Записки Ленинградского Горного института, т. X, вып. 1. 1935
Annales de l'Institut des Mines à Leningrade, vol. X, livr 1. 1935

Расчет обмоток электромагнитных сепараторов

Инж. А. Я. Сочнев

Le calcul des enroulements des trieurs magnétiques

Ing. A. I. Sotchnev

Расчет электромагнитной системы магнитного сепаратора, как почти всякого электромагнитного аппарата или прибора, слагается из двух моментов: расчета магнитной цепи системы и расчета ее обмотки.

Расчет магнитной цепи сепаратора в конечном итоге дает число ампер-витков, необходимое для нормальной работы сепаратора. Расчет обмотки имеет целью указать способ получения требуемого числа ампер-витков, т. е. определить площадь поперечного сечения s провода для обмотки, число витков n этого провода и порядок распределения витков в обмотке.

В наиболее часто встречающемся в практике случае, когда глубина (толщина) обмотки h постоянна по всей длине обмотки l, порядок распределения витков в обмотке вполне определяется величинами l и h — длиной и глубиной обмотки. [1] Число витков n также вполне определяется величинами l и h, при заданной площади сечения провода s. Поэтому за основные величины (параметры), подлежащие определению при расчете обмотки, могут быть приняты величины l, h и s — длина и глубина обмотки и площадь сечения провода.

Легко видеть, что задание числа ампер-витков, на которое должна быть рассчитана обмотка, непосредственно отнюдь не определяет выбора величин l, h и s. В самом деле, в любой обмотке, с любыми значениями параметров, приложив к ней соответствующее напряжение, можно получить любое число ампер-витков.

Задание величины напряжения, при котором в обмотке должно быть получено требуемое число ампер-витков, налагает одно условие на величины l, h и s, оставляя выбор двух из них совершенно произвольным. Другие технические условия, которым должна удовлетворять обмотка (обмотка не должна нагреваться выше определенной температуры; глубина обмотки не может быть очень большой, чтобы не затруднять теплообмена внутренних слоев и т. д.), лишь ограничивают несколько выбор величин l, h и s, но не определяют его однозначно.

Произвол в выборе величин l, h и s позволяет учитывать при расчете условие экономичности обмотки.

Степень экономичности обмотки определяется, с одной стороны, количеством провода в обмотке, с другой стороны — мощностью, затрачиваемой в обмотке на образование заданного числа ампер-витков.

---

[1] Общий случай, когда h меняется по длине l, не рассматривается в настоящей статье. Однако метод расчета обмоток, изложенный в статье, может быть легко обобщен и на этот случай.

Эти два фактора, определяющие экономичность обмотки, находятся во взаимном противоречии: чем меньше количество провода в обмотке (т. е. чем меньше величины l и h), тем бо́льшая мощность требуется, при прочих равных условиях, для получения в обмотке определенного числа ампер-витков, и наоборот.

В обогатительной литературе встречаются указания, что при расчете магнитных сепараторов выгоднее экономить энергию, чем провод. [1] В соответствии с этим взглядом, при проектировании магнитных сепараторов, обычно задаются максимальными значениями параметров обмотки l и h, допустимыми по конструктивным соображениям и по условиям теплообмена, и существующие магнитные сепараторы промышленных типов имеют, как правило, массивные обмотки при относительно малом потреблении энергии в них. Если в обмотках возбуждения электрических машин постоянного тока, например, расходуется в среднем около 10 ватт на 1 *кг* провода, то в магнитных сепараторах — обычно не больше 3 ватт на 1 *кг*.

Сравнение данных относительного потребления энергии в обмотках магнитных сепараторов и в обмотках других электромагнитных механизмов заставляет взять под сомнение правильность разрешения проблемы экономичности обмоток магнитных сепараторов. Имеющаяся тенденция к чрезычайно быстрому снижению себестоимости электрической энергии также диктует необходимость критического пересмотра этой проблемы.

В настоящей статье излагается общий метод расчета обмоток магнитных сепараторов, в основу которого положен принцип максимальной экономичности обмотки, позволяющий в каждом отдельном случае выбирать оптимальные значения параметров обмотки.

Предлагаемый метод может применяться также при расчете других электромагнитных механизмов (с учетом специфических особенностей этих механизмов), в тех случаях, когда расчет обмоток может производиться независимо от расчета магнитной цепи.

I. Условие максимальной экономичности обмотки

Чтобы вывести условие максимальной экономичности обмотки, необходимо, очевидно, иметь возможность сравнивать между собой стоимость обмотки (затрачиваемую при изготовлении сепаратора, т. е. перед началом его эксплоатации) и стоимость энергии (затрачиваемой равномерно в течение всего периода его эксплоатации), а для этого нужно привести эти стоимости к одному знаменателю. Это можно сделать проще всего введением суммарного коэфициента амортизации обмотки, определяемого из продолжительности службы обмотки [2] и процента на затраченный капитал. [3]

Если:

C_1 — стоимость обмотки (т. е. провода и монтажа),
α — коэфициент амортизации обмотки,
C_2 — стоимость годового потребления энергии в обмотке,

то суммарная годовая стоимость эксплоатации обмотки представится в виде суммы

$$C = \alpha C_1 + C_2. \qquad (1$$

Строго говоря, необходимо учитывать также транспортные и другие расходы, зависящие от веса сепаратора. Это можно сделать, очевидно, введением надлежаще выбранного коэфициента в первый член выражения C.

