und weil die Schiebold'schen Symbole unvergleichlich kürzer sind.

Es ist weit besser als das System von Hermann-Mauguin schon weil Letzteres nicht gleichartige Bezeichnungen verschiedener Gruppen zulässt (Symbole $I222$ und $I2_12_12_1$; $I23$ und $I2_13$) und überflüssige und ungleichartige Charakteristiken gibt.

Im Zusammenhang mit einer grossen Arbeit des Fedorov Instituts für Kristallographie über die Frage von der Ausarbeitung einer rationellen Klassifikation, Nomenklatur und Symbolik der Syngonien und Symmetriearten wurde vom Verfasser, im Auftrage des Instituts, eine Verallgemeinerung der rationellen Symbolik und Nomenklatur, auch in Bezug auf die Raumgruppen durchgeführt. Während das System der Bezeichnungen der Symmetriearten des Fedorov Instituts dem entsprechenden System von Rinne nahe steht, so schliesst sich das vom Verfasser ausgearbeitete System der Bezeichnungen der Raumgruppen eng an das Schiebold'sche System an.

Das System der Bezeichnungen der 32 Symmetriearten unterscheidet sich vorteilhaft von dem entsprechenden System von Rinne dadurch, dass das System des Fedorov Instituts auf dem genetischen Prinzip aufgebaut ist, auf den erzeugenden Symmetrieelementen.

Demgemäss unterscheidet sich auch das System der Bezeichnungen der 230 Raumgruppen vorteilhaft vom entsprechenden System von Schiebold dadurch, dass im neuen System die «Operatoren» unmittelbar als Symmetrieelemente aufgefasst werden und nicht als gewisse regelmässige Punktsysteme.

Dementsprechend entbehrt das System den Hauptmangel der Schiebold'schen Bezeichnungen, während es alle ihre Vorzüge bewahrt.

Die wichtigsten charakteristischen Merkmale des neuen Systems, die grösstenteils auch dem Schiebold'schen System eigen sind, sind wie folgt.

1. Die vorliegende Symbolik (und Nomenklatur) bezeichnet die Gruppe genau und einfach.
2. Die Symbolik (und Nomenklatur) basiert auf dem genetischen Prinzip — auf den erzeugenden Symmetrieelementen.

3. Die Symbole (und Benennungen) der Gruppe sind vollkommen gleichartig zusammengestellt und einem allgemeinen Klassifikationsschema untergeordnet.

4. Der erste Buchstabe des Symbols weist unmittelbar auf die Syngonie der gegebenen Gruppe hin (g^0, g^1, g^2, g^3, g^4, g^6, g^p).

5. Die mittleren Buchstaben des Symbols weisen unmittelbar auf die Symmetrieart hin (*c*, *p*, *a*, *ap*).

6. Der letzte Buchstabe des Symbols weist unmittelbar auf die Translationsgruppe hin (*P*, *C*, *I*, *F*, *R*, *H*).

7. Die Abwesenheit von Indices und Klammern weist darauf hin, dass die gegebene Gruppe symmorph ist.

Die Indices *t* und Klammern bei den Symbolen der Symmetrieelemente erster Art weisen darauf hin, dass die gegebene Gruppe asymmorph ist.

Indices und Klammern bei den Symbolen der Symmetrieelemente zweiter Art zeigen, wenn sie bei den Symbolen der Symmetrieelemente erster Art fehlen, dass die gegebene Gruppe hemisymmorph ist.

8. Dieselben Buchstaben-Indices gestatten auch eine genauere Klassifikation nach Schiebold durchzuführen: hemisymmorphe erster Art — nur mit Indices (oder Klammern) bei den Symmetrieelementen zweiter Art; hemisymmorphe zweiter Art — Buchstaben-Indices (oder Klammern) sind nur bei dem ersten Buchstaben des Gruppensymbols vorhanden (nach Fedorov sind dies schon asymmorphe Gruppen); asymmorphe erster Art — Buchstaben-Indices sind beim Buchstaben *a* des Symbols vorhanden, bei den Symbolen der Symmetrieelemente zweiter Art — nicht unbedingt notwendig; asymmorphe zweiter Art — die Buchstaben-Indices (oder Klammern) befinden sich beim Buchstaben *g* und mindestens noch bei einem der Buchstaben des Symbols.

9. Aus den Symbolen der Symmetrieelemente erster Art (*g* and *a*) ist unmittelbar die Untergruppe Sohncke zu erkennen.

10. Die Zeichen (+) und (—) bei den Indices des ersten Buchstaben des Symbols geben deutlich die enantyomorphen Gruppen an.

11. Die Symbolik ist eng mit der rationellen Nomenklatur verbunden. Aus dem Symbol lässt sich leicht die Benennung herauslesen und umgekehrt ist es leicht nach der Benennung das Symbol zusammenzustellen.

12. Die vorgeschlagene Symbolik kann leicht auch auf Kettengruppen und Netzgruppen ausgedehnt werden.

Der Kürze halber werden diese Gruppen hier nicht besprochen.

13. Bei der Zusammenstellung der Symbolik sind alle Vorzüge der Symboliken von Mauguin, Bogomolov und Schiebold in Betracht gezogen worden, daher sind alle, in der Zusammenfassung nicht erwähnten, aber an den entsprechenden Stellen des vollen Textes angegebenen Vorzüge derselben in der vorgeschlagenen Symbolik vollkommen erhalten.

14. Da bei der Zusammenstellung der Symbolik auch alle Mängel der Symboliken von Mauguin, Bogomolov und Schiebold in Betracht gezogen wurden, so entbehrt sie alle die Mängel, welche für die genannten Symboliken erwähnt wurden.

15. Die vorgeschlagene Symbolik gestattet folgenden praktisch-wichtigen Schluss zu ziehen. In Anbetracht der Einfachheit und Gleichartigkeit der Zusammensetzung des Gruppensymbols ist seine Notierung äusserst einfach, wenn die Struktur gegeben ist. Dazu ist es nur nötig die Kante [001], [010] und die Fläche (010) des Elementarparallelepipeden zu betrachten. Die Symmetrieelemente, welche mit den genannten Kanten und Flächen zusammenfallen (oder auch nur parallel sind), gestatten den ersten Teil des Gruppensymbols zusammenzustellen, welcher dann einfach durch das Symbol der Translationsgruppe vervollständigt wird, worauf das Symbol der Raumgruppe fertig ist. Dieser Umstand vereinfacht, schematisiert und mechanisiert in grossem Masse die Lösung der praktisch wichtigen Frage von der Bestimmung einer Raumgruppe von gegebener Struktur. Die Bestimmung der Raumgruppe mit Hilfe der Röntgenanalyse geht nach speziell zusammengestellten Tabellen (s. z. B. 1) vor sich, auf Grund der Erforschung der Auslöschungen von flachen Netzen dieser oder jener Symbole. Eine ganze Reihe verschiedener Erwägungen führt zur Bestimmung der Struktur des untersuchten Stoffes. Stets ist es notwendig zu kontrollieren, ob die bestimmte Struktur auch der gefundenen Symmetriegruppe entspricht. Diese Kontrolle wird sowohl durch das Vergleichen der Koordinaten des Punktsystems der gefundenen Struktur mit den Koordinaten der bei der gegebenen Raumgruppe möglichen Systeme ausgeführt, als auch durch unmittelbare Beobachtungen über die Symmetrie der bestimmten Struktur.

Gewöhnlich werden die Beobachtungen über die Symmetrie recht systemlos ausgeführt — es wird die Anwesenheit dieser oder jener zufällig aus der Gesamtheit aller Symmetrieelemente der Gruppe herausgegriffenen Symmetrieelemente kontrolliert.

Die ausgearbeitete Symbolik gestattet gleichartig und einfach folgende Aufgabe im allgemeinsten Fall zu lösen: gegeben ist (mit Hilfe, eines Models, einer Zeichnung, etc.) ein regelmässiges Punktsystem oder die Kombination mehrerer regelmässiger Punktsysteme, welche ein Kristallgitter bilden; verlangt wird die Raumgruppe der entsprechenden Gesamtheit.

Der Kürze halber werden wir hier den systematischen Gang der Aufgabe nicht mitteilen, sondern nur darauf hinweisen, dass es sich im Grunde genommen um das Notieren des Gruppensymbols handelt. Um einen hierbei möglichen Fehler in der Wahl der Orientierung und des erzeugenden Symmetrieelements aus der Gesamtheit der parallelen Symmetrieelemente einer gegebenen Richtung zu verhindern, können Bestimmungstabellen der Raumgruppen zusammengestellt werden. Nach diesen Tabellen kann man die Gruppe bestimmen, selbst wenn das gefundene Gruppensymbol nicht dem für die gegebene Gruppe angenommenen entspricht.

Die Zusammenstellung dieser Bestimmungstabellen ist zur Zeit vom Verfasser beendet und zum Druck vorbereitet.

16. Eine zweite wichtige Folge der vorgeschlagenen Symbolik bildet die Möglichkeit einer neuen und einfachen systematischen Herleitung der 230 Raumgruppen.

Die Basis besteht aus dem Lehrsatz von der Raumgruppentheorie, welcher beweist, dass *jede Raumgruppe einer Punktgruppe isomorph ist.* (*Die systematische Darlegung und den Beweis* aller vorläufigen dazu notwendigen Theoremen findet man z. B. im 1. Bd. der Arbeit von S. A. Bogomolov, [9].)

Mit Hilfe dieses Lehrsatzes lässt sich leicht erkennen, dass eine jede Raumgruppe durch ein Symbol ausgedrückt werden kann und dass dieses Symbol sich von dem Symbol der isomorphen Punktgruppen unterscheidet durch:

1) die Anwesenheit des Symbols der Translationsgruppe,

2) den Ersatz der Symbole der Symmetrieelemente der gegebenen Symmetrieart durch die Symbole der isomorphen Symmetrieelemente,

3) die mögliche Anwesenheit von Klammern bei einigen Buchstaben des Gruppensymbols.

Aus dem Vorhergehenden wird verständlich auf welche Weise die systematische Herleitung aller mit der gegebenen Symmetrieart isomorphen Raumgruppen möglich ist. Dazu ist es notwendig ihre Symbole zu finden, wozu wiederum das Symbol der Symmetrieart systematisch transformiert werden muss durch:

1) die Einführung verschiedener Indices bei den Symbolen der Symmetrieart;

2) verschiedenartiges Inklammernsetzen einzelner Buchstaben des Symbols;

3) Hinzufügung verschiedener Translationsgruppen.

Das Notieren aller hierbei erhältlichen möglichen Kombinationen ist äusserst einfach.

Unter den erhaltenen Kombinationen werden unbedingt alle Gruppen der gegebenen Symmetrieart gefunden werden, jedoch durchaus nicht jedes gefundene Symbol wird einer bestimmten Gruppe entsprechen. Nach der mechanischen Notierung aller Symbole muss man jedes einzelne Symbol durchsehen und alle Symbole, welche zur geometrischen Lehre von der Symmetrie im Widerspruch stehen oder auf eine andere Art eine schon gefundene Gruppe bezeichnen, entfernen.

Die Forschungen haben gezeigt, dass diese Methode der Herleitung äusserst anschaulich und leicht ausführbar für alle Symmetriearten ist. Der Verfasser hat schon die systematische Darlegung dieser Herleitung begonnen.

17. Alle obenerwähnten Punkte können als bestimmte Vorzüge der vorgeschlagenen Symbolik und Nomenklatur angesehen werden. In den vorhergehenden Paragraphen des Textes wurden systematisch nicht nur die Vorzüge, sondern auch die Mängel der verschiedenen Symboliken angegeben. Jedoch die Frage von den Mängeln der vorgeschlagenen Symbolik überlässt der Verfasser dem aufmerksamen Leser und hofft, dass auf diese Art eine objektivere und tiefere Kritik seiner Arbeit erhalten werden kann.

Der Verfasser drückt im Voraus seinen Dank aus für alle Hinweise auf die Mängel seiner Symbolik und für jegliche Vorschläge von möglichen Verbesserungen und Vereinfachungen derselben.

25. Dezember 1935
Fedorov Institut.

Таблица I

Различные обозначения видов симметрии кристаллов (Verschi

№№ по порядку	Названия	Новые символы Neue Symbolen	Хессель Hessell	Браве Bravais	Мебиус Möbius	Гадолин Gadolin	Кюри Curie	Федоров Fedorow	Миннигероде Minnigerode	Шенфлис 1891 г. Schoenflies	Шенфлис 1923 г. Schoenflies	Ниггли Niggli	Хилтон 1903 г. Hilton	Виола Viola	Вульф Wulff	
	Агирная (триклинная) сингония — G^0 — Agyr															
1	Примитивный вид — primitiv	g^0	$1^1 u^1$	1	—	$F \cdot 2$	IX.1	III,8	32	C_1	C_1	C_1	C_1	S_{00}	$s(1')$	
2	Центральный — zentral	g^0c	$1^1 g^1$	2	24 (o)	$F \cdot 1$	IX.3	III,4	31	C_i	S_2	C_i	C_i	S_{21}	$s(2''2''2'')$	
	Моногирная (моноклинная) сингония — G^1 — Mono															
3	Планальный — planal	g^1p	1^1G^1	3	24 (ε)	$E \cdot 2$	IX.2	III, 7	30	C_s	C_1^h	C_s	C_s	S	$s(1)$	
4	Аксиальный — axial	g^1a	1^1u^2	4, $q=1$	$22a, n=2$	$E \cdot 3$	VI, 1, $q=2$	III, 6	29	C_2	C_2	C_2	C_2	S_{02}	$s(2')$	
5	Планаксиальный — planaxial	g^1ap	1^1G^2	5, $q=1$	$D, n=2$	$E \cdot 1$	VI, 2, $q=2$	III, 2	28	C_2^h	C_2^h	C_{2h}	C_{2h}	S_{02}^{σ}	$s(2'2'2')$	$\{c, A_z^2$
	Дигирная (ромбическая) сингония — G^2 — Digyri															
6	Планальный — planal	g^2p	1^2u^2	7, $q=1$	$A, n=2$	$D \cdot 3$	VI, 4, $q=2$	III, 5	26	C_2^v	C_2^v	C_{2v}	C_{2v}	S_{02}^s	$s(2)$	$\{$
7	Аксиальный — axial	g^2a	$1^1\varepsilon^2$	6, $q=1$	$B, n=2$	$D \cdot 2$	V, 1, $q=2$	III, 3	27	V	V	V	Q	S_{22}	$s(2'2'2')$	$\{$
8	Планаксиальный — planaxial	g^2ap	1^2g^2	8, $q=1$	—	$D \cdot 1$	V, 2, $q=2$	III, 1	25	V^h	V^h	V_h	Q_h	S_{22}^s	$s(2\ 2\ 2)$	$\{c, A_z^2, A_x^2$
	Тригирная (тригональная) сингония — G^3 — Trigy															
9	Примитивный — primitiv	g^3	1^1u^3	10, $q=1$	$22a, n=3$	$C \cdot 12$	VI, 1, $q=3$	I, 12	17	C_3	C_3	C_3	C_3	S_{03}	$s(3')$	
10	Центральный — zentral	g^3c	1^1g^3	11, $q=1$	$D, n=3$	$C \cdot 6$	VI, 3, $q=3$	I, 5	16	C_3^i	C_3^i	C_{3i}	C_{3i}	S_{63}	$s(2''2''6'')$	
11	Планальный — planal	g^3p	1^2u^3	14, $q=1$	$A, n=3$	$C \cdot 11$	VI, 4, $q=3$	I, 11	14	C_3^v	C_3^v	C_{3v}	C_{3v}	S_{03}^s	$s(3)$	$\{$
12	Аксиальный — axial	g^3a	$1^2\varepsilon^3$	13, $q=1$	$B, n=3$	$C \cdot 7$	V, 1, $q=3$	I, 9	15	D_3	D_3	D_3	D_3	S_{23}	$s(2'2'3')$	$\{$
13	Планаксиальный — planaxial	g^3ap	1^2g^3	15, $q=1$	$C, n=6$	$C \cdot 3$	V, 3, $q=3$	I, 2	13	D_3^d	D_3^d	D_{3d}	D_{3d}	S_{63}^s	$s(2'\ 2\ 6')$	$\{c, A_z^3, A_x^2$
	Тетрагирная (тетрагональная) сингония — G^4 — Tetr															
14	Примитивный — primitiv	g^4	1^1u^4	4, $q=2$	$22a, n=4$	$B \cdot 7$	VI, 1, $q=4$	II, 7	22	C_4	C_4	C_4	C_4	S_{04}	$s(4')$	
15	Центральный — zentral	g^4c	1^1G^4	5, $q=2$	$D, n=4$	$B \cdot 4$	VI, 2, $q=4$	II, 4	21	C_4^h	C_4^h	C_{4h}	C_{4h}	S_{04}^{σ}	$s(2'2'4)$	
16	Планальный — planal	g^4p	1^2u^4	7, $q=2$	$A, n=4$	$B \cdot 6$	VI, 4, $q=4$	II, 6	19	C_4^v	C_4^v	C_{4v}	C_{4v}	S_{04}^s	$s(4)$	
17	Аксиальный — axial	g^4a	$1^1\varepsilon^4$	6, $q=2$	$B, n=4$	$B \cdot 2$	V, 1, $q=4$	II, 3	20	D_4	D_4	D_4	D_4	S_{24}	$s(2'2'4')$	$\{$
18	Планаксиальный — planaxial	g^4ap	1^2G^4	8, $q=2$	—	$B \cdot 1$	V, 2, $q=4$	II, 1	18	D_4^h	D_4^h	D_{4h}	D_{4h}	S_{24}^s	$s(2\ 2\ 4)$	$\{c, A_z^4, A_x^2$
19	Центрогирно-примитивный — zentrogyrisch-primitiv	g^{4c}	1^1g^2	—	$22b, n=4$	$B \cdot 5$	VI, 3, $q=2$	II, 5	24	S_4	S_4	S_4	C_4'	S_{42}	$s(2''2''4'')$	
20	Центрогирно-планальный — zentrogyrisch-planal	$g^{4c}p$	1^2g^2	9, $q=1$	$C, n=4$	$B \cdot 3$	V, 3, $q=2$	II, 2	23	V^d	V^d	V_d	D_{2d}	S_{42}^s	$s(1'\ 2\ 4')$	$\{S_z, A_x^2\}$
	Гексагирная (гексагональная) сингония — G^6 — Hex															
21	Примитивный — primitiv	g^6	1^1u^6	4, $q=3$	$22a, n=6$	$C \cdot 10$	VI, 1, $q=6$	I, 7	10	C_6	C_6	C_6	C_6	S_{06}	$s(6')$	
22	Центральный — zentral	g^6c	1^1G^6	5, $q=3$	$D, n=6$	$C \cdot 4$	VI, 2, $q=6$	I, 4	9	C_6^h	C_6^h	C_{6h}	C_{6h}	S_{06}^{σ}	$s(2'2'6)$	
23	Планальный — planal	g^6p	1^2u^6	7, $q=3$	$A, n=6$	$C \cdot 9$	VI, 4, $q=6$	I, 6	7	C_6^v	C_6^v	C_{6v}	C_{6v}	S_{06}^s	$s(6)$	$\{$
24	Аксиальный — axial	g^6a	$1^1\varepsilon^6$	6, $q=3$	$B, n=6$	$C \cdot 2$	V, 1, $q=6$	I, 3	8	D_6	D_6	D_6	D_6	S_{26}	$s(2'2'6')$	$\{$
25	Планаксиальный — planaxial	g^6ap	1^2G^6	8, $q=3$	—	$C \cdot 1$	V, 2, $q=6$	I, 1	6	D_6^h	D_6^h	D_{6h}	D_{6h}	S_{26}^s	$s(2\ 2\ 6)$	$\{c, A_z^6, A_x^2$
26	Центрогирно-примитивный — zentrogyrisch-primitiv	g^{6c}	1^1G^3	12, $q=1$	$22c, n=6$	$C \cdot 8$	VI, 2, $q=3$	I, 10	12	C_3^h	C_3^h	C_{3h}	C_{3h}	S_{03}^{σ}	$s(2'2'3)$	
27	Центрогирно-планальный — zentrogyrisch — planal	$g^{6c}p$	1^2G^3	16, $q=1$	$C, n=3$	$C \cdot 5$	V, 2, $q=3$	I, 8	11	D_3^h	D_3^h	D_{3h}	D_{3h}	S_{23}^s	$s(2\ 2\ 3)$	$\{A$
	Полигирная (кубическая) сингония — G^p — Poly															
28	Примитивный — primitiv	g^p	4^1u^3	17	76, T_1	$A \cdot 5$	IV, 1	§ 42	5	T	T	T	T	S_{33}	$s(2'2'3')$	$\{A_x^2$ c
29	Центральный — zentral	g^pc	4^1g^3	18	86, H_2	$A \cdot 4$	IV, 2	§ 40	4	T^h	T^h	T_h	T_h	S_{33}^{σ}	$s(2'\ 3\ 4')$	$\{c, A_x^2$
30	Планальный — planal	g^pp	4^2u^3	19	78, T_2	$A \cdot 3$	IV, 3	§ 39	2	T^d	T^d	T_d	T_d	S_{33}^s	$s(2\ 3\ 3)$	$\{S_x, S_y\}$ или $\{$
31	Аксиальный — axial	g^pa	$4^1\varepsilon^3$	20	84, H_1	$A \cdot 2$	III, 1	§ 41	3	O	O	O	O	S_{34}	$s(2'3'4')$	$\{A$
32	Планаксиальный — planaxial	g^pap	4^2g^3	21	92, O_2	$A \cdot 1$	III, 2	§ 38	1	O^h	O^h	O_h	O_h	S_{34}^s	$s(2\ 3\ 4)$	$\{c,$

Таблица I

ия видов симметрии кристаллов (Verschiedene Symmetrieartenbezeichnungen)

Хилтон 1903 г. Hilton	Виоля Viola	Вульф Wulff	Фойгт Voigt	Хилтон 1908 г. Hilton	Хилтон 1922 г. Hilton	Вайкофф Wyckoff	Спенсер Spenser	Золлер Soller	С. Германн C. Hermann	Моген I Mauguin I	Моген I′ Mauguin I′	Моген II и III Mauguin II, III	Ринне I Rinne I	Ринне II Rinne II	Богомолов Bogomoloff	Проект Федоровского Института Vorschlag vom Federow-Institut	Делоне Delaunay
ная) сингония — G^0 — Agyrische (Trikline) Syngonie																	
C_1	S_{00}	$s(1')$	$\{o\}$	C_1	A	$1C$	$A2$	1	C_1	1	1	1	p	p	1	G_0	T_0
C_i	S_{21}	$s(2''2''2'')$	$\{c\}$	Γ_1 или c_1	a	$1C_i$	$A1$	$\bar{2}$	S_2	$\bar{1}$	$\bar{1}$	$\bar{1}$	pi	i	$\dot{2}$	G_0c	T
ная) сингония — G^1 — Monogyrische (Monokline) Syngonie																	
C_s	S	$s(1)$	$\{E_z\}$	c_2	b	$2c$	$M3$	1_h	C_s	m	m	m	d	d	H	G_1p	Mp
C_2	S_{02}	$s(2')$	$\{A_z\}$	C_2	B	$2C$	$M2$	2	C_2	2	2	2	s	s	2	G_1a	Ma
C_{2h}	S_{02}^{σ}	$s(2'2'2')$	$\{c, A_z^2\}$ или $\{c, E_z\}$	H_2	Ba	$2C_i$	$2C_i$	2_h	C_{2h}	$\frac{2}{m}$	$\frac{2}{m}$	$\frac{2}{m}$	(sd)	sd	$2H$	G_1ap	M
ая) сингония — G^2 — Digyrische (Rhombische) Syngonie																	
C_{2v}	S_{02}^{s}	$s(2)$	$\{A_z^2, E_x\}$	δ_2	c	$2e$	$O3$	2_v	C_{2v}	$2\ m\ m$	$2\ m$	$m\ m$	$2d$	$2d$	$2V$	G_2p	Op
Q	S_{22}	$s(2'2'2')$	$\{A_z^2, A_x^2\}$	D	C	$2D$	$O2$	2_2	D_2	$2\ 2\ 2$	$2\ 2$	$2\ 2\ 2$	$2s$	$2s$	$2a$	G_2a	Oa
Q_h	S_{22}^{s}	$s(2\ 2\ 2)$	$\{c, A_z^2, A_x^2\}$ или $\{c, A_z^2E_z\}$	Δ	Ca	$2Di$	$O1$	2_{2h}	D_{2h}	$\frac{2}{m}\ \frac{2}{m}\ \frac{2}{m}$	$2/m\ m$	$m\ m\ m$	$2\,(sd)$	$2sd$	$2aH$	G_2ap	O
ная) сингония — G^3 — Trigyrische (Trigonale) Syngonie																	
C_3	S_{03}	$s(3')$	$\{A_z^3\}$	C_3	E	$3C$	H_25	3	C_3	3	3	3	$3p$	$3p$	3	G_3	Ro
C_{3i}	S_{63}	$s(2''2''6'')$	$\{c, A_z^3\}$	c_3 или Γ_3	e	$3Ci$	H_24	$\bar{6}$	S_6	$\bar{3}$	$\bar{3}$	$\bar{3}$	$3pi$	$3i$	$\dot{6}$	G_3c	Rc
C_{3v}	S_{03}^{s}	$s(3)$	$\{A_z^3, E_x\}$	δ_3	Eb	$3e$	H_22	3_v	C_{3v}	$3\ m$	$3\ m$	$3\ m$	$3d$	$3d$	$3V$	G_3p	Rp
D_3	S_{23}	$s(2'2'3')$	$\{A_z^3, A_x^2\}$	D_3	EB	$3D$	H_23	3_2	D_3	$3\ 2$	$3\ 2$	$3\ 2$	$3s$	$3s$	$3a$	G_3a	Ra
D_{3d}	S_{63}^{s}	$s(2'\,2\,6')$	$\{c, A_z^3, A_x^2\}$ или $\{c, A_z^3, E_x\}$	Δ_3	eB	$3Di$	H_21	$\bar{6}_2$	D_{3d}	$\bar{3}\ \frac{2}{m}$	$\bar{3}\ m$	$\bar{3}\ m$	$3\,(sd)$	$3sd$	$\dot{6}a$	G_3ap	R
ная) сингония — G^4 — Tetragyrische (Tetragonale) Syngonie																	
C_4	S_{04}	$s(4')$	$\{A_z^4\}$	C_4	D	$4C$	$Q4$	4	$\dot{C}_4$	4	4	4	$4p$	$4p$	4	G_4	Qo
C_{4h}	S_{04}^{σ}	$s(2'2'4)$	$\{c, A_z^4\}$	Γ_4	Da	$4Ci$	$Q3$	4_h	C_{4h}	$\frac{4}{m}$	$\frac{4}{m}$	$\frac{4}{m}$	$4pi$	$4i$	$4H$	G_4c	Qc
C_{4v}	S_{04}^{s}	$s(4)$	$\{A_z^4, E_x\}$	δ_4	Db	$4e$	$Q5$	4_v	C_{4v}	$4\ m\ m$	$4\ m$	$4\ m\ m$	$4d$	$4d$	$4V$	G_4p	Qp
D_4	S_{24}	$s(2'2'4')$	$\{A_z^4, A_x^2\}$	D_4	DB	$4D$	$Q6$	4_2	D_4	$4\ 2\ 2$	$4\ 2$	$4\ 2$	$4s$	$4s$	$4a$	G_4a	Qa
D_{4h}	S_{24}^{s}	$s(2\ 2\ 4)$	$\{c, A_z^4, A_x^2\}$ или $\{c, A_z^4, E_x\}$	Δ_4	de	$4Di$	$Q1$	4_{2h}	D_{4h}	$\frac{4}{m}\ \frac{2}{m}\ \frac{2}{m}$	$4/m\ m$	$4/m\ m\ m$	$4\,(sd)$	$4sd$	$4aH$	G_4ap	Q
C_4'	S_{43}	$s(2''2''4'')$	$\{S_z\}$	c_4	$\dot{d}$	$4c$	$Q7$	$\bar{4}$	S_4	$\bar{4}$	$\bar{4}$	$\bar{4}$	$\dot{4}p$	$4\cdot p$	$\dot{4}$	G_{4i}	$Q\dot{o}$
D_{2d}	S_{42}^{s}	$s(1'\,2\,4')$	$\{S_z, A_x^2\}$ или $\{A_z^2, A_x^2\,E_{xy}\}$	d_4	dB	$4d$	$Q2$	$\bar{4}_2$	D_{2d}	$\bar{4}\ 2\,m$	$\bar{4}\ 2$	$\bar{4}\ 2\ m$	$\dot{4}d$	$4\cdot d$	$\dot{4}a$	$G_{4i}a$	$Q\dot{p}$
ьная) сингония — G^6 — Hexagyrische (Hexagonale) Syngonie																	
C_6	S_{06}	$s(6')$	$\{A_z^6\}$	C_6	F	$6C$	$H5$	6	C_6	6	6	6	$6p$	$6p$	6	G_6	Ho
C_{6h}	S_{06}^{σ}	$s(2'2'6)$	$\{c, A_z^6\}$	Γ_6	Fa	$6Ci$	$H2$	6_h	C_{6h}	$\frac{6}{m}$	$\frac{6}{m}$	$\frac{6}{m}$	$6pi$	$6i$	$6H$	G_6c	Hc
C_{6v}	S_{06}^{s}	$s(6)$	$\{A_z^6, E_x\}$	δ_6	Fb	$6e$	$H3$	6_v	C_{6v}	$6\ m\ m$	$6\ m$	$6\ m\ m$	$6d$	$6d$	$6V$	G_6p	Hp
D_6	S_{26}	$s(2'2'6')$	$\{A_z^6, A_x^2\}$	D_6	FB	$6D$	$H4$	6_2	D_6	$6\ 2\ 2$	$6\ 2$	$6\ 2$	$6s$	$6s$	$6a$	G_6a	Ha
D_{6h}	S_{26}^{s}	$s(2\ 2\ 6)$	$\{c, A_z^6, A_x^2\}$ или $\{c, A_z^6, E_x\}$	Δ_6	fC	$6Di$	$H1$	6_{2h}	D_{6h}	$\frac{6}{m}\ \frac{2}{m}\ \frac{2}{m}$	$6/m\ m$	$6/m\ m\ m$	$6\,(sd)$	$6sd$	$6aH$	G_6ap	H
C_{3h}	S_{03}^{σ}	$s(2'2'3)$	$\{A_z^3, E_z\}$	c_6	f	$6c$	H_26	3_h	C_{3h}	$\bar{6}$	$\bar{6}$	$\bar{6}$	$\dot{6}p$	$6\cdot p$	$3H$	G_{6i}	$H\dot{o}$
D_{3h}	S_{23}^{s}	$s(2\ 2\ 3)$	$\{A_z^3, A_x^2\,E_z\}$	d_6	fB	$6d$	H_27	3_{2h}	D_{3h}	$\bar{6}\ 2\ m$	$\bar{6}\ 2$	$\bar{6}\,2m$ или $\bar{6}m2$	$\dot{6}d$	$6\cdot d$	$3aH$	$G_{6i}a$	$H\dot{p}$
ая) сингония — G^p — Polygyrische (Kubische) Syngonie																	
'	S_{33}	$s(2'2'3')$	$\{A_x^2 \backsim A_y^2 \backsim A_z^2\}$	T	T	T	$C5$	2_{23}	T	$2\ 3$	$2\ 3$	$2\ 3$	tp	tp	23	G_3G_3	Ko
'h	S_{33}^{σ}	$s(2'\,3\,4')$	$\{c, A_x^2 \backsim A_y^2 \backsim A_z^2\}$	Θ	Ta	Ti	$C3$	2_{23h}	T_h	$\frac{2}{m}\ \bar{3}$	$\frac{2}{m}\ 3$	$m\ 3$	tpi	ti	$23H$	GG_3c	Kc
'd	S_{33}^{s}	$s(2\ 3\ 3)$	$\{S_x, S_y\}$ или $\{A_x^2 \backsim A_y^2 \backsim A_z^2, E_{xy}\}$	θ	Tb	Tc	$C2$	$\bar{4}_{23}$	T_d	$\bar{4}\ 3\ m$	$\bar{4}\ 3$	$\bar{4}\ 3\ m$	td	td	$23V$	G_3G_3p	Kp
'	S_{34}	$s(2'3'4')$	$\{A_x^4, A_y^4\}$	O	O	O	$C4$	4_{23}	O	$4\ 3\ 2$	$4\ 3$	$4\ 3$	ts	ts	43	G_3G_3a	Ka
h	S_{34}^{s}	$s(2\ 3\ 4)$	$\{c, A_x^4, A_y^4\}$	Ω	Oa	Oi	$C1$	4_{23h}	O_h	$\frac{4}{m}\ \bar{3}\ \frac{2}{m}$	$\frac{4}{m}\ 3$	$m\ 3\ m$	$t\,(sd)$	tsd	$43H$	G_3G_3ap	K

Таблица II

Различные обозначения пространственных групп симметрии (Verschiedene Raumgruppenbezeichnungen)

Вайкофф Р. I и другие (*63, 1, 30* и др.) Wyckoff R. und andere	Хилтон Г. II (1922; *29*) Hilton H. II	Вайкофф Р. II (1923; *64*) Wyckoff R. II	Германн С. (1928; *22*) Hermann C.	Моген Х. I (1931; *32*) Mauguin Ch. I	Моген Х. II (1931; *32*) Mauguin Ch. II	Моген Х. III (1931; *32, 30, 11, 20*) Mauguin Ch. III	Богомолов С. А. (1934; *9*) Bogomolof S.	№№ по Шибольду Е. (1929; *44*) von Schiebold E.	Шибольд Е. I (1927—1929; *43, 44*) Schiebold E. I	Шибольд Е. II (1931; *41, 30*) Schiebold E. II	Номенклатура Шибольда Е. (1927—1929; *43, 44*) Nomenklatur von Schiebold E. (1927—1929; *43, 44*)	Новая номенклатура Neue Nomenklatur (Russisch)	Новая номенклатура Neue Nomenklatur (Deutsch)	Новая символика Neue Symbolen
12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
Агирная (триклинная) сингония = G^0 — Agyrische (trikline) Syngonie = G^0														
Примитивный (моноэдрический) вид симметрии = g^0 — Primitiv (pedial) = g^0														
C_1^1	$A1$	$1C=1$	C_1p	$P1$	1	$P1$	$1P$	1	p	Pp	Γ_{tr} — pedial (oder transpedial Γ'_{tr}, Γ''_{tr}, Γ'''_{tr})	Агирно-примитивная группа P	Agyrisch-primitiv — P	g^0P
Центральный (пинакоидальный) вид симметрии = g^0c — Zentral (pinakoidal) = g^0c														
C_i^1	$a1$	$1Ci=1$	S_2p	$P\bar{1}$	$\bar{1}$	$P\bar{1}$	$\dot{2}P$	2	pi	Pi	Γ_{tr} — pinakoidal (oder transpinakoidal Γ'_{tr}, Γ''_{tr}, Γ'''_{tr})	Агирно-центральная группа — P	Agyrisch-zentral — P	$g^0\,c\,P$
Моногирная (моноклинная) сингония = G^1 — Monogyrische Syngonie = G^1														
Планальный (диэдрический анаксиальный) вид симметрии = g^1p — Planal (domatisch) = g^1p														
C_s^1	$b1$	$2C=1$	$C_sp\mu$	Pm	[illegible]	Pm	HP	6	d	Pd	Γ_m — domatisch	Моногирно-планальная гр. P	Monogyrisch-planal — P	$g^1\ p\ P$
C_s^2	$b2$	$2C=2$	C_spa	Pc	[illegible]	Pc	$H\left[0;\frac{1}{2}\right]P$	7	δ	Pd_i	Γ_m — domatoidisch	Моногирно-транспланальная гр. P	Monogyrisch-transplanal — P	$g^1\ p^t\ P$
C_s^3	$b3$	$2C=3$	$C_sa\mu$	Cm	Cm	Cm	HA	8	d'	Cd	Γ'_m — domatisch (transdomatisch)	Моногирно-планальная гр. C	Monogyrisch-planal — C	g^1 [illegible] C
C_s^4	$b4$	$2C=4$	C_saa	Cc	[illegible]	Cc	$H\left[0;\frac{1}{2}\right]A$	9	δ'	Cd_i	Γ'_m — domatoidisch (transdomatoidisch)	Моногирно-транспланальная гр. C	Monogyrisch-transplanal — C	$g^1\ p^t\ C$
Аксиальный (диэдрический аксиальный) вид симметрии = g^1a — Axial (sphenoidisch) = g^1a														
C_2^1	$B1$	$2C=1$	$C_2\,p1$	$P2$	2	$P2$	$2P$	3	[illegible]	Ps	Γ_m — sphenoidisch	Моногирно-аксиальная гр. P	Monogyrisch-axial — P	[illegible]
C_2^2	$B2$	$C2=2$	$C_2\,p2$	$P2_1$	2_1	$P2_1$	$\breve{2}P$	4	[illegible]	Ps_1	Γ_m — helicoidisch	Моногирно-трансаксиальная гр. P	Monogyrisch-transaxial — P	$g^1\ a^t\ P$
C_2^3	$B3$	$2C=3$	$C_2\,a1$	$C2$	$C2$	$C2$	$2A$	5	[illegible]	Cs	Γ'_m — sphenoidisch (transsphenoidisch Γ'''_m, Γ'''_m)	Моногирно-аксиальная гр. C	Monogyrisch-axial — C	$g^1\ a\ C$
Планаксиальный (призматический) вид симметрии = g^1ap — Planaxial (prismatisch) = g^1ap														
C_{2h}^1	$Ba\,1$	$2\,Ci=1$	$C_{2h}\ p\mu1$	$P\frac{2}{m}$	$2\,m$	$P\frac{2}{m}$	$2\,HP$	10	(sd)	Psd	Γ_m — gyrodomatisch (prismatisch)	Моногирно-планаксиальная гр. P	Monogyrisch-planaxial — P	$g^1\ a\ p\ P$
C_{2h}^2	$Ba\,2$	$2\,Ci=2$	$C_{2h}\ p\mu2$	$P\frac{2_1}{m}$	$2_1\,m$	$P\frac{2_1}{m}$	$\breve{2}\,HP$	12	$(\widetilde{sd})$	Ps_1d	Γ_m — helicodomatisch	Моногирно-плантрансаксиальная гр. P	Monogyrisch-plantransaxial — P	$g^1\ a^t\ p\ P$
C_{2h}^3	$Ba\,3$	$2\,Ci=3$	$C_{2h}\ a\mu1$	$C\frac{2}{m}$	$C\,2m$	$C\frac{2}{m}$	$2HA$	14	(s^1d^1)	Csd	Γ'_m — gyrodomatisch (transgyrodomatisch)	Моногирно-планаксиальная гр. C	Monogyrisch-planaxial — C	$g^1\ a\ p\ C$
C_{2h}^4	$Ba\,4$	$2\,Ci=4$	$C_{2h}\ pa1$	$P\frac{2}{c}$	$2\,c$	$P\frac{2}{c}$	$2\,H\left[0;\frac{1}{2}\right]P$	11	$(s\delta)$	Psd_1	Γ_m — gyrodomatoidisch (prismatoidisch)	Моногирно-транспланаксиальная гр. P	Monogyrisch-transplanaxial — P	$g^1\ a\ p^t\ P$
C_{2h}^5	$Ba\,5$	$2\,Ci=5$	$C_{2h}\ pa2$	$P\frac{2_1}{c}$	$2_1\,c$	$P\frac{2_1}{c}$	$\breve{2}\,H\left[0;\frac{1}{2}\right]P$	13	$(\widetilde{s\delta})$	Ps_1d_1	Γ_m — helicodomatoidisch	Моногирно-трансплантрансаксиальная гр. P	Monogyrisch-transplantransaxial — P	$g^1\ a^t\ p^t\ P$
C_{2h}^6	$Ba\,6$	$2\,Ci=6$	$C_{2h}\ aa1$	$C\frac{2}{c}$	$C\,2c$	$C\frac{2}{c}$	$2\,H\left[0;\frac{1}{2}\right]A$	15	$(s^1\delta^1)$	Cs_1d_1	Γ''_m — gyrodomatoidisch (transgyrodomatoidisch)	Моногирно-транспланаксиальная гр. C	Monogyrisch-transplanaxial — C	$g^1\ a\ p^t\ C$
Дигирная (ромбическая) сингония = G^2 — Digyrische (rhombische) Syngonie = G^2														