Условием максимальной экономичности обмотки является, очевидно, минимум величины C как функции параметров, определяющих обмотку.

Найдем выражение C через эти параметры.

---

[1] См. например, Э. Дэвис, Магнитное обогащение железных руд, стр. 17, Горное изд., 1932.

[2] Следует заметить, что продолжительность службы обмотки, как показывает опыт работы магнито-обогатительных фабрик, меньше продолжительности службы сепаратора.

[3] Этот способ применил, например, Ричардс при решении более простой задачи определения оптимального сечения проводов, подводящих ток к электролитическим ваннам. См. Ричардс, Расчеты по металлургии, ч. III.

Пусть:

c_1 — стоимость 1 $г$ провода (с монтажем), в рублях,
c_2 — стоимость 1 ватт-часа электрической энергии, в рублях,
G — вес провода в обмотке, в граммах,
P — мощность, затрачиваемая в обмотке, в ваттах,
t — годовая нагрузка сепаратора, в часах.

Тогда

$$C = ac_1G + c_2tP. \tag{2}$$

Далее, вводя обозначения:

I — сила тока в обмотке,
R — сопротивление обмотки,
ϱ — удельное сопротивление меди при рабочей температуре обмотки,
γ — плотность (удельный вес) меди,
ϑ — коэфициент заполнения обмотки медью,
L_1 — средняя длина витка в обмотке,
S — площадь сечения обмотки,

и сохраняя уже употреблявшиеся обозначения:

n — число витков в обмотке,
l — длина обмотки (катушки),
h — глубина (толщина) обмотки,
s — площадь продольного сечения провода в обмотке,
Z — заданное число ампер-витков,

будем иметь:

$$G = \delta nL_1s = \delta\vartheta L_1S, \tag{3}$$

так как, очевидно,

$$ns = \vartheta S, \tag{4}$$

и

$$P = I^2R = \frac{Z^2\varrho L_1}{\vartheta S}. \tag{5}$$

так как, кроме (4),

$$Z = In. \tag{6}$$

$$R = \varrho \cdot \frac{nL_1}{s}. \tag{7}$$

Подставляя (3) и (5) в (2), получим:

$$C = ac_1\gamma\vartheta L_1S + c_2t\,\frac{Z^2\varrho L_1}{\vartheta S}. \tag{8}$$

Вводя обозначения

$$A = ac_1\gamma\vartheta \tag{9}$$

и

$$B = \frac{c_2tZ^2\varrho}{\vartheta}, \tag{10}$$

будем иметь

$$C = AL_1S + \frac{BL_1}{S}, \tag{11}$$

где A и B — постоянные, независящие от параметров обмотки, величины.

В рассматриваемом в настоящей статье случае, когда глубина обмотки h — постоянна по всей длине обмотки l,

$$S = lh \tag{12}$$

и (11) принимает вид:

$$C = AL_1lh + \frac{BL_1}{lh}. \tag{11'}$$

Такова зависимость суммарной стоимости обмотки C от ее параметров. Из (11) следует, между прочим, что C (так же как C_1 и C_2 в отдельности) не зависит от площади сечения провода в обмотке s и от напряжения тока V (что вполне естественно), и, следовательно выбор величины напряжения при расчете обмотки совершенно не влияет на ее экономичность, определяя лишь, при установленных значениях l и h, величину s.

Значения параметров l и h, при которых величина C получается минимальной и следовательно обмотка максимально-экономичной, определяются от системы уравнений:

$$\frac{\partial C}{\partial l} = 0; \quad \frac{\partial C}{\partial h} = 0,$$

принимающей после выполнения диференцирования, согласно (11′), следующий вид:

$$A\left(lh\frac{\partial L_1}{\partial l} + L_1 h\right) + B\left(\frac{1}{lh}\frac{\partial L_1}{\partial l} - \frac{L_1}{l^2 h}\right) = 0 \tag{13}$$

$$B\left(lh\frac{\partial L_1}{\partial h} + L_1 l\right) + B\left(\frac{1}{lh}\frac{\partial L_1}{\partial h} - \frac{L_1}{lh^2}\right) = 0. \tag{13′}$$

Так как сечение сердечника, на который насаживается обмотка, обычно постоянно по всей длине обмотки l, то в рассматриваемом случае, когда h также постоянна по всей длине l, L_1 очевидно, не зависит от l.

Для этого случая уравнение (13) принимает вид:

$$AL_1 h - \frac{BL_1}{l^2 h} = 0. \tag{13″}$$

То или иное решение системы уравнений (13′) и (13″) определяется характером зависимости L_1 от h.

В наиболее часто встречающемся случае, когда при расчете обмотки задается внутренний габарит ее, определяемый толщиной сердечника, очевидно:

$$L_1 = \varepsilon(p + h), \tag{14}$$

где ε — постоянная, равная $\varepsilon_1 = \pi$ при круговом поперечном сечении обмотки и $\varepsilon_2 = 4$ при квадратном (прямоугольном) сечении,

p — соответственно, внутренний диаметр, или сторона квадрата (полусумма сторон прямоугольника) сечения обмотки.

В этом случае, как показывает непосредственное рассмотрение выражения (11), выгоднее брать l максимальным, допустимым по конструктивным соображениям. Тогда оптимальное значение h определится из уравнения (13′). [1]

Иногда при расчете обмотки задается, наоборот, внешний габарит ее. Тогда

$$L_1 = \varepsilon(q - h), \tag{15}$$

где ε имеет то же значение, что и в (14), а q — внешний диаметр, или сторона квадрата сечения обмотки.

В этом случае, очевидно, выгоднее брать h максимальным, допустимым по конструктивным соображениям и по условиям теплообмена. Тогда l определится из уравнения (13″).

Рассмотрим каждый из этих случаев в отдельности.

Из (13″) сразу получаем для второго случая

$$l = \sqrt{\frac{B}{Ah_1^2}}, \tag{16}$$

где h_1 — заданное (максимальное) значение h.

Заметим, что в этом случае, как следует из сравнения (13″) с (11′), при оптимальных значениях параметров обмотки, стоимость годового расхода электрической энергии

[1] Решение системы уравнений (13′) и (13″) дает в этом случае

$$l = \infty, \quad h = 0.$$

в обмотке [первое слагаемое в (11′)] равняется амортизационному отчислению со стоимост обмотки [второе слагаемое в (11′)].

В первом случае, подставляя выражение L_1 из (14) в (13′) и сокращая полученное уравнение на ε, будем иметь:

$$2Al_1h + Apl_1 - \frac{Bp}{l_1h^2} = 0, \tag{17}$$

где l_1 — заданное (максимальное) значение l,

или, по умножении (17) на l_1h^2 (что можно сделать, так как искомое h мыслится конечной величиной):

$$2Al_1^2h^3 + Apl_1^2h^2 - Bp = 0, \tag{18}$$

откуда h легко определяется, или по общей формуле решения кубичных уравнений или одним из приемов приближенного решения.

В этом случае, как показывает сравнение (17), которое может быть переписано в виде

$$\frac{Bp}{l_1h} = Apl_1h + 2Al_1h^2,$$

с (11′), при оптимальных значениях параметров обмотки, стоимость годового расхода электрической энергии в обмотке больше амортизационного отчисления со стоимости обмотки.

В практике встречается также случай, когда при L_1, определяемом из (15), l задается из конструктивных соображений. В этом случае оптимальное значение h определяется, очевидно, также из условия (13′), подставляя в которое выражение L_1 из (15), будем иметь (по сокращении на ε и по умножении на l_1h^2):

$$2Al_1^2h^3 + Aql_1^2h^2 + Bq = 0. \tag{19}$$

В этом случае, очевидно, при оптимальном значении параметра h, стоимость годового расхода электрической энергии меньше амортизационного отчисления со стоимости обмотки.

Обобщение вывода условия максимальной экономичности обмотки на более общий случай, когда глубина обмотки по конструктивным соображениям не одинакова по всей длине обмотки, не представляет никаких принципиальных затруднений.

В этом случае способ возможного распределения витков в обмотке определяется бо́льшим, чем два, числом параметров. Суммарная стоимость эксплоатации обмотки C будет [через L_1 и S в формуле (11)] функцией всех этих параметров. Беря частные производные от C по каждому из параметров и приравнивая их, из условия минимума величины C, нулю, получим систему уравнений, число которых равняется числу неизвестных. Из этой системы уравнений определятся оптимальные значения всех параметров обмотки.

Определив значение параметров обмотки и задавшись величиной напряжения тока V, легко найдем площадь сечения провода для обмотки s из условия

$$V = I \cdot R = \frac{Z_0L_1}{s}, \tag{20}$$

которое дает

$$s = \frac{Z_0L_1}{V}, \tag{21}$$

а также определим все другие, характеризующие обмотку, величины: число витков, сопротивление обмотки и пр.

Прежде чем дать расчетные формулы для определения этих величин, исследуем, однако, возможные случаи, к которым может привести применение условия максимальной экономичности обмотки.

II. Исследование условия максимальной экономичности обмотки

При исследовании применения условия максимальной экономичности обмотки, для простоты рассуждений, будем исходить из выражения его уравнением (18):

$$2Al_1^2h^3 + Apl_1^2h^2 - Bp = 0, \tag{18}$$

соответствующего наиболее обычному случаю

$$L_1 = \varepsilon (p + h). \tag{14}$$

Обобщение результатов этого исследования на другие случаи не представит затруднений.

При определении величины h из уравнения (18) можно ожидать одного из двух: или полученное значение h меньше (равно) максимального значения h_1, допустимого по конструктивным соображениям и по условиям теплообмена, или, наоборот, оно больше этого максимального значения h_1.