П[illegible] (...) вид симметрии = g^2p — Planal (rh. pyramidal) = [illegible]

Ba 5	2 Ci = 5	$C_{2h}\, pa2$	$P\frac{2}{c}$	$2_1 c$	$P\frac{2}{c}$	[illegible]	13	[illegible]	[illegible]	Γ''_m	—[illegible]domatoidisch	[illegible]ная гр. P	Monogyrisch-[illegible]	[illegible]
Ba 6	2 Ci = 6	$C_{2h}\, aa1$	$C\frac{2}{c}$	$C\,2c$	$C\frac{2}{c}$	$2H\left[0;\frac{1}{2}\right]A$	15	$(s^1\delta^1)$	Cs_1d_1	Γ''_m	—gyrodomatoidisch (transgyrodomatoidisch)	Моногирно-трансспланаксиальная гр. C	Monogyrisch-transplanaxial — C	$g^1\, a\, p^t\, C$

Дигирная (ромбическая) сингония $= G^2$ — Digyrische (rhombische) Syngonie $= G^2$

Планальный (ромбопирамидальный) вид симметрии $= g^2p$ — Planal (rh. pyramidal) $= g^2p$

c 1	2e = 1	$C_{2v}\, p\mu\mu$	$Pmm\,2$	mm	Pmm	$2\,VP$	25	$2\,d$	$P\,2\,d$	Γ_0	—digyrisch-domatisch	Дигирно-планальная гр. P	Digyrisch-planal — P	$g^2\, p\, P$
c 2	2e = 2	$C_{2v}\, p\mu\gamma$	$Pmc\,2_1$	mc	Pmc	$\breve{2}\,VP$	31	$\tilde{2}\,d$	$P\,2_1\,d$	Γ_0	—dihelikisch-domatisch	Дитрансгирно-планальная гр. P	Ditransgyrisch-planal — P	$g^{2t}\, p\, P$
c 3	2e = 3	$C_{2v}\, p\gamma\gamma$	$Pcc\,2$	cc	Pcc	$2\,V\left[\frac{1}{2};0\right]P$	26	$2\,\delta_p$	$P\,2\,d_1$	Γ_0	—digyrisch-paradomatoidisch	Дигирно-паратрансспланальная гр. P	Digyrisch-paratransplanal — P	$g^2\, p^p\, P$
c 4	2e = 4	$C_{2v}\, p\mu\alpha$	$Pma\,2$	ma	Pma	$2\,V\left[0;\frac{1}{2}\right]P$	27	$2\,\delta_0$	$P\,2\,d_2$	Γ_0	—digyrisch-orthodomatoidisch	Дигирно-ортотрансспланальная гр. P	Digyrisch-orthotransplanal — P	$g^2\, p^0\, P$
c 5	2e = 5	$C_{2v}\, p\beta\gamma$	$Pca\,2_1$	ca	Pca	$\breve{2}\,V\left[0;\frac{1}{2}\right]P$	32	$\tilde{2}\,\delta_0$	$P\,2_1\,d_2$	Γ_0	—dihelikisch-orthodomatoidisch	Дитрансгирно-ортотрансспланальная гр. P	Ditransgyrisch-orthotransplanal — P	$g^{2t}\, p^0\, P$
c 6	2e = 6	$C_{2v}\, p\gamma\nu$	$Pcn\,2_1$	cn	Pnc	$2\,V\left[\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]P$	28	$2\,\delta_k$	$P\,2\,d_3$	Γ_0	—digyrisch-klinodomatoidisch	Дигирно-клинотрансспланальная гр. P	Digyrisch-klinotransplanal — P	$g^2\, p^k\, P$
c 7	2e = 7	$C_{2v}\, p\mu\nu$	$Pmn\,2$	mn	Pmn	$\breve{2}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)VP$	33	$\tilde{2}\,\delta_k$	$P\,2_1\,d_3$	Γ_0	—dihelikisch-klinodomatoidisch	Дитрансгирно-клинотрансспланальная гр. P	Ditransgyrisch-klinotransplanal — P	$g^{2t}\, p^k\, C$
c 8	2e = 8	$C_{2v}\, p\beta\alpha$	$Pba\,2$	ba	Pba	$2\cdot\left(\frac{1}{4}\right)V\left[0;\frac{1}{2}\right]P$	29	$2\,\delta_0^{\frac{1}{4}}$	$P\,2\,d_2^{\frac{1}{4}}$	Γ_0	—digyrisch-orthodomatoidisch ($^1/_4$)	Дигирно-интер-ортотрансспланальная гр. P	Digyrisch-inter-orthotransplanal — P	$g^2\,(p^0)\, P$
c 9	2e = 9	$C_{2v}\, p\beta\nu$	$Pna\,2$	na	Pna	$\breve{2}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)V\left[0;\frac{1}{2}\right]P$	34	$\tilde{2}\,\delta_0^{\frac{1}{4}}$	$P\,2_1\,d^{\frac{1}{4}}$	Γ_0	—dihelikisch-orthodomatoidisch ($^1/_4$)	Дитрансгирно-интер-ортотрансспланальная гр. P	Ditransgyrisch-inter-orthotransplanal — P	$g^{2t}\,(p^0)\, P$
c 10	2e = 10	$C_{2v}\, p\nu\nu$	$Pnn\,2$	nn	Pnn	$2\cdot\left(\frac{1}{4}\right)V\left[\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]P$	30	$2\,\delta_k^{\frac{1}{4}}$	$P\,2\,d_3^{\frac{1}{4}}$	Γ_0	—digyrisch-klinodomatoidisch ($^1/_4$)	Дигирно-интер-клинотрансспланальная гр. P	Digyrisch-inter-klinotransplanal — P	$g^2\,(p^k)\, P$
c 11	2e = 11	$C_{2v}\, c\mu\mu$	$Cmm\,2$	Cmm	Cmm	$2\,VC$	35	$2'_{xy}\,d$	$C\,2\,d$	$\Gamma'_{0\,(xy)}$	—digyrisch-domatisch	Дигирно-планальная гр. C	Digyrisch-planal — C	$g^2\, p\, C$
c 12	2e = 12	$C_{2v}\, c\mu\gamma$	$Cmc\,2_1$	Cmc	Cmc	$\breve{2}\,VC$	37	$\tilde{2}'_{xy}\,d$	$C\,2_1\,d$	$\Gamma'_{0\,(xy)}$	—dihelikisch-domatisch (bzw. paradomatoidisch)	Дитрансгирно-планальная гр. C	Ditransgyrisch-planal — C	$g^{2t}\, p\, C$
c 13	2e = 13	$C_{2v}\, c\gamma\gamma$	$Ccc\,2$	Ccc	Ccc	$2\,V\left[\frac{1}{2};0\right]C$	36	$2'_{xy}\,\delta_p$	$C\,2\,d_1$	$\Gamma'_{0\,(xy)}$	—digyrisch-paradomatoidisch	Дигирно-паратрансспланальная гр. C	Digyrisch-paratransplanal — C	$g^2\, p^p\, C$
c 14	2e = 14	$C_{2v}\, a\mu\mu$	$Amm\,2$	Amm	Amm	$2\,VA$	38	$2'_{yz}\,d$	$A\,2\,d$	$\Gamma'_{0\,(yz)}$	—digyrisch-domatisch	Дигирно-планальная гр. A	Digyrisch-planal — A	$g^2\, p\, A$
c 15	2e = 15	$C_{2v}\, a\beta\mu$	$Abm\,2$	Abm	Abm	$2\,V\left[\frac{1}{2};0\right]A$	39	$2'_{yz}\,\delta_p$	$A\,2\,d_1$	$\Gamma'_{0\,(yz)}$	—digyrisch-paradomatoidisch	Дигирно-паратрансспланальная гр. A	Digyrisch-paratransplanal — A	$g^2\, p^p\, A$
c 16	2e = 16	$C_{2v}\, a\mu\alpha$	$Ama\,2$	Ama	Ama	$2\cdot\left(\frac{1}{4}\right)VA$	40	$2'_{yz}\,\delta_0$	$A\,2\,d_2$	$\Gamma'_{0\,(yz)}$	—digyrisch-orthodomatoidisch	Дигирно-ортотрансспланальная гр. A	Digyrisch-orthotransplanal — A	$g^2\, p^0\, A$
c 17	2e = 17	$C_{2v}\, a\beta\alpha$	$Aba\,2$	Aba	Aba	$2\cdot\left(\frac{1}{4}\right)V\left[\frac{1}{2};0\right]A$	41	$2'_{yz}\,\delta_k$	$A\,2\,d_3$	$\Gamma'_{0\,(yz)}$	—digyrisch-klinodomatoidisch	Дигирно-клинотрансспланальная гр. A	Digyrisch-klinotransplanal — A	$g^2\, p^k\, A$
c 18	2e = 18	$C_{2v}\, f\mu\mu$	$Fmm\,2$	Fmm	Fmm	$2\,VF$	42	$2'''\,d$	$F\,2\,d$	Γ'''_0	—digyrisch-domatisch	Дигирно-планальная гр. F	Digyrisch-planal — F	$g^2\, p\, F$
c 19	2e = 19	$C_{2v}\, f\delta\delta$	$Fdd\,2$	Fdd	Fdd	$2\cdot\left(\frac{1}{8}\right)V\left[\frac{1}{4};\frac{1}{4}\right]F$	43	$2'''\,\delta_k^{\frac{1}{8}}$	$F\,2\,d_3^{\frac{1}{8}}$	Γ'''_0	—digyrisch-klinodomatoidisch ($^1/_8$)	Дигирно-интер-клинотрансспланальная гр. F	Digyrisch-inter-klinotransplanal — F	$g^2\,(p^k)\, F$
c 20	2e = 20	$C_{2v}\, i\mu\mu$	$Imm\,2$	Imm	Imm	$2\,VI$	44	$2''\,d$	$I\,2\,d$	Γ''_0	—digyrisch-domatisch	Дигирно-планальная гр. I	Digyrisch planal — I	$g^2\, p\, I$
c 21	2e = 21	$C_{2v}\, i\beta\alpha$	$Iba\,2$	Iba	Iba	$2\,V\left[\frac{1}{2};0\right]I$	45	$2''\,\delta_p$	$I\,2\,d_1$	Γ''_0	—digyrisch-paradomatoidisch	Дигирно-паратрансспланальная гр. I	Digyrisch-paratransplanal — I	$g^2\, p^p\, I$
c 22	2e = 22	$C_{2v}\, i\mu\alpha$	$Ima\,2$	Ima	Ima	$2\,V\left[0;\frac{1}{2}\right]I$	46	$2''\,\delta_0$	$I\,2\,d_2$	Γ''_0	—digyrisch-ortho-(bzw. klino)-domatoidisch	Дигирно-ортотрансспланальная гр. I	Digyrisch-orthotransplanal — I	$g^2\, p^0\, I$

Аксиальный (ромботетраэдрический) вид симметрии $= g^2a$ — Axial (rh. bisphenoidisch) $= g^2a$

C 1	2 D = 1	$D_2\, p\, 111$	$P\,222$	222	$P\,222$	$2\,aP$	16	$2\,s$	$P\,2\,s$	Γ_0	—digyrisch-sphenoidisch	Дигирно-аксиальная гр. P	Digyrisch-axial — P	$g^2\, a\, P$
C 2	2 D = 2	$D_2\, p\, 112$	$P\,222_1$	222_1	$P\,222_1$	$\breve{2}\,aP$	18	$\tilde{2}\,s$	$P\,2_1\,s$	Γ_0	—dihelikisch-sphenoidisch	Дитрансгирно-аксиальная гр. P	Ditransgyrisch-axial — P	$g^{2t}\, a\, P$
C 3	2 D = 3	$D_2\, p\, 122$	$P\,2_12_12$	2_12_12	$P\,2_12_12$	$2\cdot\left(0;\frac{1}{4}\right)\breve{a}P$	17	$2\,\tilde{s}^{\frac{1}{4}}$	$P\,2\,s_1^{\frac{1}{4}}$	Γ_0	—digyrisch-helicoidisch ($^1/_4$)	Дигирно-интер-трансаксиальная гр. P	Digyrisch-inter-transaxial — P	$g^2\,(a^t)\, P$
C 4	2 D = 4	$D_2\, p\, 222$	$P\,2_12_12_1$	$2_12_12_1$	$P\,2_12_12_1$	$\breve{2}\cdot\left(0;\frac{1}{4}\right)\breve{a}P$	19	$\tilde{2}\,\tilde{s}^{\frac{1}{4}}$	$P\,2_1\,s_1^{\frac{1}{4}}$	Γ_0	—dihelikisch-helicoidisch ($^1/_4$)	Дитрансгирно-интер-трансаксиальн. гр P	Ditransgyrisch-inter transaxial — P	$g^{2t}\,(a^t)\, P$
C 5	2 D = 5	$D_2\, c\, 112$	$C\,222_1$	$C\,222_1$	$C\,222_1$	$\breve{2}\,aC$	21	$\tilde{2}'\,s$	$C\,2_1\,s$	Γ'_0	—dihelikisch-sphenoidisch	Дитрансгирно-аксиальная гр. C	Ditransgyrisch-axial — C	$g^{2t}\, a\, C$
C 6	2 D = 6	$D_2\, c\, 111$	$C\,222$	$C\,222$	$C\,222$	$2\,aC$	20	$2'\,s$	$C\,2\,s$	Γ'_0	—digyrisch-sphenoidisch	Дигирно-аксиальная гр. C	Digyrisch-axial — C	$g^2\, a\, C$
C 7	2 D = 7	$D_2\, f\, 111$	$F\,222$	$F\,222$	$F\,222$	$2\,aF$	22	$2'''\,s$	$F\,2\,s$	Γ'''_0	—digyrisch-sphenoidisch	Дигирно-аксиальная гр. F	Digyrisch-axial — F	$g^2\, a\, F$
C 8	2 D = 8	$D_2\, i\, 111$	$I\,222$	$I\,222$	$I\,222$	$2\,aI$	23	$2''\,s$	$I\,2\,s$	Γ''_0	—digyrisch-sphenoidisch	Дигирно-аксиальная гр. I	Digyrisch-axial — I	$g^2\, a\, I$
C 9	2 D = 9	$D_2\, i\, 112$	$I\,2_12_12_1$	$I2_12_12_1$	$I\,2_12_12_1$	$\breve{2}\,aI$	24	$2''\tilde{s}$	$I\,2\,s_1$	Γ''_0	—digyrisch-helicoidisch	Дигирно-трансаксиальная гр. I	Digyrisch-transaxial — I	$g^2\, a^t\, I$

Таблица II

Различные обозначения пространственных групп симметрии (Verschiedene Raumgruppenbezeichnungen)

№№ по порядку	Федоров Е. I Fedorow E. I ed. (1890; *15*)	Федоров Е. II (1895; *17*) Fedorow E. II	Уравнения Федорова Е. Algebraische Gleichungen von Fedorow (*15–19, 8–9*)	Федоров Е. III (1890–1900; *18, 19*) Fedorow E. III	Барлоу В. (1894; *23, 25*) Barlow W.	Шенфлис А. I (1887–1890; *46–50*) Schoenflies A. I	Шенфлис А. II (1891; *51*) Schoenflies A. II	Шенфлис А. III (1923; *53*) Schoenflies A. III	Ниггли П. (1919–1928; *33, 34*) Niggli P.	Хилтон Г. I (1903; *26*) Hilton H. I	Вайкофф Р. I и другие (*63, 1, 30* и др.) Wyckoff R. und andere	Хилтон Г. II (1922; *29*) Hilton H. II	Вайкофф Р. II (1923; *64*) Wyckoff R. II	Германн С. (1928; *22*) Hermann C.	Моген Х. I (1931; *32*) Mauguin Ch. I	Моген Х. II (1931; *32*) Mauguin Ch. II	Моген Х. III (1931; *32, 30, 11, 20*) Mauguin Ch. III	Богомолов С. А. (1934; *9*) Bogomolof S.	№№ по Шибольду Е. (1929; *44*) von Schiebold E.	Шибольд Е. I (1927–1929; *43, 44*) Schiebold E. I
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
Агирная (триклинная) сингония = G^0 — Agyrische (trikline) Syngonie = G^0																				
Примитивный (моноэдрический) вид симметрии = g^0 — Primitiv (pedial) = g^0																				
1	1s	1s	$y=b+\lambda;\ z=c+\lambda_0;\ v=d+\lambda_1$	1	65	—	$\mathfrak{C}_1$	$\mathfrak{C}_1$	$\mathfrak{C}_1$	C_1^1	C_1^1	A1	$1C=1$	C_1p	$P1$	[illegible]	$P1$	$1P$	1	p
Центральный (пинакоидальный) вид симметрии = g^0c — Zentral (pinakoidal) = g^0c																				
2	2s	2s	$y-n^\pi\cdot b+\lambda;\ z=n^\pi\cdot c+\lambda_0;\ v=n^\pi\cdot d+\lambda$	1π	$65a_1$	—	$\mathfrak{C}_i$	γ_1	$\mathfrak{C}_i$	C_i^1	C_i^1	a1	$1Ci=1$	S_2p	$P\bar{1}$	[illegible]	$P\bar{1}$	$\dot{2}P$	2	pi
Моногирная (моноклинная) сингония = G^1 — Monogyrische Syngonie = G^1																				
Планальный (доматический анаксиальный) вид симметрии = g^1p — Planal (domatisch) = g^1p																				
3	5s	5s	$+\lambda;+\lambda_0;\ +\lambda_1$	1χ	$65B_1$	—	$\mathfrak{C}_s^1$	$\mathfrak{C}_{1h}^1$	$\mathfrak{C}_s^1$	C_s^1	C_s^1	b1	$2C=1$	$C_sp\mu$	Pm	[illegible]	Pm	HP	6	d
4	1h	1h	$+\lambda;\ +\lambda_0;\ +\chi\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	$1\chi 1$	$65B_2$	—	$\mathfrak{C}_s^2$	$\mathfrak{C}_{1h}^2$	$\mathfrak{C}_s^2$	C_s^2	C_s^2	b2	$2C=2$	C_spa	Pc	[illegible]	Pc	$H\left[0;\frac{1}{2}\right]P$	7	δ
5	6s	6s	$+f\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +\lambda_1$	$1\chi'$	$65B_3$	—	$\mathfrak{C}_s^3$	$\mathfrak{C}_{1h}^3$	$\mathfrak{C}_s^3$	C_s^3	C_s^3	b3	$2C=3$	$C_sa\mu$	Cm	[illegible]	Cm	HA	8	d′
6	2h	2h	$+f\cdot\frac{\lambda}{2}+f\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +\chi\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	$1\chi'1$	$65B_4$	—	$\mathfrak{C}_s^4$	$\mathfrak{C}_{1h}^4$	$\mathfrak{C}_s^4$	C_s^4	C_s^4	b4	$2C=4$	C_saa	Cc	[illegible]	Cc	$H\left[0;\frac{1}{2}\right]A$	9	δ′
Аксиальный (сфеноидрический аксиальный) вид симметрии = g^1a — Axial (sphenoidisch) = g^1a																				
7	3s	3s	$+\lambda;\ +\lambda_0;\ +\lambda_1$	2	63	$\mathfrak{C}_1$ (2)	$\mathfrak{C}_2^1$	$\mathfrak{C}_2^1$	$\mathfrak{C}_2^1$	$\frac{1}{2}$	C_2^1	B1	$2C=1$	$C_2\,p1$	$P2$	2	$P2$	$2P$	3	[illegible]
8	1a	1a	$+i\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\lambda_0;+\lambda_1$	(1)	62	$\mathfrak{C}_2$ (2)	$\mathfrak{C}_2^2$	$\mathfrak{C}_2^2$	$\mathfrak{C}_2^2$	C_2^2	C_2^2	B2	$C2=2$	$C_2\,p2$	$P2_1$	2_1	$P2_1$	$\breve{2}P$	4	[illegible]
9	4s	4s	$+f\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +\lambda_1$	3	64	$\mathfrak{C}_3$ (2)	$\mathfrak{C}_2^3$	$\mathfrak{C}_2^3$	$\mathfrak{C}_2^3$	C_2^3	C_2^3	B3	$2C=3$	$C_2\,a1$	$C2$	$C2$	$C2$	$2A$	5	[illegible]
Планаксиальный (призматический) вид симметрии = g^1ap — Planaxial (prismatisch) = g^1ap																				
10	7s	7s	$+\lambda;\ +\lambda_0;\ +\lambda_1$	2χ	$63a_1$	$\mathfrak{C}_1^h$ (2)	$\mathfrak{C}_{2,\,h}^1$	$\mathfrak{C}_{2h}^1$	$\mathfrak{C}_{2h}^1$	C_{2h}^1	C_{2h}^1	Ba 1	$2\,Ci=1$	$C_{2h}\ p\mu 1$	$P\frac{2}{m}$	$2\ m$	$P\frac{2}{m}$	$2\,HP$	10	(sd)
11	2a	2a	$+i\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\lambda_0;\ +\lambda_1$	$1\ (\chi 1)$	$62a_1$	$\mathfrak{C}_2^h$ (2)	$\mathfrak{C}_{2,\,h}^2$	$\mathfrak{C}_{2h}^2$	$\mathfrak{C}_{2h}^2$	C_{2h}^2	C_{2h}^2	Ba 2	$2\,Ci=2$	$C_{2h}\ p\mu 2$	$P\frac{2_1}{m}$	$2_1\ m$	$P\frac{2_1}{m}$	$\breve{2}\,HP$	12	$(\tilde{s}d)$
12	8s	8s	$+f\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +\lambda_1$	3χ	$64a_1$	$\mathfrak{C}_3^h$ (2)	$\mathfrak{C}_{2,\,h}^3$	$\mathfrak{C}_{2h}^3$	$\mathfrak{C}_{2h}^3$	C_{2h}^3	C_{2h}^3	Ba 3	$2\,Ci=3$	$C_{2h}\ a\mu 1$	$C\frac{2}{m}$	$C\ 2m$	$C\frac{2}{m}$	$2HA$	14	(s^1d^1)
13	3h	3h	$+\lambda;\ +\lambda_0;\ +\chi\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	$2\chi 1$	$63a_2$	$\mathfrak{C}_1^i$ (2)	$\mathfrak{C}_{2,\,h}^4$	$\mathfrak{C}_{2h}^4$	$\mathfrak{C}_{2h}^4$	C_{2h}^4	C_{2h}^4	Ba 4	$2\,Ci=4$	$C_{2h}\ pa1$	$P\frac{2}{c}$	$2\ c$	$P\frac{2}{c}$	$2\,H\left[0;\frac{1}{2}\right]P$	11	$(s\delta)$
14	3a	3a	$+i\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\lambda_0;\ +\chi\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	$1\ (\chi 2)$	$62a_2$	$\mathfrak{C}_2^i$ (2)	$\mathfrak{C}_{2,\,h}^5$	$\mathfrak{C}_{2h}^5$	$\mathfrak{C}_{2h}^5$	C_{2h}^5	C_{2h}^5	Ba 5	$2\,Ci=5$	$C_{2h}\ pa2$	$P\frac{2_1}{c}$	$2_1\ c$	$P\frac{2_1}{c}$	$\breve{2}\,H\left[0;\frac{1}{2}\right]P$	13	[illegible]
15	4h	4h	$+f\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2}\quad +\chi\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	$3\chi 1$	$64a_2$	$\mathfrak{C}_3^i$ (2)	$\mathfrak{C}_{2,\,h}^6$	$\mathfrak{C}_{2h}^6$	$\mathfrak{C}_{2h}^6$	C_{2h}^6	C_{2h}^6	Ba 6	$2\,Ci=6$	$C_{2h}\ aa1$	$C\frac{2}{c}$	$C\ 2c$	$C\frac{2}{c}$	$2\,H\left[0;\frac{1}{2}\right]A$	15	[illegible]
Дигирная (ромбическая) сингония = G^2 — Digyrische (rhombische) Syngonie = G^2																				
Планальный (ромбопирамидальный) вид симметрии = g^2p — Planal (rh. pyramidal) = g^2p																				

15	$4h$	$4h$	$+f\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2}\ \ +\chi\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	$3\chi 1$	$64a_2$	$\mathfrak{C}_3^1(2)$	$\mathfrak{C}_{2,h}^6$	$\mathfrak{C}_{2h}^6$	$\mathfrak{C}_{2h}^6$	C_{2h}^6	C_{2h}^6	$Ba\,6$	$2\,Ci=6$	$C_{2h}\,aal$	$C\frac{}{c}$	$C\,2c$	$C\frac{}{c}$				

Дигирная (ромбическая) сингония $= G^2$ — Digyrische (rhombische) Syngonie $= G^2$

Планальный (ромбопирамидальный) вид симметрии $= g^2p$ — Planal (rh. pyramidal) $= g^2p$

16	$13s$	$13s$	$+\lambda;\ +\lambda_0;\ +\lambda_1$	2φ	$56\,B_1$	$\mathfrak{C}_1^s(2)$	$\mathfrak{C}_{2,v}^1$	$\mathfrak{C}_{2v}^1$	$\mathfrak{C}_{2v}^1$	C_{2v}^1	C_{2v}^1	$c\,1$	$2e=1$	$C_{2v}\,p\mu\mu$	$Pmm\,2$	mm	Pmm	$2\,VP$	25	$2\,d$	P
17	$9a$	$9a$	$+i\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\lambda_0;\ +\lambda_1$	$1\,(\varphi 1)$	$53\,B_1$	$\mathfrak{C}_2^s(2)$	$\mathfrak{C}_{2,v}^2$	$\mathfrak{C}_{2v}^2$	$\mathfrak{C}_{2v}^2$	C_{2v}^2	C_{2v}^2	$c\,2$	$2e=2$	$C_{2v}\,p\mu\gamma$	$Pmc\,2_1$	mc	Pmc	$\breve{2}\,VP$	31	$\tilde{2}\,d$	P
18	$5h$	$5h$	$+\varphi\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\lambda_0;\ +\lambda_1$	$2\varphi 1$	$56\,B_2$	$\mathfrak{C}_1^s(2)$	$\mathfrak{C}_{2,v}^3$	$\mathfrak{C}_{2v}^3$	$\mathfrak{C}_{2v}^3$	C_{2v}^3	C_{2v}^3	$c\,3$	$2e=3$	$C_{2v}\,p\gamma\gamma$	$Pcc\,2$	cc	Pcc	$2\,V\left[\frac{1}{2};0\right]P$	26	$2\,\delta_p$	P
19	$6h$	$6h$	$+\lambda;\ +\varphi\cdot\frac{\lambda_0}{2};+\lambda_1$	$2\varphi 2$	$56\,B_3$	$\mathfrak{C}_1^m(2)$	$\mathfrak{C}_{2,v}^4$	$\mathfrak{C}_{2v}^4$	$\mathfrak{C}_{2v}^4$	C_{2v}^4	C_{2v}^4	$c\,4$	$2e=4$	$C_{2v}\,p\mu\alpha$	$Pma\,2$	ma	Pma	$2\,V\left[0;\frac{1}{2}\right]P$	27	$2\,\delta_0$	P
20	$11a$	$11a$	$+i\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\varphi\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +\lambda_1$	$1\,(\varphi 3)$	$53\,B_3$	$\mathfrak{C}_2^m(2)$	$\mathfrak{C}_{2,v}^5$	$\mathfrak{C}_{2v}^5$	$\mathfrak{C}_{2v}^5$	C_{2v}^5	C_{2v}^5	$c\,5$	$2e=5$	$C_{2v}\,p\beta\gamma$	$Pca\,2_1$	ca	Pca	$\breve{2}\,V\left[0;\frac{1}{2}\right]P$	32	$\tilde{2}\,\delta_0$	P
21	$7a$	$7h$	$+\varphi\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\varphi\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +\lambda_1$	$2\varphi 3$	$56\,B_1$	$\mathfrak{C}_1^m(2)$	$\mathfrak{C}_{2,v}^6$	$\mathfrak{C}_{2v}^6$	$\mathfrak{C}_{2v}^6$	C_{2v}^6	C_{2v}^6	$c\,6$	$2e=6$	$C_{2v}\,p\gamma\nu$	$Pcn\,2_1$	cn	Pnc	$2\,V\left[\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]P$	28	$2\,\delta_k$	P
22	$10a$	$10a$	$+i\cdot\frac{\lambda}{2}:+\lambda_0;\ +\varphi\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	$1\,(\varphi 2)$	$53\,B_2$	$\mathfrak{C}_2^m(2)$	$\mathfrak{C}_{2,v}^7$	$\mathfrak{C}_{2v}^7$	$\mathfrak{C}_{2v}^7$	C_{2v}^7	C_{2v}^7	$c\,7$	$2e=7$	$C_{2v}\,p\mu\nu$	$Pmn\,2$	mn	Pmn	$\breve{2}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)VP$	33	$\tilde{2}\,\delta_k$	P
23	$9h$	$9h$	$+\lambda;\ +\varphi\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +\varphi\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	$2\varphi 5$	$56\,B_5$	$\mathfrak{C}_1^m(2)$	$\mathfrak{C}_{2,v}^8$	$\mathfrak{C}_{2v}^8$	$\mathfrak{C}_{2v}^8$	C_{2v}^8	C_{2v}^8	$c\,8$	$2e=8$	$C_{2v}\,p\beta\alpha$	$Pba\,2$	ba	Pba	$2\cdot\left(\frac{1}{4}\right)V\left[0;\frac{1}{2}\right]P$	29	$2\,\delta_0^{\frac{1}{4}}$	P
24	$12a$	$12a$	$+i\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\varphi\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +\varphi\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	$1\,(\varphi 4)$	$53\,B_4$	$\mathfrak{C}_2^{m_1}(2)$	$\mathfrak{C}_{2,v}^9$	$\mathfrak{C}_{2v}^9$	$\mathfrak{C}_{2v}^9$	C_{2v}^9	C_{2v}^9	$c\,9$	$2e=9$	$C_{2v}\,p\beta\nu$	$Pna\,2$	na	Pna	$\breve{2}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)V\left[0;\frac{1}{2}\right]P$	34	$\tilde{2}\,\delta_0^{\frac{1}{4}}$	P
25	$8h$	$8h$	$+\varphi\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\varphi\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +\varphi\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	$2\varphi 4$	$56\,B_6$	$\mathfrak{C}_1^{m_1}(2)$	$\mathfrak{C}_{2,v}^{10}$	$\mathfrak{C}_{2v}^{10}$	$\mathfrak{C}_{2v}^{10}$	C_{2v}^{10}	C_{2v}^{10}	$c\,10$	$2e=10$	$C_{2v}\,p\nu\nu$	$Pnn\,2$	nn	Pnn	$2\cdot\left(\frac{1}{4}\right)V\left[\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]P$	30	$2\,\delta_k^{\frac{1}{4}}$	P
26	$14s$	$14s$	$+\lambda;\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	$2\varphi'$	$59\,B_1$	$\mathfrak{C}_1^d(2)$	$\mathfrak{C}_{2,v}^{11}$	$\mathfrak{C}_{2v}^{11}$	$\mathfrak{C}_{2v}^{11}$	C_{2v}^{11}	C_{2v}^{11}	$c\,11$	$2e=11$	$C_{2v}\,c\mu\mu$	$Cmm\,2$	Cmm	Cmm	$2\,VC$	35	$2'_{xy}\,d$	C
27	$13a$	$13a$	$+i\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	$1\,(\varphi 5)$	$57\,B_1$	$\mathfrak{C}_2^d(2)$	$\mathfrak{C}_{2,v}^{12}$	$\mathfrak{C}_{2v}^{12}$	$\mathfrak{C}_{2v}^{12}$	C_{2v}^{12}	C_{2v}^{12}	$c\,12$	$2e=12$	$C_{2v}\,c\mu\gamma$	$Cmc\,2_1$	Cmc	Cmc	$\breve{2}\,VC$	37	$\tilde{2}'_{xy}\,d$	C
28	$10h$	$10h$	$+\varphi\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	$2\varphi' 1$	$59\,B_2$	$\mathfrak{C}_1^d(2)$	$\mathfrak{C}_{2,v}^{13}$	$\mathfrak{C}_{2v}^{13}$	$\mathfrak{C}_{2v}^{13}$	C_{2v}^{13}	C_{2v}^{13}	$c\,13$	$2e=13$	$C_{2v}\,c\gamma\gamma$	$Ccc\,2$	Ccc	Ccc	$2\,V\left[\frac{1}{2};0\right]C$	36	$2'_{xy}\,\delta_p$	C
29	$15s$	$15s$	$+f\cdot\frac{\lambda}{2}:\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +\lambda_1$	3φ	$59\,B_3$	$\mathfrak{C}_3^s(2)$	$\mathfrak{C}_{2,v}^{14}$	$\mathfrak{C}_{2v}^{14}$	$\mathfrak{C}_{2v}^{14}$	C_{2v}^{14}	C_{2v}^{14}	$c\,14$	$2e=14$	$C_{2v}\,a\mu\mu$	$Amm\,2$	Amm	Amm	$2\,VA$	38	$2'_{yz}\,d$	A
30	$11h$	$11h$	$+(f+\varphi)\cdot\frac{\lambda}{2}:\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +\lambda_1$	$3\varphi 1$	$59\,B_4$	$\mathfrak{C}_3^s(2)$	$\mathfrak{C}_{2,v}^{15}$	$\mathfrak{C}_{2v}^{15}$	$\mathfrak{C}_{2v}^{15}$	C_{2v}^{15}	C_{2v}^{15}	$c\,15$	$2e=15$	$C_{2v}\,a\beta\mu$	$Abm\,2$	Abm	Abm	$2\,V\left[\frac{1}{2};0\right]A$	39	$2'_{yz}\,\delta_p$	A
31	$12h$	$12h$	$+f\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +\varphi\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	$3\varphi 2$	$59\,B_5$	$\mathfrak{C}_3^m(2)$	$\mathfrak{C}_{2,v}^{16}$	$\mathfrak{C}_{2v}^{16}$	$\mathfrak{C}_{2v}^{16}$	C_{2v}^{16}	C_{2v}^{16}	$c\,16$	$2e=16$	$C_{2v}\,a\mu\alpha$	$Ama\,2$	Ama	Ama	$2\cdot\left(\frac{1}{4}\right)VA$	40	$2'_{yz}\,\delta_0$	A
32	$13h$	$13h$	$+(f+\varphi)\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +\varphi\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	$3\varphi 3$	$59\,B_6$	$\mathfrak{C}_3^m(2)$	$\mathfrak{C}_{2,v}^{17}$	$\mathfrak{C}_{2v}^{17}$	$\mathfrak{C}_{2v}^{17}$	C_{2v}^{17}	C_{2v}^{17}	$c\,17$	$2e=17$	$C_{2v}\,a\beta\alpha$	$Aba\,2$	Aba	Aba	$2\cdot\left(\frac{1}{4}\right)V\left[\frac{1}{2};0\right]A$	41	$2'_{yz}\,\delta_k$	A
33	$17s$	$17s$	$+f\cdot\frac{\lambda}{2};\ +(f+g)\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +g\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	$3\varphi''$	$61\,B_1$	$\mathfrak{C}_3^s(2)$	$\mathfrak{C}_{2,v}^{18}$	$\mathfrak{C}_{2v}^{18}$	$\mathfrak{C}_{2v}^{18}$	C_{2v}^{18}	C_{2v}^{18}	$c\,18$	$2e=18$	$C_{2v}\,f\mu\mu$	$Fmm\,2$	Fmm	Fmm	$2\,VF$	42	$2''\,d$	F
34	$17h$	16_h	$+f\cdot\frac{\lambda}{2}+\varphi\frac{\lambda}{4};\ (f+g)\cdot\frac{\lambda_0}{2}+\varphi\cdot\frac{\lambda_0}{4};\ +g\cdot\frac{\lambda_1}{2}+\varphi\cdot\frac{\lambda_1}{4}$	$3\varphi'' 1$	$61\,B_2$	$\mathfrak{C}_3^m(2)$	$\mathfrak{C}_{2,v}^{19}$	$\mathfrak{C}_{2v}^{19}$	$\mathfrak{C}_{2v}^{19}$	C_{2v}^{19}	C_{2v}^{19}	$c\,19$	$2e=19$	$C_{2v}\,f\delta\delta$	$Fdd\,2$	Fdd	Fdd	$2\cdot\left(\frac{1}{8}\right)V\left[\frac{1}{4};\frac{1}{4}\right]F$	43	$2'''\,\delta_k^{\frac{1}{8}}$	F
35	$16s$	$16s$	$+f\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	$3\varphi'$	$58\,B_1$	$\mathfrak{C}_3^d(2)$	$\mathfrak{C}_{2,v}^{20}$	$\mathfrak{C}_{2v}^{20}$	$\mathfrak{C}_{2v}^{20}$	C_{2v}^{20}	C_{2v}^{20}	$c\,20$	$2e=20$	$C_{2v}\,i\mu\mu$	$Imm\,2$	Imm	Imm	$2\,VI$	44	$2''\,d$	I
36	$15h$	$15h$	$+(f+\varphi)\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	$3\varphi' 2$	$58\,B_2$	$\mathfrak{C}_3^{d_1}(2)$	$\mathfrak{C}_{2,v}^{21}$	$\mathfrak{C}_{2v}^{21}$	$\mathfrak{C}_{2v}^{21}$	C_{2v}^{21}	C_{2v}^{21}	$c\,21$	$2e=21$	$C_{2v}\,i\beta\alpha$	$Iba\,2$	Iba	Iba	$2\,V\left[\frac{1}{2};0\right]I$	45	$2''\,\delta_p$	I
37	$14h$	$14h$	$+f\cdot\frac{\lambda}{2};\ +(f+\varphi)\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	$3\varphi' 1$	$58\,B_3$	$\mathfrak{C}_3^d(2)$	$\mathfrak{C}_{2,v}^{22}$	$\mathfrak{C}_{2v}^{22}$	$\mathfrak{C}_{2v}^{22}$	C_{2v}^{22}	C_{2v}^{22}	$c\,22$	$2e=22$	$C_{2v}\,i\mu\alpha$	$Ima\,2$	Ima	Ima	$2\,V\left[0;\frac{1}{2}\right]I$	46	$2''\,\delta_0$	I