1-й случай ($h \leq h_1$). Если определенное из уравнения (18) значение h меньше максимального допустимого значения h_1, прежде чем перейти к дальнейшим расчетам, необходимо и достаточно проверить решение на нагрев обмотки.

Чтобы обмотка не перегревалась сверх определенной, допустимой температуры, необходимо, чтобы мощность, развиваемая в обмотке электрическим током, не превышала определенной величины, равной мощности, отдаваемой обмоткой при этой температуре (через конвекцию и излучение) в окружающую среду.

Если P — мощность, развиваемая в обмотке электрическим током,

P_1 — максимальная мощность, отдаваемая обмоткой при максимальной допустимой температуре, то должно быть, следовательно

$$P \leqslant P_1, \tag{22}$$

или, выражая P из (5),

$$\frac{Z^2 \varrho L_1}{\vartheta l_1 h} \leqslant P_1. \tag{23}$$

Если оптимальное значение h, определенное из (18), удовлетворяет также неравенству (23), можно остановиться на этом значении h и положить его в основу дальнейших расчетов.

Если же это значение h не удовлетворяет неравенству (23), необходимо или улучшить условия охлаждения обмотки (чтобы увеличить P_1), или же отступить от оптимального значения h (чтобы уменьшить значение P).

Иногда можно в достаточной мере улучшить условия охлаждения обмотки устройством в ней вентиляционных каналов или разбивкой обмотки на секции. Если эти способы оказываются недостаточными, улучшение охлаждения обмотки требует устройства искусственного охлаждения.

Так как устройство искусственного охлаждения, вообще говоря, нежелательно, можно отступить от оптимального значения h и в основу дальнейших расчетов положить, как наиболее близкое к оптимальному, значение h, определенное из предельного условия (23):

$$\frac{Z^2 \varrho L_1}{\vartheta l_1 h} = P_1, \tag{24}$$

учтя при этом зависимость P_1 от h.

Если (как это имеет место при достаточно большой длине обмотки)

$$P_1 \approx \gamma (p + h), \tag{25}$$

где γ — постоянная, p имеет то же значение, что и в (14),
то (24) принимает вид

$$\gamma \vartheta l_1 h^2 + (\gamma p \vartheta l_1 - Z^2 \varrho \varepsilon) h - Z^2 \varrho p = 0. \tag{26}$$

2-й случай ($h > h_1$).

Если определенное из уравнения (18) значение h больше максимально допустимого значения h_1, в основу дальнейших расчетов необходимо положить, как наиболее близкое к оптимальному, значение $h = h_1$.

В этом случае также необходимо сделать поверку полученного решения на нагрев обмотки, согласно (22), причем, если окажется $P > P_1$, необходимо улучшить условия охлаждения обмотки, так как уменьшение P, связанное с увеличением h, невозможно.

Рассматриваемый случай $h > h_1$ может иметь место также и при определении h из уравнения (24). В этом случае в основу дальнейших расчетов также необходимо положить значение $h = h_1$, причем устройство искусственного охлаждения в этом случае будет являться необходимым.

Желательно, не решая кубического уравнения (18), иметь возможность предопределить, к какому случаю подойдет его решение.

Это можно сделать, подставив в уравнение (18) значение $h = h_1$.

Так как при малых значениях h левая часть уравнения (18) отрицательна, а при больших — положительна, [1] положительный знак ее при $h = h_1$ будет указывать, очевидно, на то, что решение уравнения (18) меньше h_1 и наоборот.

Некоторые интересные выводы позволяет сделать подстановка в уравнение (18) значений постоянных A и B, определяемых равенствами (9) и (10), и решение его относительно $Z_1 = \frac{Z}{l_1}$.

Имеем:

$$2ac_1\gamma\vartheta l_1^2 h^3 + ac_1\gamma\vartheta p l_1^2 h^2 - \frac{c_2 t Z^2 \varrho p}{\vartheta} = 0,$$

откуда

$$Z_1^2 = \frac{ac_1\gamma\vartheta^2(2h^3 + ph^2)}{c_2 t\varrho p}. \qquad (27)$$

Рассмотрение (27) показывает например, что, чем больше число ампер-витков на единицу длины обмотки, тем больше, при прочих равных условиях, оптимальное значение h, и наоборот.

Следовательно при больших значениях Z оптимальное значение h больше максимального допустимого h_1, и условие максимальной экономичности обмотки теряет свой смысл.

Предельное значение Z_1, при котором условие максимальной экономичности обмотки может дать приемлемое решение ($h \leq h_1$), зависит конечно от значений величин c_1, c_2, t, p, которые (в особенности c_2 и t) могут варьироваться (со временем и в зависимости от местных условий работы обогатительных фабрик) в довольно широких пределах.

Чтобы определить порядок величины предельного значения Z_1, положим в (27) $h = h_1$ и подставим средние значения всех величин, определяющих Z_1.

Положим:

$$a = 0{,}15;\quad c_1 = 0{,}005 \text{ руб/}\textit{г};\quad c_2 = 3\cdot 10^{-5} \text{ руб./ватт-час};\quad t = 5\,000 \text{ часов};$$
$$\varrho = 2\cdot 10^{-6} \text{ ом};\quad \gamma = 8{,}9;\quad \vartheta = 0{,}60;\quad p = 20\ \textit{см};\quad h_1 = 6\ \textit{см};$$

тогда

$$Z_1^2 = \frac{0{,}15\cdot 0{,}005\cdot 8{,}9\cdot 0{,}60^2(2\cdot 6^3 + 20\cdot 6^2)}{3\cdot 10^{-5}\cdot 5\,000\cdot 2\cdot 10^{-6}\cdot 20} = 46\cdot 10^4,$$

откуда

$$Z_1 = 680 \text{ ампер-витков/}\textit{см}.$$

Полученное значение Z_1 того же порядка, что и среднее значение Z_1 в обмотках магнитных сепараторов. Это говорит о том, что применение условия максимальной экономичности обмотки имеет смысл в большом числе случаев.

К такому же выводу приводит рассмотрение условия максимальной экономичности обмотки при других типах обмотки.

Анализ выражения (11) зависимости суммарной стоимости эксплоатации обмотки C от ее параметров показывает, что величина C довольно быстро изменяется вблизи своего минимума (имеет острый минимум). Следовательно отступление от оптимальных параметров обмотки (соответствующих минимуму величины C), вообще говоря, значительно повышает стоимость эксплоатации обмотки, т. е. снижает ее экономичность.

Пример расчета обмотки, приведенный в конце настоящей статьи, подтверждает этот вывод.

---

[1] Это показывает, между прочим, что уравнение (18) имеет лишь один действительный корень.

III. Расчетные формулы

Определив тем или иным способом, исходя из соображений, изложенных в предыдущих главах, значения параметров обмотки l и h и задавшись величиной напряжения тока, при которой в обмотке должно получаться требуемое число ампер-витков, легко найдем значение третьего основного параметра обмотки s (площадь сечения провода в обмотке) и других величин, характеризующих обмотку.

Формула для определения s уже приводилась:

$$s = \frac{Z\varrho L_1}{V}, \tag{21}$$

причем средняя длина витка L_1 определяется или из (14) или из (15), т. е.

$$L_1 = \varepsilon(p \pm h). \tag{28}$$

Прочие величины, характеризующие обмотку, могут быть определены, например, в следующем порядке.

Число витков в обмотке находится, на основании (4), по формуле:

$$n = \frac{\vartheta lh}{s}. \tag{29}$$

Общая длина провода L — по формуле

$$L = nL_1. \tag{30}$$

Сопротивление обмотки R — по формуле

$$R = \varrho \frac{L}{s}. \tag{31}$$

Сила тока в обмотке I — по формуле

$$I = \frac{Z}{n} \tag{32}$$

или

$$I = \frac{V}{R}. \tag{33}$$

Плотность тока j — по формуле

$$j = \frac{I}{s}. \tag{34}$$

Вес обмотки P — по формуле (3).

Мощность, развиваемая в обмотке — по формуле (5), или по одной из обычных формул

$$P = I^2R = \frac{V^2}{R} = V \cdot I. \tag{35}$$

Представляет, однако, интерес выразить все эти величины, характеризующие обмотку, через исходные Z, V, l и h, чтобы иметь возможность быстрого определения любой из этих величин вне зависимости от других.

Имеем:

$$n = \frac{\vartheta lh}{s} = \frac{\vartheta lh \cdot V}{Z\varrho L_1} \tag{29'}$$

$$L = nL_1 = \frac{\vartheta lhV \cdot L_1}{Z\varrho L_1} = \frac{\vartheta lhV}{Z\varrho} \tag{30'}$$

$$R = \frac{\varrho L}{s} = \frac{\varrho \cdot \vartheta lhV \cdot V}{Z\varrho \cdot Z\varrho L_1} = \frac{\vartheta lhV^2}{Z^2\varrho L_1} \tag{31'}$$

$$I = \frac{Z}{n} = \frac{Z \cdot Z\varrho L_1}{\vartheta lh \cdot V} = \frac{Z^2\varrho L_1}{\vartheta lhV} \tag{32'}$$

$$j = \frac{I}{s} = \frac{Z^2\varrho L_1 \cdot V}{\vartheta lhV \cdot Z\varrho L_1} = \frac{Z}{\vartheta lh}. \tag{34'}$$

Так как при переходе от формул (29) — (34) к формулам (29′) — (34′) многие величины сокращаются, последние формулы могут служить для проверки правильности вычислений по первым формулам.

Формулы (29′—34′) позволяют проследить зависимость различных величин, характеризующих обмотку, от основных величин Z, V, l и h. Так например из (32′) следует, что при заданных V, l и h сила тока I пропорциональна квадрату числа ампер-витков Z, а при заданных Z, l и h — обратно пропорциональна напряжению тока V.

В том случае, когда величина h определяется из условия предельной температуры нагрева обмотки, причем из конструктивных соображений задается внешний габарит обмотки, и следовательно при заданной длине обмотки l_1 максимальная мощность обмотки P_1, соответствующая предельной температуре нагрева, является величиной вполне определенной, все величины, характеризующие обмотку, могут быть выражены непосредственно через исходные Z, V, l и P.