Аксиальный (ромботетраэдрический) вид симметрии $= g^2a$ — Axial (rh. bisphenoidisch) $= g^2a$

38	$9s$	$9s$	$+\lambda;\ +\lambda_0;\ +\lambda_1$	4	56	$\mathfrak{B}_4$	$\mathfrak{B}^1$	$\mathfrak{B}^1$	$\mathfrak{B}^1$	Q^1 или D_2^1	V^1	$C\,1$	$2\,D=1$	$D_2\,p\,111$	$P\,222$	222	$P\,222$	$2\,aP$	16	$2\,s$
39	$4a$	$4a$	$+\iota\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\lambda_0;\ +\lambda$	(3)	53	$\mathfrak{B}_7$	$\mathfrak{B}^2$	$\mathfrak{B}^2$	$\mathfrak{B}^2$	Q^2 „ D_2^2	V^2	$C\,2$	$2\,D=2$	$D_2\,p\,112$	$P\,222_1$	222_1	$P\,222_1$	$\breve{2}\,aP$	18	$\tilde{2}\,s$
40	$7a$	$7a$	$+\lambda;\ +h\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +h\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	(2)	55	$\mathfrak{B}_8$	$\mathfrak{B}^3$	$\mathfrak{B}^3$	$\mathfrak{B}^3$	Q^3 „ D_2^3	V^3	$C\,3$	$2\,D=3$	$D_2\,p\,122$	$P\,2_12_12$	2_12_12	$P\,2_12_12$	$2\cdot\left(0;\frac{1}{4}\right)\breve{a}P$	17	$2\tilde{s}^{\frac{1}{4}}$
41	$8a$	$8a$	$+i\cdot\frac{\lambda}{2};\ +(h+i)\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +i\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	(14)	54	$\mathfrak{B}_9$	$\mathfrak{B}^4$	$\mathfrak{B}^4$	$\mathfrak{B}^4$	Q^4 „ D_2^4	V^4	$C\,4$	$2\,D=4$	$D_2\,p\,222$	$P\,2_12_12_1$	$2_12_12_1$	$P\,2_12_12_1$	$\breve{2}\cdot\left(0;\frac{1}{4}\right)\breve{a}P$	19	$\tilde{2}\tilde{s}^{\frac{1}{4}}$
42	$5a$	$5a$	$+i\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	(4)	57	$\mathfrak{B}_6$	$\mathfrak{B}^5$	$\mathfrak{B}^5$	$\mathfrak{B}^5$	Q^5 „ D_2^5	V^5	$C\,5$	$2\,D=5$	$D_2\,c\,112$	$C\,222_1$	$C\,222_1$	$C\,222_1$	$\breve{2}\,aC$	21	$\tilde{2}'\,s$
43	$10s$	$10s$	$+\lambda;\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	5	59	$\mathfrak{B}_3$	$\mathfrak{B}^6$	$\mathfrak{B}^6$	$\mathfrak{B}^6$	Q^6 „ D_2^6	V^6	$C\,6$	$2\,D=6$	$D_2\,c\,111$	$C\,222$	$C\,222$	$C\,222$	$2\,aC$	20	$2'\,s$
44	$12s$	$12s$	$+f\cdot\frac{\lambda}{2};\ +(f+g)\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +g\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	7	61	$\mathfrak{B}_2$	$\mathfrak{B}^7$	$\mathfrak{B}^7$	$\mathfrak{B}^7$	Q^7 „ D_2^7	V^7	$C\,7$	$2\,D=7$	$D_2\,f\,111$	$F\,222$	$F\,222$	$F\,222$	$2\,aF$	22	$2'''\,s$
45	$11s$	$11s$	$+f\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	6	60	$\mathfrak{B}_1$	$\mathfrak{B}^8$	$\mathfrak{B}^8$	$\mathfrak{B}^8$	Q^8 „ D_2^8	V^8	$C\,8$	$2\,D=8$	$D_2\,i\,111$	$I\,222$	$I\,222$	$I\,222$	$2\,aI$	23	$2''\,s$
46	$6a$	$6a$	$+(i+f)\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda}{2}$	(5)	58	$\mathfrak{B}_5$	$\mathfrak{B}^9$	$\mathfrak{B}^9$	$\mathfrak{B}^9$	Q^9 „ D_2^9	V^9	$C\,9$	$2\,D=9$	$D_2\,i\,112$	$I\,2_12_12_1$	$I2_12_12_1$	$I\,2_12_12_1$	$\breve{2}\,aI$	24	$2'''\tilde{s}$

№№ по порядку	Федоров Е. I (1890; *15*) Fedorow E. I	Федоров Е. II (1895; *17*) Fedorow E. II	Уравнения Федорова Е. Algebraische Gleichungen von Fedorow (*15—19*, *8—9*)	Федоров Е. III (1890—1900; *18*, *19*) Fedorow E. III	Барлоу В. (1894; *23*, *25*) Barlow W.	Шенфлис А. I (1887—1890; *46—50*) Schoenflies A. I	Шенфлис А. II (1891; *51*) Schoenflies A. II	Шенфлис А. III (1923; *53*) Schoenflies A. III	Ниггли П. (1919—1928; *33*, *34*) Niggli P.	Хилтон Г. I (1903; *26*) Hilton H.	Вайкофф Р. I и другие (*63*, *1*, *30*) Wyckoff R. I und andere	Хилтон Г. II (1922; *29*) Hilton H. II	Вайкофф Р. II (1923; *64*) Wyckoff R. II	Германн С. (1928; *22*) Hermann C.	Моген Х. I (1931; *32*) Mauguin Ch. I	Моген Х. II (1931; *32*) Mauguin Ch. II	Моген Х. III (1931; *32*, *30*, *11*, *20*) Mauguin Ch. III	Богомолов С. А. (1934; *9*) Bogomolof S.	№№ по Шибольду Е. (1929; *44*) von Schiebold E.	Шибольд Е. I (1927—1929; *43*, *44*) Schiebold E. I
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21

Тригирная (тригональная) сингония = G^3 — Trigyrische (trigonale) Syngonie = G^3

Планаксиальный (дитригон. скаленоэдрический) вид симметрии = g^3ap — Planaxial (ditrigonal-skalenoëdrisch) = g^3ap

94	56*s*	56*s*	$+\lambda;\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	15*a*	$49a_1$	$\mathfrak{D}_1^a(3)$	$\mathfrak{D}^1_{3,d}$	$\mathfrak{D}^1_{3d}$	$\mathfrak{D}^1_{3d}$	D^1_{3d}	D^1_{3d}	*eB*1	$3Di =$ [illegible]	$D_{3d}h\mu1$	$H\bar3m1$	$\bar31\frac{2}{m}$	$H\bar3m$	$\dot6aP$	96	$3'(sd)$
95	46*h*	46*h*	$+\delta\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	15*a*1	$49a_2$	$\mathfrak{D}_1^i(3)$	$\mathfrak{D}^2_{3,d}$	$\mathfrak{D}^2_{3d}$	$\mathfrak{D}^2_{3d}$	D^2_{3d}	D^2_{3d}	*eB*2	$3Di =$ [illegible]	$D_{3d}h\gamma1$	$H\bar3c1$	$\bar31\frac{2}{c}$	$H\bar3c$	$\left(\frac{1}{4}\right)\dot6aP$	97	$3'(s\delta_p)$
96	55*s*	55*s*	$+\lambda;\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{3};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{3}$	14*a*	$50a_1$	$\mathfrak{D}_3^s(3)$	$\mathfrak{D}^3_{3,d}$	$\mathfrak{D}^3_{3d}$	$\mathfrak{D}^3_{3d}$	D^3_{3d}	D^3_{3d}	*eB*3	$3Di =$ [illegible]	$D_{3d}c\mu1$	$C\bar3m1$	$\bar3\frac{2}{m}1$	$C\bar3m$	$\dot6aC$	94	$3(sd)$
97	45*h*	45*h*	$+\delta\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{3};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{3}$	14*a*1	$50a_2$	$\mathfrak{D}_3^i(3)$	$\mathfrak{D}^4_{3,d}$	$\mathfrak{D}^4_{3d}$	$\mathfrak{D}^4_{3d}$	D^4_{3d}	D^4_{3d}	*eB*4	$3Di = 4$	$D_{3d}c\gamma1$	$C\bar3c1$	$\bar3\frac{2}{c}1$	$C\bar3c$	$\left(\frac{1}{4}\right)\dot6aC$	95	$3(s\delta_p)$
98	57*s*	57*s*	$+g\cdot\frac{\lambda}{3};\ +(f+g)\cdot\frac{\lambda_0}{3};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{3}$	16*a*	$52a_1$	$\mathfrak{D}_5^a(3)$	$\mathfrak{D}^5_{3,d}$	$\mathfrak{D}^5_{3d}$	$\mathfrak{D}^5_{3d}$	D^5_{3d}	D^5_{3d}	*eB*5	$3Di = 5$	$D_{3d}r\mu1$	$R\bar3m$	$R\bar3\frac{2}{m}$	$R\bar3m$	$\dot6aF$	98	$3_{rh}(sd)$
99	47*h*	47*h*	$+\delta\cdot\frac{\lambda}{2}+g\cdot\frac{\lambda}{3};\ +(f+g)\cdot\frac{\lambda_0}{3};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{3}$	16*a*1	$52a_2$	$\mathfrak{D}_5^i(3)$	$\mathfrak{D}^6_{3,d}$	$\mathfrak{D}^6_{3d}$	$\mathfrak{D}^6_{3d}$	D^6_{3d}	D^6_{3d}	*eB*6	$3Di = 6$	$D_{3d}r\gamma1$	$R\bar3c$	$R\bar3\frac{2}{c}$	$R\bar3c$	$\left(\frac{1}{4}\right)\dot6aF$	99	$3_{rh}(s\delta_p)$

Тетрагирная (тетрагональная) сингония = G^4 — Tetragyrische (tetragonale) Syngonie = G^4

Примитивный (тетрагон.-пирамидальный) вид симметрии = g^4 — Primitiv (tetragonal-pyramidal) = g^4

100	22*s*	22*s*	$+\lambda;\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	8	34	$\mathfrak{C}_1(4)$	$\mathfrak{C}^1_4$	$\mathfrak{C}^1_4$	$\mathfrak{C}^1_4$	C^1_4	C^1_4	*D*1	$4C = 1$	C_4p1	$P4$	4	$P4$	$4P$	100	$4p$
101	31*a*	30*a*	$+i\cdot\frac{\lambda}{4};\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	(15)	26	$\mathfrak{C}_2(4)$	$\mathfrak{C}^2_4$	$\mathfrak{C}^2_4$	$\mathfrak{C}^2_4$	C^2_4	C^2_4	*D*2	$4C = 2$	C_4p4	$P4_1$	4_1	$P4_1$	$4\left[+\frac{1}{4}\right]P$	101	$\left(\frac{1}{4}\tilde4\right)p$
102	33*a*	33*a*	$+i\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	(6)	29	$\mathfrak{C}_3(4)$	$\mathfrak{C}^3_4$	$\mathfrak{C}^3_4$	$\mathfrak{C}^3_4$	C^3_4	C^3_4	*D*3	$4C = 3$	C_4p2	$P4_2$	4_2	$P4_2$	$4\left[\frac{1}{2}\right]P$	102	$\left(\frac{1}{4}\tilde4\right)p$
103	30*a*	31*a*	$-i\cdot\frac{\lambda}{4};\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	(16)	27	$\mathfrak{C}_2^1(4)$	$\mathfrak{C}^4_4$	$\mathfrak{C}^4_4$	$\mathfrak{C}^4_4$	C^4_4	C^4_4	*D*4	$4C = 4$	$C_4p\bar4$	$P4_3$	4_3	$P4_3$	$4\left[-\frac{1}{4}\right]P$	103	$\left(\frac{3}{4}\tilde4\right)p$
104	23*s*	23*s*	$+f\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	9	38	$\mathfrak{C}_5(5)$	$\mathfrak{C}^5_4$	$\mathfrak{C}^5_4$	$\mathfrak{C}^5_4$	C^5_4	C^5_4	*D*5	$4C =$ [illegible]	[illegible]	$I4$	$I4$	$I4$	$4I$	104	$4''p$
105	32*a*	32*a*	$+i\cdot\frac{\lambda}{4}+f\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	(17)	28	$\mathfrak{C}_4(4)$	$\mathfrak{C}^6_4$	$\mathfrak{C}^6_4$	$\mathfrak{C}^6_4$	C^6_4	C^6_4	*D*6	$4C = 6$	C_4i4	$I4_1$	$I4_1$	$I4_1$	$4\left[\frac{1}{4}\right]I$	105	$\left(\frac{1}{4}\tilde4\right)'''p$ или $\left(\frac{1}{4}\tilde4\right)''p$

Центральный (тетрагон.-дипирамидальный) вид симметрии = g^4c — Zentral (tetragonal.-bipyramidal) = g^4c

106	28*s*	28*s*	$+\lambda;\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	8χ	$34a_1$	$\mathfrak{C}_1^h(4)$	$\mathfrak{C}^1_{4,h}$	$\mathfrak{C}^1_{4h}$	$\mathfrak{C}^1_{4h}$	C^1_{4h}	C^1_{4h}	*Da*1	$4Ci$[illegible]	$C_{4h}p\mu1$	$P\frac{4}{m}$	$4m$	$P\frac{4}{m}$	$4Hp$	106	$4pi$
107	41*a*	41*a*	$+i\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	$6(\chi1)$	$29a_1$	$\mathfrak{C}_3^h(4)$	$\mathfrak{C}^2_{4,h}$	$\mathfrak{C}^2_{4h}$	$\mathfrak{C}^2_{4h}$	C^2_{4h}	C^2_{4h}	*Da*2	$4Ci$[illegible]	$C_{4h}p\mu2$	$P\frac{4_2}{m}$	4_2m	$P\frac{4_2}{m}$	$4\left[\frac{1}{2}\right]HP$	108	$\left(\frac{1}{2}\tilde4\right)pi$
108	29*h*	29*h*	$+\lambda;\ +\chi\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +\chi\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	$8\chi1$	$34a_2$	$\mathfrak{C}_1^i(4)$	$\mathfrak{C}^3_{4,h}$	$\mathfrak{C}^3_{4h}$	$\mathfrak{C}^3_{4h}$	C^3_{4h}	C^3_{4h}	*Da*3	$4Ci$[illegible]	$C_{4h}p\nu1$	$P\frac{4}{n}$	$4n$	$P\frac{4}{n}$	$4H\left[\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right]P$	107	$4pi\left(\frac{1}{4}\ \frac{1}{4}\ 0\right)$
109	42*a*	42*a*	$+i\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\chi\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +\chi\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	$6(\chi2)$	$29a_2$	$\mathfrak{C}_3^i(4)$	$\mathfrak{C}^4_{4,h}$	$\mathfrak{C}^4_{4h}$	$\mathfrak{C}^4_{4h}$	C^4_{4h}	C^4_{4h}	*Da*4	$4Ci$[illegible]	$C_{4h}p\nu2$	$P\frac{4_2}{n}$	4_2n	$P\frac{4_2}{n}$	$4\left[\frac{1}{2}\right]H\left[\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right]P$	109	$\left(\frac{1}{2}\tilde4\right)pi\left(\frac{1}{4}\ \frac{1}{4}\ 0\right)$
110	29*s*	29*s*	$+f\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	9χ	$38a_1$	$\mathfrak{C}_5^h(4)$	$\mathfrak{C}^5_{4,h}$	$\mathfrak{C}^5_{4h}$	$\mathfrak{C}^5_{4h}$	C^5_{4h}	C^5_{4h}	*Da*5	$4Ci$[illegible]	$C_{4h}i\mu1$	$I\frac{4}{m}$	$I4m$	$I\frac{4}{m}$	$4HI$	110	$4''pi$
111	40*a*	40*a*	$+i\cdot\frac{\lambda}{4}+i\chi\cdot\frac{\lambda}{2}+f\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\frac{\lambda_0}{2};\ +(f+\chi)$	$17(\chi1)$	$28a_1$	$\mathfrak{C}_4^i(4)$	$\mathfrak{C}^6_{4,h}$	$\mathfrak{C}^6_{4h}$	$\mathfrak{C}^6_{4h}$	C^6_{4h}	C^6_{4h}	*Da*6	$4Ci$[illegible]	$C_{4h}i\alpha4$	$I\frac{4_1}{a}$	$I4_1a$	$I\frac{4_1}{a}$	$4\left[\frac{1}{4}\right]H\left[0;\ \frac{1}{2}\right]I$	111	$\left(\frac{1}{4}\tilde4\right)'''pi$ или $\left(\frac{3}{4}\tilde4\right)'''pi\left(\frac{1}{8}\frac{1}{8}0\right)$

Планальный (дитетрагон.-пирамидальный) вид симметрии = g^4p — Planal (ditetragonal-pyramidal) = g^4p

112	24*s*	24*s*	$+\lambda;\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	8φ	$34b_1$	$\mathfrak{C}_1^s(4)$	$\mathfrak{C}^1_{4,v}$	$\mathfrak{C}^1_{4v}$	$\mathfrak{C}^1_{4v}$	C^1_{4v}	C^1_{4v}	*Db*1	$4e =$ [illegible]	$C_{4v}p\mu\mu$	$P4mm$	$4mm$	$P4mm$	$4VP$	122	$4d$
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	$8\varphi2$	$34b_2$	$\mathfrak{C}_1^d(4)$	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	*Db*2	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]		

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] $\frac{\lambda_0}{2}$	17 (χ1)	$28a_1$	$\mathfrak{C}_4 (4)$	$\mathfrak{C}_{4,\,h}$	$\mathfrak{C}_{4h}$	$\mathfrak{C}_{4h}$	C_{4h}	C_{4h}	Da6	$4Ci = 6$	$C_{4h}ia4$	$I\,\frac{4_1}{a}$	$I4_1a$	$I\,\frac{4_1}{a}$	$4\left[\frac{1}{4}\right]H\left[0;\ \frac{1}{2}\right]I$	111	$\left(\frac{1}{4}\tilde{4}\right)'''pi$ или $\left(\frac{3}{4}\tilde{4}\right)'''pi\left(\frac{1}{8}\frac{1}{8}0\right)$

Планальный (дитетрагон.-пирамидальный) вид симметрии = g^4p — Planal (ditetragonal-pyramidal) = g^4p

112	24s	24s	$+\lambda;\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	8φ	$34b_1$	$\mathfrak{C}_1^s (4)$	$\mathfrak{C}_{4,\,v}^1$	$\mathfrak{C}_{4v}^1$	$\mathfrak{C}_{4v}^1$	C_{4v}^1	C_{4v}^1	Db1	$4e = 1$	$C_{4v}p\mu\mu$	P4mm	4mm	P4mm	$4VP$	122	$4d$
113	26h	26h	$+\lambda;\ +\varphi\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +\varphi\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	8φ2	$34b_3$	$\mathfrak{C}_1^d (4)$	$\mathfrak{C}_{4,\,v}^2$	$\mathfrak{C}_{4v}^2$	$\mathfrak{C}_{4v}^2$	C_{4v}^2	C_{4v}^2	Db2	$4e =$ [illegible]	$C_{4v}p\beta\mu$	P4bm	4bm	P4bm	$4\cdot\left(\frac{1}{4}\right)V\left[0;\ \frac{1}{2}\right]P$	124	$4\delta_0$
114	37a	37a	$+(i+\varphi)\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	6 (φ2)	$29b_1$	$\mathfrak{C}_3^s (4)$	$\mathfrak{C}_{4,\,v}^3$	$\mathfrak{C}_{4v}^3$	$\mathfrak{C}_{4v}^3$	C_{4v}^3	C_{4v}^3	Db3	$4e =$ [illegible]	$C_{4v}p\gamma\mu$	$P4_2cm$	4cm	P4cm	$4\left[\frac{1}{2}\right]V\left[\frac{1}{2};\ 0\right]P$	126	$\left(\frac{1}{4}\tilde{4}\right)d$
115	38a	38a	$+(i+\varphi)\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\varphi\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +\varphi\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	6 (φ3)	$29b_3$	$\mathfrak{C}_3^d (4)$	$\mathfrak{C}_{4,\,v}^4$	$\mathfrak{C}_{4v}^4$	$\mathfrak{C}_{4v}^4$	C_{4v}^4	C_{4v}^4	Db4	$4e =$ [illegible]	$C_{4v}p\nu\mu$	$P4_2nm$	4nm	P4nm	$4\left[\frac{1}{2}\right]\cdot\left(\frac{1}{4}\right)V\left[\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right]P$	128	$\left(\frac{1}{2}\tilde{4}\right)\delta_0$
116	25h	25h	$+\varphi\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	8φ1	$34b_2$	$\underline{\mathfrak{C}_1^s (4)}$	$\mathfrak{C}_{4,\,v}^5$	$\mathfrak{C}_{4v}^5$	$\mathfrak{C}_{4v}^5$	C_{4v}^5	C_{4v}^5	Db5	$4e =$ [illegible]	$C_{4v}p\gamma\gamma$	P4cc	4cc	P4cc	$4V\left[\frac{1}{2};\ 0\right]P$	123	$4\delta_p$
117	27h	27h	$+\varphi\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\varphi\cdot\frac{\lambda_0}{2}:\ +\varphi\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	8φ3	$34b_4$	$\underline{\mathfrak{C}_1^d (4)}$	$\mathfrak{C}_{4,\,v}^6$	$\mathfrak{C}_{4v}^6$	$\mathfrak{C}_{4v}^6$	C_{4v}^6	C_{4v}^6	Db6	$4e =$ [illegible]	$C_{4v}p\nu\gamma$	P4nc	4nc	P4nc	$4\cdot\left(\frac{1}{4}\right)V\left[\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right]P$	125	$4\delta_k$
118	36a	36a	$+i\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	8 (φ1)	$29b_2$	$\mathfrak{C}_3^a (4)$	$\mathfrak{C}_{4,\,v}^7$	$\mathfrak{C}_{4v}^7$	$\mathfrak{C}_{4v}^7$	C_{4v}^7	C_{4v}^7	Db7	$4e =$ [illegible]	$C_{4v}p\mu\gamma$	$P4_2mc$	4mc	P4mc	$4\left[\frac{1}{2}\right]VP$	127	$\left(\frac{1}{2}\tilde{4}\right)\delta_p$
119	39a	39a	$+i\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\varphi\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +\varphi\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	6 (φ4)	$29b_4$	$\underline{\mathfrak{C}_3^d (4)}$	$\mathfrak{C}_{4,\,v}^8$	$\mathfrak{C}_{4v}^8$	$\mathfrak{C}_{4v}^8$	C_{4v}^8	C_{4v}^8	Db8	$4e =$ [illegible]	$C_{4v}p\beta\gamma$	$P4_2bc$	4bc	P4bc	$4\left[\frac{1}{2}\right]\cdot\left(\frac{1}{4}\right)V\left[0;\ \frac{1}{2}\right]P$	129	$\left(\frac{1}{2}\tilde{4}\right)\delta_k$
120	25s	25s	$+f\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	9φ	$38b_1$	$\mathfrak{C}_5^s (4)$	$\mathfrak{C}_{4,\,v}^9$	$\mathfrak{C}_{4v}^9$	$\mathfrak{C}_{4v}^9$	C_{4v}^9	C_{4v}^9	Db9	$4e =$ [illegible]	$C_{4v}i\mu\mu$	I4mm	4mm	I4mm	$4VI$	130	$4''d$
121	28h	28h	$+(\varphi+f)\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	9 φ1	$38b_2$	$\mathfrak{C}_5^b (4)$	$\mathfrak{C}_{4,\,v}^{10}$	$\mathfrak{C}_{4v}^{10}$	$\mathfrak{C}_{4v}^{10}$	C_{4v}^{10}	C_{4v}^{10}	Db10	$4e =$ [illegible]	$C_{4v}i\beta\mu$	I4cm	4cm	I4cm	$4V\left[\frac{1}{2};\ 0\right]I$	131	$4''\delta_p$
122	34a	34a	$+(2f+i)\cdot\frac{\lambda}{4};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +(f+\varphi)\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	17 (φ1)	$28b_1$	$\mathfrak{C}_4^d (4)$	$\mathfrak{C}_{4,\,v}^{11}$	$\mathfrak{C}_{4v}^{11}$	$\mathfrak{C}_{4v}^{11}$	C_{4v}^{11}	C_{4v}^{11}	Db11	$4e =$ [illegible]	$C_{4v}i\mu\delta$	$I4_1md$	4md	I4md	$4\left[\frac{1}{4}\right]\cdot\left(\frac{1}{4}\right)VI$	133	$\left(\frac{1}{4}\tilde{4}\right)''\delta_k$ или $\left(\frac{3}{4}\tilde{4}\right)''$ [illegible]
123	35a	35a	$+(2f+2\varphi+i)\cdot\frac{\lambda}{4};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +(f+\varphi)\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	17 (2φ)	$28b_2$	$\underline{\mathfrak{C}_4^d (4)}$	$\mathfrak{C}_{4,\,v}^{12}$	$\mathfrak{C}_{4v}^{12}$	$\mathfrak{C}_{4v}^{12}$	C_{4v}^{12}	C_{4v}^{12}	Db12	$4e =$ [illegible]	$C_{4v}i\beta\delta$	$I4_1cd$	4cd	I4cd	$4\left[\frac{1}{4}\right]\cdot\left(\frac{1}{4}\right)V\left[\frac{1}{2};\ 0\right]I$	132	$\left(\frac{1}{4}\tilde{4}\right)''\delta_k$ или $\left(\frac{3}{4}\tilde{4}\right)''$ [illegible]

Аксиальный (тетрагон.-трапецоэдрический) вид симметрии = g^4a — Axial (tetragonal-trapezoëdrisch) = g^4a

124	30s	30s	$+\lambda;\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	10	39	$\mathfrak{D}_1 (4)$	$\mathfrak{D}_4^1$	$\mathfrak{D}_4^1$	$\mathfrak{D}_4^1$	D_4^1	D_4^1	DB1	$4D =$ [illegible]	D_4p111	P422	42	P42	$4aP$	112	$4s$
125	43a	43a	$+\lambda;\ +h\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +h\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	(7)	40	$\mathfrak{D}_2 (4)$	$\mathfrak{D}_4^2$	$\mathfrak{D}_4^2$	$\mathfrak{D}_4^2$	D_4^2	D_4^2	DB2	$4D = 2$	D_4p121	$P42_12$	42_1	$P42_1$	$4\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)\breve{a}P$	113	$4\tilde{s}$
126	45a	44a	$+i\cdot\frac{\lambda}{4}+ih\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	(19)	30	$\mathfrak{D}_3 (4)$	$\mathfrak{D}_4^3$	$\mathfrak{D}_4^3$	$\mathfrak{D}_4^3$	D_4^3	D_4^3	DB3	$4D = 3$	D_4p411	$P4_122$	4_12	$P4_12$	$4\left[+\frac{1}{4}\right]aP$	114	$\left(\frac{1}{4}\tilde{4}\right)s$
127	49a	48a	$+i\cdot\frac{\lambda}{4}+ih\cdot\frac{\lambda}{2};\ +h\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +h\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	(23)	32	$\mathfrak{D}_4 (4)$	$\mathfrak{D}_4^4$	$\mathfrak{D}_4^4$	$\mathfrak{D}_4^4$	D_4^4	D_4^4	DB4	$4D = 4$	D_4p421	$P4_12_12$	4_12_1	$P4_12_1$	$4\left[+\frac{1}{4}\right]\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)\breve{a}P$	115	$\left(\frac{1}{4}\tilde{4}\right)\tilde{s}$
128	47a	47a	$+i\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	(8)	36	$\mathfrak{D}_5 (4)$	$\mathfrak{D}_4^5$	$\mathfrak{D}_4^5$	$\mathfrak{D}_4^5$	D_4^5	D_4^5	DB5	$4D = 5$	D_4p211	$P4_122$	4_22	$P4_22$	$4\left[\frac{1}{2}\right]aP$	[illegible]	$\left(\frac{1}{2}\tilde{4}\right)s$
129	50a	50a	$+(i+h)\cdot\frac{\lambda}{2};\ +h\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +h\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	(18)	37	$\mathfrak{D}_6 (4)$	$\mathfrak{D}_4^6$	$\mathfrak{D}_4^6$	$\mathfrak{D}_4^6$	D_4^6	D_4^6	DB6	$4D = 6$	D_4p221	$P4_22_12$	4_22_1	$P4_22_1$	$4\left[\frac{1}{2}\right]\cdot\left(\frac{1}{4};\ \frac{1}{4}\right)\breve{a}P$	[illegible]	$\left(\frac{1}{2}\tilde{4}\right)\tilde{s}$
130	44a	45a	$-i\cdot\frac{\lambda}{4}+ih\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	(20)	31	$\mathfrak{D}_3^1 (4)$	$\mathfrak{D}_4^7$	$\mathfrak{D}_4^7$	$\mathfrak{D}_4^7$	D_4^7	D_4^7	DB7	$4D = 7$	$D_4p\bar{4}11$	$P4_322$	4_32	$P4_32$	$4\left[-\frac{1}{4}\right]aP$	[illegible]	$\left(\frac{3}{4}\tilde{4}\right)s$
131	48a	49a	$-i\cdot\frac{\lambda}{4}+ih\cdot\frac{\lambda}{2};\ +h\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +h\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	(24)	33	$\mathfrak{D}_4^1 (4)$	$\mathfrak{D}_4^8$	$\mathfrak{D}_4^8$	$\mathfrak{D}_4^8$	D_4^8	D_4^8	DB8	$4D = 8$	$D_4p\bar{4}21$	$P4_32_12$	4_32_1	$P4_32_1$	$4\left[-\frac{1}{4}\right]\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)\breve{a}P$	[illegible]	$\left(\frac{3}{4}\tilde{4}\right)\tilde{s}$
132	31s	31s	$+f\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	11	41	$\mathfrak{D}_7 (4)$	$\mathfrak{D}_4^9$	$\mathfrak{D}_4^9$	$\mathfrak{D}_4^9$	D_4^9	D_4^9	DB9	$4D = 9$	D_4i111	I422	I42	I42	$4aI$	[illegible]	$4''s$
133	46a	46a	$+(2f+i)\cdot\frac{\lambda}{4}+ih\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +f\cdot$ [illegible]	(21)	35	$\mathfrak{D}_8 (4)$	$\mathfrak{D}_4^{10}$	$\mathfrak{D}_4^{10}$	$\mathfrak{D}_4^{10}$	D_4^{10}	D_4^{10}	DB10	$4D = 10$	D_4i411	$I4_122$	$I4_12$	$I4_12$	$4\left[\frac{1}{4}\right]aI$	[illegible]	$\left(\frac{1}{4}\tilde{4}\right)'''s$ или $\left(\frac{3}{4}\tilde{4}\right)'''$ [illegible]

[illegible]анаксиальный (дитетрагон.-дипирамидальный) вид симметрии = g^4ap — Planaxial (ditetrago[illegible]-bipyramidal) = g^4ap

134	36s	36s	$+\lambda;\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	10χ	$39a_1$	$\mathfrak{D}_1^h (4)$	$\mathfrak{D}_{4,\,h}^1$	$\mathfrak{D}_{4h}^1$	$\mathfrak{D}_{4h}^1$	D_{4h}^1	D_{4h}^1	dc1	$4Di = 1$	$D_{4h}p\mu\mu\mu$	$P\frac{4}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{m}$	4mmm	$P\frac{4}{m}mm$	$4aHP$	[illegible]	$4(sd)$
135	35h	35h	$+\chi\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	10χ1	$39a_2$	$\mathfrak{D}_1^m (4)$	$\mathfrak{D}_{4,\,h}^2$	$\mathfrak{D}_{4h}^2$	$\mathfrak{D}_{4h}^2$	D_{4h}^2	D_{4h}^2	dc2	$4Di = 2$	$D_{4h}p\mu\gamma\gamma$	$P\frac{4}{m}\frac{2}{c}\frac{2}{c}$	4mcc	$P\frac{4}{m}cc$	$4a\cdot\left(\frac{1}{4}\right)HP$	[illegible]	$4(s\delta_p)$
136	36h	36h	$+\lambda;\ +\chi\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +\chi\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	10χ2	$39a_3$	$\mathfrak{D}_1^d (4)$	$\mathfrak{D}_{4,\,h}^3$	$\mathfrak{D}_{4h}^3$	$\mathfrak{D}_{4h}^3$	D_{4h}^3	D_{4h}^3	dc3	$4Di = 3$	$D_{4h}p\nu\beta\gamma$	$P\frac{4}{n}\frac{2}{b}\frac{2}{m}$	4nbm	$P\frac{4}{n}bm$	$4aH\left[\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right]P$	[illegible]	$4(s\delta_o)$
137	37h	37h	$+\chi\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\chi\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +\chi\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	10χ3	$39a_4$	$\mathfrak{D}_1^i (4)$	$\mathfrak{D}_{4,\,h}^4$	$\mathfrak{C}_{4h}^4$	$\mathfrak{D}_{4h}^4$	D_{4h}^4	D_{4h}^4	dc4	$4Di = 4$	$D_{4h}p\nu\nu\gamma$	$P\frac{4}{n}\frac{2}{n}\frac{2}{c}$	4nnc	$P\frac{4}{n}nc$	$4a\cdot\left(\frac{1}{4}\right)H\left[\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right]P$	[illegible]	$4(s\delta_k)$
138	54a	54a	$+\lambda;\ +h\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +h\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	7 (χ1)	$40a_1$	$\mathfrak{D}_2^h (4)$	$\mathfrak{D}_{4,\,h}^5$	$\mathfrak{D}_{4h}^5$	$\mathfrak{D}_{4h}^5$	D_{4h}^5	D_{4h}^5	dc5	$4Di = 5$	$D_{4h}p\mu\beta\mu$	$P\frac{4}{m}\frac{2_1}{b}\frac{2}{m}$	4mbm	$P\frac{4}{m}bm$	$4\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)\breve{a}HP$	[illegible]	$4(\tilde{s}\delta_o)$
139	56a	56a	$+\chi\cdot\frac{\lambda}{2};\ +h\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +h\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	7 (χ3)	$40a_2$	$\mathfrak{D}_2^m (4)$	$\mathfrak{D}_{4,\,h}^6$	$\mathfrak{D}_{4h}^6$	$\mathfrak{D}_{4h}^6$	D_{4h}^6	D_{4h}^6	dc6	$4Di = 6$	$D_{4h}p\mu\nu\gamma$	$P\frac{4}{m}\frac{2}{n}\frac{2}{c}$	4mnc	$P\frac{4}{m}nc$	$4\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)\breve{a}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)HP$	[illegible]	$4(\tilde{s}\delta_k)$
140	55a	55a	$+\lambda;\ +(\chi+h)\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +(\chi+h)\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	7 (χ2)	$40a_3$	$\mathfrak{D}_2^s (4)$	$\mathfrak{D}_{4,\,h}^7$	$\mathfrak{D}_{4h}^7$	$\mathfrak{D}_{4h}^7$	D_{4h}^7	D_{4h}^7	dc7	$4Di = 7$	$D_{4h}p\nu\mu\mu$	$P\frac{4}{n}\frac{2_1}{m}\frac{2}{m}$	4nmm	$P\frac{4}{n}mm$	$4\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)\breve{a}H\left[\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right]P$	138	$4(\tilde{s}d)$
141	57a	57a	$+\chi\cdot\frac{\lambda}{2};\ +(\chi+h)\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +(\chi+h)\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	7 (χ4)	$40a_4$	$\mathfrak{D}_2^i (4)$	$\mathfrak{D}_{4,\,h}^8$	$\mathfrak{D}_{4h}^8$	$\mathfrak{D}_{4h}^8$	D_{4h}^8	D_{4h}^8	dc8	$4Di = 8$	$D_{4h}p\nu\gamma\gamma$	$P\frac{4}{n}\frac{2_1}{c}\frac{2}{c}$	4ncc	$P\frac{4}{n}cc$	$4\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)\breve{a}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)H\left[\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right]P$	139	$4(\tilde{s}\delta_p)$
142	60a	60a	$+i\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	8 (χ1)	$36a_2$	$\mathfrak{D}_3^h (4)$	$\mathfrak{D}_{4,\,h}^9$	$\mathfrak{D}_{4h}^9$	$\mathfrak{D}_{4h}^9$	D_{4h}^9	D_{4h}^9	dc9	$4Di = 9$	$D_{4h}p\mu\mu\gamma$	$P\frac{4_2}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{c}$	4mmc	$P\frac{4}{m}mc$	$4\left[\frac{1}{2}\right]aHP$	143	$\left(\frac{1}{2}\tilde{4}\right)(s\delta_p)$
143	61a	61a	$+(i+\chi)\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	8 (χ2)	$36a_1$	$\mathfrak{D}_5^m (4)$	$\mathfrak{D}_{4,\,h}^{10}$	$\mathfrak{D}_{4h}^{10}$	$\mathfrak{D}_{4h}^{10}$	D_{4h}^{10}	D_{4h}^{10}	dc10	$4Di = 10$	$D_{4h}p\mu\gamma\mu$	$P\frac{4_2}{m}\frac{2}{c}\frac{2}{m}$	4mcm	$P\frac{4}{m}cm$	$4\left[\frac{1}{2}\right]a\cdot\left(\frac{1}{4}\right)HP$	142	$\left(\frac{1}{2}\tilde{4}\right)(sd)$
144	63a	63a	$+i\cdot\frac{\lambda}{2};\ \pm\chi\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +\chi\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	8 (χ4)	$36a_4$	$\mathfrak{D}_5^i (4)$	$\mathfrak{D}_{4,\,h}^{11}$	$\mathfrak{D}_{4h}^{11}$	$\mathfrak{D}_{4h}^{11}$	D_{4h}^{11}	D_{4h}^{11}	dc11	$4Di = 11$	$D_{4h}p\nu\beta\gamma$	$P\frac{4_2}{n}\frac{2}{b}\frac{2}{c}$	4nbc	$P\frac{4}{n}bc$	$4\left[\frac{1}{2}\right]aH\left[\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right]P$	145	$\left(\frac{1}{2}\tilde{4}\right)(s\delta_k)$
145	62a	62a	$+(i+\chi)\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\chi\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +\chi\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	8 (χ3)	$36a_3$	$\mathfrak{D}_5^d (4)$	$\mathfrak{D}_{4,\,h}^{12}$	$\mathfrak{D}_{4h}^{12}$	$\mathfrak{D}_{4h}^{12}$	D_{4h}^{12}	D_{4h}^{12}	dc12	$4Di = 12$	$D_{4h}p\nu\nu\mu$	$P\frac{4_2}{n}\frac{2}{n}\frac{2}{m}$	4nnm	$P\frac{4}{n}mn$	$4\left[\frac{1}{2}\right]a\cdot\left(\frac{1}{4}\right)H\left[\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right]P$	144	$\left(\frac{1}{2}\tilde{4}\right)(s\delta$ [illegible]