Это можно сделать, например, разрешая уравнение (24) относительно h и подставляя полученное выражение в формулы (21), (29 — 34) и (3) [учитывая при этом выражение (15) для L_1] или путем непосредственных рассуждений.

Будем иметь:

$$h = \frac{Z^2 \varrho \varepsilon p}{Z^2 \varrho \varepsilon + P_1 \vartheta l}, \tag{36}$$

$$n = \frac{ZV}{P_1}, \tag{29″}$$

$$R = \frac{V^2}{P_1} \tag{31″}$$

и т. д.

При расчете лабораторных сепараторов для исследовательских целей может ставиться задача получения в сепараторе максимально-интенсивного поля (чтобы иметь больший диапазон варьирования условий обогащения руды), т. е. в обмотке сепаратора — максимального числа ампер-витков. Это максимальное число ампер-витков Z получается, очевидно, при максимальных значениях параметров обмотки l_1 и h_1 и при максимальной мощности обмотки P_1.

Расчетные формулы для этого случая, выражающие характеризующие обмотку величины непосредственно через исходные V, h_1, l_1 и P_1, можно получить, разрешая уравнение (24) относительно Z и подставляя выражение Z в формулы (21), (29—34) и (3).

Будем иметь:

$$s = \sqrt{\frac{\varrho P_1 \vartheta l_1 h_1 L_1}{V^2}}, \tag{21′}$$

$$n = \sqrt{\frac{V^2 \vartheta l_1 h_1}{\varrho P_1 L_1}} \tag{29‴}$$

и т. д.

Определив из условия (21) площадь сечения провода s, необходимо, прежде чем перейти к дальнейшим расчетам, по шкале сечений проводов соответствующего ОСТа выбрать наиболее близкое к расчетному сечение провода и положить его в основу дальнейших расчетов.

Так как величина s условием (21) взаимно связана с величинами h, Z, V, изменение величины s требует изменения одной из последних величин. Величины V и Z определяются техническими условиями работы сепаратора. Поэтому естественно было бы после выбора s прокорректировать величину h. Рассмотрение (21) показывает, однако, что (так как h обычно мало в сравнении с p) уже весьма незначительное изменение величины s требует значительного изменения величины h. Между тем отступление от оптимального значения h, как уже отмечалось, значительно понижает экономичность обмотки.

Поэтому следует рекомендовать, при необходимости отступления от определенного по (21) значения s, делать это отступление в сторону бо́льших значений s и оставлять

величину h неизменной, допуская таким образом в обмотке при заданном напряжении V несколько большее число ампер-витков. [1]

Разрешая формулу (21) относительно Z и подставляя полученное выражение Z в формулы (29—34), (3) и (5), получим непосредственное выражение всех характеризующих обмотку величин через исходные V, l, h и S.

Например:

$$Z = \frac{V \cdot s}{\varrho L_1}, \tag{37}$$

$$P = \frac{V^2 s^2}{\varrho L_1 \vartheta l h} \tag{5'}$$

и т. д.

Необходимо сделать еще одно замечание, которое должно учитываться при расчете обмоток.

Во всех предыдущих рассуждениях величины ϱ (удельное сопротивление провода) и ϑ (коэфициент заполнения обмотки медью) принимались за постоянные, независящие от параметров обмотки, величины. Между тем это справедливо лишь в первом приближении, так как ϑ несколько увеличивается с увеличением толщины провода (в пределах 0,40 — 0,65), ϱ возрастает с увеличением температуры нагрева обмотки (приблизительно на 0,4% на каждый градус).

Поэтому, задавшись в начале расчета приблизительными (ориентировочными) значениями величин ϱ и ϑ, после определения площади сечения провода s и температуры нагрева обмотки, необходимо уточнить коэфициенты ϱ и ϑ и, если получится значительное расхождение между заданными и определенными (уточненными) значениями ϱ и ϑ, сделать перерасчет обмотки.

IV. Пример расчета обмотки сепаратора

Требуется рассчитать обмотку сепаратора Ветерилль по следующим данным:

Напряжение тока

$$V = 110 \text{ вольт.}$$

Требуемое чиело ампер-витков

$$Z = 40\,000 \text{ ампер-витков.}$$

Максимальная допустимая длина обмотки (размещенной на двух одинаковых катушках) $l_1 = 110$ *см*.

Сердечник — квадратного сечения 20×20 *см*^{2}.

Стоимость 1 *кг* провода (с монтажем) — 5 руб.

Стоимость 1 kWh энергии в услових работы обогатительной фабрики — 3 коп.

Коэфициент амортизации может быть принят равным $a = 0{,}18$.

Годовая загрузка сепаратора $t = 4500$ часов.

Решение. Так как в предложенном примере задается внутренний габарит обмотки, полагаем длину обмотки

$$l = l_1 = 110 \text{ см.}$$

Глубину обмотки определяем из условия максимальной экономичности, принимающего в рассматриваемом случае выражение (18).

Находим предварительно значения постоянных A и B и величины p.