Хилтон Г. II (1922; 29) Hilton H. II	Вайкофф Р. II (1923; 64) Wyckoff R. II	Германн С. (1928; 22) Hermann C.	Моген Х. I (1931; 32) Mauguin Ch. I	Моген Х. II (1931; 32) Mauguin Ch. II	Моген Х. III (1931; 32, 30, 11, 20) Mauguin Ch. III	Богомолов С. А. (1934; 9) Bogomolof S.	№№ по Шибольду Е. (1929; 44) von Schiebold E.	Шибольд Е. I (1927—1929; 43, 44) Schiebold E. I	Шибольд Е. II (1931; 41, 30) Schiebold E. II	Номенклатура Шибольда Е. (1927—1929; 43, 44) Nomenklatur von Schiebold E. (1927—1929; 43, 44)	Новая номенклатура Neue Nomenclatur (Russisch)	Новая номенклатура Neue Nomenklatur (Deutsch)	Новая символика Neue Symbolen
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

Тригирная (тригональная) сингония $= G^3$ — Trigyrische (trigonale) Syngonie $= G^3$

Планаксиальный (дитригон. скаленоэдрический) вид симметрии $= g^3ap$ — Planaxial (ditrigonal-skalenoëdrisch) $= g^3ap$

13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
$eB1$	$3Di = 1$	$D_{3d}h\mu1$	$H\bar{3}m1$	$\bar{3}1\frac{2}{m}$	$H\bar{3}m$	$\dot{6}aP$	96	$3'(sd)$	$C3sd$	Γ'_h-trigyrisch-gyrodomatisch	Тригирно-планаксиальная гр. C	Trigyrisch-planaxial — C	g^3apC
$eB2$	$3Di = 2$	$D_{3d}h\gamma1$	$H\bar{3}c1$	$\bar{3}1\frac{2}{c}$	$H\bar{3}c$	$\left(\frac{1}{4}\right)\dot{6}aP$	97	$3'(s\delta_p)$	$C3sd_1$	Γ'_h-trigyrisch-gyroparadomatoidisch	Тригирно-паратрансպланаксиальная гр. C	Trigyrisch-paratransplanaxial — C	g^3ap^pC
$eB3$	$3Di = 3$	$D_{3d}c\mu1$	$C\bar{3}m1$	$\bar{3}\frac{2}{m}1$	$C\bar{3}m$	$\dot{6}aC$	94	$3(sd)$	$P3sd$	Γ_h-trigyrisch-gyrodomatisch	Тригирно-планаксиальная гр. H	Trigyrisch-planaxial — H	g^3apH
$eB4$	$3Di = 4$	$D_{3d}c\gamma1$	$C\bar{3}c1$	$\bar{3}\frac{2}{c}1$	$C\bar{3}c$	$\left(\frac{1}{4}\right)\dot{6}aC$	95	$3(s\delta_p)$	$P3sd_1$	Γ_h-trigyrisch-gyroparadomatoidisch	Тригирно-паратрансπланаксиальная гр. H	Trigyrisch-paratransplanaxial — H	g^3ap^pH
$eB5$	$3Di = 5$	$D_{3d}r\mu1$	$R\bar{3}m$	$R\bar{3}\frac{2}{m}$	$R\bar{3}m$	$\dot{6}aF$	98	$3_{rh}(sd)$	$R3sd$	Γ_{rh}-rhomboëdrisch-gyrodomatisch	Тригирно-планаксиальная гр R.	Trigyrisch-planaxial — R	g^3apR
$eB6$	$3Di = 6$	$D_{3d}r\gamma1$	$R\bar{3}c$	$R\bar{3}\frac{2}{c}$	$R\bar{3}c$	$\left(\frac{1}{4}\right)\dot{6}aF$	99	$3_{rh}(s\delta_p)$	R_13sd_1	Γ_{rh}-rhomboëdrisch-gyroparadomatoidisch	Тригирно-паратрансπланаксиальная гр. R	Trigyrisch-paratransplanaxial — R	g^3ap^pR

Тетрагирная (тетрагональная) сингония $= G^4$ — Tetragyrische (tetragonale) Syngonie $= G^4$

Примитивный (тетрагон.-пирамидальный) вид симметрии $= g^4$ — Primitiv (tetragonal-pyramidal) $= g^4$

13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
$D1$	$4C = 1$	C_4p1	$P4$	4	$P4$	$4P$	100	$4p$	$P4p$	Γ_t-tetragyrisch-pedial	Тетрагирно-примитивная гр. P	Tetraragyrisch-primitiv — P	g^4P
$D2$	$4C = 2$	C_4p4	$P4_1$	4_1	$P4_1$	$4\left[+\frac{1}{4}\right]P$	101	$\left(\frac{1}{4}\tilde{4}\right)p$	$+P4_1p$	Γ_t-$\frac{1}{4}$-tetrahelikisch-pedial	Плюс-тетратрансгирно-примитивная гр. P	+ tetratransgyrisch primitiv — P	$g^{+4t}P$
$D3$	$4C = 3$	C_4p2	$P4_2$	4_2	$P4_2$	$4\left[\frac{1}{2}\right]P$	102	$\left(\frac{1}{4}\tilde{4}\right)p$	$P4_2p$	Γ_t-$\frac{1}{2}$-tetrahelikisch-pedial	Тетратрансдигирно-примитивная гр. P	Tetratransdigyrisch-primitiv — P	${}^{4t2}P$
$D4$	$4C = 4$	$C_4p\tilde{4}$	$P4_3$	4_3	$P4_3$	$4\left[-\frac{1}{4}\right]P$	103	$\left(\frac{3}{4}\tilde{4}\right)p$	$-P4_1p$	Γ_t-$\frac{3}{4}$-tetrahelikisch-pedial	Минус-тетратрансгирно-примитивная гр. P	— tetratransgyrisch-primitiv — P	$g^{-4t}P$
$D5$	$4C = 5$	C_4i1	$I4$	$I4$	$I4$	$4I$	104	$4''p$	$I4p$	Γ''_t-tetragyrisch-pedial	Тетрагирно-примитивная гр. *I*	Tetragyrisch-primitiv — *I*	g^4I
$D6$	$4C = 6$	C_4i4	$I4_1$	$I4_1$	$I4_1$	$4\left[\frac{1}{4}\right]I$	105	$\left(\frac{1}{4}\tilde{4}\right)'''p$ или $\left(\frac{1}{4}\tilde{4}\right)''p$	$I4_1p$	Γ'''_t (bzw. Γ''_t) - 1/4 tetrahelikisch-pedial	Тетратрансгирно-примитивная гр. *I*	Tetratransgyrisch-primitiv — *I*	$g^{4t}I$

Центральный (тетрагон.-дипирамидальный) вид симметрии $= g^4c$ — Zentral (tetragonal.-bipyramidal) $= g^4c$

13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
$Da1$	$4Ci = 1$	$C_{4h}p\mu1$	$P\frac{4}{m}$	$4m$	$P\frac{4}{m}$	$4Hp$	106	$4pi$	$P4i$	Γ_t-tetragyrisch-pinakoidal	Тетрагирно-центральная гр. P	Tetragyrisch-zentral — P	g^4cP
$Da2$	$4Ci = 2$	$C_{4h}p\mu2$	$P\frac{4_2}{m}$	4_2m	$P\frac{4_2}{m}$	$4\left[\frac{1}{2}\right]HP$	108	$\left(\frac{1}{2}\tilde{4}\right)pi$	$P4_2i$	Γ_t-$\frac{1}{2}$-tetrahelikisch-pinakoidal	Тетратрансдигирно-центральная гр. P	Tetratransdigyrisch-zentral — P	$g^{4t2}cP$
$Da3$	$4Ci = 3$	$C_{4h}p\nu1$	$P\frac{4}{n}$	$4n$	$P\frac{4}{n}$	$4H\left[\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right]P$	107	$4pi\left(\frac{1}{4}\frac{1}{4}0\right)$	$P4i^{\frac{1}{4}}$	Γ_t-tetragyrisch-pinakoidal (1/4 1/4 0)	Тетрагирно-интер-центральная гр. P	Tetragyrisch-inter-zentral — P	$g^4(c)P$
$Da4$	$4Ci = 4$	$C_{4h}p\nu2$	$P\frac{4_2}{n}$	4_2n	$P\frac{4_2}{n}$	$4\left[\frac{1}{2}\right]H\left[\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right]P$	109	$\left(\frac{1}{2}\tilde{4}\right)pi\left(\frac{1}{4}\frac{1}{4}0\right)$	$P4i^{\frac{1}{4}}$	Γ_t-$\frac{1}{2}$-tetrahelikisch-pinakoidal (1/4 1/4 0)	Тетратрансдигирно-интер-центральная гр. P	Tetratransdigyrisch-inter-zentral — P	$g^{4t2}(c)P$
$Da5$	$4Ci = 5$	$C_{4h}i\mu1$	$I\frac{4}{m}$	$I4m$	$I\frac{4}{m}$	$4HI$	110	$4''pi$	$I4i$	Γ''_t-tetragyrisch-pinakoidal	Тетрагирно-центральная гр. *I*	Tetragyrisch-zentral — *I*	g^4cI
$Da6$	$4Ci = 6$	$C_{4h}i\alpha4$	$I\frac{4_1}{a}$	$I4_1a$	$I\frac{4_1}{a}$	$4\left[\frac{1}{4}\right]H\left[0;\ \frac{1}{2}\right]I$	111	$\left(\frac{1}{4}\tilde{4}\right)'''pi$ или $\left(\frac{3}{4}\tilde{4}\right)'''pi\left(\frac{1}{8}\frac{1}{8}0\right)$	$I4_1i^{\frac{1}{8}}$	Γ'''_t - $\frac{1}{4}$ (bzw. 3/4) tetrahelikisch-pinakoidal (1/8 1/8 0)	Тетратрансгирно-интер-центральная гр. *I*	Tetratransgyrisch-inter-zentral — *I*	$g^{4t}(c)I$

Планальный (дитетрагон.-пирамидальный) вид симметрии $= g^4p$ — Planal (ditetragonal-pyramidal) $= g^4p$

13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
$Db1$	$4e = 1$	$C_{4v}p\mu\mu$	$P4mm$	$4mm$	$P4mm$	$4VP$	122	$4d$	$P4d$	Γ_t-tetragyrisch-domatisch ‖ [110]	Тетрагирно-планальная гр. P	Tetragyrisch-planal — P	g^4pP
						[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	Тетрагирно интер ортотрансплаваль- [illegible]	Tetragyrisch inter-orthotransplanal — P	$g^4(p^0)P$

C_{4h}^5	$Da5$	$4Ci = 5$	$C_{4h}i\mu 1$	$I\frac{4}{m}$	$I4m$	$I\frac{4}{m}$	$4HI$	110	$4''pi$	$I4i$	Γ_t''-tetragyrisch-pinakoidal	Тетрагирно-центральная гр. I	Tetragyrisch-zentral — I	g^4cI
C_{4h}^6	$Da6$	$4Ci = 6$	$C_{4h}i\alpha 4$	$I\frac{4_1}{a}$	$I4_1a$	$I\frac{4_1}{a}$	$4\left[\frac{1}{4}\right]H\left[0;\ \frac{1}{2}\right]I$	111	$\left(\frac{1}{4}\widetilde{4}\right)'''pi$ или $\left(\frac{3}{4}\widetilde{4}\right)'''pi\left(\frac{1}{8}\frac{1}{8}0\right)$	$I4_1i^{\frac{1}{8}}$	Γ_t''' - $\frac{1}{4}$ (bzw. $^3/_4$) tetrahelikisch-pinakoidal ($^1/_8\,^1/_8\,0$)	Тетратрансгирно-интер-центральная гр. I	Tetratransgyrisch-inter-zentral — I	$g^{4t}(c)I$

Планальный (дитетрагон.-пирамидальный) вид симметрии = g^4p — Planal (ditetragonal-pyramidal) = g^4p

C_{4v}^1	$Db1$	$4e = 1$	$C_{4v}p\mu\mu$	$P4mm$	$4mm$	$P4mm$	$4VP$	122	$4d$	$P4d$	Γ_t-tetragyrisch-domatisch ‖ [110]	Тетрагирно-планальная гр. P	Tetragyrisch-planal — P	g^4pP
C_{4v}^2	$Db2$	$4e = 2$	$C_{4v}p\beta\mu$	$P4bm$	$4bm$	$P4bm$	$4\cdot\left(\frac{1}{4}\right)V\left[0;\ \frac{1}{2}\right]P$	124	$4\delta_0$	$P4d_1$	Γ_t-tetragyrisch-orthodomatoidisch	Тетрагирно-интер-ортотранспланальная гр. P	Tetragyrisch-inter-orthotransplanal — P	$g^4(p^o)P$
C_{4v}^3	$Db3$	$4e = 3$	$C_{4v}p\gamma\mu$	$P4_2cm$	$4cm$	$P4cm$	$4\left[\frac{1}{2}\right]V\left[\frac{1}{2};\ 0\right]P$	126	$\left(\frac{1}{4}\widetilde{4}\right)d$	$P4_2d$	Γ_t-$^1/_2$ tetrahelikisch-domatisch	Тетратрансдигирно-паратранспланальная гр. P	Tetratransdigyrisch-paratransplanal—P	$g^{4t2}p^pP$
C_{4v}^4	$Db4$	$4e = 4$	$C_{4v}p\nu\mu$	$P4_2nm$	$4nm$	$P4nm$	$4\left[\frac{1}{2}\right]\cdot\left(\frac{1}{4}\right)V\left[\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right]P$	128	$\left(\frac{1}{2}\widetilde{4}\right)\delta_0$	$P4_2d_2$	Γ_t-tetrahelikisch-orthodomatoidisch	Тетратрансдигирно-интер-клинотранспланальная гр. P	Tetratransdigyrisch-inter-klinotransplanal — P	$g^{4t2}(p^k)P$
C_{4v}^5	$Db5$	$4e = 5$	$C_{4v}p\gamma\gamma$	$P4cc$	$4cc$	$P4cc$	$4V\left[\frac{1}{2};\ 0\right]P$	123	$4\delta_p$	$P4d_1$	Γ_t-tetragyrisch-paradomatoidisch	Тетрагирно-паратранспланальная гр. P	Tetragyrisch-paratransplanal — P	g^4p^pP
C_{4v}^6	$Db6$	$4e = 6$	$C_{4v}p\nu\gamma$	$P4nc$	$4nc$	$P4nc$	$4\cdot\left(\frac{1}{4}\right)V\left[\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right]P$	125	$4\delta_k$	$P4d_3$	Γ_t-tetragyrisch-klinodomatoidisch	Тетрагирно-интер-клинотранспланальная гр. P	Tetragyrisch-inter-klinotransplanal — P	$g^4(p^k)P$
C_{4v}^7	$Db7$	$4e = 7$	$C_{4v}p\mu\gamma$	$P4_2mc$	$4mc$	$P4mc$	$4\left[\frac{1}{2}\right]VP$	127	$\left(\frac{1}{2}\widetilde{4}\right)\delta_p$	$P4_2d_1$	Γ_t-tetrahelikisch-paradomatoidisch	Тетратрансдигирно-планальная гр. P	Tetratransdigyrisch-planal — P	$g^{4t2}pP$
C_{4v}^8	$Db8$	$4e = 8$	$C_{4v}p\beta\gamma$	$P4_2bc$	$4bc$	$P4bc$	$4\left[\frac{1}{2}\right]\cdot\left(\frac{1}{4}\right)V\left[0;\ \frac{1}{2}\right]P$	129	$\left(\frac{1}{2}\widetilde{4}\right)\delta_k$	$P4_2d_3$	Γ_t-tetrahelikisch-klinodomatoidisch	Тетратрансдигирно-интер-ортотранспланальная гр. P	Tetratransdigyrisch-inter-orthotransplanal — P	$g^{4t2}(p^o)P$
C_{4v}^9	$Db9$	$4e = 9$	$C_{4v}i\mu\mu$	$I4mm$	$4mm$	$I4mm$	$4VI$	130	$4''d$	$I4d$	Γ_t''-tetragyrisch-domatisch	Тетрагирно-планальная гр. I	Tetragyrisch-planal — I	g^4pI
C_{4v}^{10}	$Db10$	$4e = 10$	$C_{4v}i\beta\mu$	$I4cm$	$4cm$	$I4cm$	$4V\left[\frac{1}{2};\ 0\right]I$	131	$4''\delta_p$	$I4d_1$	Γ_t''-tetragyrisch-paradomatoidisch	Тетрагирно-паратранспланальная гр. I	Tetragyrisch-paratransplanal — I	g^4p^pI
C_{4v}^{11}	$Db11$	$4e = 11$	$C_{4v}i\mu\delta$	$I4_1md$	$4md$	$I4md$	$4\left[\frac{1}{4}\right]\cdot\left(\frac{1}{4}\right)VI$	133	$\left(\frac{1}{4}\widetilde{4}\right)''\delta_k$ или $\left(\frac{3}{4}\widetilde{4}\right)''\delta_k$	$I4_1d_3^{+\frac{1}{8}}$	$\Gamma_t''\frac{1}{4}$ (bzw. $^3/_4$) tetrahelikisch-klinodomatoidisch $\left(\frac{d}{4}+\frac{c}{4}+\frac{c}{2}\right)$	Тетратрансгирно-клинотранспланальная гр. I	Tetratransgyrisch-klinotransplanal — I	$g^{4t}p^kI$
C_{4v}^{12}	$Db12$	$4e = 12$	$C_{4v}i\beta\delta$	$I4_1cd$	$4cd$	$I4cd$	$4\left[\frac{1}{4}\right]\cdot\left(\frac{1}{4}\right)V\left[\frac{1}{2};\ 0\right]I$	132	$\left(\frac{1}{4}\widetilde{4}\right)''\delta_k$ или $\left(\frac{3}{4}\widetilde{4}\right)''\delta_k$	$I4_1d_3^{-\frac{1}{8}}$	$\Gamma_t''\frac{1}{4}$ (bzw. $^3/_4$) tetrahelikisch-klinodomatoidisch $\left(\frac{d+c}{4}\right)$	Тетратрансгирно-ортотранспланальная гр. I	Tetratransgyrisch-orthotransplanal — I	$g^{4t}p^oI$

Аксиальный (тетрагон.-трапецоэдрический) вид симметрии = g^4a — Axial (tetragonal-trapezoëdrisch) = g^4a

D_4^1	$DB1$	$4D = 1$	D_4p111	$P422$	42	$P42$	$4aP$	112	$4s$	$P4s$	Γ_t- tetragyrisch-sphenoidisch ‖ [110]	Тетрагирно-аксиальная гр. P	Tetragyrisch-axial — P	g^4aP
D_4^2	$DB2$	$4D = 2$	D_4p121	$P42_12$	42_1	$P42_1$	$4\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)\breve{a}P$	113	$4\widetilde{s}$	$P4s_1$	Γ_t- tetragyrisch-helicoidisch	Тетрагирно-интер-трансаксиальная гр. P	Tetragyrisch-inter-transaxial — P	$g^4(a^t)P$
D_4^3	$DB3$	$4D = 3$	D_4p411	$P4_122$	4_12	$P4_12$	$4\left[+\frac{1}{4}\right]aP$	[illegible]	$\left(\frac{1}{4}\widetilde{4}\right)s$	$+P4_1s$	Γ_t- $\frac{1}{4}$ -tetrahelikisch-sphenoidisch	Плюс-тетратрансгирно-аксиальная гр. P	+tetratransgyrisch-axial — P	$g^{+4t}aP$
D_4^4	$DB4$	$4D = 4$	D_4p421	$P4_12_12$	4_12_1	$P4_12_1$	$4\left[+\frac{1}{4}\right]\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)\breve{a}P$	[illegible]	$\left(\frac{1}{4}\widetilde{4}\right)\widetilde{s}$	$+P4_1s_1$	Γ_t- $\frac{1}{4}$ -tetrahelikisch-helicoidisch	Плюс-тетратрансгирно-интер-трансаксиальная гр. P	+tetratransgyrisch-inter-transaxial—P	$g^{+4t}(a^t)P$
D_4^5	$DB5$	$4D = 5$	D_4p211	$P4_122$	4_22	$P4_22$	$4\left[\frac{1}{2}\right]aP$	[illegible]	$\left(\frac{1}{2}\widetilde{4}\right)s$	$P4_2s$	Γ_t- $\frac{1}{2}$ -tetrahelikisch-sphenoidisch	Тетратрансдигирно-аксиальная гр. P	Tetratransdigyrisch-axial — P	$g^{4t2}aP$
D_4^6	$DB6$	$4D = 6$	D_4p221	$P4_22_12$	4_22_1	$P4_22_1$	$4\left[\frac{1}{2}\right]\cdot\left(\frac{1}{4};\ \frac{1}{4}\right)\breve{a}P$	[illegible]	$\left(\frac{1}{2}\widetilde{4}\right)\widetilde{s}$	$P4_2s_1$	Γ- $\frac{1}{2}$ -tetrahelikisch-helicoidisch	Тетратрансдигирно-интер-трансаксиальная гр. P	Tetratransdigyrisch-inter-transaxial—P	$g^{4t2}(a^t)P$
D_4^7	$DB7$	$4D = 7$	$D_4p\bar{4}11$	$P4_322$	4_32	$P4_32$	$4\left[-\frac{1}{4}\right]aP$	[illegible]	$\left(\frac{3}{4}\widetilde{4}\right)s$	$-P4_1s$	Γ_t- $\frac{3}{4}$ -tetrahelikisch-sphenoidisch	Минус-тетратрансгирно-аксиальная гр. P	— tetratransgyrisch-axial — P	$g^{-4t}aP$
D_4^8	$DB8$	$4D = 8$	$D_4p\bar{4}21$	$P4_32_12$	4_32_1	$P4_32_1$	$4\left[-\frac{1}{4}\right]\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)\breve{a}P$	[illegible]	$\left(\frac{3}{4}\widetilde{4}\right)\widetilde{s}$	$-P4_1s_1$	Γ_t- $\frac{3}{4}$ -tetrahelikisch-helicoidisch	Минус-тетратрансгирно-интер-трансаксиальная гр. P	— tetratransgyrisch-inter-transaxial—P	$g^{-4t}(a^t)P$
D_4^9	$DB9$	$4D = 9$	D_4i111	$I422$	$I42$	$I42$	$4aI$	[illegible]	$4''s$	$I4s$	Γ_t''-tetragyrisch-sphenoidisch ‖ [110]	Тетрагирно-аксиальная гр. I	Tetragyrisch-axial — I	g^4aI
D_4^{10}	$DB10$	$4D = 10$	D_4i411	$I4_122$	$I4_12$	$I4_12$	$4\left[\frac{1}{4}\right]aI$	[illegible]	$\left(\frac{1}{4}\widetilde{4}\right)'''s$ или $\left(\frac{3}{4}\widetilde{4}\right)'''s$	$I4_1s$	$\Gamma_t'''\frac{1}{4}$ (bzw. $^3/_4$) tetrahelikisch-sphenoidisch (bzw. helicoidisch)	Тетратрансгирно-аксиальная гр. I	Tetratransgyrisch-axial — I	$g^{4t}aI$

Планаксиальный (дитетрагон.-дипирамидальный) вид симметрии = g^4ap — Planaxial (ditetragonal-bipyramidal) = g^4ap

D_{4h}^1	$dc1$	$4Di = 1$	$D_{4h}p\mu\mu\mu$	$P\frac{4}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{m}$	$4mmm$	$P\frac{4}{m}mm$	$4aHP$	134	$4(sd)$	$P4sd$	Γ_t-tetragyrisch-gyrodomatisch	Тетрагирно-планаксиальная гр. P.	Tetragyrisch-planaxial — P	g^4apP
D_{4h}^2	$dc2$	$4Di = 2$	$D_{4h}p\mu\gamma\gamma$	$P\frac{4}{m}\frac{2}{c}\frac{2}{c}$	$4mcc$	$P\frac{4}{m}cc$	$4a\cdot\left(\frac{1}{4}\right)HP$	135	$4(s\delta_p)$	$P4sd_1$	Γ_t-tetragyrisch-gyroparadomatoidisch	Тетрагирно-паратранспланаксиальная гр. P	Tetragyrisch-paratransplanaxial — P	g^4ap^pP
D_{4h}^3	$dc3$	$4Di = 3$	$D_{4h}p\nu\beta\gamma$	$P\frac{4}{n}\frac{2}{b}\frac{2}{m}$	$4nbm$	$P\frac{4}{n}bm$	$4aH\left[\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right]P$	[illegible]	$4(s\delta_o)$	$P4sd_2$	Γ_t-tetragyrisch-gyroorthodomatoidisch	Тетрагирно-интер-ортотранспланаксиальная гр. P	Tetragyrisch-inter-orthotransplanaxial—P	$g^4a(p^o)P$
D_{4h}^4	$dc4$	$4Di = 4$	$D_{4h}p\nu\nu\gamma$	$P\frac{4}{n}\frac{2}{n}\frac{2}{c}$	$4nnc$	$P\frac{4}{n}nc$	$4a\cdot\left(\frac{1}{4}\right)H\left[\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right]P$	[illegible]	$4(s\delta_k)$	$P4sd_3$	Γ_t-tetragyrisch-gyroklinodomatoidisch	Тетрагирно-интер-клинотранспланаксиальная гр. P	Tetragyrisch-inter-klinotransplanaxial—P	$g^4a(p^k)P$
D_{4h}^5	$dc5$	$4Di = 5$	$D_{4h}p\mu\beta\mu$	$P\frac{4}{m}\frac{2_1}{b}\frac{2}{m}$	$4mbm$	$P\frac{4}{m}bm$	$4\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)\breve{a}HP$	140	$4(\widetilde{s}\delta_o)$	$P4s_1d_2$	Γ_t-tetragyrisch-helicoorthodomatoidisch	Тетрагирно-интер-ортотрансплан-интертрансаксиальная гр. P.	Tetragyrisch-inter-orthotransplan-intertransaxial — P	$g^4(a^t)(p^o)P$
D_{4h}^6	$dc6$	$4Di = 6$	$D_{4h}p\mu\nu\gamma$	$P\frac{4}{m}\frac{2}{n}\frac{2}{c}$	$4mnc$	$P\frac{4}{m}nc$	$4\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)\breve{a}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)HP$	141	$4(\widetilde{s}\delta_k)$	$P4s_1d_3$	Γ_t-tetragyrisch-helicoklinodomatoidisch	Тетрагирно-интер-клинотрансплан-интер-трансаксиальная гр. P	Tetragyrisch-inter-klinotransplan-intertransaxial — P	$g^4(a^t)(p^k)P$
D_{4h}^7	$dc7$	$4Di = 7$	$D_{4h}p\nu\mu\mu$	$P\frac{4}{n}\frac{2_1}{m}\frac{2}{m}$	$4nmm$	$P\frac{4}{n}mm$	$4\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)\breve{a}H\left[\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right]P$	138	$4(\widetilde{s}d)$	$P4s_1d$	Γ_t-tetragyrisch-helicodomatisch	Тетрагирно-план-интер-трансаксиальная гр. P	Tetragyrisch-plan-inter-transaxial — P	$g^4(a^t)pP$
D_{4h}^8	$dc8$	$4Di = 8$	$D_{4h}p\nu\gamma\gamma$	$P\frac{4}{n}\frac{2_1}{c}\frac{2}{c}$	$4ncc$	$P\frac{4}{n}cc$	$4\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)\breve{a}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)H\left[\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right]P$	139	$4(\widetilde{s}\delta_p)$	$P4s_1d_1$	Γ_t-tetragyrisch-helicoparadomatoidisch	Тетрагирно-паратран план-интер-трансаксиальная гр. P	Tetragyrisch-paratransplan-inter-transaxial — P	$g^4(a^t)p^pP$
D_{4h}^9	$dc9$	$4Di = 9$	$D_{4h}p\mu\mu\gamma$	$P\frac{4_2}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{c}$	$4mmc$	$P\frac{4}{m}mc$	$4\left[\frac{1}{2}\right]aHP$	143	$\left(\frac{1}{2}\widetilde{4}\right)(s\delta_p)$	$P4_2sd_1$	Γ_t-tetrahelikisch-gyroparadomatoidisch	Тетратрансдигирно-планаксиальная гр. P	Tetratransdigyrisch-planaxial — P	$g^{4t2}apP$
D_{4h}^{10}	$dc10$	$4Di = 10$	$D_{4h}p\mu\gamma\mu$	$P\frac{4_2}{m}\frac{2}{c}\frac{2}{m}$	$4mcm$	$P\frac{4}{m}cm$	$4\left[\frac{1}{2}\right]a\cdot\left(\frac{1}{4}\right)HP$	142	$\left(\frac{1}{2}\widetilde{4}\right)(sd)$	$P4_2sd$	Γ_t - $\frac{1}{2}$ tetrahelikisch-gyrodomatisch	Тетратрансдигирно-паратранспланаксиальная гр. P	Tetratransdigyrisch-paratransplanaxial — P	$g^{4t2}ap^pP$
D_{4h}^{11}	$dc11$	$4Di = 11$	$D_{4h}p\nu\beta\gamma$	$P\frac{4_2}{n}\frac{2}{b}\frac{2}{c}$	$4nbc$	$P\frac{4}{n}bc$	$4\left[\frac{1}{2}\right]aH\left[\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right]P$	145	$\left(\frac{1}{2}\widetilde{4}\right)(s\delta_k)$	$P4_2sd_3$	Γ_t-tetrahelikisch-gyroklinodomatoidisch	Тетратрансдигирно-интер-ортотранс-	Tetratransdigyrisch-inter-orthotran-	$g^{4t2}a(p^o)P$

Дигирная (ромбическая) сингония $= G^2$ (продолжение) — Digyrische (rhombische) Syngonie $= G^2$ (Fortsetzung)

Планаксиальный (ромбобипирамидальный) вид симметрии $= g^2\,ap$ — Planaxial (rh. bipyramidal) $= g^2\,ap$

Hilton H. II	Вайкофф Р. II (1923; *64*) Wyckoff R. II	Германн С. (1928; *22*) Hermann C.	Моген Х. I (1931; *32*) Mauguin Ch. I	Моген Х. II (1931; *32*) Mauguin Ch. II	Моген Х. III (1931; *32, 30, 11, 20*) Mauguin Ch. III	Богомолов С. А. Bogomolof S. (1934; *9*)	№№ по Шибольду Е. (1929; *44*) von Schiebold E.	Шибольд Е. I (1927–1928; *43, 44*) Schiebold E. I	Шибольд Е. II (1931; *41, 30*) Schiebold E. II	Номенклатура Шибольда Е. (1927–1929; *43, 44*) Nomenklatur von Schiebold E. (1927–1929; *43, 44*)	Новая номенклатура Neue Nomenklatur (Russisch)	Новая номенклатура Neue Nomenklatur (Deutsch)	Новая символика Neue Symbolen
3	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
	$2Di = 1$	$D_{2h}\,p\mu\mu\mu$	$P\frac{2}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{m}$	mmm	$Pmmm$	$2a\,HP$	47	$2\,(sd)$	$P2\,sd$	Γ_o —digyrisch-gyrodomatisch	Дигирно-планаксиальная гр. P	Digyrisch-planaxial — P	$g^2\ a\ p\ P$
	$2Di = 2$	$D_{2h}\,p\nu\nu\nu$	$P\frac{2}{n}\frac{2}{n}\frac{2}{n}$	nnn	$Pnnn$	$2a\cdot\left(\frac{1}{4}\right)H\left[\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right]P$	50	$2\left(s\delta_k^{\frac{1}{4}}\right)$	$P2\,sd_3^{\frac{1}{4}}$	Γ_o —digyrisch-gyroklinodomatoidisch	Дигирно-интер-клинотранспланаксиальная гр. P	Digyrisch-inter-klinotransplanaxial — P	$g^2\ a\,(p^k)\ P$
	$2Di = 3$	$D_{2h}\,p\mu\alpha\alpha$	$P\frac{2}{c}\frac{2}{c}\frac{2}{m}$	ccm	$Pccm$	$2a\cdot\left(\frac{1}{4}\right)HP$	48	$2\,(s\delta_p)$	$P2\,sd_1$	Γ_o —digyrisch-gyroparadomatoidisch	Дигирно-паратранспланаксиальная гр. P	Digyrisch-paratransplanaxial — P	$g^2\ a\ p^p\ P$
	$2Di = 4$	$D_{2h}\,p\beta\alpha\nu$	$P\frac{2}{b}\frac{2}{a}\frac{2}{n}$	ban	$Pban$	$2a\,H\left[\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right]P$	49	$2\,(s\delta_k)$	$P2\,sd_3$	Γ_o —digyrisch-gyroklinodomatoidisch	Дигирно-интер-ортотранспланаксиальная гр. P	Digyrisch-inter-orthotransplanaxial — P	$g^2\ a\ (p^0)\ P$
	$2Di = 5$	$D_{2h}\,p\mu\mu\alpha$	$P\frac{2_1}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{a}$	mma	$Pmma$	$\breve{2}a\,HP$	51	$\widetilde{2}\,(sd)$	$P2_1\,sd$	Γ_o —dihelikish-gyrodomatisch (bzw. paradomatoidisch)	Дитрансгирно-планаксиальная гр. P	Ditransgyrisch-planaxial — P	$g^{2t}\ a\ p\ P$
	$2Di = 6$	$D_{2h}\,p\beta\nu\nu$	$P\frac{2}{n}\frac{2_1}{n}\frac{2}{a}$	nna	$Pnna$	$\breve{2}a\,H\left[\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right]P$	54	$\widetilde{2}\left(s\delta_0^{\frac{1}{4}}\right)$	$P2_1\,sd_2^{\frac{1}{4}}$	Γ_o —dihelikisch-gyroortho (bzw. klino) domatoidisch ($^1/_4$)	Дитрансгирно-интер-ортотранспланаксиальная гр. P	Ditransgyrisch-inter-orthotransplanaxial — P	$g^{2t}\ a\ (p^0)\ P$
7	$2Di = 7$	$D_{2h}\,p\mu\alpha\nu$	$P\frac{2}{m}\frac{2}{n}\frac{2_1}{a}$	mna	$Pmna$	$\breve{2}a\,H\left[0;\ \frac{1}{2}\right]P$	52	$\widetilde{2}\,(s\delta_k)$	$P2_1\,sd_3$	Γ_o —dihelikisch-gyroklinodomatoidisch ($^1/_4$)	Дитрансгирно-клинотранспланаксиальная гр. P	Ditransgyrisch-klinotransplanaxial — P	$g^{2t}\ a\ p^k\ P$
3	$2Di = 8$	$D_{2h}\,p\beta\alpha\alpha$	$P\frac{2_1}{c}\frac{2}{c}\frac{2}{a}$	cca	$Pcca$	$\breve{2}a\,H\left[\frac{1}{2};0\right]P$	53	$\widetilde{2}\,(s\delta_0)$	$P2_1\,sd_2$	Γ_o —dihelikisch-gyroorthodomatoidisch	Дитрансгирно-ортотранспланаксиальная гр. P	Ditransgyrisch-orthotransplanaxial — P	$g^{2t}\ a\ (p^0)\ P$
	$2Di = 9$	$D_{2h}\,p\mu\gamma\beta$	$P\frac{2_1}{b}\frac{2_1}{a}\frac{2}{m}$	bam	$Pbam$	$2\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)\breve{a}\,HP$	59	$2\left(\widetilde{s}^{\frac{1}{4}}\delta_0^{\frac{1}{4}}\right)$	$P2\,s_1^{\frac{1}{4}}d_2^{\frac{1}{4}}$	Γ_o —digyrisch-helicoorthodomatoidisch [$^1/_4$] ($^1/_4$)	Дигирно-интер-ортотрансплан-интертрансаксиальная гр. P	Digyrisch-inter-orthotransplan-intertransaxial — P	$g^2\,(a^t)\,(p^0)\,P$
	$2Di = 10$	$D_{2h}\,p\gamma\gamma\nu$	$P\frac{2_1}{c}\frac{2_1}{c}\frac{2}{n}$	ccn	$Pccn$	$2\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)\breve{a}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)H\left[\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right]P$	56	$2\left(\widetilde{s}^{\frac{1}{4}}\delta_p\right)$	$P2\,s_1^{\frac{1}{4}}d_1$	Γ_o —digyrisch-helicoparadomatoidisch [$^1/_4$]	Дигирно-паратрансплан-интер-трансаксиальная гр. P	Digyrisch-paratransplan-inter-transaxial — P	$g^2\,(a^t)\,p^p\ P$
1	$2Di = 11$	$D_{2h}\,p\mu\alpha\beta$	$P\frac{2}{b}\frac{2_1}{c}\frac{2_1}{m}$	bcm	$Pbcm$	$2\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)\breve{a}\,H\left[0;\ \frac{1}{2}\right]P$	57	$2\left(\widetilde{s}^{\frac{1}{4}}\delta_0\right)$	$P2\,s_1^{\frac{1}{4}}d_2$	Γ_o —digyrisch-helicoorthodomatoidisch [$^1/_4$]	Дигирно-ортотрансплан-интер-трансаксиальная гр. P	Digyrisch-orthotransplan-inter-transaxial — P	$g^2\,(a^t)\,p^0\ P$
2	$2Di = 12$	$D_{2h}\,p\mu\nu\nu$	$P\frac{2_1}{n}\frac{2_1}{n}\frac{2}{m}$	nnm	$Pnnm$	$2\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)\breve{a}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)HP$	60	$2\left(\widetilde{s}^{\frac{1}{4}}\delta_k^{\frac{1}{4}}\right)$	$P2\,s_1^{\frac{1}{4}}d_3^{\frac{1}{4}}$	Γ_o —digyrisch-helicoklinodomatoidisch [$^1/_4$] ($^1/_4$)	Дигирно-интер-клинотрансплан-интер-трансаксиальная гр. P	Digyrisch-inter-klinotransplan-intertransaxial — P	$g^2\,(a^t)\,(p^k)\,P$
3	$2Di = 13$	$D_{2h}\,p\mu\mu\nu$	$P\frac{2_1}{m}\frac{2_1}{m}\frac{2}{n}$	mmn	$Pmmn$	$2\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)\breve{a}\,H\left[\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right]P$	55	$2\left(\widetilde{s}^{\frac{1}{4}}d\right)$	$P2\,s_1^{\frac{1}{4}}d$	Γ_o —digyrisch-helicodomatisch ($^1/_4$)	Дигирно-план-интер-трансаксиальная гр. P	Digyrisch-plan-inter-transaxial — P	$g^2\,(a^t)\ p\ P$
4	$2Di = 14$	$D_{2h}\,p\beta\gamma\nu$	$P\frac{2_1}{b}\frac{2}{c}$ [illegible]	bcn	$Pbcn$	$2\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)\breve{a}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)H\left[\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right]P$	58	$2\left(\widetilde{s}^{\frac{1}{4}}\delta_k\right)$	$P2\,s_1^{\frac{1}{4}}d_3$	Γ_o —digyrisch-helicoklinodomatoidisch [$^1/_4$]	Дигирно-клинотрансплан-интертрансаксиальная гр. P	Digyrisch-klinotransplan-inter-transaxial — P	$g^2\,(a^t)\ p^k\ P$
5	$2Di = 15$	$D_{2h}\,p\beta\gamma\alpha$	$P\frac{2}{b}\frac{2}{c}$ [illegible]	bca	$Pbca$	$2\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)\breve{a}\,H\left[0;\ \frac{1}{2}\right]P$	62	$2\left(\widetilde{s}^{\frac{1}{4}}\delta_0\right)$	$P2\,s_1^{\frac{1}{4}}d_2$	Γ_o —dihelikisch-helicoorthodomatoidisch [$^1/_4$]	Дитрансгирно-ортотрансплан-интертрансаксиальная гр. P	Ditransgyrisch-orthotransplan-intertransaxial — P	$g^{2t}\,(a^t)\,p^0\ P$
6	$2Di = 16$	$D_{2h}\,p\mu\gamma\nu$	$P\frac{2_1}{n}\frac{2_1}{m}$ [illegible]	nma	$Pnma$	$\breve{2}\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)\breve{a}\,HP$	61	$\widetilde{2}\left(\widetilde{s}^{\frac{1}{4}}d\right)$	$P2_1\,s_1^{\frac{1}{4}}d$	Γ_o —dihelikisch-helicodomatisch [$^1/_4$] ($^1/_4$)	Дитрансгирно-интер-ортотрансплан-интер-трансаксиальная гр. P	Ditransgyrisch-inter-orthotransplan-inter-transaxial — P	$g^{2t}\,(a^t)\,(p^0)\,P$
7	$2Di = 17$	$D_{2h}\,c\mu\gamma\mu$	$C\frac{2}{m}\frac{2}{c}$ [illegible]	Cmcm	$Cmcm$	$\breve{2}a\,HC$	63	$\widetilde{2}'\,(sd)$	$C2_1\,sd$	Γ_o —dihelikisch-gyrodomatisch (bzw. gyroparadomatoidisch)	Дитрансгирно-планаксиальная гр. C.	Ditransgyrisch-planaxial — C	$g^{2t}\ a\ p\ C$
8	$2Di = 18$	$D_{2h}\,c\mu\gamma\alpha$	$C\frac{2}{m}\frac{2}{c}$ [illegible]	Cmca	$Cmca$	$\breve{2}a\,H\left[0;\ \frac{1}{2}\right]C$	64	$\widetilde{2}'\,(\widetilde{s}d)$	$C2_1\,s_1d$	Γ_o —dihelikisch-helicodomatisch (bzw. helicoparadomatoidisch)	Дитрансгирно-ортотранспланаксиальная гр. C	Ditransgyrisch-orthotrans-planaxial — C	$g^{2t}\ a\ p^0\ C$
9	$2Di = 19$	$D_{2h}\,c\mu\mu\mu$	$C\frac{2}{m}\frac{2}{m}$ [illegible]	Cmmm	$Cmmm$	$2a\,HC$	65	$2'\,(sd)$	$C2\,sd$	Γ_o' —digyrisch-gyrodomatisch	Дигирно-планаксиальная гр. C	Digyrisch-planaxial — C	$g^2\ a\ p\ C$
0	$2Di = 20$	$D_{2h}\,c\gamma\gamma\mu$	$C\frac{2}{c}\frac{2}{c}\frac{2}{m}$	Cccm	$Cccm$	$2a\cdot\left(\frac{1}{4}\right)HC$	66	$2'\,(s\delta_p)$	$C2\,sd_1$	Γ_o' —digyrisch-gyroparadomatoidisch	Дигирно-паратранспланаксиальная гр. C	Digyrisch-paratransplanaxial — C	$g^2\ a\ p^p\ C$
1	$2Di = 21$	$D_{2h}\,c\mu\mu\alpha$	$C\frac{2}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{a}$	Cmma	$Cmma$	$2a\,H\left[\frac{1}{2};\ 0\right]C$	67	$2'\,(s\delta_0)$	$C2\,sd_2$	Γ_o' —digyrisch-gyroorthodomatoidisch	Дигирно-ортотранспланаксиальная гр. C	Digyrisch-orthotransplanaxial — C	$g^2\ a\ p^0\ C$
2	$2Di = 22$	$D_{2h}\,c\gamma\gamma\alpha$	$C\frac{2}{c}\frac{2}{c}\frac{2}{a}$	Ccca	$Ccca$	$2a\cdot\left(\frac{1}{4}\right)H\left[\frac{1}{2};\ 0\right]C$	68	$2'\,(s\delta_k)$	$C2\,sd_3$	Γ_o' —digyrisch-gyroklinodomatoidisch	Дигирно-клинотранспланаксиальная гр. C	Digyrisch-klinotransplanaxial — C	$g^2\ a\ p^k\ C$
3	$2Di = 23$	$D_{2h}\,f\mu\mu\mu$	$F\frac{2}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{m}$	Fmmm	$Fmmm$	$2a\,HF$	69	$2'''\,(sd)$	$F2\,sd$	Γ_o''' —digyrisch-gyrodomatisch	Дигирно-планаксиальная гр. F	Digyrisch-planaxial — F	$g^2\ a\ p\ F$
4	$2Di = 24$	$D_{2h}\,f\delta\delta\delta$	$F\frac{2}{d}\frac{2}{d}\frac{2}{d}$	Fddd	$Fddd$	$2a\cdot\left(\frac{1}{8}\right)H\left[\frac{1}{4};\ \frac{1}{4}\right]F$	70	$2'''\left(sd_k^{\frac{1}{8}}\right)$	$F2\,sd_3^{\frac{1}{8}}$	Γ_o''' —digyrisch-gyroklinodomatoidisch ($^1/_8$)	Дигирно-интер-клинотранспланаксиальная гр. F	Digyrisch-inter-klinotransplanaxial — F	$g^2\ a\ (p^k)\ F$
	$2Di = 25$	$D_{2h}\,i\mu\mu\mu$	$I\frac{2}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{m}$	Immm	$Immm$	$2a\,HI$	71	$2''\,(sd)$	$I2\,sd$	Γ_o'' —digyrisch-gyrodomatisch	Дигирно-планаксиальная гр. I	Digyrisch-planaxial — I	$g^2\ a\ p\ I$

3	$2Di=23$	$D_{2h}\ f\mu\mu\mu$	$F\frac{2}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{m}$	$Fmmm$	$Fmmm$	$2a\,HF$	69	$2'''\,(sd)$	$F2\,sd$	Γ'_o	—digyrisch-gyrodomatisch	Дигирно-планаксиальная гр. F	Digyrisch-planaxial — F	$g^2\ a\ p\ F$
4	$2Di=24$	$D_{2h}\ f\delta\delta\delta$	$F\frac{2}{d}\frac{2}{d}\frac{2}{d}$	$Fddd$	$Fddd$	$2a\cdot\left(\frac{1}{8}\right)H\left[\frac{1}{4};\ \frac{1}{4}\right]F$	70	$2'''\left(sd_k^{\frac{1}{8}}\right)$	$F2\,sd_3^{\frac{1}{8}}$	Γ'''_o	—digyrisch-gyroklinodomatoidisch (1/8)	Дигирно-интер-клинотранспланаксиальная гр. F	Digyrisch-inter-klinotransplanaxial — F	$g^2\ a\ (p^k)\ F$
5	$2Di=25$	$D_{2h}\ i\mu\mu\mu$	$I\frac{2}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{m}$	$Immm$	$Immm$	$2a\,HI$	71	$2''\,(sd)$	$I2\,sd$	Γ''_o	—digyrisch-gyrodomatisch	Дигирно-планаксиальная гр. I	Digyrisch-planaxial — I	$g^2\ a\ p\ I$
6	$2Di=26$	$D_{2h}\ i\mu aa$	$I\frac{2}{b}\frac{2}{a}\frac{2}{m}$	$Ibam$	$Ibam$	$2a\cdot\left(\frac{1}{4}\right)HI$	72	$2''\,(s\delta_p)$	$I2\,sd_1$	Γ''_o	—digyrisch-gyroparadomatoidisch	Дигирно-паратранспланаксиальная гр. I	Digyrisch-paratransplanaxial — I	$g^2\ a\ p^p\ I$
7	$2Di=27$	$D_{2h}\ i\beta aa$	$I\frac{2}{b}\frac{2}{c}\frac{2}{a}$	$Ibea$	$Ibca$	$\breve{2}a\,H\left[\frac{1}{2};\ 0\right]I$	73	$2''\,(\tilde{s}\delta_p)$	$I2\ s_1d_1$	Γ''_o	—digyrisch-helicoparadomatoidisch	Дигирно-паратрансплантрансаксиальная гр. I	Digyrisch-paratransplantransaxial — I	$g^2\ a^t\ p^p\ I$
8	$2Di=28$	$D_{2h}\ i\mu\mu a$	$I\frac{2}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{a}$	$Imma$	$Imma$	$\breve{2}a\,HI$	74	$2''\,(\widetilde{sd})$	$I2\ s_1d$	Γ''_o	—digyrisch-helicodomatisch	Дигирно-плантрансаксиальная гр. I	Digyrisch-plantransaxial — I	$g^2\ a^t\ p\ I$

Тригирная (Тригональная) сингония $= G^3$ — Trigyrische (Trigonale) Syngonie $= G^3$

Примитивный (тригонально-пирамидальный) вид симметрии $= g^3$ — Primitiv (trigonal) pyramidal $= g^3$

1	$3C=1$	$C_3\,c1$	C_3	3	$C3$	$3P$	75	$3p$	$3Pp$	Γ_h	—trigyrisch-pedial	Тригирно-примитивная гр. C	Trigyrisch-primitiv — C	$g^3\ C$
2	$3C=2$	$C_3\,c3$	C_{3_1}	3_1	$C3_1$	$3\left[+\frac{1}{3}\right]P$	76	$\left(\frac{1}{3}\tilde{3}\right)p$	$+P3_1p$	$\Gamma_h\text{-}\frac{1}{3}$	—trihelikisch-pedial	Плюс-тритрансгирно-примитивн. гр. C	+ tritransgyrisch-primitiv — C	$g^{+3t}\ C$
3	$3C=3$	$C_3\,c3$	C_{3_2}	3_2	$C3_2$	$3\left[-\frac{1}{3}\right]P$	77	$\left(\frac{2}{3}\tilde{3}\right)p$	$-P3_1p$	$\Gamma_h\text{-}\frac{2}{3}$	—trihelikisch-pedial	Минус-тритрансгирно-примитивная гр. C	— tritransgyrisch-primitiv — C	$g^{-3t}\ C$
4	$3C=4$	$C_3\,r1$	$R3$	$R3$	$R3$	$3I$	78	$(3_{rh})\,p$	$R3p$	Γ_{rh}	—(trigyrisch)-rhomboëdrisch-pedial	Тригирно-примитивная гр. R	Trigyrisch-primitiv — R	$g^3\ R$

Центральный (ромбоэдрический) вид симметрии $= g^3c$ — Zentral (rhomboëdrisch) $= g^3c$

	$3Ci=1$	S_6c	$C\bar{3}$	$\bar{3}$	$C\bar{3}$	$\dot{6}P$	79	$3pi$	$P3i$	Γ_h	—trigyrisch-pinakoidal	Тригирно-центральная гр. C	Trigyrisch-zentral — C	$g^3\ c\ C$
	$3Ci=2$	S_6r	$R\bar{3}$	$R\bar{3}$	$R\bar{3}$	$\dot{6}I$	80	$(3_{rh})\,pi$	$R3i$	Γ_{rh}	—rhomboëdrisch-pinakoidal	Тригирно-центральная гр. R	Trigyrisch-zentral — R	$g^3\ c\ R$

Планальный (ди[illegible]гонально-пирамидальный) вид симметрии $= g^3p$ — Planal (ditrigonal-pyramidal) $= g^3p$

1	$3e=1$	$C_{3v}\,c\mu$	$C\,3\,m\,1$	[illegible]$3m1$	$C\,3\,m$	$3VP$	88	$3d$	$P3\,d$	Γ_h	—trigyrisch-domatisch	Тригирно-планальная гр. H	Trigyrisch-planal — H	$g^3\ p\ H$
2	$3e=2$	$C_{3v}\,h\mu$	$H\,3\,m\,1$	[illegible]$1m$	$H\,3\,m$	$3VC$	90	$3'd$	$C3\,d$	Γ'_h	—trigyrisch-domatisch	Тригирно-планальная гр. C	Trigyrisch-planal — C	$g^3\ p\ C$
3	$3e=3$	$C_{3v}\,c\gamma$	$C\,3\,c\,1$	[illegible]$c1$	$C\,3\,c$	$3V\left[\frac{1}{2};\ 0\right]P$	89	$3\delta p$	$P3\,d_1$	Γ_h	—trigyrisch-paradomatoidisch	Тригирно-паратранспланальная гр. H	Trigyrisch-paratransplanal — H	$g^3\ p^p\ H$
4	$3e=4$	$C_{3v}\,h\gamma$	$H\,3\,c\,1$	[illegible]$c1$	$H\,3\,c$	$3V\left[\frac{1}{2};\ 0\right]C$	91	$3'\delta p$	$C3\,d_1$	Γ'_h	—trigyrisch-paradomatoidisch	Тригирно-паратранспланальная гр. C	Trigyrisch-paratransplanal — C	$g^3\ p^p\ C$
5	$3e=5$	$C_{3v}\,r\mu$	$R\,3\,m$	$R3m$	$R\,3\,m$	$3VI$	92	$(3_{rh})\,d$	$R3\,d$	Γ_{rh}	—rhomboëdrisch-domatisch	Тригирно-планальная гр. R	Trigyrisch-planal — R	$g^3\ p\ R$
6	$3e=6$	$C_{3v}\,r\gamma$	$R\,3\,c$	$R3c$	$R\,3\,c$	$3V\left[\frac{1}{2};\ 0\right]I$	93	$(3_{rh})\,\delta_p$	$R3\,d_1$	Γ_{rh}	—rhomboëdrisch-paradomatoidisch	Тригирно-паратранспланальная гр. R	Trigyrisch-paratransplanal — R	$g^3\ p^p\ R$

Аксиальный (тр[illegible]ально-трапецоэдрический) вид симметрии $= g^3a$ — Axial (trigonal-trapezoëdrisch) $= g^3a$

B1	$3D=1$	$D_3\,h11$	$H\,3\,2\,1$	[illegible]12	$H\,3\,2$	$3a\,P$	84	$3'\,s$	$C3s$	Γ'_h	—trigyrisch-sphenoidisch	Тригирно-аксиальная гр. C	Trigyrisch-axial — C	$g^3\ a\ C$
B2	$3D=2$	$D_3\,c11$	$C\,3\,2\,1$	[illegible]21	$C\,3\,2$	$3a\,C$	81	$3\,s$	$P3s$	Γ_h	—trigyrisch-sphenoidisch	Тригирно-аксиальная гр. H	Trigyrisch-axial — H	$g^3\ a\ H$
B3	$3D=3$	$D_3\,h31$	$H\,3_1\,2\,1$	[illegible]12	$H\,3_1\,2$	$3\left[+\frac{1}{3}\right]aP$	85	$\left(\frac{1}{2}\tilde{3}\right)'s$	$+C3_1\,s$	$\Gamma'_h=\frac{1}{3}$	—trihelikisch-sphenoidisch	Плюс-тритрансгирно-аксиальная гр. C	+ tritransgyrisch-axial — C	$g^{+3t}\ a\ C$
B4	$3D=4$	$D_3\,c31$	$C\,3_1\,2\,1$	[illegible]21	$C\,3_1\,2$	$3\left[+\frac{1}{3}\right]aC$	82	$\left(\frac{1}{2}\tilde{3}\right)'s$	$+P3_1\,s$	$\Gamma\ =\frac{1}{3}$	—trihelikisch-sphenoidisch	Плюс-тритрансгирно-аксиальная гр. H	+ tritransgyrisch-axial — H	$g^{+3t}\ a\ H$
B5	$3D=5$	$D_3\,h\bar{3}1$	$H\,3_2\,2\,1$	[illegible]12	$H\,3_2\,2$	$3\left[-\frac{1}{3}\right]aP$	86	$\left(\frac{2}{3}\tilde{3}\right)'s$	$-C3_1\,s$	$\Gamma'_h=\frac{2}{3}$	—trihelikisch-sphenoidisch	Минус-тритрансгирно-аксиальная гр. C	— tritransgyrisch-axial — C	$g^{-3t}\ a\ C$
B6	$3D=6$	$D_3\,c\bar{3}1$	$C\,3_2\,2\,1$	[illegible]21	$C\,3_2\,2$	$3\left[-\frac{1}{3}\right]aC$	83	$\left(\frac{2}{3}\tilde{3}\right)s$	$-P3_1s$	$\Gamma_h=\frac{2}{3}$	—trihelikisch-sphenoidisch	Минус-тритрансгирно-аксиальн. гр. H	— tritransgyrisch-axial — H	$g^{-3t}\ a\ H$
B7	$3D=7$	$D_3\,r11$	$R\,3\,2\,1$	[illegible]32	$R\,3\,2$	$3a\,F$	87	$(3_{rh})\,s$	$R3s$	Γ_{rh}	—rhomboëdrisch-sphenoidisch	Тригирно-аксиальная гр. R	Trigyrisch-axial — R	$g^3\ a\ R$

№№ по порядку	Федоров Е. I (1890; *15*) Fedorow E. I	Федоров Е. II (1895; *17*) Fedorow E. II	Уравнения Федорова Е. Algebraische Gleichungen von Fedorow (*15–19, 8–9*)	Федоров Е. III (1890–1900; *18, 19*) Fedorow E. III	Барлоу В. (1894; *23, 25*) Barlow W.	Шенфлис А. I (1887–1890; *46, 50*) Schoenflies A. I	Шенфлис А. II (1891; *51*) Schoenflies A. II	Шенфлис А. III (1923; *53*) Schoenflies A. III	Ниггли П (1919–1928; *33; 34*) Niggli P.	Хилтон Г. I (1903; *26*) Hilton H. I	Вайкофф Р. I и другие (*63, 1, 30* и др.) Wyckoff R. und andere	Хилтон Г. II (1922; *29*) Hilton H. II	Вайкофф Р. II (1923; *64*) Wyckoff R. II	Германн С. (1928; *22*) Hermann C.	Моген Х. I (1931; *32*) Mauguin Ch. I	Моген Х. II (1931; *32*) Mauguin Ch. II	Моген Х. III (1931; *32, 30, 11, 20*) Mauguin Ch. III	Богомолов С. А. Bogomolof S. (1934; *9*)	№№ по Шибольду Е. (1929; *44*) von Schiebold E.	Шибольд Е. I (1927–1928; *43, 44*) Schiebold E. I	Шибольд Е. II (1931; *41, 30*)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
													Дигирная (ромбическая) сингония $= G^2$ (продолжение) — Digyrische (rhombische) Syngonie $= G^2$ (Fortsetzung)								
													Планаксиальный (ромбодипирамидальный) вид симметрии $= g^2\,ap$ — Planaxial (rh. bipyramidal) $= g^2\,ap$								
47	18*s*	18*s*	$+\lambda;\ +\lambda_0;\ +\lambda_1$	4χ	$56a_1$	$\mathfrak{V}_4^h$	$\mathfrak{V}_h^1$	$\mathfrak{V}_h^1$	$\mathfrak{V}_h^1$	Q_h^1	V_h^1	*Ca* 1	$2Di = 1$	$D_{2h}\,p\mu\mu\mu$	$P\frac{2}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{m}$	*mmm*	*Pmmm*	$2a\,HP$	47	$2\,(sd)$	P2
48	20*h*	19*h*	$+\chi\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\chi\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +\chi\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	$4\chi3$	$56a_3$	$\mathfrak{V}_4^i$	$\mathfrak{V}_h^2$	$\mathfrak{V}_h^2$	$\mathfrak{V}_h^2$	Q_h^2	V_h^2	*Ca* 2	$2Di = 2$	$D_{2h}\,p\nu\nu\nu$	$P\frac{2}{n}\frac{2}{n}\frac{2}{n}$	*nnn*	*Pnnn*	$2a\cdot\left(\frac{1}{4}\right)H\left[\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right]P$	50	$2\left(s\delta_k^{\frac{1}{4}}\right)$	P2
49	18*h*	17*h*	$+\chi\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\lambda_0;\ +\lambda_1$	$4\chi1$	$56a_2$	$\mathfrak{V}_4^m$	$\mathfrak{V}_h^3$	$\mathfrak{V}_h^3$	$\mathfrak{V}_h^3$	Q_h^3	V_h^3	*Ca* 3	$2Di = 3$	$D_{2h}\,p\mu aa$	$P\frac{2}{c}\frac{2}{c}\frac{2}{m}$	*ccm*	*Pccm*	$2a\cdot\left(\frac{1}{4}\right)HP$	48	$2\,(s\delta_p)$	P2
50	19*h*	18*h*	$+\lambda;\ +\chi\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +\chi\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	$4\chi2$	$56a_4$	$\mathfrak{V}_4^{i_1}$	$\mathfrak{V}_h^4$	$\mathfrak{V}_h^4$	$\mathfrak{V}_h^4$	Q_h^4	V_h^4	*Ca* 4	$2Di = 4$	$D_{2h}\,p\beta a\nu$	$P\frac{2}{b}\frac{2}{a}\frac{2}{n}$	*ban*	*Pban*	$2a\,H\left[\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right]P$	49	$2\,(s\delta_k)$	P2
51	14*a*	14*a*	$+i\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\lambda_0;\ +\lambda_1$	$3\,(\chi1)$	$53a_1$	$\mathfrak{V}_7^s$	$\mathfrak{V}_h^5$	$\mathfrak{V}_h^5$	$\mathfrak{V}_h^5$	Q_h^5	V_h^5	*Ca* 5	$2Di = 5$	$D_{2h}\,p\mu\mu a$	$P\frac{2_1}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{a}$	*mma*	*Pmma*	$\breve{2}a\,HP$	51	$\widetilde{2}\,(sd)$	$P2_1$
52	17*a*	17*a*	$+i\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\chi\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	$3\,(\chi4)$	$53a_4$	$\mathfrak{V}_7^{i_1}$	$\mathfrak{V}_h^6$	$\mathfrak{V}_h^6$	$\mathfrak{V}_h^6$	Q_h^6	V_h^6	*Ca* 6	$2Di = 6$	$D_{2h}\,p\beta\nu\nu$	$P\frac{2}{n}\frac{2_1}{n}\frac{2}{a}$	*nna*	*Pnna*	$\breve{2}a\,H\left[\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right]P$	54	$\widetilde{2}\left(s\delta_0^{\frac{1}{4}}\right)$	$P2_1$
53	15*a*	15*a'*	$+i\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\lambda_0;\ +\chi\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	$3\,(\chi2)$	$53a_2$	$\mathfrak{V}_7^{m_1}$	$\mathfrak{V}_h^7$	$\mathfrak{V}_h^7$	$\mathfrak{V}_h^7$	Q_h^7	V_h^7	*Ca* 7	$2Di = 7$	$D_{2h}\,p\mu a\nu$	$P\frac{2}{m}\frac{2}{n}\frac{2_1}{a}$	*mna*	*Pmna*	$\breve{2}a\,H\left[0;\ \frac{1}{2}\right]P$	52	$\widetilde{2}\,(s\delta_k)$	$P2_1$
54	16*a*	16*a*	$+i\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\chi\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +\lambda_1$	$3\chi3$	$53a_3$	$\mathfrak{V}_7^i$	$\mathfrak{V}_h^8$	$\mathfrak{V}_h^8$	$\mathfrak{V}_h^8$	Q_h^8	V_h^8	*Ca* 8	$2Di = 8$	$D_{2h}\,p\beta aa$	$P\frac{2_1}{c}\frac{2}{c}\frac{2}{a}$	*cca*	*Pcca*	$\breve{2}a\,H\left[\frac{1}{2};\ 0\right]P$	53	$\widetilde{2}\,(s\delta_0)$	$P2_1$
55	22*a*	22*a*	$+\lambda;\ +h\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +h\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	$2\,(\chi1)$	$55a_3$	$\mathfrak{V}_8^h$	$\mathfrak{V}_h^9$	$\mathfrak{V}_h^9$	$\mathfrak{V}_h^9$	Q_h^9	V_h^9	*Ca* 9	$2Di = 9$	$D_{2h}\,p\mu\gamma\beta$	$P\frac{2_1}{b}\frac{2_1}{a}\frac{2}{m}$	*bam*	*Pbam*	$2\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)\breve{a}\,HP$	59	$2\left(\tilde{s}^{\frac{1}{4}}\delta_0^{\frac{1}{4}}\right)$	P2s
56	27*a*	27*a*	$+\chi\cdot\frac{\lambda}{2};\ +(h+\chi)\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +(h+\chi)\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	$2\,(\chi6)$	$55a_6$	$\mathfrak{V}_8^{i_1}$	$\mathfrak{V}_h^{10}$	$\mathfrak{V}_h^{10}$	$\mathfrak{V}_h^{10}$	Q_h^{10}	V_h^{10}	*Ca*10	$2Di = 10$	$D_{2h}\,p\gamma\gamma\nu$	$P\frac{2_1}{c}\frac{2_1}{c}\frac{2}{n}$	*ccn*	*Pccn*	$2\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)\breve{a}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)H\left[\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right]P$	56	$2\left(\tilde{s}^{\frac{1}{4}}\delta_p\right)$	P2s
57	23*a*	23*a*	$+\lambda;\ +h\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +(h+\chi)\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	$2\,(\chi2)$	$55a_2$	$\mathfrak{V}_8^{m_1}$	$\mathfrak{V}_h^{11}$	$\mathfrak{V}_h^{13}$	$\mathfrak{V}_h^{11}$	Q_h^{11}	V_h^{11}	*Ca*11	$2Di = 11$	$D_{2h}\,p\mu a\beta$	$P\frac{2}{b}\frac{2_1}{c}\frac{2_1}{m}$	*bcm*	*Pbcm*	$2\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)\breve{a}\,H\left[0;\ \frac{1}{2}\right]P$	57	$2\left(\tilde{s}^{\frac{1}{4}}\delta_0\right)$	P2s
58	25*a*	25*a*	$+\chi\cdot\frac{\lambda}{2};\ +h\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +h\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	$2\,(\chi4)$	$55a_4$	$\mathfrak{V}_8^m$	$\mathfrak{V}_h^{12}$	$\mathfrak{V}_h^{11}$	$\mathfrak{V}_h^{12}$	Q_h^{12}	V_h^{12}	*Ca*12	$2Di = 12$	$D_{2h}\,p\mu\nu\nu$	$P\frac{2_1}{n}\frac{2_1}{n}\frac{2}{m}$	*nnm*	*Pnnm*	$2\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)\breve{a}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)HP$	60	$2\left(\tilde{s}^{\frac{1}{4}}\delta_k^{\frac{1}{4}}\right)$	P2s
59	24*a*	24*a*	$+\lambda;\ +(h+\chi)\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +(h+\chi)\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	$2\,(\chi3)$	$55a_1$	$\mathfrak{V}_8^s$	$\mathfrak{V}_h^{13}$	$\mathfrak{V}_h^{12}$	$\mathfrak{V}_h^{13}$	Q_h^{13}	V_h^{13}	*Ca*13	$2Di = 13$	$D_{2h}\,p\mu\mu\nu$	$P\frac{2_1}{m}\frac{2_1}{m}$ 2/[illegible]	*mmn*	*Pmmn*	$2\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)\breve{a}\,H\left[\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right]P$	55	$2\left(\tilde{s}^{\frac{1}{4}}d\right)$	[illegible]
60	26*a*	26*a*	$+\chi\cdot\frac{\lambda}{2};\ +(h+\chi)\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +h\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	$2\,(\chi5)$	$55a_5$	$\mathfrak{V}_8^i$	$\mathfrak{V}_h^{14}$	$\mathfrak{V}_h^{14}$	$\mathfrak{V}_h^{14}$	Q_h^{14}	V_h^{14}	*Ca*14	$2Di = 14$	$D_{2h}\,p\beta\gamma\nu$	$P\frac{2_1}{b}\frac{2}{c}$ [illegible]	*bcn*	*Pbcn*	$2\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)\breve{a}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)H\left[\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right]P$	58	$2\left(\tilde{s}^{\frac{1}{4}}\delta_k\right)$	P2s
61	29*a*	29*a*	$+i\cdot\frac{\lambda}{2};\ +(i+h)\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +(i+\chi)\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	$14\,(\chi2)$	$54a_1$	$\mathfrak{V}_9^i$	$\mathfrak{V}_h^{15}$	$\mathfrak{V}_h^{15}$	$\mathfrak{V}_h^{15}$	Q_h^{15}	V_h^{15}	*Ca*15	$2Di = 15$	$D_{2h}\,p\beta\gamma a$	$P\frac{2}{b}\frac{2}{c}$ [illegible]	*bca*	*Pbca*	$2\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)\breve{a}\,H\left[0;\ \frac{1}{2}\right]P$	62	$2\left(\tilde{s}^{\frac{1}{4}}\delta_0\right)$	P2
62	28*a*	28*a*	$+i\cdot\frac{\lambda}{2};\ +(i+h)\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +i\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	$14\,(\chi1)$	$54a_2$	$\mathfrak{V}_9^h$	$\mathfrak{V}_h^{16}$	$\mathfrak{V}_h^{16}$	$\mathfrak{V}_h^{16}$	Q_h^{16}	V_h^{16}	*Ca*16	$2Di = 16$	$D_{2h}\,p\mu\gamma\nu$	$P\frac{2_1}{n}\frac{2_1}{m}$ [illegible]	*nma*	*Pnma*	$\breve{2}\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)\breve{a}\,HP$	61	$\widetilde{2}\left(\tilde{s}^{\frac{1}{4}}d\right)$	$P2_1$
63	18*a*	18*a*	$+i\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	$4\,(\chi1)$	$57a_1$	$\mathfrak{V}_6^s$	$\mathfrak{V}_h^{17}$	$\mathfrak{V}_h^{17}$	$\mathfrak{V}_h^{17}$	Q_h^{17}	V_h^{17}	*Ca*17	$2Di = 17$	$D_{2h}\,c\mu\gamma\mu$	$C\frac{2}{m}\frac{2}{c}$ [illegible]	*Cmcm*	*Cmcm*	$\breve{2}a\,HC$	63	$\widetilde{2}'\,(sd)$	$C2_1$
64	19*a*	19*a*	$+i\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2}:\ +(f+\chi)\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	$4\,(\chi2)$	$57a_2$	$\mathfrak{V}_6^{m_1}$	$\mathfrak{V}_h^{18}$	$\mathfrak{V}_h^{18}$	$\mathfrak{V}_h^{18}$	Q_h^{18}	V_h^{18}	*Ca*18	$2Di = 18$	$D_{2h}\,c\mu\gamma a$	$C\frac{2}{m}\frac{2}{c}$ [illegible]	*Cmca*	*Cmca*	$\breve{2}a\,H\left[0;\ \frac{1}{2}\right]C$	64	$\widetilde{2}'\,(\tilde{s}d)$	$C2_1$
65	19*s*	19*s*	$+\lambda;\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	5χ	$59a_1$	$\mathfrak{V}_3^s$	$\mathfrak{V}_h^{19}$	$\mathfrak{V}_h^{19}$	$\mathfrak{V}_h^{19}$	Q_h^{19}	V_h^{19}	*Ca*19	$2Di = 19$	$D_{2h}\,c\mu\mu\mu$	$C\frac{2}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{m}$	*Cmmm*	*Cmmm*	$2a\,HC$	65	$2'\,(sd)$	C2
66	21*h*	20*h*	$+\chi\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	$5\chi1$	$59a_2$	$\mathfrak{V}_3^m$	$\mathfrak{V}_h^{20}$	$\mathfrak{V}_h^{20}$	$\mathfrak{V}_h^{20}$	Q_h^{20}	V_h^{20}	*Ca*20	$2Di = 20$	$D_{2h}\,c\gamma\gamma\mu$	$C\frac{2}{c}\frac{2}{c}\frac{2}{m}$	*Cccm*	*Cccm*	$2a\cdot\left(\frac{1}{4}\right)HC$	66	$2'\,(s\delta_p)$	C2
67	22*h*	21*h*	$+\lambda;\ +(f+\chi)\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	$5\chi2$	$59a_3$	$\mathfrak{V}_3^{m_1}$	$\mathfrak{V}_h^{21}$	$\mathfrak{V}_h^{21}$	$\mathfrak{V}_h^{21}$	Q_h^{21}	V_h^{21}	*Ca*21	$2Di = 21$	$D_{2h}\,c\mu\mu a$	$C\frac{2}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{a}$	*Cmma*	*Cmma*	$2a\,H\left[\frac{1}{2};\ 0\right]C$	67	$2'\,(s\delta_0)$	C2
68	23*h*	22*h*	$+\chi\cdot\frac{\lambda}{2};\ +(f+\chi)\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	$5\chi3$	$59a_4$	$\mathfrak{V}_3^i$	$\mathfrak{V}_h^{22}$	$\mathfrak{V}_h^{22}$	$\mathfrak{V}_h^{22}$	Q_h^{22}	V_h^{22}	*Ca*22	$2Di = 22$	$D_{2h}\,c\gamma\gamma a$	$C\frac{2}{c}\frac{2}{c}\frac{2}{a}$	*Ccca*	*Ccca*	$2a\cdot\left(\frac{1}{4}\right)H\left[\frac{1}{2};\ 0\right]C$	68	$2'\,(s\delta_k)$	C2
69	21*s*	21*s*	$+f\cdot\frac{\lambda}{2};\ +(f+g)\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +g\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	7χ	$61a_1$	$\mathfrak{V}_2^h$	$\mathfrak{V}_h^{23}$	$\mathfrak{V}_h^{23}$	$\mathfrak{V}_h^{23}$	Q_h^{23}	V_h^{23}	*Ca*23	$2Di = 23$	$D_{2h}\,f\mu\mu\mu$	$F\frac{2}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{m}$	*Fmmm*	*Fmmm*	$2a\,HF$	69	$2'''\,(sd)$	F2
70	16*h*	24*h*	$+(2f+\chi)\cdot\frac{\lambda}{4};\ +(2f+2g+\chi)\cdot\frac{\lambda_0}{4};\ +(2g+\chi)\cdot\frac{\lambda_1}{4}$	$7\chi1$	$61a_2$	$\mathfrak{V}_2^i$	$\mathfrak{V}_h^{24}$	$\mathfrak{V}_h^{24}$	$\mathfrak{V}_h^{24}$	Q_h^{24}	V_h^{24}	*Ca*24	$2Di = 24$	$D_{2h}\,f\delta\delta\delta$	$F\frac{2}{d}\frac{2}{d}\frac{2}{d}$	*Fddd*	*Fddd*	$2a\cdot\left(\frac{1}{8}\right)H\left[\frac{1}{4};\ \frac{1}{4}\right]F$	70	$2'''\left(sd_k^{\frac{1}{8}}\right)$	F2
71	20*s*	20*s*	$+f\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	6χ	$60a_1$	$\mathfrak{V}_1^h$	$\mathfrak{V}_h^{25}$	$\mathfrak{V}_h^{25}$	$\mathfrak{V}_h^{25}$	Q_h^{25}	V_h^{25}	*Ca*25	$2Di = 25$	$D_{2h}\,i\mu\mu\mu$	$I\frac{2}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{m}$	*Immm*	*Immm*	$2a\,HI$	71	$2''\,(sd)$	I2 s

70	16h	24h	$+(2f+\chi)\cdot\frac{\lambda}{4};\ +(2f+2g+\chi)\cdot\frac{\lambda_0}{4};\ +(2g+\chi)\cdot\frac{\lambda_1}{4}$	$7\chi1$	$61a_2$	$\mathfrak{V}_2^i$	$\mathfrak{V}_h^{24}$	$\mathfrak{V}_h^{24}$	$\mathfrak{V}_h^{24}$	Q_h^{24}	V_h^{24}	Ca24	2Di = 24	$D_{2h}\,f\delta\delta\delta$	$F\frac{2}{d}\frac{2}{d}\frac{2}{d}$	Fddd	Fddd	$2a\cdot\left(\frac{1}{8}\right)H\left[\frac{1}{4};\ \frac{1}{4}\right]F$	70	$2'''\left(sd_k^{\frac{1}{8}}\right)$	$F2\,sd_3^{\frac{1}{8}}$
71	20s	20s	$+f\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	6χ	$60a_1$	$\mathfrak{V}_1^h$	$\mathfrak{V}_h^{25}$	$\mathfrak{V}_h^{25}$	$\mathfrak{V}_h^{25}$	Q_h^{25}	V_h^{25}	Ca25	2Di = 25	$D_{2h}\,i\mu\mu\mu$	$I\frac{2}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{m}$	Immm	Immm	2a HI	71	$2''(sd)$	$I2\,sd$
72	24h	23h	$+(f+\chi)\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	$6\chi1$	$60a_2$	$\mathfrak{V}_1^m$	$\mathfrak{V}_h^{26}$	$\mathfrak{V}_h^{26}$	$\mathfrak{V}_h^{26}$	Q_h^{26}	V_h^{26}	Ca26	2Di = 26	$D_{2h}\,i\mu\alpha\alpha$	$I\frac{2}{b}\frac{2}{a}\frac{2}{m}$	Ibam	Ibam	$2a\cdot\left(\frac{1}{4}\right)HI$	72	$2''(s\delta_p)$	$I2\,sd_1$
73	21a	21a	$+(i+f)\cdot\frac{\lambda}{2};\ +(f+\chi)\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	$5(\chi2)$	$58a_2$	$\mathfrak{V}_5^i$	$\mathfrak{V}_h^{27}$	$\mathfrak{V}_h^{27}$	$\mathfrak{V}_h^{27}$	Q_h^{27}	V_h^{27}	Ca27	2Di = 27	$D_{2h}\,i\beta\alpha\alpha$	$I\frac{2}{b}\frac{2}{c}\frac{2}{a}$	Ibea	Ibca	$\breve{2}aH\left[\frac{1}{2};\ 0\right]I$	73	$2''(\tilde{s}\delta_p)$	$I2\,s_1d_1$
74	20a	20a	$+(i+f)\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_1}{2}$	$5(\chi1)$	$58a_1$	$\mathfrak{V}_5^h$	$\mathfrak{V}_h^{28}$	$\mathfrak{V}_h^{28}$	$\mathfrak{V}_h^{28}$	Q_h^{28}	V_h^{28}	Ca28	2Di = 28	$D_{2h}\,i\mu\mu\alpha$	$I\frac{2}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{a}$	Imma	Imma	$\breve{2}a\,HI$	74	$2''(\widetilde{sd})$	$I2\,s_1d$