Согласно (9)

$$A = ac_1\gamma\vartheta = 0{,}18 \cdot 0{,}005 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}6 = 0{,}0053,$$

так как

$$c_1 = 5 \text{ руб/кг} = 0{,}005 \text{ руб/г},$$

[1] Таким образом, получается парадоксальное на первый взгляд положение, что обмотка с большим числом ампер-витков оказывается более дешевой, чем обмотка с меньшим числом ампер-витков.

удельный вес меди $\delta = 9{,}8$, а коэфициент заполнения обмотки медью ориентировочно можно полагать равным $\vartheta = 0{,}6$.

Согласно (10)

$$B = \frac{c_2 t Z^2 \varrho}{\vartheta} = \frac{3 \cdot 10^{-5} \cdot 4\,500 \cdot (40\,000)^2 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{0{,}6} = 720,$$

так как

$$c_2 = 3 \text{ к/kWh} = 3 \cdot 10^{-5} \text{ руб./Wh},$$

а удельное сопротивление меди предположительно может быть взято равным

$$\varrho = 2 \cdot 10^{-6} \Omega \text{ см}.$$

Длина p стороны квадрата поперечного сечения обмотки складывается из длины стороны квадрата сечения сердечника и удвоенной суммарной толщины воздушного зазора между сердечником и гильзой (на которую наматывается обмотка), самой гильзы и изоляции. Полагая последнюю равной 1 *см*, будем иметь

$$p = 20 + 2 = 22 \text{ см}.$$

Подставляя значения A, B, p и l_1 в уравнение (18), получим

$$2 \cdot 0{,}0053 \cdot 110^2 h^3 + 0{,}0053 \cdot 22 \cdot 110^2 h^2 - 720 \cdot 22 = 0,$$

или

$$h^3 + 11h^2 - 124 = 0,$$

откуда

$$h = 3{,}0 \text{ см}.$$

Определяем мощность, развиваемую в обмотке. Согласно (5)

$$P = \frac{Z^2 \varrho L_1}{\vartheta l h} = \frac{(40\,000)^2 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 100}{0{,}6 \cdot 110 \cdot 3} = 1\,620 \text{ W},$$

так как средняя длина витка согласно (14) равняется:

$$L_1 = \varepsilon (p + h) = 4(22 + 3) = 100 \text{ см}.$$

Тепловой расчет обмотки показывает, что при установленном значении P обмотка не перегреется сверх допустимой температуры (при нормальной температуре окружающей среды).

Определяем площадь сечения провода. Согласно (21)

$$s = \frac{Z \varrho L_1}{V} = \frac{4\,000 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 100}{110} = 0{,}0727 \text{ см}^2.$$

Соответствующий диаметр провода будет равняться

$$d = \sqrt{\frac{4s}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0{,}0727}{3{,}14}} = 0{,}304 \text{ см} = 3{,}04 \text{ мм}.$$

Не останавливаясь на уточнении коэфициентов ϱ и ϑ (взятые значения этих коэфициентов оказываются достаточно точными в рассматриваемом случае) и на исправлении величины s, выбираем для обмотки провод $d = 3{,}1$ *мм*, площадь сечения которого равняется:

$$s = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}31^2}{4} = 0{,}0754 \text{ см}^2.$$

Тогда число ампер-витков, получаемое в обмотке при напряжении $V = 110$ вольт, будет равняться, согласно (37),

$$Z = \frac{Vs}{\varrho L_1} = \frac{110 \cdot 0{,}0754}{2 \cdot 10^{-6} \cdot 100} = 41\,500 \text{ ампер-витков}.$$

Все прочие величины, характеризующие обмотку, легко определяются или последовательным путем по формулам (29—35), (3) и (5), или непосредственно по формулам (29′—34′), или же наконец по формулам, выражающим эти величины через исходные V, l, h и S.

$$n = \frac{\vartheta l h}{s} = \frac{0{,}6 \cdot 110 \cdot 3}{0{,}0754} = 2\,620 \text{ витков},$$

$$L = nL_1 = 2\,620 \cdot 100 = 262\,000 \text{ см} = 2\,620 \text{ м},$$

$$R = \frac{\varrho L}{s} = \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 262\,000}{0{,}0754} = 7{,}0\ \Omega.$$

Проверяем по формуле (31′)

$$R = \frac{\vartheta l h V^2}{Z^2 \varrho L_1} = \frac{0{,}6 \cdot 110 \cdot 3 \cdot 110^2}{(41\,500)^2 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 100} = 7{,}0\ \Omega.$$

Далее

$$I = \frac{V}{R} = \frac{110}{7{,}0} = 15{,}7 \text{ A},$$

$$j = \frac{I}{s} = \frac{15{,}7}{0{,}0754} = 210 \text{ A/см}^2 = 2{,}1 \text{ A/мм}^2,$$

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{110^2}{7{,}0} = 1\,720 \text{ W} = 1{,}72 \text{ kW}.$$

Проверяем по формуле (5′)

$$P = \frac{V^2 s^2}{\varrho L_1 \vartheta l h} = \frac{110^2 \cdot (0{,}0754)^2}{2 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \cdot 0{,}6 \cdot 110 \cdot 3} = 1\,720 \text{ W} = 1{,}72 \text{ kW}.$$

Наконец:

$$G = \delta L s = 9{,}8 \cdot 262\,000 \cdot 0{,}0754 = 192\,500 = 192 \text{ кг}.$$

Сравним в заключение экономичность рассчитанной обмотки с экономичностью обмотки, в которой глубина h взята максимальной (исходя из принципа минимальной затраты энергии на питание обмотки).