Тригирная (Тригональная) сингония $= G^3$ — Trigyrische (Trigonale) Syngonie $= G^3$

Примитивный (тригонально-пирамидальный) вид симметрии $= g^3$ — Primitiv (trigonal) pyramidal $= g^3$

75	38s	38s	$+\lambda;\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	12	48	$\mathfrak{C}_1(3)$	$\mathfrak{C}_3^1$	$\mathfrak{C}_3^1$	$\mathfrak{C}_3^1$	C_3^1	C_3^1	E 1	3C = 1	$C_3\,c1$	C_3	3	C3	3P	75	3p	3Pp
76	69a	68a	$+i\cdot\frac{\lambda}{3};\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	(10)	42	$\mathfrak{C}_2(3)$	$\mathfrak{C}_3^2$	$\mathfrak{C}_3^2$	$\mathfrak{C}_3^2$	C_3^2	C_3^2	E 2	3C = 2	$C_3\,c3$	C_{3_1}	3_1	$C3_1$	$3\left[+\frac{1}{3}\right]P$	76	$\left(\frac{1}{3}\tilde{3}\right)p$	$+P3_1$
77	68a	69a	$+i\cdot\frac{\lambda}{3};\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	(11)	43	$\mathfrak{C}_2^1(3)$	$\mathfrak{C}_3^3$	$\mathfrak{C}_3^3$	$\mathfrak{C}_3^3$	C_3^3	C_3^3	E 3	3C = 3	$C_3\,c3$	C_{3_2}	3_2	$C3_2$	$3\left[-\frac{1}{3}\right]P$	77	$\left(\frac{2}{3}\tilde{3}\right)p$	$-P3_1$
78	39s	39s	$+f\cdot\frac{\lambda}{3};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{3};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{3}$	13	51	$\mathfrak{C}_3(3)$	$\mathfrak{C}_3^4$	$\mathfrak{C}_3^4$	$\mathfrak{C}_3^4$	C_3^4	C_3^4	E 4	3C = 4	$C_3\,r1$	R3	R3	R3	3I	78	$(3_{rh})\,p$	R3p

Центральный (ромбоэдрический) вид симметрии $= g^3c$ — Zentral (rhomboëdrisch) $= g^3c$

79	51s	51s	$+\lambda;\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	12[illegible]	$48a_1$	$\mathfrak{C}_1^i(3)$	$\mathfrak{C}_{3,\,i}^1$	$\mathfrak{C}_{3i}^1$	$\mathfrak{C}_{3i}^1$	C_{3i}^1	C_{3i}^1	e1	3Ci = 1	S_6c	$C\bar{3}$	$\bar{3}$	$C\bar{3}$	$\dot{6}P$	79	3pi	P3i
80	52s	52s	$+f\cdot\frac{\lambda}{3};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{3};\ f\cdot\frac{\lambda_0}{3}$	13a	$51a_1$	$\mathfrak{C}_3^i(3)$	$\mathfrak{C}_{3,\,i}^2$	$\mathfrak{C}_{3i}^2$	$\mathfrak{C}_{3i}^2$	C_{3i}^2	C_{3i}^2	e2	3Ci = 2	S_6r	$R\bar{3}$	$R\bar{3}$	$R\bar{3}$	$\dot{6}I$	80	$(3_{rh})\,pi$	R3i

Планальный (д[illegible]гонально-пирамидальный) вид симметрии $= g^3p$ — Planal (ditrigonal-pyramidal) $= g^3p$

81	40s	40s	$+\lambda;\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	12φ	$48b_3$	$\mathfrak{C}_1^s(3)$	$\mathfrak{C}_{3,\,v}^1$	$\mathfrak{C}_{3v}^1$	$\mathfrak{C}_{3v}^1$	C_{3v}^1	C_{3v}^1	Eb 1	3e = 1	$C_{3v}\,c\mu$	C 3 m 1	3 m 1	C 3 m	3VP	88	3d	P3 d
82	41s	41s	$+\lambda;\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{3};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{3}$	$12\varphi^1$	$48b_1$	$\mathfrak{C}_1^a(3)$	$\mathfrak{C}_{3,\,v}^2$	$\mathfrak{C}_{3v}^2$	$\mathfrak{C}_{3v}^2$	C_{3v}^2	C_{3v}^2	Eb 2	3e = 2	$C_{3v}\,h\mu$	H 3 m 1	3 1 m	H 3 m	3VC	90	3′d	C3 d
83	39h	39h	$+\varphi\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	$12\varphi^1$	$48b_4$	$\mathfrak{C}_1^5(3)$	$\mathfrak{C}_{3,\,v}^3$	$\mathfrak{C}_{3v}^3$	$\mathfrak{C}_{3v}^3$	C_{3v}^3	C_{3v}^3	Eb 3	3e = 3	$C_{3v}\,c\gamma$	C 3 c 1	3 c 1	C 3 c	$3V\left[\frac{1}{2};\ 0\right]P$	89	$3\delta p$	$P3\,d_1$
84	40h	40h	$+\varphi\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{3};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{3}$	$12\varphi^1 1$	$48b_2$	$\mathfrak{C}_1^a(3)$	$\mathfrak{C}_{3,\,v}^4$	$\mathfrak{C}_{3v}^4$	$\mathfrak{C}_{3v}^4$	C_{3v}^4	C_{3v}^4	Eb 4	3e = 4	$C_{3v}\,h\gamma$	H 3 c 1	3 c 1	H 3 c	$3V\left[\frac{1}{2};\ 0\right]C$	91	$3'\delta p$	$C3\,d_1$
85	42s	42s	$+f\cdot\frac{\lambda}{3};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{3};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{3}$	13φ	$51b_1$	$\mathfrak{C}_3^a(3)$	$\mathfrak{C}_{3,\,v}^5$	$\mathfrak{C}_{3v}^5$	$\mathfrak{C}_{3v}^5$	C_{3v}^5	C_{3v}^5	Eb 5	3e = 5	$C_{3v}\,r\mu$	R 3 m	R 3 m	R 3 m	3VI	92	$(3_{rh})\,d$	R3 d
86	41h	41h	$+\varphi\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda}{3};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{3};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{3}$	$13\varphi^1$	$51b_2$	$\mathfrak{C}_3^a(3)$	$\mathfrak{C}_{3,\,v}^6$	$\mathfrak{C}_{3v}^6$	$\mathfrak{C}_{3v}^6$	C_{3v}^6	C_{3v}^6	Eb 6	3e = 6	$C_{3v}\,r\gamma$	R 3 c	R 3 c	R 3 c	$3V\left[\frac{1}{2};\ 0\right]I$	93	$(3_{rh})\,\delta_p$	$R3\,d_1$

Аксиальный (тр[illegible]нально-трапецоэдрический) вид симметрии $= g^3a$ — Axial (trigonal-trapezoëdrisch) $= g^3a$

87	45s	45s	$+\lambda;\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	15	49	$\mathfrak{D}_1(3)$	$\mathfrak{D}_3^1$	$\mathfrak{D}_3^1$	$\mathfrak{D}_3^1$	D_3^1	D_3^1	EB 1	3D = 1	$D_3\,h11$	H 3 2 1	[illegible] 1 2	H 3 2	3a P	84	3′ s	C3s
88	44s	44s	$+\lambda;\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{3};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{3}$	14	50	$\mathfrak{D}_3(3)$	$\mathfrak{D}_3^2$	$\mathfrak{D}_3^2$	$\mathfrak{D}_3^2$	D_3^2	D_3^2	EB 2	3D = 2	$D_3\,c11$	C 3 2 1	[illegible] 2 1	C 3 2	3a C	81	3 s	P3s
89	73a	72a	$+i\cdot\frac{\lambda}{3}+ih\cdot\frac{\lambda}{3};\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	(26)	44	$\mathfrak{D}_2(3)$	$\mathfrak{D}_3^3$	$\mathfrak{D}_3^3$	$\mathfrak{D}_3^3$	D_3^3	D_3^3	EB 3	3D = 3	$D_3\,h31$	$H\,3_1\,2\,1$	[illegible] 1 2	$H\,3_1\,2$	$3\left[+\frac{1}{3}\right]aP$	85	$\left(\frac{1}{2}\tilde{3}\right)'s$	$+C3_1s$
90	71a	70a	$+i\cdot\frac{\lambda}{3}+ih\cdot\frac{\lambda}{3};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{3};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{3}$	(12)	46	$\mathfrak{D}_4(3)$	$\mathfrak{D}_3^4$	$\mathfrak{D}_3^4$	$\mathfrak{D}_3^4$	D_3^4	D_3^4	EB 4	3D = 4	$D_3\,c31$	$C\,3_1\,2\,1$	[illegible] 2 1	$C\,3_1\,2$	$3\left[+\frac{1}{3}\right]aC$	82	$\left(\frac{1}{2}\tilde{3}\right)'s$	$+P3_1s$
91	72a	73a	$+i\cdot\frac{\lambda}{3}-ih\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	(27)	45	$\mathfrak{D}_2^1(3)$	$\mathfrak{D}_3^5$	$\mathfrak{D}_3^5$	$\mathfrak{D}_3^5$	D_3^5	D_3^5	EB 5	3D = 5	$D_3\,h\bar{3}1$	$H\,3_2\,2\,1$	[illegible] 1 2	$H\,3_2\,2$	$3\left[-\frac{1}{3}\right]aP$	86	$\left(\frac{2}{3}\tilde{3}\right)'s$	$-C3_1s$
92	70a	71a	$-i\cdot\frac{\lambda}{3}-ih\cdot\frac{\lambda}{3};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{3};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{3}$	(13)	47	$\mathfrak{D}_4^1(3)$	$\mathfrak{D}_3^6$	$\mathfrak{D}_3^6$	$\mathfrak{D}_3^6$	D_3^6	D_3^6	EB 6	3D = 6	$D_3\,c\bar{3}1$	$C\,3_2\,2\,1$	[illegible] 2 1	$C\,3_2\,2$	$3\left[-\frac{1}{3}\right]aC$	83	$\left(\frac{2}{3}\tilde{3}\right)s$	$-P3_1s$
93	46s	46s	$+g\cdot\frac{\lambda}{3};\ +(g+f)\cdot\frac{\lambda_0}{3};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{3}$	16	52	$\mathfrak{D}_5(3)$	$\mathfrak{D}_3^7$	$\mathfrak{D}_3^7$	$\mathfrak{D}_3^7$	D_3^7	D_3^7	EB 7	3D = 7	$D_3\,r11$	R 3 2 1	[illegible] 3 2	R 3 2	3a F	87	$(3_{rh})\,s$	R3s

№ по порядку	Федоров Е. I (1890; *15*) Fedorow E. I	Федоров Е. II (1895; *17*) Fedorow E. II	Уравнения Федорова Е. Algebraische Gleichungen von Fedorow (*15—19,8—9*)	Федоров Е. III (1890—1900; *18, 19*) Fedorow E. III	Барлоу В. (1894; *23, 25*) Barlow W.	Шенфлис А. I (1887—1890; *46—50*) Schoenflies A. I	Шенфлис А. II (1891; *51*) Schoenflies A. II	Шенфлис А. III (1923; *53*) Schoenflies A. III	Ниггли П. (1919—1928; *33, 34*) Niggli P.	Хилтон Г. I (1903; *26*) Hilton H. I	Вайкофф Р. I и другие (*63, 1, 30* и др.) Wyckoff R. I und andere	Хилтон Г. II (1922; *29*) Hilton H. II	Вайкофф Р. II (1923; *64*) Wyckoff R. II	Германн С. (1928; *22*) Hermann C.	Моген Х. I (1931; *32*) Mauguin Ch. I	Моген Х. II (1931; *32*) Mauguin Ch. II	Моген Х. III (1931; *32, 30, 11, 20*) Mauguin Ch. III	Богомолов С. А. (1934; *9*) Bogomolof S.	№№ по Шибольду Е. (1929; *44*) von Schiebold E.	Шибольд Е. I (1927—1929; *43, 44*) Schiebold E. I
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21

Тетрагирная (тетрагональная) сингония $= G^4$ (продолжение) — Tetragyrische (tetragonale) Syngonie $= G^4$ (Fortsetz…

Планаксиальный (дитетрагон.-дипирамидальный) вид симметрии $= g^4ap$ — Planaxial (ditetragonal -bipyramidal) $= g^4ap$

146	$66a$	$66a$	$+(h+\chi+i)\cdot\frac{\lambda}{2};\ +h+\frac{\lambda_0}{2};\ +h\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	$18(\chi3)$	$37a_2$	$\mathfrak{D}_6^h$ (4)	$\mathfrak{D}_{4,h}^{13}$	$\mathfrak{D}_{4h}^{13}$	$\mathfrak{D}_{4h}^{13}$	D_{4h}^{13}	D_{4h}^{13}	$dc13$	$4Di=13$	$D_{4h}p\mu\beta\gamma$	$P\frac{4_2}{m}\frac{2_1}{b}\frac{2}{c}$	$4mbc$	$P\frac{4}{m}bc$	$4\left[\frac{1}{2}\right]\cdot\left(\frac{1}{4};\ \frac{1}{4}\right)\breve{a}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)HP$	149	$\left(\frac{1}{2}\tilde{4}\right)(s\delta_k)$
147	$64a$	$64a$	$+(h+i)\cdot\frac{\lambda}{2};\ +h\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +h\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	$18(\chi1)$	$37a_1$	$\mathfrak{D}_6^m$ (4)	$\mathfrak{D}_{4,h}^{14}$	$\mathfrak{D}_{4h}^{14}$	$\mathfrak{D}_{4h}^{14}$	D_{4h}^{14}	D_{4h}^{14}	$dc14$	$4Di=14$	$D_{4h}p\mu\nu\mu$	$P\frac{4_2}{m}\frac{2_1}{n}\frac{2}{m}$	$4mnm$	$P\frac{4}{m}nm$	$4\left[\frac{1}{2}\right]\cdot\left(\frac{1}{4};\ \frac{1}{4}\right)\breve{a}HP$	148	$\left(\frac{1}{2}\tilde{4}\right)(s\delta_o)$
148	$67a$	$67a$	$+(h+\chi+i):\frac{\lambda_0}{2};\ +(h+\chi)\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +(h+\chi)\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	$18(\chi4)$	$37a_4$	$\mathfrak{D}_6^a$ (4)	$\mathfrak{D}_{4,h}^{15}$	$\mathfrak{D}_{4h}^{15}$	$\mathfrak{D}_{4h}^{15}$	D_{4h}^{15}	D_{4h}^{15}	$dc15$	$4Di=15$	$D_{4h}p\nu\mu\gamma$	$P\frac{4_2}{n}\frac{2_1}{m}\frac{2}{c}$	$4nmc$	$P\frac{4}{n}mc$	$4\left[\frac{1}{2}\right]\cdot\left(\frac{1}{4};\ \frac{1}{4}\right)\breve{a}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)H\left[\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right)P$	147	$\left(\frac{1}{2}\tilde{4}\right)(s\delta_p)$
149	$65a$	$65a$	$+(h+i)\cdot\frac{\lambda}{2};\ +(h+\chi)\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +(h+\chi)\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	$18(\chi2)$	$37a_3$	$\mathfrak{D}_6^s$ (4)	$\mathfrak{D}_{4,h}^{16}$	$\mathfrak{D}_{4h}^{16}$	$\mathfrak{D}_{4h}^{16}$	D_{4h}^{16}	D_{4h}^{16}	$dc16$	$4Di=16$	$D_{4h}p\nu\gamma\mu$	$P\frac{4_2}{n}\frac{2_1}{c}\frac{2}{m}$	$4ncm$	$P\frac{4}{n}cm$	$4\left[\frac{1}{2}\right]\cdot\left(\frac{1}{4};\ \frac{1}{4}\right)\breve{a}H\left[\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right]P$	146	$\left(\frac{1}{2}\tilde{4}\right)(sd)$
150	$37s$	$37s$	$+f\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	11χ	$41a_1$	$\mathfrak{D}_7^h$ (4)	$\mathfrak{D}_{4,h}^{17}$	$\mathfrak{D}_{4h}^{17}$	$\mathfrak{D}_{4h}^{17}$	D_{4h}^{17}	D_{4h}^{17}	$dc17$	$4Di=17$	$D_{4h}i\mu\mu\mu$	$I\frac{4}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{m}$	$I4mmm$	$I\frac{4}{m}mm$	$4aHI$	150	$4''(sd)$
151	$38h$	$38h$	$+(\chi+f)\cdot\frac{\lambda}{2};\ f\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	$11\chi1$	$41a_2$	$\mathfrak{D}_7^m$(4)	$\mathfrak{D}_{4,h}^{18}$	$\mathfrak{D}_{4h}^{18}$	$\mathfrak{D}_{4h}^{18}$	D_{4h}^{18}	D_{4h}^{18}	$dc18$	$4Di=18$	$D_{4h}i\mu\beta\mu$	$I\frac{4}{m}\frac{2}{c}\frac{2}{m}$	$I4mcm$	$I\frac{4}{m}cm$	$4a\cdot\left(\frac{1}{4}\right)HI$	151	$4''(s\delta_p)$
152	$59a$	$59a$	$+(2f+2\chi+i)\cdot\frac{\lambda}{4}+i\chi\cdot\frac{\lambda}{2}+ih\frac{\lambda}{2};\ +(f+\chi)\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	$21(\chi2)$	$35a_1$	$\mathfrak{D}_8^d$ (4)	$\mathfrak{D}_{4,h}^{19}$	$\mathfrak{D}_{4h}^{19}$	$\mathfrak{D}_{4h}^{19}$	D_{4h}^{19}	D_{4h}^{19}	$dc19$	$4Di=19$	$D_{4h}ia\mu\delta$	$I\frac{4_1}{a}\frac{2}{m}\frac{2}{d}$	$I4amd$	$I\frac{4}{a}md$	$4\left[\frac{1}{4}\right]a\cdot\left(\frac{1}{4}\right)H\left[\frac{1}{2};\ 0\right]I$	153	$\left(\frac{1}{4}\tilde{4}\right)''(s\delta_k)$
153	$58a$	$58a$	$+(2f+i)\cdot\frac{\lambda}{4}+i\chi\cdot\frac{\lambda}{2}+ih\cdot\frac{\lambda}{2};\ +(f+\chi)\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	$21(\chi1)$	$35a_2$	$\mathfrak{D}_8^i$ (4)	$\mathfrak{D}_{4,h}^{20}$	$\mathfrak{D}_{4h}^{20}$	$\mathfrak{D}_{4h}^{20}$	D_{4h}^{20}	D_{4h}^{20}	$dc20$	$4Di=20$	$D_{4h}ia\beta\delta$	$I\frac{4_1}{a}\frac{2}{c}\frac{2}{d}$	$I4acd$	$I\frac{4}{a}cd$	$4\left[\frac{1}{4}\right]aH\left[\frac{1}{2};\ 0\right]I$	152	$\left(\frac{1}{4}\tilde{4}\right)''(s\delta_k)$

Центрогирно-примитивный (тетрагон.-тетраэдрический) вид симметрии $= g^{4c}$ — Zentrogyrisch-primitiv (tetr.-bispheroidisch) $= g^{4c}$

154	$26s$	$26s$	$+\lambda;\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	2π	$63c$	$\mathfrak{C}_1^q$ (2)	$\mathfrak{S}_4^1$	$\mathfrak{S}_4^1$	$\mathfrak{S}_4^1$	$C_4'^1$	S_4^1	$d1$	$4c=1$	S_4p	$P\bar{4}$	$\bar{4}$	$P\bar{4}$	$\dot{4}P$	154	$\dot{4}p$
155	$27s$	$27s$	$+f\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	3π	$64c$	$\mathfrak{C}_3^q$ (2)	$\mathfrak{S}_4^2$	$\mathfrak{S}_4^2$	$\mathfrak{S}_4^2$	$C_4'^2$	S_4^2	$d2$	$4c=2$	S_4i	$I\bar{4}$	$I\bar{4}$	$I\bar{4}$	$\dot{4}I$	155	$\dot{4}_p''$ или $\dot{4}_p'''$

Центрогирно-планальный (тетрагон.-скаленоэдрический) вид симметрии $= g^{4c}p$ — Zentrogyrisch-planal (didigon-skalenoëdrisch) =

156	$32s$	$32s$	$+\lambda;\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	4δ	$56\beta_1$	$\mathfrak{B}_4^d$	$\mathfrak{B}_d^1$	$\mathfrak{B}_d^1$	$\mathfrak{B}_d^1$	D_{2d}^1	V_d^1	$dB1$	$4d=1$	$D_{2d}p\mu1$	$P\bar{4}\ 2m$	$\bar{4}2m$	$P\bar{4}2m$	$\dot{4}aP$	156	$\dot{4}d$
157	$30h$	$30h$	$+\delta\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	$4\delta1$	$56\beta_2$	$\mathfrak{B}_4^q$	$\mathfrak{B}_d^2$	$\mathfrak{B}_d^2$	$\mathfrak{B}_d^2$	D_{2d}^2	V_d^2	$dB2$	$4d=2$	$D_{2d}p\gamma1$	$P\bar{4}\ 2c$	$\bar{4}2c$	$P\bar{4}2c$	$\left(\frac{1}{4}\right)\dot{4}aP$	157	$\dot{4}\delta_p$
158	$52a$	$52a$	$+\lambda;\ +h\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +h\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	$2(\delta1)$	$55\beta_1$	$\mathfrak{B}_8^d$	$\mathfrak{B}_d^3$	$\mathfrak{B}_d^3$	$\mathfrak{B}_d^3$	D_{2d}^3	V_d^3	$dB3$	$4d=3$	$D_{2d}p\mu2$	$P\bar{4}\ 2_1m$	$\bar{4}2_1m$	$P\bar{4}2_1m$	$\dot{4}\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)\breve{a}P$	158	$\dot{4}\delta_o$
159	$53a$	$53a$	$+\delta\cdot\frac{\lambda}{2};\ +h\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +h\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	$2(\delta2)$	$55\beta_2$	$\mathfrak{B}_8^q$	$\mathfrak{B}_d^4$	$\mathfrak{B}_d^4$	$\mathfrak{B}_d^4$	D_{2d}^4	V_d^4	$dB4$	$4d=4$	$D_{2d}p\gamma2$	$P\bar{4}\ 2_1c$	$\bar{4}2_1c$	$P\bar{4}2_1c$	$\left(\frac{1}{4}\right)\dot{4}\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)\breve{a}P$	159	$\dot{4}\delta_k$
160	$33s$	$33s$	$+\lambda;\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	5δ	$59\beta_1$	$\mathfrak{B}_3^d$	$\mathfrak{B}_d^5$	$\mathfrak{B}_d^5$	$\mathfrak{B}_d^5$	D_{2d}^5	V_d^5	$dB5$	$4d=5$	$D_{2d}c\mu1$	$C\bar{4}\ 2m$	$\bar{4}m2$	$C\bar{4}2m$	$\dot{4}aC$	160	$\dot{4}'d$
161	$31h$	$31h$	$+\delta\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +f\frac{\lambda_0}{2}$	$5\delta1$	$59\beta_2$	$\mathfrak{B}_3^q$	$\mathfrak{B}_d^6$	$\mathfrak{B}_d^6$	$\mathfrak{B}_d^6$	D_{2d}^6	V_d^6	$dB6$	$4d=6$	$D_{2d}c\gamma1$	$C\bar{4}\ 2c$	$\bar{4}c2$	$C\bar{4}2c$	$\left(\frac{1}{4}\right)\dot{4}aC$	161	$\dot{4}'\delta_p$
162	$32h$	$32h$	$+\lambda;\ +(f+\delta)\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	$5\delta2$	$59\beta_3$	$\mathfrak{B}_3^qa$	$\mathfrak{B}_d^7$	$\mathfrak{B}_d^7$	$\mathfrak{B}_d^7$	D_{2d}^7	V_d^7	$dB7$	$4d=7$	$D_{2d}c\beta1$	$C\bar{4}\ 2b$	$\bar{4}b2$	$C\bar{4}2b$	$\dot{4}\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)aC$	162	$\dot{4}'\delta_0^{\frac{1}{4}}$
163	$33h$	$33h$	$+\delta\cdot\frac{\lambda}{2};\ +(f+\delta)\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	$5\delta3$	$59\beta_4$	$\mathfrak{B}_3^q\beta$	$\mathfrak{B}_d^8$	$\mathfrak{B}_d^8$	$\mathfrak{B}_d^8$	D_{2d}^8	V_d^8	$dB8$	$4d=8$	$D_{2d}c\gamma1$	$C\bar{4}\ 2n$	$\bar{4}n2$	$C\bar{4}2n$	$\left(\frac{1}{4}\right)\dot{4}\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)aC$	163	$\dot{4}'\delta_k^{\frac{1}{4}}$
164	$35s$	$35s$	$+f\cdot\frac{\lambda}{2};\ +(f+g)\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +g\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	7δ	$61\beta_1$	$\mathfrak{B}_2^d$	$\mathfrak{B}_d^9$	$\mathfrak{B}_d^9$	$\mathfrak{B}_d^9$	D_{2d}^9	V_d^9	$dB9$	$4d=9$	$D_{2d}f\mu1$	$F\bar{4}\ 2m$	$I\bar{4}m2$	$F\bar{4}2m$	$\dot{4}aF$	164	$\dot{4}'''d$
165	$34h$	$34h$	$+(f+\delta)\frac{\lambda}{2};\ +(f+g)\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +g\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	$7\delta1$	$61\beta_2$	$\mathfrak{B}_2^q$	$\mathfrak{B}_d^{10}$	$\mathfrak{B}_d^{10}$	$\mathfrak{B}_d^{10}$	D_{2d}^{10}	V_d^{10}	$dB10$	$4d=10$	$D_{2d}f\beta1$	$F\bar{4}\ 2c$	$I\bar{4}c2$	$F\bar{4}2c$	$\left(\frac{1}{4}\right)\dot{4}aF$	165	$\dot{4}'''\delta_p$
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	$\mathfrak{B}^d$	$\mathfrak{B}^{11}$	$\mathfrak{B}^{11}$	$\mathfrak{B}^{11}$	D^{11}	V^{11}	$dB11$	$4d=11$	[illegible]	$I\bar{4}\ 2m$	$I\bar{4}2m$	$I\bar{4}2m$	$\dot{4}aI$	166	$\dot{4}''d$

165	34h	34h	$+(f+\delta)\frac{[illegible]}{2};\ +(f+g)\cdot\frac{[illegible]}{2};\ +g\cdot\frac{[illegible]}{2}$	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]			[illegible]				[illegible]			
166	34s	34s	$+f\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{2}$	6δ	$60\beta_1$	$\mathfrak{B}_1^d$	$\mathfrak{B}_d^{11}$	$\mathfrak{B}_d^{11}$	$\mathfrak{B}_d^{11}$	D_{2d}^{11}	V_d^{11}	$dB11$	$4d=11$	$D_{2d}i\mu 1$	$I\bar{4}\ 2m$	$I\bar{4}2m$	$I\bar{4}2m$	$\dot{4}aI$	166	$\dot{4}''d$
167	51a	51a	$+(1-n^{\delta})\cdot\frac{\lambda}{8}+h\delta\cdot\frac{\lambda}{2}+f\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\frac{\lambda_0}{2};\ +(h+\delta+f)\frac{\lambda_0}{2}$	$5\delta(1)$	$58\beta_1$	$\mathfrak{B}_5^q$	$\mathfrak{B}_d^{12}$	$\mathfrak{B}_d^{12}$	$\mathfrak{B}_d^{12}$	D_{2d}^{12}	V_d^{12}	$dB12$	$4d=12$	$D_{2d}i\delta 1$	$I\bar{4}\ 2d$	$I\bar{4}2d$	$I\bar{4}2d$	$\left(-\frac{1}{8}\right)\dot{4}\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)aI$	167	$\dot{4}''\delta_k^{\frac{1}{8}}$

Гексагирная (гексагональная) сингония = G^6 — Hexagyrische (hexagonale) Syngonie = G^6

Примитивный (гексагон.-пирамидальный) вид симметрии = g^6 — Primitiv (hexagonal-pyramidal) = g^6

168	49s	49s	$+\lambda;\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	17	23	$\mathfrak{C}_1$ (6)	$\mathfrak{C}_6^1$	$\mathfrak{C}_6^1$	$\mathfrak{C}_6^1$	C_6^1	C_6^1	$F1$	$6C=1$	C_6c1	$C6$	6	$C6$	$6P$	168	$6p$
169	75a	74a	$+i\cdot\frac{\lambda}{6};\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	(31)	14	$\mathfrak{C}_2$ (6)	$\mathfrak{C}_6^2$	$\mathfrak{C}_6^2$	$\mathfrak{C}_6^2$	C_6^2	C_6^2	$F2$	$6C=2$	C_6c6	$C6_1$	6_1	$C6_1$	$6\left[+\frac{1}{6}\right]P$	169	$\left(\frac{1}{6}\tilde{6}\right)p$
170	74a	75a	$-i\cdot\frac{\lambda}{6};\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	(32)	15	$\mathfrak{C}_2^1$ (6)	$\mathfrak{C}_6^3$	$\mathfrak{C}_6^3$	$\mathfrak{C}_6^3$	C_6^3	C_6^3	$F3$	$6C=3$	$C_6c\bar{6}$	$C6_5$	6_5	$C6_5$	$6\left[-\frac{1}{6}\right]P$	170	$\left(\frac{5}{6}\tilde{6}\right)p$
171	77a	76a	$+i\cdot\frac{\lambda}{3};\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	(29)	16	$\mathfrak{C}_3$ (6)	$\mathfrak{C}_6^4$	$\mathfrak{C}_6^4$	$\mathfrak{C}_6^4$	C_6^4	C_6^4	$F4$	$6C=4$	$C_6c\bar{3}$	$C6_4$	6_4	$C6_2$	$6\left[+\frac{1}{3}\right]P$	171	$\left(\frac{1}{3}\tilde{6}\right)p$
172	76a	77a	$-i\cdot\frac{\lambda}{3};\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	(30)	17	$\mathfrak{C}_3^1$ (6)	$\mathfrak{C}_6^5$	$\mathfrak{C}_6^5$	$\mathfrak{C}_6^5$	C_6^5	C_6^5	$F5$	$6C=5$	C_6c3	$C6_2$	6_2	$C6_4$	$6\left[-\frac{1}{3}\right]P$	172	$\left(\frac{2}{3}\tilde{6}\right)p$
173	78a	78a	$+i\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	(28)	20	$\mathfrak{C}_4$ (6)	$\mathfrak{C}_6^6$	$\mathfrak{C}_6^6$	$\mathfrak{C}_6^6$	C_6^6	C_6^6	$F6$	$6C=6$	C_6c2	$C6_3$	6_3	$C6_3$	$6\left[\frac{1}{2}\right]P$	173	$\left(\frac{1}{2}\tilde{6}\right)p$

Центральный (гексагон.-дипирамидальный) вид симметрии = g^6c — Zentral (hexagonal-bipyramidal) = g^6c

174	53s	53s	$+\lambda;\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	17χ	$23a_1$	$\mathfrak{C}_1^h$ (6)	$\mathfrak{C}_{6,\,h}^1$	$\mathfrak{C}_{6h}^1$	$\mathfrak{C}_{6h}^1$	C_{6h}^1	C_{6h}^1	$Fa1$	$6Ci=1$	$C_{6h}c\mu 1$	$C\frac{6}{m}$	$6m$	$C\frac{6}{m}$	$6HP$	174	$6pi$
175	81a	81a	$+i\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	$28(\chi 1)$	$20a_1$	$\mathfrak{C}_4^h$ (6)	$\mathfrak{C}_{6,\,h}^2$	$\mathfrak{C}_{6h}^2$	$\mathfrak{C}_{6h}^2$	C_{6h}^2	C_{6h}^2	$Fa2$	$6Ci=2$	$C_{6h}c\mu 2$	$C\frac{6_3}{m}$	6_3m	$C\frac{6_3}{m}$	$6\left[\frac{1}{2}\right]HP$	175	$\left(\frac{1}{2}\tilde{6}\right)pi$

Планальный (дигексагон.-пирамидальный) вид симметрии = g^6p — Planal (dihexag.-pyramidal) = g^6p

176	50s	50s	$+\lambda;\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	17φ	$23b_1$	$\mathfrak{C}_1^a$ (6)	$\mathfrak{C}_{6,\,v}^1$	$\mathfrak{C}_{6v}^1$	$\mathfrak{C}_{6v}^1$	C_{6v}^1	C_{6v}^1	$Fb1$	$6e=1$	C_6[illegible]	$C6mm$	$6mm$	$C6mm$	$6VP$	182	$6d$
177	44h	44h	$+\varphi\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	$17\varphi 1$	$23b_2$	$\mathfrak{C}_1^a$ (6)	$\mathfrak{C}_{6,\,v}^2$	$\mathfrak{C}_{6v}^2$	$\mathfrak{C}_{6v}^2$	C_{6v}^2	C_{6v}^2	$Fb2$	$6e=2$	C_6[illegible]	$C6cc$	$6cc$	$C6cc$	$6V\left[\frac{1}{2};\ 0\right]P$	183	$6\delta_p$
178	80a	80a	$+(i+\varphi)\cdot\frac{\lambda}{2}+\lambda_0;\ +\lambda_0$	$28(\varphi 2)$	$20b_1$	$\mathfrak{C}_4^a$ (6)	$\mathfrak{C}_{6,v}^3$	$\mathfrak{C}_{6v}^3$	$\mathfrak{C}_{6v}^3$	C_{6v}^3	C_{6v}^3	$Fb3$	$6e=3$	C_6[illegible]	$C6_3cm$	$6cm$	$C6cm$	$6\left[\frac{1}{2}\right]V\left[\frac{1}{2};\ 0\right]P$	185	$\left(\frac{1}{2}\tilde{6}\right)\delta_p$
179	79a	79a	$+i\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	$28(\varphi 41)$	$20b_2$	$\mathfrak{C}_4^d$ (6)	$\mathfrak{C}_{6,\,v}^4$	$\mathfrak{C}_{6v}^4$	$\mathfrak{C}_{6v}^4$	C_{6v}^4	C_{6v}^4	$Fb4$	$6e=4$	C_6[illegible]	$C6_3mc$	$6mc$	$C6mc$	$6\left[\frac{1}{2}\right]VP$	184	$\left(\frac{1}{2}\tilde{6}\right)d$

Аксиальный (гексагон.-трапецоэдрический) вид симметрии = g^6a — Axial (hexagonal-trapezoëdrisch) = g^6a

180	54s	54s	$+\lambda;\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	18	25	$\mathfrak{D}_1$ (6)	$\mathfrak{D}_6^1$	$\mathfrak{D}_6^1$	$\mathfrak{D}_6^1$	D_6^1	D_6^1	$FB1$	$6D=1$	[illegible]	$C6\ 22$	$6\ 2$	$C6\ 2$	$6aP$	176	$6s$
181	83a	82a	$+i\cdot\frac{\lambda}{6}-ih\cdot\frac{\lambda}{3};\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	(36)	18	$\mathfrak{D}_2$ (6)	$\mathfrak{D}_6^2$	$\mathfrak{D}_6^2$	$\mathfrak{D}_6^2$	D_6^2	D_6^2	$FB2$	$6D=2$	[illegible]11	$C6_122$	6_12	$C6_12$	$6\left[+\frac{1}{6}\right]aP$	177	$\left(\frac{1}{6}\tilde{6}\right)s$
182	82a	83a	$-i\cdot\frac{\lambda}{6}+ih\cdot\frac{\lambda}{3};\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	(37)	19	$\mathfrak{D}_2^1$ (6)	$\mathfrak{D}_6^3$	$\mathfrak{D}_6^3$	$\mathfrak{D}_6^3$	D_6^3	D_6^3	$FB3$	$6D=3$	[illegible]11	$C6_522$	6_52	$C6_52$	$6\left[-\frac{1}{6}\right]aP$	178	$\left(\frac{5}{6}\tilde{6}\right)s$
183	85a	84a	$+i\cdot\frac{\lambda}{3}+ih\cdot\frac{\lambda}{3};\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	(34)	21	$\mathfrak{D}_3$ (6)	$\mathfrak{D}_6^4$	$\mathfrak{D}_6^4$	$\mathfrak{D}_6^4$	D_6^4	D_6^4	$FB4$	$6D=4$	[illegible]11	$C6_422$	6_42	$C6_22$	$6\left[+\frac{1}{3}\right]aP$	179	$\left(\frac{1}{3}\tilde{6}\right)s$
184	84a	85a	$-i\cdot\frac{\lambda}{3}-ih\cdot\frac{\lambda}{3};\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	(35)	22	$\mathfrak{D}_3^1$ (6)	$\mathfrak{D}_6^5$	$\mathfrak{D}_6^5$	$\mathfrak{D}_6^5$	D_6^5	D_6^5	$FB5$	$6D=5$	[illegible]311	$C6_222$	6_22	$C6_42$	$6\left[-\frac{1}{3}\right]aP$	180	$\left(\frac{2}{3}\tilde{6}\right)s$
185	86a	86a	$+i\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	(33)	24	$\mathfrak{D}_4$ (6)	$\mathfrak{D}_6^6$	$\mathfrak{D}_6^6$	$\mathfrak{D}_6^6$	D_6^6	D_6^6	$FB6$	$6D=6$	[illegible]211	$C6_322$	6_32	$C6_32$	$6\left[\frac{1}{2}\right]aP$	181	$\left(\frac{1}{2}\tilde{6}\right)s$

Планаксиальный (дигексагон.-дипирамидальный) вид симметрии = g^6ap — Planaxial (dihexag.-bipyramidal) = g^6ap

186	58s	58s	$+\lambda;\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	18χ	$25a_1$	$\mathfrak{D}_1^h$(6)	$\mathfrak{D}_{6,\,h}^1$	$\mathfrak{D}_{6h}^1$	$\mathfrak{D}_{6h}^1$	D_{6h}^1	D_{6h}^1	$fc1$	$6Di=1$	D_{6h}[illegible]	$C\frac{6}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{m}$	$6mmm$	$C\frac{6}{mmm}$	$6aHP$	186	$6\,(ds)$
187	48h	48h	$+\chi\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	$18\chi 1$	$25a_2$	$\mathfrak{D}_1^m$(6)	$\mathfrak{D}_{6,\,h}^2$	$\mathfrak{D}_{6h}^2$	$\mathfrak{D}_{6h}^2$	D_{6h}^2	D_{6h}^2	$fc2$	$6Di=2$	D_{6h}[illegible]	$C\frac{6}{m}\frac{2}{c}\frac{2}{c}$	$6mcc$	$C\frac{6}{mcc}$	$6a\cdot\left(\frac{1}{4}\right)HP$	187	$6\,(s\delta_p)$
188	88a	88a	$+(i+\chi)\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	$33(\chi 2)$	$24a_1$	$\mathfrak{D}_4^h$ (6)	$\mathfrak{D}_{6,\,h}^3$	$\mathfrak{D}_{6h}^3$	$\mathfrak{D}_{6h}^3$	D_{6h}^3	D_{6h}^3	$fc3$	$6Di=3$	D_{6h}[illegible]	$C\frac{6_3}{m}\frac{5}{c}\frac{2}{m}$	$6mcm$	$C\frac{6}{mcm}$	$6\left[\frac{1}{2}\right]a\cdot\left(\frac{1}{4}\right)HP$	189	$\left(\frac{1}{2}\tilde{6}\right)(s\delta p)$
189	87a	87a	$+i\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	$33(\chi 1)$	$24a_2$	$\mathfrak{D}_4^m$(6)	$\mathfrak{D}_{6,\,h}^4$	$\mathfrak{D}_{6h}^4$	$\mathfrak{D}_{6h}^4$	D_{6h}^4	D_{6h}^4	$fc4$	$6Di=4$	D_{6h}[illegible]	$C\frac{6_3}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{c}$	$6mmc$	$C\frac{6}{mmc}$	$6\left[\frac{1}{2}\right]aHP$	188	$\left(\frac{1}{2}\tilde{6}\right)(sd)$

Центрогирно-примитивный (тригон.-дипирамидальный) вид симметрии = g^{6c} — Zentrogyrisch-primitiv (trigonal-bipyramidal) = g^{6c}

190	43s	43s	$+\lambda;\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	12π	$48b_5$	$\mathfrak{C}_1^h$ (3)	$\mathfrak{C}_{3,\,h}^1$	$\mathfrak{C}_{3h}^1$	$\mathfrak{C}_{3h}^1$	C_{3h}^1	C_{3h}^1	$f1$	$6c=1$	$C_{3h}c\mu 1$	$C\bar{6}$	$\bar{6}$	$C\bar{6}$	$3HP$	190	$\dot{6}p$

Hilton H. II	Вайкофф Р. II (1923; 64) Wyckoff R. II	Германн С. (1928; 22) Hermann C.	Моген Х. I (1931; 32) Mauguin Ch. I	Моген Х. II (1931; 32) Mauguin Ch. II	Моген Х. III (1931; 32, 30, 11, 20) Mauguin Ch. III	Богомолов С. А. (1934; 9) Bogomolof S.	№№ по Шибольду Е. (1929; 44) von Schiebold E.	Шибольд Е. I (1927—1929; 43, 44) Schiebold E. I	Шибольд Е. II (1931; 41, 30) Schiebold E. II	Номенклатура Шибольда Е. (1927—1929; 43, 44) Nomenklatur von Schiebold E. (1927—1929; 43, 44)	Новая номенклатура Neue Nomenklatur (Russisch)	Новая номенклатура Neue Nomenklatur (Deutsch)	Новая символика Neue Symbolen
3	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
Тетрагирная (тетрагональная) сингония $= G^4$ (продолжение) — **Tetragyrische (tetragonale) Syngonie** $= G^4$ (Fortsetzung)													
Планаксиальный (дитетрагон.-дипирамидальный) вид симметрии $= g^4ap$ — **Planaxial (ditetragonal -bipyramidal)** $= g^4ap$													
c13	$4Di=13$	$D_{4h}p\mu\beta\gamma$	$P\frac{4_2}{m}\frac{2_1}{b}\frac{2}{c}$	$4mbc$	$P\frac{4}{m}bc$	$4\left[\frac12\right]\cdot\left(\frac14;\ \frac14\right)\breve{a}\cdot\left(\frac14\right)HP$	149	$\left(\frac12\tilde{4}\right)(s\delta_k)$	$P4_2s_1d_3$	Γ_t-tetrahelikisch-helicoklinodomatoidisch	Тетратрансдигирно-интер-ортотрансплан-интер-трансаксиальная гр. P	Tetratransdigyrisch-inter-orthotransplan-inter-transaxial — P	$g^{4t2}(a^t)(p^o)P$
c14	$4Di=14$	$D_{4h}p\mu\nu\mu$	$P\frac{4_2}{m}\frac{2_1}{n}\frac{2}{m}$	$4mnm$	$P\frac{4}{m}nm$	$4\left[\frac12\right]\cdot\left(\frac14;\ \frac14\right)\breve{a}HP$	148	$\left(\frac12\tilde{4}\right)(s\delta_o)$	$P4_2s_1d_2$	Γ_t-tetrahelikisch-helicoorthodomatoidisch	Третратрансдигирно-интер-клинотрансплан-интер-трансаксиальная гр. P	Tetratransdigyrisch-inter-klinotransplan-inter-transaxial — P	$g^{4t2}(a^t)(p^k)P$
c15	$4Di=15$	$D_{4h}p\nu\mu\gamma$	$P\frac{4_2}{n}\frac{2_1}{m}\frac{2}{c}$	$4nmc$	$P\frac{4}{n}mc$	$4\left[\frac12\right]\cdot\left(\frac14;\ \frac14\right)\breve{a}\cdot\left(\frac14\right)H\left[\frac12;\ \frac12\right)P$	147	$\left(\frac12\tilde{4}\right)(s\delta_p)$	$P4_2s_1d_1$	Γ_t-tetrahelikisch-helicoparadomatoidisch	Тетратрансдигирно-план-интер-трансаксиальная гр. P	Tetratransdigyrisch-plan-inter-transaxial — P	$g^{4t2}(a^t)pP$
c16	$4Di=16$	$D_{4h}p\nu\gamma\mu$	$P\frac{4_2}{n}\frac{2_1}{c}\frac{2}{m}$	$4ncm$	$P\frac{4}{n}cm$	$4\left[\frac12\right]\cdot\left(\frac14;\ \frac14\right)\breve{a}H\left[\frac12;\ \frac12\right]P$	146	$\left(\frac12\tilde{4}\right)(sd)$	$P4_2s_1d$	Γ_t-tetrahelikisch-helicodomatisch	Тетратрансдигирно-паратрансплан-интер-трансаксиальная гр. P	Tetratransdigyrisch-paratransplan-inter-transaxial — P	$g^{4t2}(a^t)p^pP$
c17	$4Di=17$	$D_{4h}i\mu\mu\mu$	$I\frac{4}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{m}$	$I4mmm$	$I\frac{4}{m}mm$	$4aHI$	150	$4''(sd)$	$I4sd$	Γ''_t-tetragyrisch-gyrodomatisch	Тетрагирно-планаксиальная гр. *I*	Tetragyrisch-planaxial — *I*	g^4apI
c18	$4Di=18$	$D_{4h}i\mu\beta\mu$	$I\frac{4}{m}\frac{2}{c}\frac{2}{m}$	$I4mcm$	$I\frac{4}{m}cm$	$4a\cdot\left(\frac14\right)HI$	151	$4''(s\delta_p)$	$I4sd_1$	Γ''_t-tetragyrisch-gyroparadomatoidisch	Тетрагирно-паратранспланаксиальная гр. *I*	Tetragyrisch-paratransplanaxial — *I*	g^4ap^pI
c19	$4Di=19$	$D_{4h}ia\mu\delta$	$I\frac{4_1}{a}\frac{2}{m}\frac{2}{d}$	$I4amd$	$I\frac{4}{a}md$	$4\left[\frac14\right]a\cdot\left(\frac14\right)H\left[\frac12;\ 0\right]I$	153	$\left(\frac14\tilde{4}\right)''(s\delta_k)$	$I4_1sd_3^{+\frac18}$	Γ''_t - $\frac14$ -tetrahelikisch-gyroklinodomatoidisch $\left(\frac{d}{4}+\frac{c}{4}+\frac{c}{2}\right)$	Тетратрансгирно-клинотрансплан-аксиальная гр. *I*	Tetratransgyrisch-klinotransplan-axial — *I*	$g^{4t}ap^kI$
c20	$4Di=20$	$D_{4h}ia\beta\delta$	$I\frac{4_1}{a}\frac{2}{c}\frac{2}{d}$	$I4acd$	$I\frac{4}{a}cd$	$4\left[\frac14\right]aH\left[\frac12;\ 0\right]I$	152	$\left(\frac14\tilde{4}\right)''(s\delta_k)$	$I4_1sd_3^{-\frac18}$	Γ''_t - $\frac14$ -tetrahelikisch-gyroklinodomatoidisch $\left(\frac{d+c}{4}\right)$	Тетратрансгирно-ортотрансплан-аксиальная гр. *I*	Tetratransgyrisch-orthotransplan-axial — *I*	$g^{4t}ap^oI$
Центрогирно-примитивный (тетрагон.-тетраэдрический) вид симметрии $= g^{4c}$ — **Zentrogyrisch-primitiv (tetr.-bispheroidisch)** $= g^{4c}$													
d1	$4c=1$	S_4p	$P\bar4$	$\bar4$	$P\bar4$	$\dot4P$	154	$\dot4p$	$P4\cdot p$	Γ_t-tetrazentrogyroidisch-pedical oder	Тетрацентрогирно-примитивная гр. P	Tetrazentrogyrisch-primitiv — P	$g^{4c}P$
d2	$4c=2$	S_4i	$I\bar4$	$I\bar4$	$I\bar4$	$\dot4I$	155	$\dot4''_p$ или $\dot4''_p$	$I4\cdot p$	Γ''_t-tetrazentrogyroidisch-pedial	Тетрацентрогирно-примитивная гр. *I*	Tetrazentrogyrisch-primitiv — *I*	$g^{4c}I$
Центрогирно-планальный (тетрагон.-скаленоэдрический) вид симметрии $= g^{4c}p$ — **Zentrogyrisch-planal (didigon-skalenoëdrisch)** $= g^{4c}p$													
B1	$4d=1$	$D_{2d}p\mu1$	$P\bar4\ 2m$	$\bar42m$	$P\bar42m$	$\dot4aP$	156	$\dot4d$	$P4\cdot d$	Γ_t-tetrazentrogyroidisch-domatisch	Тетрацентрогирно-планальная гр. C	Tetrazentrogyrisch-planal — C	$g^{4c}pC$
B2	$4d=2$	$D_{2d}p\gamma1$	$P\bar4\ 2c$	$\bar42c$	$P\bar42c$	$\left(\frac14\right)\dot4aP$	157	$\dot4\delta_p$	$P4\cdot d_1$	Γ_t-tetrazentrogyroidisch-paradomatoidisch	Тетрацентрогирно-паратрансplanальная гр. C	Tetrazentrogyrisch-paratransplanal — C	$g^{4c}p^pC$
B3	$4d=3$	$D_{2d}p\mu2$	$P\bar4\ 2_1m$	$\bar42_1m$	$P\bar42_1m$	$\dot4\cdot\left(0;\ \frac14\right)\breve{a}P$	158	$\dot4\delta_o$	$P4\cdot d_2$	Γ_t-tetrazentrogyroidisch-orthodomatoidisch	Тетрацентрогирно-ортотранспланальная гр. C	Tetrazentrogyrisch-orthotransplanal — C	$g^{4c}p^oC$
B4	$4d=4$	$D_{2d}p\gamma2$	$P\bar4\ 2_1c$	$\bar42_1c$	$P\bar42_1c$	$\left(\frac14\right)\dot4\cdot\left(0;\ \frac14\right)\breve{a}P$	159	$\dot4\delta_k$	$P4\cdot d_3$	Γ_t-tetrazentrogyroidisch-klinodomatoidisch	Тетрацентрогирно-клинотранспланальная гр. C	Tetrazentrogyrisch-klinotransplanal — C	$g^{4c}p^kC$
B5	$4d=5$	$D_{2d}c\mu1$	$C\bar4\ 2m$	$\bar4m2$	$C\bar42m$	$\dot4aC$	160	$\dot4'd$	$C4\cdot d$	Γ'_t-tetrazentrogyroidisch-domatisch	Тетрацентрогирно-планальная гр. P	Tetrazentrogyrisch-planal P	$g^{4c}pP$
B6	$4d=6$	$D_{2d}c\gamma1$	$C\bar4\ 2c$	$\bar4c2$	$C\bar42c$	$\left(\frac14\right)\dot4aC$	161	$\dot4'\delta_p$	$C4\cdot d_1$	Γ'_t-tetrazentrogyroidisch-paradomatoidisch	Тетрацентрогирно-паратранспланальная гр. P	Tetrazentrogyrisch-paratransplanal P	$g^{4c}p^pP$
B7	$4d=7$	$D_{2d}c\beta1$	$C\bar4\ 2b$	$\bar4b2$	$C\bar42b$	$\dot4\cdot\left(0;\ \frac14\right)aC$	162	$\dot4'\delta_o^{\frac14}$	$C4\cdot d_2^{\frac18}$	Γ'_t-tetrazentrogyroidisch-orthodomatoidisch $\left(\frac14\right)$	Тетрацентрогирно-интер-ортотранспланальная гр. P	Tetrazentrogyrisch-inter-orthotransplanal — P	$g^{4c}(p^o)P$
B8	$4d=8$	$D_{2d}c\gamma1$	$C\bar4\ 2n$	$\bar4n2$	$C\bar42n$	$\left(\frac14\right)\dot4\cdot\left(0;\ \frac14\right)aC$	163	$\dot4'\delta_k^{\frac14}$	$C4\cdot d_3^{\frac18}$	Γ'_t-tetrazentrogyroidisch-klinodomatoidisch $\left(\frac14\right)$	Тетрацентрогирно-интер-клинотранспланальная гр. P	Tetrazentrogyrisch-inter-klinotransplanal — P	$g^{4c}(p^k)P$
B9	$4d=9$	$D_{2d}f\mu1$	$F\bar4\ 2m$	$I\bar4m2$	$F\bar42m$	$\dot4aF$	164	$\dot4'''d$	$F4\cdot d$	Γ'''_t-tetrazentrogyroidisch-domatisch	Тетрацентрогирно-планальная гр. *I*	Tetrazentrogyrisch-planal *I*	$g^{4c}pI$
B10	$4d=10$	$D_{2d}f\beta1$	$F\bar4\ 2c$	$I\bar4c2$	$F\bar42c$	$\left(\frac14\right)\dot4aF$	165	$\dot4'''\delta_p$	$F4\cdot d_1$	Γ'''_t-tetrazentrogyroidisch-paradomatoidisch	Тетрацентрогирно-паратранспланальная гр. *I*	Tetrazentrogyrisch-paratransplanal *I*	$g^{4c}p^pI$
B11	$4d=11$	$D_{2d}i\mu1$	$I\bar4\ 2m$	$I\bar42m$	$I\bar42m$	$\dot4aI$	166	$\dot4''d$	$I4\cdot d_0$	Γ''_t-tetrazentrogyroidisch-domatisch	Тетрацентрогирно-планальная гр. F	Tetrazentrogyrisch-planal F	$g^{4c}pF$

$dB10$	$4d=10$	$D_{2d}f\beta1$	$F\bar{4}\ 2c$	$I\bar{4}c2$	$F\bar{4}2c$	$\left(\frac{1}{4}\right)\dot{4}aF$	165	$\dot{4}'''\delta_\rho$	$F4\cdot d_1$	Γ'_t-tetrazentrogyroidisch-paradomatoidisch	Тетрацентрогирно-паратранспланальная гр. I	Tetrazentrogyrisch-paratransplanal I	[illegible]
$dB11$	$4d=11$	$D_{2d}i\mu1$	$I\bar{4}\ 2m$	$I\bar{4}2m$	$I\bar{4}2m$	$\dot{4}aI$	166	$\dot{4}''d$	$I4\cdot d_2$	Γ''_t-tetrazentrogyroidisch-domatisch	Тетрацентрогирно-планальная гр. F	Tetrazentrogyrisch-planal F	$g^{4c}pF$
$dB12$	$4d=12$	$D_{2d}i\delta1$	$I\bar{4}\ 2d$	$I\bar{4}2d$	$I\bar{4}2d$	$\left(-\frac{1}{8}\right)\dot{4}\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)aI$	167	$\dot{4}''\delta_k^{\frac{1}{8}}$	$I4\cdot d_3^{\frac{1}{8}}$	Γ''_t-tetrazentrogyroidisch-klinodomatoidisch $\left(\frac{1}{8}\right)$	Тетрацентрогирно-клинотранспланальная гр. F	Tetrazentrogyrisch-inter-klinotransplanal F	$g^{4c}(p^k)F$

Гексагирная (гексагональная) сингония $= G^6$ — Hexagyrische (hexagonale) Syngonie $= G^6$

Примитивный (гексагон.-пирамидальный) вид симметрии $= g^6$ — Primitiv (hexagonal-pyramidal) $= g^6$

$F1$	$6C=1$	C_6c1	$C6$	6	$C6$	$6P$	168	$6p$	$P6p$	Γ_h-h-hexagyrisch-pedial	Гексагирно-примитивная гр. C	Hexagyrisch-primitiv — C	g^6C
$F2$	$6C=2$	C_6c6	$C6_1$	6_1	$C6_1$	$6\left[+\frac{1}{6}\right]P$	169	$\left(\frac{1}{6}\tilde{6}\right)p$	$+P6_1p$	Γ_h-$\frac{1}{6}$-hexahelikisch-pedial	Плюс-гексатрансгирно-примитивн. гр. C	+ hexatransgyrisch-primitiv — C	$g^{+6t}C$
$F3$	$6C=3$	$C_6c\bar{6}$	$C6_5$	6_5	$C6_5$	$6\left[-\frac{1}{6}\right]P$	170	$\left(\frac{5}{6}\tilde{6}\right)p$	$-P6_1p$	Γ_h-$\frac{5}{6}$-hexahelikisch-pedial	Минус-гексатрансгирно-примитивн. гр. C	— hexatransgyrisch-primitiv — C	$g^{-6t}C$
$F4$	$6C=4$	$C_6c\bar{3}$	$C6_4$	6_4	$C6_2$	$6\left[+\frac{1}{3}\right]P$	171	$\left(\frac{1}{3}\tilde{6}\right)p$	$+P6_2p$	Γ_h-$\frac{1}{3}$-hexahelikisch-pedial	Плюс-гексатрансдигирно-примитивн. гр. C	+ hexatransdigyrisch-primitiv — C	$g^{+6t2}C$
$F5$	$6C=5$	C_6c3	$C6_2$	6_2	$C6_4$	$6\left[-\frac{1}{3}\right]P$	172	$\left(\frac{2}{3}\tilde{6}\right)p$	$-P6_2p$	Γ_h-$\frac{2}{3}$-hexahelikisch-pedial	Минус-гексатрансдигирно-примитивн. гр. C	— hexatransdigyrisch-primitiv — C	$g^{-6t2}C$
$F6$	$6C=6$	C_6c2	$C6_3$	6_3	$C6_3$	$6\left[\frac{1}{2}\right]P$	173	$\left(\frac{1}{2}\tilde{6}\right)p$	$P6_3p$	Γ_h-$\frac{1}{2}$-hexahelikisch-pedial	Гексатранстригирно-примитивная гр. C	Hexatranstrigyrisch-primitiv C	$g^{6t3}C$

Центральный (гексагон.-дипирамидальный) вид симметрии $= g^6c$ — Zentral (hexagonal-bipyramidal) $= g^6c$

$Fa1$	$6Ci=1$	$C_{6h}c\mu1$	$C\frac{6}{m}$	$6m$	$C\frac{6}{m}$	$6HP$	174	$6pi$	$P6i$	Γ_h-1-hexagyrisch-pinakoidal	Гексагирно-центральная гр. C	Hexagyrisch-zentral — C	g^6cC
$Fa2$	$6Ci=2$	$C_{6h}c\mu2$	$C\frac{6_3}{m}$	6_3m	$C\frac{6_3}{m}$	$6\left[\frac{1}{2}\right]HP$	175	$\left(\frac{1}{2}\tilde{6}\right)pi$	$P6_3i$	Γ_h-$\frac{1}{2}$-hexahelikisch-pinakoidal	Гексатранстригирно-центральная гр. C	Hexatranstrigyrisch-zentral C	$g^{6t3}cC$

Планальный (дигексагон.-пирамидальный) вид симметрии $= g^6p$ — Planal (dihexag.-pyramidal) $= g^6p$

$Fb1$	$6e=1$	C_{6v}[illegible]	$C6mm$	$6mm$	$C6mm$	$6VP$	182	$6d$	$P6d$	Γ_h-h-hexagyrisch-domatisch	Гексагирно-планальная гр. C	Hexagyrisch-planal — C	g^6pC
$Fb2$	$6e=2$	C_{6v}[illegible]	$C6cc$	$6cc$	$C6cc$	$6V\left[\frac{1}{2};\ 0\right]P$	183	$6\delta_\rho$	$P6d_1$	Γ_h-h-hexagyrisch-paradomatoidisch	Гексагирно-паратранспланальн. гр. C	Hexagyrisch-paratransplanal — C	g^6p^pC
$Fb3$	$6e=3$	C_{6v}[illegible]	$C6_3cm$	$6cm$	$C6cm$	$6\left[\frac{1}{2}\right]V\left[\frac{1}{2};\ 0\right]P$	185	$\left(\frac{1}{2}\tilde{6}\right)\delta_\rho$	$P6_3d$	Γ_h-$\frac{1}{2}$-hexahelikisch-paradomatoidisch	Гексатранстригирно-планальная гр. C	Hexatranstrigyrisch-planal — C	$g^{6t3}C$
$Fb4$	$6e=4$	C_{6v}[illegible]	$C6_3mc$	$6mc$	$C6mc$	$6\left[\frac{1}{2}\right]VP$	184	$\left(\frac{1}{2}\tilde{6}\right)d$	$P6_3d_1$	Γ_h-$\frac{1}{2}$-hexahelikisch-domatisch	Гексатранстригирно-паратранспланальная гр. C	Hexatranstrigyrisch-paratransplanal — C	$g^{6t3}p^pC$

Аксиальный (гексагон.-трапецоэдрический) вид симметрии $= g^6a$ — Axial (hexagonal-trapezoëdrisch) $= g^6a$

$FB1$	$6D=1$	D_6c111	$C6\ 22$	$6\ 2$	$C6\ 2$	$6aP$	176	$6s$	$P6s$	Γ_h-h-hexagyrisch-sphenoidisch	Гексагирно-аксиальная гр. C	Hexagyrisch-axial — C	g^6aC
$FB2$	$6D=2$	D_6c611	$C6_122$	6_12	$C6_12$	$6\left[+\frac{1}{6}\right]aP$	177	$\left(\frac{1}{6}\tilde{6}\right)s$	$+P6_1s$	Γ_h-$\frac{1}{6}$-hexahelikisch-sphenoidisch	Плюс-гексатрансгирно-аксиальная гр. C	+ hexatransgyrisch-axial — C	$g^{+6t}aC$
$FB3$	$6D=3$	$D_6c\bar{6}11$	$C6_522$	6_52	$C6_52$	$6\left[-\frac{1}{6}\right]aP$	178	$\left(\frac{5}{6}\tilde{6}\right)s$	$-P6_1s$	Γ_h-$\frac{5}{6}$-hexahelikisch-sphenoidisch	Минус-гексатрансгирно-аксиальная гр. C	— hexatransgyrisch-axial — C	$g^{-6t}aC$
$FB4$	$6D=4$	$D_6c\bar{3}11$	$C6_422$	6_42	$C6_22$	$6\left[+\frac{1}{3}\right]aP$	179	$\left(\frac{1}{3}\tilde{6}\right)s$	$+P6_2s$	Γ_h-$\frac{1}{3}$-hexahelikisch-sphenoidisch	Плюс-гексатрансдигирно-аксиальная гр. C	+ hexatransdigyrisch-axial — C	$g^{+6t2}aC$
$FB5$	$6D=5$	D_6c311	$C6_222$	6_22	$C6_42$	$6\left[-\frac{1}{3}\right]aP$	180	$\left(\frac{2}{3}\tilde{6}\right)s$	$-P6_2s$	Γ_h-$\frac{2}{3}$-hexahelikisch-sphenoidisch	Минус-гексатрансдигирно-аксиальн. гр. C	— hexatransdigyrisch-axial — C	$g^{-6t2}aC$
$FB6$	$6D=6$	D_6c211	$C6_322$	6_32	$C6_32$	$6\left[\frac{1}{2}\right]aP$	181	$\left(\frac{1}{2}\tilde{6}\right)s$	$P6_3s$	Γ_h-$\frac{1}{2}$-hexahelikisch-sphenoidisch	Гексатранстригирно-аксиальная гр. C	Hexatranstrigyrisch-axial — C	$g^{6t3}aC$

Планаксиальный (дигексагон.-дипирамидальный) вид симметрии $= g^6ap$ — Planaxial (dihexag.-bipyramidal) $= g^6ap$

$fc1$	$6Di=1$	$D_{6h}c\mu\mu\mu$	$C\frac{6}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{m}$	$6mmm$	$C\frac{6}{mmm}$	$6aHP$	186	$6(ds)$	$P6d$	Γ_h-h-hexagyrisch-gyrodomatisch	Гексагирно-планаксиальная гр. C	Hexagyrisch-planaxial — C	g^6apC
$fc2$	$6Di=2$	$D_{6h}c\mu\gamma\gamma$	$C\frac{6}{m}\frac{2}{c}\frac{2}{c}$	$6mcc$	$C\frac{6}{mcc}$	$6a\cdot\left(\frac{1}{4}\right)HP$	187	$6(s\delta_\rho)$	PCd_1	Γ_h-h-hexagyrisch-gyroparadomatoidisch	Гексагирно-паратранспланаксиальная гр. C	Hexagyrisch-paratransplanaxial — C	g^6ap^pC
$fc3$	$6Di=3$	$D_{6h}c\mu\gamma\mu$	$C\frac{6_3}{m}\frac{5}{c}\frac{2}{m}$	$6mcm$	$C\frac{6}{mcm}$	$6\left[\frac{1}{2}\right]a\cdot\left(\frac{1}{4}\right)HP$	189	$\left(\frac{1}{2}\tilde{6}\right)(s\delta p)$	$P6_3d$	Γ_h-$\frac{1}{2}$-hexahelikisch-gyroparadomatoidisch	Гексатранстригирно-планаксиальная гр. C	Hexatranstrigyrisch-planaxial — C	$g^{6t3}apC$
$fc4$	$6Di=4$	$D_{6h}c\mu\mu\gamma$	$C\frac{6_3}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{c}$	$6mmc$	$C\frac{6}{mmc}$	$6\left[\frac{1}{2}\right]aHP$	188	$\left(\frac{1}{2}\tilde{6}\right)(sd)$	$P6_3d_1$	Γ_h-$\frac{1}{2}$-hexahelikisch-gyrodomatisch	Гексатранстригирно-паратранспланаксиальная гр. C	Hexatranstrigyrisch-paratransplanaxial — C	$g^{6t3}ap^pC$

Центрогирно-примитивный (тригон.-дипирамидальный) вид симметрии $= g^{6c}$ — Zentrogyrisch-primitiv (trigonal-bipyramidal) $= g^{6c}$

$f1$	$6c=1$	$C_{3h}c\mu1$	$C\bar{6}$	$\bar{6}$	$C\bar{6}$	$3HP$	190	$\dot{6}p$	$P6\cdot p$	Γ_h-hexazentrogyroidisch-pedial	Гексацентрогирно-примитивная гр. C	Hexazentrogyrisch-primitiv — C	$g^{6c}C$

Вайкофф Р. II (1923; *64*) Wyckoff R. II	Германн C. (1928; *22*) Hermann C.	Моген Х. I (1931; *32*) Mauguin Ch. I	Моген Х. II (1931; *32*) Mauguin Ch. II	Моген Х. III (1931; *22, 30, 11, 20*) Mauguin Ch. III	Богомолов С. А. (1934; *9*) Bogomolof S.	№№ по Шибольду Е. (1929; *44*) von Schiebold E.	Шибольд Е. I (1927—1929; *43, 44*) Schiebold E. I	Шибольд Е. II (1931; *41, 30*) Schiebold E. II	Номенклатура Шибольда Е. (1927—1929; *43, 44*) Nomenklatur von Schiebold E. (1927—1929; *43, 44*)	Новая номенклатура Neue Nomenclatur (Russisch)	Новая номенклатура Neue Nomenklatur (Deutsch)	Новая символика Neue Symbolen
11	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
Гексагирная (гексагональная) сингония = G^6 — Hexagyrische (hexagonale) Syngonie = G^6												
…ирно-планальный (дитригон.-дипирамидальный) вид симметрии = $g^{6c}p$ — Zentrogyrisch-planal (ditrigonal-bipyramidal) = $g^{6c}p$												
$6d=1$	$D_{3h}c\mu\mu$	$C\bar{6}m2$	$\bar{6}m2$	$C\bar{6}m2$	$3aHP$	191	$\dot{6}d$	$P6 \cdot d$	Γ_h-hexazentrogyroidisch-domatisch	Гексацентрогирно-планальная гр. H	Hexazentrogyrisch-planal — H	$g^{6c}gH$
$6d=2$	$D_{3h}c\mu\gamma$	$C\bar{6}c2$	$\bar{6}c2$	$C\bar{6}c2$	$3a \cdot \left(\frac{1}{4}\right) HP$	192	$\dot{6}\delta_p$	$P6 \cdot d_1$	Γ_h-hexazentrogyroidisch-paradomatoidisch	Гексацентрогирно-паратрансапланальная гр. H	Hexazentrogyrisch-paratransplanal — H	$g^{6c}p^pH$
$6d=3$	$D_{3h}h\mu\mu$	$H\bar{6}m2$	$\bar{6}2m$	$H\bar{6}m2$	$3aHC$	193	$\dot{6}'d$	$C6 \cdot d$	Γ_h'-hexazentrogyroidisch-domatisch	Гексацентрогирно-планальная гр. C	Hexazentrogyrisch-planal — C	$g^{6c}pC$
$6d=4$	$D_{3h}h\mu\gamma$	$H\bar{6}c2$	$\bar{6}2c$	$H\bar{6}c2$	$3a \cdot \left(\frac{1}{4}\right) HC$	194	$\dot{6}'\delta_p$	$C6 \cdot d_1$	Γ_h'-hexazentrogyroidisch-paradomatoidisch	Гексацентрогирно-паратрансапланальная гр. C	Hexazentrogyrisch-paratransplanal — C	$g^{6c}p^pC$
Полигирная (кубическая) сингония = G^p — Polygyrische (kubische) Syngonie = G^p												
Примитивный (пентагон.-тритетраэдрический) вид симметрии = g^p — Primitiv (pentagon-dodekaëdrisch) = g_p												
$T=1$	$Tp1$	$P2\,3$	$2\,3$	$P2\,3$	$23\,P$	195	tp	Ptp	Γ_c-tetraëdrisch-pedial	Полигирно-примитивная гр. P	Polygyrisch-primitiv — P	g^pP
$T=2$	$Tf1$	$F2\,3$	$F2\,3$	$F2\,3$	$23F$	197	$t'''p$	Ftp	Γ_c'''-tetraëdrisch-pedial	Полигирно-примитивная гр. F	Polygyrisch-primitiv — F	g^pF
$T=3$	$Ti1$	$I2\,3$	$I2\,3$	$I2\,3$	$23I$	196	$t''p$	Itp	Γ_c''-tetraëdrisch-pedial	Полигирно-примитивная гр. I	Polygyrisch-primitiv — I	g^pI
$T=4$	$Tp2$	$P2_13$	2_13	$P2_13$	$\bar{2} \cdot \left(0; -\frac{1}{4}\right) 3P$	198	$\bar{t}p$	Pt_1p	Γ_c-tetraëdroidisch-pedial	Интер-полигирно-примитивная гр. P	Inter-polygyrisch-primitiv — P	$g^{(p)}P$
$T=5$	$Ti2$	$I2_13$	$I2_13$	$I2_13$	$\bar{2} \cdot \left(0; -\frac{1}{4}\right) 3I$	199	$\bar{t}''p$	It_1p	Γ_c''-tetraëdroidisch-pedial	Интер-полигирно-примитивная гр. I	Inter-polygyrisch-primitiv — I	$g^{(p)}I$
Центральный (дидодекаэдрический) вид симметрии = g^pc — Zentral (dyakisdodekaëdrisch) = g^pc												
$Ti=1$	$Thp\mu$	$P\frac{2}{m}\bar{3}$	$m3$	$Pm3$	$23HP$	200	tpi	Pti	Γ_c-tetraëdrisch-pinakoidal (000)	Полигирно-центральная гр. P	Polygyrisch-zentral — P	g^pcP
$Ti=2$	$Thp\nu$	$P\frac{2}{n}\bar{3}$	$n3$	$Pn3$	$23 \cdot \left(\frac{1}{4}\right) H \left[\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right] P$	203	$tpi\left(\frac{1}{4}\,\frac{1}{4}\,\frac{1}{4}\right)$	$Pti^{\frac{1}{4}}$	Γ_c-tetraëdrisch-pinakoidal (1/4 1/4 1/4)	Полигирно-интер-центральная гр. P	Polygyrisch-inter-zentral — P	$g^p(c)P$
$Ti=3$	$Thf\mu$	$F\frac{2}{m}\bar{3}$	$Fm3$	$Fm3$	$23HF$	202	$t'''pi$	Fti	Γ_c'''-tetraëdrisch-pinakoidal (000)	Полигирно-центральная гр. F	Polygyrisch-zentral — F	g^pcF
$Ti=4$	$Thf\delta$	$F\frac{2}{d}\bar{3}$	$Fd3$	$Fd3$	$23 \cdot \left(\frac{1}{8}\right) H \left[\frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right] F$	204	$t'''pi\left(\frac{1}{8}\,\frac{1}{8}\,\frac{1}{8}\right)$	$Fti^{\frac{1}{8}}$	Γ_c'''-tetraëdrisch-pinakoidal (1/8 1/8 1/8)	Полигирно-интер-центральная гр. F	Polygyrisch-inter-zentral — F	$g^p(c)F$
$Ti=5$	$Thi\mu$	$I\frac{2}{m}\bar{3}$	$Im3$	$Im3$	$23HI$	201	$t''pi$	Iti	Γ_c''-tetraëdrisch-pinakoidal (000)	Полигирно-центральная гр. I	Polygyrisch-zentral — I	g^pcI
$Ti=6$	$Thp\beta$	$P\frac{2_1}{c}\bar{3}$	$c3$	$Pa3$	$\bar{2} \cdot \left(0; -\frac{1}{4}\right) 3H \left[\frac{1}{2}; 0\right] P$	205	$\bar{t}pi$	Pt_1i	Γ_c-tetraëdroidisch-pinakoidal	Полигирно-интер-центральная гр. I	Polygyrisch-inter-zentral — I	$g^p(c)I$
$Ti=7$	$Thi\beta$	$I\frac{2}{c}\bar{3}$	$Ic3$	$Ia3$	$\bar{2} \cdot \left(0; -\frac{1}{4}\right) 3H \left[\frac{1}{2}; 0\right] I$	206	$\bar{t}''pi$	It_1i	Γ_c''-tetraëdroidisch-pinakoidal (000)	Интер-полигирно-интер-центральная гр. I	Inter-polygyrisch-inter-zentral — I	$g^{(p)}(c)\,I$
Планальный (гексатетраэдрический) вид симметрии = g^pp — Planal (hexakistetraëdrisch) = g^pp												
$Te=1$	$Tdp\mu1$	$P\bar{4}3m$	$\bar{4}3m$	$P\bar{4}3m$	$23\,VP$	215	td	Ptd	Γ_c-tetraëdrisch-domatisch	Полигирно-планальная гр. P	Polygyrisch-planal — P	g^ppP
$Te=2$	$Tdf\mu1$	$F\bar{4}3m$	$F\bar{4}3m$	$F\bar{4}3m$	$23\,VF$	217	$t'''d$	Ftd	Γ_c'''-tetraëdrisch-domatisch	Полигирно-планальная гр. F	Polygyrisch-planal — F	g^ppF
$Te=3$	$Tdi\mu1$	$I\bar{4}3m$	$I\bar{4}3m$	$I\bar{4}3m$	$23\,VI$	216	$t''d$	Itd	Γ_c''-tetraëdrisch-domatisch	Полигирно-планальная гр. *I*	Polygyrisch-planal — I	g^ppI
$Te=4$	$Tdp\nu1$	$P\bar{4}3n$	$\bar{4}3c$	$P\bar{4}3n$	$23\,V\left[\frac{1}{4}; \frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right] P$	218	$t\delta_1$	Ptd_1	Γ_c-tetraëdrisch-klino-domatoidisch	Полигирно-клинотрансплана[illegible]	Polygyrisch-klinotransplanal — P	g^pp^kP