Положим, что в рассматриваемом случае можно положить

$$h = h_1 = 6 \text{ см}.$$

Тогда:

$$P = \frac{Z^2 \varrho L_1}{\vartheta l h} = \frac{(41\,500)^2 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 112}{0.6 \cdot 110 \cdot 6} = 0{,}97 \text{ kW},$$

$$G = \delta \vartheta l h L_1 = 9{,}8 \cdot 0{,}6 \cdot 110 \cdot 6 \cdot 112 = 435 \text{ кг}.$$

Суммарная годовая стоимость эксплоатации этой обмотки равняется

$$C' = ac_1 G + c_2 tP = 0{,}18 \cdot 5 \cdot 435 + 0{,}03 \cdot 4\,500 \cdot 0{,}97 = 392 + 141 = 533 \text{ руб}.$$

Между тем стоимость эксплоатации рассчитанной обмотки, глубина которой имеет оптимальное значение $h = 3$ см, равняется всего лишь

$$C'' = 0{,}18 \cdot 5 \cdot 192 + 0{,}03 \cdot 4\,500 \cdot 1{,}72 = 173 + 232 = 405 \text{ руб}.$$

Разница составляет 128 руб. в год, т. е. около 20% от общей стоимости эксплоатации обмотки с $h = 6$ см или 30% от стоимости эксплоатации обмотки с $h = 3$ см.

При учете транспортных и других эксплоатационных расходов, зависящих от веса сепаратора, эта разница была бы еще более значительной.

Получаемая экономия в стоимости эксплоатации обмотки является тем более ценной, что она сопровождается еще большей экономией в первоначальном капиталовложении.

В самом деле, стоимость обмотки с $h = 6$ *см* равняется

$$K' = c_1 \cdot G = 5 \cdot 435 = 2175 \text{ руб.},$$

стоимость же обмотки с $h = 3$ *см* равняется:

$$K'' = 5 \cdot 192 = 960 \text{ руб.}$$

Разница составляет 1215 руб., т. е. около 55% от стоимости обмотки с $h = 6$ *см* или 125% от стоимости обмотки с $h = 3$ *см*.

В настоящей статье вопрос о расчете обмоток трактовался (как это обычно делается) вне связи с вопросом расчета магнитной цепи. Такое выделение вопроса расчета обмоток оправдывается возможностью игнорирования, в первом приближении, варьированием необходимого числа ампер-витков в обмотке и стоимости железа магнитной цепи в зависимости от выбора параметров обмотки, вследствие обычно малого магнитного сопротивления железной части магнитной цепи в сравнении с сопротивлением воздушной ее части и малой стоимости железа магнитной цепи в сравнении со стоимостью провода обмотки.

В некоторых случаях, однако, это может привести к неэкономичным конструкциям. Поэтому представляет интерес рассмотрение вопроса расчета обмоток в связи с вопросом расчета магнитной цепи, исходя из общего условия максимальной экономичности аппарата в целом. [1]

Рассмотрение вопроса расчета обмоток с этой более общей точки зрения явится предметом специальной статьи.

Résumé

Dans cet article il s'agit de la méthode generale de calcul des enroulements des trieurs magnétiques, qui est basée sur le principe d'économie maximum possible de l'enroulement.

On donne une formulation mathématique des conditions d'économie maximum pour différents types d'enroulement.

Les conditions de l'économie maximum pour le type le plus employé d'enroulement sont sujettes à une étude approfondie avec un examen des cas particuliers de son emploi. L'article donne aussi les formules de calcul et un exemple de calcul de l'enroulement pour un trieur magnétique.

L'opinion, bien répandue parmi les spécialistes dans la pratique de l'enrichissement des mines, sur la relativité du profit, présenté par l'économie de l'énergie électrique au depens d'une quantité considérable du conducteur, — n'a pas de fondations. Dans la plupart des cas l'application de la condition de l'économie maximum de l'enroulement et le calcul de ce dernier d'après la méthode proposée dans cet article, peuvent amener à une économie vraiment considérable.

La méthode proposée peut aussi être appliquée au calcul des enroulements d'autres mécanismes et appareils électro-magnétiques.

1933 г.

---

[1] В некоторых случаях, например при расчете трансформаторов, расчет обмотки совершенно неотделим от расчета магнитной цепи. В этих случаях необходимо в основу расчета класть условие максимальной экономичности аппарата в целом. Формулируя это условие аналогично условию максимальной экономичности обмотки, автору удалось, повидимому, внести полную ясность в вопрос конструирования экономичных трансформаторов. Материал по этому вопросу подготовляется автором к печати.