Планальный (гексатетраэдрический) вид симметрии $= g^p p$ — **Planal** (hexakistetraëdrisch) $= g^p p$													
$Tb1$	$Te = 1$	$Tdp\mu 1$	$P\bar{4}3m$	$\bar{4}3m$	$P\bar{4}3m$	$23\,VP$	215	td	Ptd	Γ_c-tetraëdrisch-domatisch	Полигирно-планальная гр. P	Polygyrisch-planal — P	$g^p pP$
$Tb2$	$Te = 2$	$Tdf\mu 1$	$F\bar{4}3m$	$F\bar{4}3m$	$F\bar{4}3m$	$23\,VF$	217	$t'''d$	Ftd	Γ_c'''-tetraëdrisch-domatisch	Полигирно-планальная гр. F	Polygyrisch-planal — F	$g^p pF$
$Tb3$	$Te = 3$	$Tdi\mu 1$	$I\bar{4}3m$	$I\bar{4}3m$	$I\bar{4}3m$	$23\,VI$	216	$t''d$	Itd	Γ_c''-tetraëdrisch-domatisch	Полигирно-планальная гр. I	Polygyrisch-planal — I	$g^p pI$
$Tb4$	$Te = 4$	$Tdp\gamma 1$	$P\bar{4}3c$	$\bar{4}3c$	$P\bar{4}3n$	$23\,V\left[\frac{1}{2};\ \frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right]P$	219	$t\delta_k$	Ptd_3	Γ_c-tetraëdrisch-klino-domatoidisch	Полигирно-клинотранспланальная гр. P	Polygyrisch-klinotransplanal — P	$g^p p^k P$
$Tb5$	$Te = 5$	$Tdf\beta 1$	$F\bar{4}3c$	$F\bar{4}3c$	$I\bar{4}3c$	$23\,V\left[\frac{1}{2};\ 0;\ 0\right]F$	218	$t'''\delta_k$	Ftd_3	Γ_c'''-tetraëdrisch-paradomatoidisch	Полигирно-паратранспланальная гр. F	Polygyrisch-paratransplanal — F	$g^p p^p F$
$Tb6$	$Te = 6$	$Tdi\delta 1$	$I\bar{4}3d$	$I\bar{4}3d$	$I\bar{4}3d$	$\bar{2}\cdot\left(0;\ -\frac{1}{4}\right)3\,V\left[\frac{1}{4};\ \frac{1}{4};\ \frac{1}{4}\right]I$	220	$t''\delta_k$	It_1d_3	Γ_c''-tetraëdroidisch-klino (oder para) domatoidisch	Интер-полигирно-клинотранспланальная гр. I	Inter-polygyrisch-klinotransplanal — I	$g^{(p)} p^k I$
Аксиальный (пентагон-триоктаэдрический) вид симметрии $= g^p a$ — **Axial** (pentagonikositetraëdrisch) $= g^p a$													
$O1$	$O = 1$	O^1p111 или $Op1$	$P4\,32$	43	$P43$	$43P$	207	ts	Pts	Γ_c-tetraëdrisch-sphenoidisch	Полигирно-аксиальная гр. P	Polygyrisch-axial — P	$g^p aP$
$O2$	$O = 2$	O^1p211 или O^2p2	$P4_232$	4_23	$P4_23$	$4\left[\frac{1}{2}\right]\cdot\left(0;\ \frac{1}{2}\right)3P$	208	$\tilde{ts}\left[00\frac{1}{4}\right]$	$Pts_1^{\frac{1}{4}}$	Γ_c-tetraëdrisch-helicoidisch	Полигирно-интер-аксиальная гр. P	Polygyrisch-inter-axial — P	$g^p(a)P$
$O3$	$O = 3$	$Of111$ или $Of1$	$F4\,32$	$F43$	$F43$	$43F$	210	$t'''s$	Fts	Γ_c'''-tetraëdrisch-sphenoidisch	Полигирно-аксиальная гр. F	Polygyrisch-axial — F	$g^p aF$
$O4$	$O = 4$	$Of411$ или $Of4$	$F4_132$	$F4_13$	$F4_13$	$4\left[\frac{1}{4}\right]\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)3F$	211	$t'''\tilde{s}\left[00\frac{1}{8}\right]$	$Fts_1^{\frac{1}{8}}$	Γ_c'''-tetraëdrisch-helicoidisch	Полигирно-интер-аксиальная гр. F	Polygyrisch-inter-axial — F	$g^p(a)F$
$O5$	$O = 5$	$Oi111$ или $Oi1$	$I4\,32$	$I43$	$I43$	$43I$	209	$t''s$	Its	Γ_c''-tetraëdrisch-sphenoidisch	Полигирно-аксиальная гр. I	Polygyrisch-axial — I	$g^p aI$
$O6$	$O = 6$	$Op421$ или $Op4$	$P4_132$	4_13	$P4_13$	$4\left[+\frac{1}{4}\right]\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)3P$	212	$ts\left[\frac{1}{4}0\frac{3}{8}\right]$	$+Pt_1s$	Γ_c-tetraëdroidisch-helicoidisch [1/4 0 3/8]	Плюс-интерполигирно-интер-аксиальная гр. P	+ inter-polygyrisch-inter-axial — P	$g^{+(p)}(a)P$
$O7$	$O = 7$	$Op\tilde{4}21$ или $Op4$	$P4_332$	4_33	$P4_33$	$4\left[-\frac{1}{4}\right]\cdot\left(\frac{1}{4};\ 0\right)3P$	213	$\tilde{ts}\left[\frac{3}{4}0\frac{3}{8}\right]=\tilde{ts}\left[-\frac{1}{4}0\frac{3}{8}\right]$	$-Pt_1s$	Γ_c-tetraëdroidisch-helicoidisch [3/4 0 3/8]	Минус-интер-полигирно-интер-аксиальная гр. P	— inter-polygyrisch-inter-axial — P	$g^{-(p)}(a)P$
$O8$	$O = 8$	$Oi411$ или $Oi4$	$I4_132$	$I4_13$	$I4_13$	$4\left[\frac{1}{4}\right]\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)3I$	214	$t''s\left[00\frac{1}{8}\right]$	It_1s	Γ_c''-tetraëdroidisch-sphenoidisch	Интер-полигирно-интер-аксиальная гр. I	Interpolygyrisch-inter-axial — I	$g^{(p)}(a)I$
Планаксиальный (гексаоктаэдрический) вид симметрии $= g^p ap$ — **Planaxial** (hexakisoktaëdr) $= g^p ap$													
$Oa1$	$Oi = 1$	$Ohp\mu\mu$	$P\frac{4}{m}3\frac{2}{m}$	$m3m$	$Pm3m$	$43HP$	221	t [illegible]	$Ptsd$	Γ_c-tetraëdrisch-gyrodomatisch	Полигирно-планаксиальная гр. P	Polygyrisch-planaxial — P	$g^p apP$
$Oa2$	$Oi = 2$	$Ohp\nu\gamma$	$P\frac{4}{m}3\frac{2}{c}$	$n3c$	$Pn3n$	$43\cdot\left(\frac{1}{4}\right)H\left[\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right]P$	222	t [illegible]	$Ptsd_3$	Γ_c-tetraëdrisch-gyroklinodomatoidisch	Полигирно-клинотрансплан-аксиальная гр. P	Polygyrisch-klinotransplanaxial — P	$g^p ap^k P$
$Oa3$	$Oi = 3$	$Ohp\mu\gamma$	$P\frac{4_2}{m}3\frac{2}{c}$	$m3c$	$Pm3n$	$4\left[\frac{1}{2}\right]\cdot\left(0;\ \frac{1}{2}\right)3HP$	224	$t(\tilde{s}\delta_k)$ [illegible] $\frac{1}{4}]$	$Pts_1^{\frac{1}{4}}d_3$	Γ_c-tetraëdrisch-helicoklinodomatoidisch	Полигирно-клинотрансплан-интер-аксиальная гр. P	Polygyrisch-klinotransplan-interaxial - P	$g^p(a)$ [illegible]
$Oa4$	$Oi = 4$	$Ohp\nu\mu$	$P\frac{4_2}{n}3\frac{2}{m}$	$3m$	$Pn3m$	$4\left[\frac{1}{2}\right]\cdot\left(0;\ \frac{1}{2}\right)3\cdot\left(\frac{1}{4}\right)H\left[\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right]P$	223	$t(\tilde{sd})$ [illegible] $\frac{1}{4}]$	$Ptsd_1^{\frac{1}{4}}d$	Γ_c-tetraëdrisch-helicodomatisch	Полигирно-план-интер-аксиальная гр. P	Polygyrisch-plan-interaxial — P	$g^p(a)$ [illegible]
$Oa5$	$Oi = 5$	$Ohf\mu\mu$	$F\frac{4}{m}3\frac{2}{m}$	$m3m$	$Fm3m$	$43HF$	225	t''' [illegible]	$Ftsd$	Γ_c'''-tetraëdrisch-gyrodomatisch	Полигирно-планаксиальная гр. F	Polygyrisch-planaxial — F	[illegible]
$Oa6$	$Oi = 6$	$Ohf\mu\beta$	$F\frac{4}{m}3\frac{2}{c}$	$Fm3c$	$Fm3c$	$43\cdot\left(\frac{1}{4}\right)HF$	226	[illegible]	$Ftsd_3$	Γ_c'''-tetraëdrisch-gyroparadomatoidisch	Полигирно-паратранспланаксиальная гр. F	Polygyrisch-paratransplanaxial — F	$g^p ap^p F$
$Oa7$	$Oi = 7$	$Ohf\delta\mu$	$F\frac{4_1}{d}3\frac{2}{m}$	$Fd3m$	$Fd3m$	$4\left[\frac{1}{4}\right]\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)3\cdot\left(\frac{1}{8}\right)H\left[\frac{1}{4};\ \frac{1}{4}\right]F$	227	$t'''(\tilde{sd})$ [illegible] $0\frac{1}{8}]$	$Fts_1^{\frac{1}{8}}d$	Γ_c'''-tetraëdrisch-helicodomatisch	Полигирно-план-интер-аксиальная гр. F	Polygyrisch-plan-interaxial — F	$g^p(a)pF$
$Oa8$	$Oi = 8$	$Ohf\delta\beta$	$F\frac{4_1}{d}3\frac{2}{c}$	$Fd3c$	$Fd3c$	$4\left[\frac{1}{4}\right]\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)3\cdot\left(-\frac{1}{8}\right)H\left[\frac{1}{4};\ \frac{1}{4}\right]F$	228	$t''(\tilde{t\delta_k})$ [illegible] $0\frac{1}{8}]$	$Fts_1^{\frac{1}{8}}d_3$	Γ_c'''-tetraëdrisch-helicoparadomatoidisch	Полигирно-паратрансплан-интер-аксиальная гр. F	Polygyrisch-paratransplan-interaxial — F	$g^p(a)p^pF$
$Oa9$	$Oi = 9$	$Ohi\mu\mu$	$I\frac{4}{m}3\frac{2}{m}$	$Im3m$	$Im3m$	$43HI$	229	t'' [illegible]	$Itsd$	Γ_c''-tetraëdrisch-gyrodomatisch	Полигирно-планаксиальная гр. I	Polygyrisch-planaxial — I	$g^p apI$
$Oa10$	$Oi = 10$	$Ohia\beta$	$I\frac{4_1}{c}3\frac{2}{d}$	$Ia3d$	$Ia3d$	$4\left[\frac{1}{4}\right]\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)3H\left[\frac{1}{2};\ 0\right]I$	230	$t''(s\delta_k)$ [illegible] $0\frac{1}{8}]$	$Its_1^{\frac{1}{8}}d_3$	Γ_c''-tetraëdroidisch-gyroklinodomatoidisch	Интер-полигирно-клинотрансплан-интер-аксиальная гр. I	Inter-polygyrisch-klinotransplan-interaxial — I	$g^{(p)}(a)p^kI$

№№ по порядку	Федоров Е. I (1890; *15*) Fedorow E. I	Федоров Е. II (1895; *17*) Fedorow E. II	Уравнения Федорова Е. Algebraische Gleichungen von Fedorow (*15—19, 8—9*)	Федоров Е. III (1890—1900; *18, 19*) Fedorow E. III	Барлоу В. (1894; *23, 25*) Barlow W.	[illegible] (1887—1890; *46—50*)	Шенфлис А. II (1891; *51*) Schoenflies A. II	Шенфлис А. III (1923; *53*) Schoenflies A. III	Ниггли П. (1919—1928; *33, 34*) Niggli P.	Хилтон Г. I (1903; *26*) Hilton H. I	Вайкофф Р. I и другие (*63, 1, 30* и др.) Wyckoff R. I und andere	Хилтон Г. II (1922; *29*) Hilton H. II	Вайкофф Р. II (1923; *64*) Wyckoff R. II	Германн С. (1928; *22*) Hermann C.	Моген Х. I (1931; *32*) Mauguin Ch. I	Моген Х. II (1931; *32*) Mauguin Ch. II	Моген Х. III (1931; *32, 30, 11, 20*) Mauguin Ch. III	Богомолов С. А. (1934; *9*) Bogomolof S.	№№ по Шибольду Е. (1929; *44*) von Schiebold E.	Шибольд Е. I (1927—1929; *43, 44*) Schiebold E. I
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
Гексагирная (гексагональная) сингония $= G^6$ — Hexagyrische (hexagonale) Syngonie $= G^6$																				
Центрогирно-планальный (дитригон.-дипирамидальный) вид симметрии $= g^{6c}p$ — Zentrogyrisch-planal (ditrigonal-bipyramidal)																				
191	48*s*	48*s*	$+\lambda;\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	15π	$49b_1$	[illegible]	$\mathfrak{D}^1_{3,\,h}$	$\mathfrak{D}^1_{3h}$	$\mathfrak{D}^1_{3h}$	D^1_{3h}	D^1_{3h}	$fB1$	$6d=1$	$D_{3h}c\mu\mu$	$C\bar{6}m2$	$\bar{6}m2$	$C\bar{6}m2$	$3aHP$	191	$\dot{6}d$
192	43*h*	43*h*	$+\chi\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\lambda_0;\ +\lambda_0$	$15\pi1$	$49b_2$	[illegible]	$\mathfrak{D}^2_{3,\,h}$	$\mathfrak{D}^2_{3h}$	$\mathfrak{D}^2_{3h}$	D^2_{3h}	D^2_{3h}	$fB2$	$6d=2$	$D_{3h}c\mu\gamma$	$C\bar{6}c2$	$\bar{6}c2$	$C\bar{6}c2$	$3a\cdot\left(\frac{1}{4}\right)HP$	192	$\dot{6}\delta_p$
193	47*s*	47*s*	$+\lambda;\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{3};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{3}$	14π	$50b_1$	[illegible]	$\mathfrak{D}^3_{3,\,h}$	$\mathfrak{D}^3_{3h}$	$\mathfrak{D}^3_{3h}$	D^3_{3h}	D^3_{3h}	$fB3$	$6d=3$	$D_{3h}h\mu\mu$	$H\bar{6}m2$	$\bar{6}2m$	$H\bar{6}m2$	$3aHC$	193	$\dot{6}'d$
194	42*h*	42*h*	$+\chi\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda_0}{3};\ +f\cdot\frac{\lambda_3}{3}$	$14\pi1$	$50b_2$	[illegible]	$\mathfrak{D}^4_{3,\,h}$	$\mathfrak{D}^4_{3h}$	$\mathfrak{D}^4_{3h}$	D^4_{3h}	D^4_{3h}	$fB4$	$6d=4$	$D_{3h}h\mu\gamma$	$H\bar{6}c2$	$\bar{6}2c$	$H\bar{6}c2$	$3a\cdot\left(\frac{1}{4}\right)HC$	194	$\dot{6}'\delta_p$
Полигирная (кубическая) сингония $= G^p$ — Polygyrische (kubische) Syngonie $= G^p$																				
Примитивный (пентагон-тритетраэдрический) вид симметрии $= g^p$ — Primitiv (pentagon-dodekaëdrisch) $= g_p$																				
195	59*s*	59*s*	$+\lambda;\ +\lambda;\ +\lambda$	19	7	[illegible]	$\mathfrak{T}^1$	$\mathfrak{T}^1$	$\mathfrak{T}^1$	T^1	T^1	$T1$	$T=1$	$Tp1$	$P2\,3$	$2\,3$	$P2\,3$	$23\,P$	195	tp
196	61*s*	61*s*	$+f\cdot\frac{\lambda}{2};\ +(f+g)\cdot\frac{\lambda}{2};\ g\cdot\frac{\lambda}{2}$	21	6	[illegible]	$\mathfrak{T}^2$	$\mathfrak{T}^2$	$\mathfrak{T}^2$	T^2	T^2	$T2$	$T=2$	$Tf1$	$F2\,3$	$F2\,3$	$F2\,3$	$23F$	197	$t'''p$
197	60*s*	60*s*	$+f\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda}{2}$	20	10	$\mathfrak{T}_1$	$\mathfrak{T}^3$	$\mathfrak{T}^3$	$\mathfrak{T}^3$	T^3	T^3	$T3$	$T=3$	$Ti1$	$I2\,3$	$I2\,3$	$I2\,3$	$23I$	196	$t''p$
198	89*a*	89*a*	$+(i+h)\cdot\frac{\lambda}{2};\ +h\cdot\frac{\lambda}{2};\ +i\cdot\frac{\lambda}{2}$	(25)	1	$\mathfrak{T}_5$	$\mathfrak{T}^4$	$\mathfrak{T}^4$	$\mathfrak{T}^4$	T^4	T^4	$T4$	$T=4$	$Tp2$	$P2_13$	2_13	$P2_13$	$\bar{2}\cdot\left(0;-\frac{1}{4}\right)3P$	198	$\bar{t}p$
199	90*a*	90*a*	$+(i+h+f)\cdot\frac{\lambda}{2};\ +(h+f)\cdot\frac{\lambda}{2};\ +(i+f)\cdot\frac{\lambda}{2}$	(22)	2	$\mathfrak{T}_4$	$\mathfrak{T}^5$	$\mathfrak{T}^5$	$\mathfrak{T}^5$	T^5	T^5	$T5$	$T=5$	$Ti2$	$I2_13$	$I2_13$	$I2_13$	$\bar{2}\cdot\left(0;-\frac{1}{4}\right)3I$	199	$\bar{t}''p$
Центральный (дидодекаэдрический) вид симметрии $= g^pc$ — Zentral (dyakisdodekaëdrisch) $= g^pc$																				
200	62*s*	62*s*	$+\lambda;\ +\lambda;\ +\lambda$	19χ	$7a_1$	$\mathfrak{T}^h_3$	$\mathfrak{T}^1_h$	$\mathfrak{T}^1_h$	$\mathfrak{T}^1_h$	T^1_h	T^1_h	$Ta1$	$Ti=1$	$Thp\mu$	$P\frac{2}{m}\bar{3}$	$m3$	$Pm3$	$23HP$	200	tpi
201	49*h*	49*h*	$+\chi\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\chi\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\chi\cdot\frac{\lambda}{2}$	$19\chi1$	$7a_2$	$\mathfrak{T}^i_3$	$\mathfrak{T}^2_h$	$\mathfrak{T}^2_h$	$\mathfrak{T}^2_h$	T^2_h	T^2_h	$Ta2$	$Ti=2$	$Thp\nu$	$P\frac{2}{n}\bar{3}$	$n3$	$Pn3$	$23\cdot\left(\frac{1}{4}\right)H\left[\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right]P$	203	$tpi\left(\frac{1}{4}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{4}\right)$
202	64*s*	64*s*	$+f\cdot\frac{\lambda}{2};\ (f+g)\cdot\frac{\lambda}{g};\ +g\cdot\frac{\lambda}{2}$	21χ	$6a_1$	$\mathfrak{T}^h_2$	$\mathfrak{T}^3_h$	$\mathfrak{T}^3_h$	$\mathfrak{T}^3_h$	T^3_h	T^3_h	$Ta3$	$Ti=3$	$Thf\mu$	$F\frac{2}{m}\bar{3}$	$Fm3$	$Fm3$	$23HF$	202	$t'''pi$
203	50*h*	50*h*	$+(2f+\chi)\frac{\lambda}{4};\ +(2f+2g+\chi)\cdot\frac{\lambda}{4};\ +(2g+\chi)\cdot\frac{\lambda}{4}$	$21\chi1$	$6a_2$	$\mathfrak{T}^i_2$	$\mathfrak{T}^4_h$	$\mathfrak{T}^4_h$	$\mathfrak{T}^4_h$	T^4_h	T^4_h	$Ta4$	$Ti=4$	$Thf\delta$	$F\frac{2}{d}\bar{3}$	$Fd3$	$Fd3$	$23\cdot\left(\frac{1}{8}\right)H\left[\frac{1}{4};\ \frac{1}{4}\right]F$	204	$t'''pi\left(\frac{1}{8}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{8}\right)$
204	63*s*	63*s*	$+f\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda}{2}$	20χ	$10a_1$	$\mathfrak{T}^h_1$	$\mathfrak{T}^5_h$	$\mathfrak{T}^5_h$	$\mathfrak{T}^5_h$	T^5_h	T^5_h	$Ta5$	$Ti=5$	$Thi\mu$	$I\frac{2}{m}\bar{3}$	$Im3$	$Im3$	$23HI$	201	$t''pi$
205	91*a*	91*a*	$+(i+h)\cdot\frac{\lambda}{2};\ (h+\chi)\cdot\frac{\lambda}{2};\ +i\cdot\frac{\lambda}{2}$	$25(\chi1)$	$1a_1$	$\mathfrak{T}^i_5$	$\mathfrak{T}^6_h$	$\mathfrak{T}^6_h$	$\mathfrak{T}^6_h$	T^6_h	T^6_h	$Ta6$	$Ti=6$	$Thp\beta$	$P\frac{2_1}{c}\bar{3}$	$c3$	$Pa3$	$\bar{2}\cdot\left(0;-\frac{1}{4}\right)3H\left[\frac{1}{2};\ 0\right]P$	205	$\bar{t}pi$
206	92*a*	92*a*	$+(i+h+f)\cdot\frac{\lambda}{2};\ +(h+\chi+f)\cdot\frac{\lambda}{2};\ +(i+f)\cdot\frac{\lambda}{2}$	$22(\chi1)$	$2a_1$	$\mathfrak{T}^i_4$	$\mathfrak{T}^7_h$	$\mathfrak{T}^7_h$	$\mathfrak{T}^7_h$	T^7_h	T^7_h	$Ta7$	$Ti=7$	$Thi\beta$	$I\frac{2}{c}\bar{3}$	$Ic3$	$Ia3$	$\bar{2}\cdot\left(0;-\frac{1}{4}\right)3H\left[\frac{1}{2};\ 0\right]I$	206	$\bar{t}''pi$
Планальный (гексатетраэдрический) вид симметрии $= g^pp$ — Planal (hexakistetraëdrisch) $= g^pp$																				
207	65*s*	65*s*	$+\lambda;\ +\lambda;\ +\lambda$	19δ	$7b_1$	$\mathfrak{T}^d_3$	$\mathfrak{T}^1_d$	$\mathfrak{T}^1_d$	$\mathfrak{T}^1_d$	T^1_d	T^1_d	$Tb1$	$Te=1$	$Tdp\mu1$	$P\bar{4}3m$	$\bar{4}3m$	$P\bar{4}3m$	$23VP$	215	td
208	67*s*	67*s*	$+f\ \frac{\lambda}{2};\ +(f+g)\cdot\frac{\lambda}{2};\ +g\cdot\frac{\lambda}{2}$	21δ	$6b_1$	$\mathfrak{T}^d_2$	$\mathfrak{T}^2_d$	$\mathfrak{T}^2_d$	$\mathfrak{T}^2_d$	T^2_d	T^2_d	$Tb2$	$Te=2$	$Tdf\mu1$	$F\bar{4}3m$	$F\bar{4}3m$	$F\bar{4}3m$	$23VF$	217	$t'''d$
209	66*s*	66*s*	$+f\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda}{2}$	20δ	$10b_1$	$\mathfrak{T}^d_1$	$\mathfrak{T}^3_d$	$\mathfrak{T}^3_d$	$\mathfrak{T}^3_d$	T^3_d	T^3_d	$Tb3$	$Te=3$	$Tdi\mu1$	$I\bar{4}3m$	$I\bar{4}3m$	$I\bar{4}3m$	$23VI$	216	$t''d$
210	51*h*	51*h*	$+\delta\cdot\frac{\lambda}{[illegible]};\ +\delta\cdot\frac{\lambda}{[illegible]};\ +\delta\cdot\frac{\lambda}{[illegible]}$	$19\delta1$	$7b_2$	$\mathfrak{T}^g_3$	$\mathfrak{T}^4_d$	$\mathfrak{T}^4_d$	$\mathfrak{T}^4_d$	T^4_d	T^4_d	$Tb4$	$Te=4$	$Tdp\gamma1$	$P\bar{4}3c$	$\bar{4}3c$	$P\bar{4}3n$	$23V\left[\frac{1}{[illegible]};\ \frac{1}{[illegible]};\ \frac{1}{[illegible]}\right]P$	219	$t\delta_k$

209	66s	66s	$+f\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda}{2}$	20δ	$10b_1$	$\mathfrak{T}_1^d$	$\mathfrak{T}_d^3$	$\mathfrak{T}_d^3$	$\mathfrak{T}_d^3$	T_d^3	T_d^3	Tb3	$Te=3$	$Tdi\mu 1$	$I\bar{4}3m$	$I\bar{4}3m$	$I\bar{4}3m$	$23\,VI$	216	$t''d$
210	51h	51h	$+\delta\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\delta\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\delta\cdot\frac{\lambda}{2}$	19δ1	$7b_2$	$\mathfrak{T}_3^g$	$\mathfrak{T}_d^4$	$\mathfrak{T}_d^4$	$\mathfrak{T}_d^4$	T_d^4	T_d^4	Tb4	$Te=4$	$Tdp\gamma 1$	$P\bar{4}3c$	$\bar{4}3c$	$P\bar{4}3n$	$23\,V\left[\frac{1}{2};\ \frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right]P$	219	$t\delta_k$
211	52h	52h	$+(f+\delta)\cdot\frac{\lambda}{2};\ +(f+g)\cdot\frac{\lambda}{2};\ +g\cdot\frac{\lambda}{2}$	21δ1	$6b_2$	$\mathfrak{T}_2^g$	$\mathfrak{T}_d^5$	$\mathfrak{T}_d^5$	$\mathfrak{T}_d^5$	T_d^5	T_d^5	Tb5	$Te=5$	$Tdf\beta 1$	$F\bar{4}3c$	$F\bar{4}3c$	$I\bar{4}3c$	$23\,V\left[\frac{1}{2};\ 0;\ 0\right]F$	218	$t'''\delta_k$
212	103a	93a	$+(i+h+f)\cdot\frac{\lambda}{2}+\delta\cdot\frac{\lambda}{4}+(h+f,\cdot\frac{\lambda}{2};+\delta\cdot\frac{\lambda}{4};+(i+f)\cdot\frac{\lambda}{2}+\delta\cdot\frac{\lambda}{4}$	22δ1	$2b_1$	—	$\mathfrak{T}_d^6$	$\mathfrak{T}_d^6$	$\mathfrak{T}_d^6$	T_d^6	T_d^6	Tb6	$Te=6$	$Tdi\delta 1$	$I\bar{4}3d$	$I\bar{4}3d$	$I\bar{4}3d$	$\bar{2}\cdot\left(0;\ -\frac{1}{4}\right)3\,V\left[\frac{1}{4};\ \frac{1}{4};\ \frac{1}{4}\right]I$	220	$t''\delta_k$

Аксиальный (пентагон-триоктаэдрический) **вид симметрии** $=g^pa$ — **Axial** (pentagonikositetraëdrisch) $=g^pa$

213	68s	68s	$+\lambda;\ +\lambda;\ +\lambda$	22	12	$\mathfrak{O}_4$	$\mathfrak{O}^1$	$\mathfrak{O}^1$	$\mathfrak{O}^1$	O^1	O^1	O1	$O=1$	O^1p111 или $Op1$	$P4\,32$	43	$P43$	$43P$	207	ts
214	97a	98a	$+d\cdot\frac{\lambda}{2};\ +d\cdot\frac{\lambda}{2};\ +d\cdot\frac{\lambda}{2}$	(25)	11	$\mathfrak{O}_5$	$\mathfrak{O}^2$	$\mathfrak{O}^2$	$\mathfrak{O}^2$	O^2	O^2	O2	$O=2$	O^1p211 или O^2p2	$P4_232$	4_23	$P4_23$	$4\left[\frac{1}{2}\right]\cdot\left(0;\ \frac{1}{2}\right)3P$	208	$\tilde{ts}\left[00\,\frac{1}{4}\right]$
215	70s	70s	$+f\cdot\frac{\lambda}{2};\ +(f+g)\cdot\frac{\lambda}{2};\ +g\cdot\frac{\lambda}{2}$	24	8	$\mathfrak{O}_2$	$\mathfrak{O}^3$	$\mathfrak{O}^3$	$\mathfrak{O}^3$	O^3	O^3	O3	$O=3$	$Of111$ или $Of1$	$F4\,32$	$F43$	$F43$	$43F$	210	$t'''s$
216	96a	97a	$d\cdot\frac{\lambda}{4};\ +f\cdot\frac{\lambda}{2};\ +d\cdot\frac{\lambda}{4}+(f+g)\cdot\frac{\lambda}{2};\ d\cdot\frac{\lambda}{4}+g\cdot\frac{\lambda}{2}$	(38)	9	$\mathfrak{O}_3$	$\mathfrak{O}^4$	$\mathfrak{O}^4$	$\mathfrak{O}^4$	O^4	O^4	O4	$O=4$	$Of411$ или $Of4$	$F4_132$	$F4_13$	$F4_13$	$4\left[\frac{1}{4}\right]\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)3F$	211	$t''\tilde{s}\left[00\,\frac{1}{8}\right]$
217	69s	69s	$+f\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda}{2};\ +f\cdot\frac{\lambda}{2}$	23	13	$\mathfrak{O}_1$	$\mathfrak{O}^5$	$\mathfrak{O}^5$	$\mathfrak{O}^5$	O^5	O^5	O5	$O=5$	$Oi111$ или $Oi1$	$I4\,32$	$I43$	$I43$	$43I$	209	$t''s$
218	93a	94a	$+(2d+2i-h)\cdot\frac{\lambda}{4};+(2d+2h+i)\cdot\frac{\lambda}{4};+(2d+h-i)\cdot\frac{\lambda}{4}+hi\cdot\frac{\lambda}{2}$	(41)	3	$\mathfrak{O}_7$	$\mathfrak{O}^6$	$\mathfrak{O}^6$	$\mathfrak{O}^6$	O^6	O^6	O6	$O=6$	$Op421$ или $Op4$	$P4_132$	4_13	$P4_13$	$4\left[+\frac{1}{4}\right]\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)3P$	212	$ts\left[\frac{1}{4}\,0\,\frac{3}{8}\right]$
219	94a	95a	$+(2d+2i+h)\cdot\frac{\lambda}{4};+(2d+2h-i)\cdot\frac{\lambda}{4};+(2d-h+i)\cdot\frac{\lambda}{4}+hi\cdot\frac{\lambda}{2}$	(40)	4	$\mathfrak{O}_7$	$\mathfrak{O}^7$	$\mathfrak{O}^7$	$\mathfrak{O}^7$	O^7	O^7	O7	$O=7$	$Op\tilde{4}21$ или $Op4$	$P4_332$	4_33	$P4_33$	$4\left[-\frac{1}{4}\right]\cdot\left(\frac{1}{4};\ 0\right)3P$	213	$\tilde{ts}\left[\frac{3}{4}\,0\,\frac{3}{8}\right]=\tilde{ts}\left[-\frac{1}{4}\,0\,\frac{3}{8}\right]$
220	95a	96a	$+(2f+h)\cdot\frac{\lambda}{4};+(2f-i)\cdot\frac{\lambda}{4};+(2f-h+i)\frac{\lambda}{4}+ih\cdot\frac{\lambda}{2}$	(39)	5	$\mathfrak{O}_6$	$\mathfrak{O}^8$	$\mathfrak{O}^8$	$\mathfrak{O}^8$	O^8	O^8	O8	$O=8$	$Oi411$ или $Oi4$	$I4_132$	$I4_13$	$I4_13$	$4\left[\frac{1}{4}\right]\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)3I$	214	$t''s\left[00\,\frac{1}{8}\right]$

Планаксиальный (гексаоктаэдрический) **вид симметрии** $=g^pap$ — **Planaxial** (hexakisoktaëdr) $=g^pap$

221	71s	71s	$+\lambda;\ +\lambda;\ +\lambda$	22χ	$12a_1$	$\mathfrak{O}^h$[illegible]	$\mathfrak{O}_h^1$	$\mathfrak{O}_h^1$	$\mathfrak{O}_h^1$	O_h^1	O_h^1	Oa1	$Oi=1$	$Ohp\mu\mu$	$P\frac{4}{m}3\frac{2}{m}$	$m3m$	$Pm3m$	$43HP$	221	$t\,(sd)$
222	53h	53h	$+\chi\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\chi\cdot\frac{\lambda}{2};\ +\chi\cdot\frac{\lambda}{2}$	22χ1	$12a_2$	[illegible]	$\mathfrak{O}_h^2$	$\mathfrak{O}_h^2$	$\mathfrak{O}_h^2$	O_h^2	O_h^2	Oa2	$Oi=2$	$Ohp\nu\gamma$	$P\frac{4}{m}3\frac{2}{c}$	$n3c$	$Pn3n$	$43\cdot\left(\frac{1}{4}\right)H\left[\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right]P$	222	$t\,(s\delta_k)$
223	101a	102a	$+d\cdot\frac{\lambda}{2};\ +d\cdot\frac{\lambda}{2};\ +d\cdot\frac{\lambda}{2}$	9 (χ1)	$11a_1$	[illegible]	$\mathfrak{O}_h^3$	$\mathfrak{O}_h^3$	$\mathfrak{O}_h^3$	O_h^3	O_h^3	Oa3	$Oi=3$	$Ohp\mu\gamma$	$P\frac{4_2}{m}3\frac{2}{c}$	$m3c$	$Pm3n$	$4\left[\frac{1}{2}\right]\cdot\left(0;\ \frac{1}{2}\right)3HP$	224	$t\,(\tilde{s}\delta_k)\left[0\,\frac{1}{4}\right]$
224	102a	103a	$+(d+\chi)\cdot\frac{\lambda}{2};\ +(d+\chi)\cdot\frac{\lambda}{2};\ +(d+\chi)\cdot\frac{\lambda}{2}$	9 (χ2)	$11a_2$	$\mathfrak{O}_5^d$	$\mathfrak{O}_h^4$	$\mathfrak{O}_h^4$	$\mathfrak{O}_h^4$	O_h^4	O_h^4	Oa4	$Oi=4$	$Ohp\nu\mu$	$P\frac{4_2}{n}3\frac{2}{m}$	$n3m$	$Pn3m$	$4\left[\frac{1}{2}\right]\cdot\left(0;\ \frac{1}{2}\right)3\cdot\left(\frac{1}{4}\right)H\left[\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right]P$	223	$t\,(\tilde{s}d)\left[00\,\frac{1}{4}\right]$
225	73s	73s	$+f\cdot\frac{\lambda}{2};\ +(f+g)\cdot\frac{\lambda}{2};\ +g\cdot\frac{\lambda}{2}$	24χ	$8a_1$	$\mathfrak{O}_2^h$	$\mathfrak{O}_h^5$	$\mathfrak{O}_h^5$	$\mathfrak{O}_h^5$	O_h^5	O_h^5	Oa5	$Oi=5$	$Ohf\mu\mu$	$F\frac{4}{m}3\frac{2}{m}$	$Fm3m$	$Fm3m$	$43HF$	225	$t'''(sd)$
226	54h	54h	$+(f+\chi)\cdot\frac{\lambda}{2};\ +(f+g)\cdot\frac{\lambda}{2};\ +g\cdot\frac{\lambda}{2}$	24 (χ1)	$8a_2$	$\mathfrak{O}_2^m$	$\mathfrak{O}_h^6$	$\mathfrak{O}_h^6$	$\mathfrak{O}_h^6$	O_h^6	O_h^6	Oa6	$Oi=6$	$Ohf\mu\beta$	$F\frac{4}{m}3\frac{2}{c}$	$Fm3c$	$Fm3c$	$43\cdot\left(\frac{1}{4}\right)HF$	226	$t'''(s\delta_2)$
227	99a	100a	$+(d+\chi)\cdot\frac{\lambda}{4}+\chi d\cdot\frac{\lambda}{2}+f\cdot\frac{\lambda}{2};+(d+\chi)\cdot\frac{\lambda}{4}+(f+g)\cdot\frac{\lambda}{2};+(d+\chi)\cdot\frac{\lambda}{4}+g\cdot\frac{\lambda}{2}$	38 (χ1)	$9a_1$	$\mathfrak{O}_3^d$	$\mathfrak{O}_h^7$	$\mathfrak{O}_h^7$	$\mathfrak{O}_h^7$	O_h^7	O_h^7	Oa7	$Oi=7$	$Ohf\delta\mu$	$F\frac{4_1}{d}3\frac{2}{m}$	$Fd3m$	$Fd3m$	$4\left[\frac{1}{4}\right]\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)3\cdot\left(\frac{1}{8}\right)H\left[\frac{1}{4};\ \frac{1}{4}\right]F$	227	$t'''(\tilde{s}d)\left[00\,\frac{1}{8}\right]$
228	100a	101a	$+(d-\chi)\cdot\frac{\lambda}{4}+\chi d\cdot\frac{\lambda}{2}+f\cdot\frac{\lambda}{2};+(d+\chi)\cdot\frac{\lambda}{4}+(f+g)\cdot\frac{\lambda}{2};+(d+\chi)\cdot\frac{\lambda}{4}+g\cdot\frac{\lambda}{2}$	38 (χ2)	$9a_2$	$\mathfrak{O}_3^i$	$\mathfrak{O}_h^8$	$\mathfrak{O}_h^8$	$\mathfrak{O}_h^8$	O_h^8	O_h^8	Oa8	$Oi=8$	$Ohf\delta\beta$	$F\frac{4_1}{d}3\frac{2}{c}$	$Fd3c$	$Fd3c$	$4\left[\frac{1}{4}\right]\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)3\cdot\left(-\frac{1}{8}\right)H\left[\frac{1}{4};\ \frac{1}{4}\right]F$	228	$t''(\tilde{t}\delta_k)\left[00\,\frac{1}{8}\right]$
229	72s	72s	$+f\cdot\frac{\lambda}{2};+f\cdot\frac{\lambda}{2};+f\cdot\frac{\lambda}{2};+(n+\chi)\cdot\frac{\lambda}{4};+h\chi\cdot\frac{\lambda}{2};+f\cdot\frac{\lambda}{2};$	23χ	$13a_1$	$\mathfrak{O}_1^h$	$\mathfrak{O}_h^9$	$\mathfrak{O}_h^9$	$\mathfrak{O}_h^9$	O_h^9	O_h^9	Oa9	$Oi=9$	$Ohi\mu\mu$	$I\frac{4}{m}3\frac{2}{m}$	$Im3m$	$Im3m$	$43HI$	229	$t''\,(sd)$
230	98a	99a	$+(2\chi-i)\cdot\frac{\lambda}{4}+f\cdot\frac{\lambda}{2};+(i-h)\cdot\frac{\lambda}{4}+ih\cdot\frac{\lambda}{2}+f\cdot\frac{\lambda}{2}$	(39χ1)	$5a_1$	$\mathfrak{O}_6^i$	$\mathfrak{O}_h^{10}$	$\mathfrak{O}_h^{10}$	$\mathfrak{O}_h^{10}$	O_h^{10}	O_h^{10}	Oa10	$Oi=10$	$Ohia\beta$	$I\frac{4_1}{c}3\frac{2}{d}$	$Ic\bar{3}d$	$Ia3d$	$4\left[\frac{1}{4}\right]\cdot\left(0;\ \frac{1}{4}\right)3H\left[\frac{1}{2};\ 0\right]I$	230	$t''\,(s\delta_k)\left[\frac{1}{8}\,0\,\frac{1}{8}\right]$