Записки Горного Института. Т. VII—2. 1928.
Annales de l'Institut des Mines à Leningrade. V. VII 2. 1928.

Метод решения задач, встречающихся при выборе места заложения шахты.

П. И. Панов.

Verfahren zur Lösung von bei der Wahl des Schachtansatzpunktes vorkommenden Aufgaben.

Von Bergingenieur P. I. Panoff.

Введение.

Выбор места заложения шахты на участке является одной из самых сложных и трудных задач, встречающихся при вскрытии месторождения полезного ископаемого. Этим только можно об'яснить, что данный вопрос, несмотря на всю его важность, а также то, что с ним обязательно приходится сталкиваться при проектировании каждого нового рудника, весьма мало разработан в специальной литературе.

Важность и значение в жизни рудника рационального расположения шахты на участке не требует каких-либо пояснений.

Вполне понятно, что неудачное заложение шахты в дальнейшем при эксплоатации месторождения все время будет сказываться, вызовет, если не весьма крупные убытки, а в некоторых случаях даже и гибель предприятия, то во всяком случае излишние затраты и расходы, удорожающие себестоимость единицы добытого полезного ископаемого.

Рассмотрим сначала, в чем же состоит данная задача, чем приходится руководствоваться при разрешении ее и каковы будут обстоятельства и условия, обусловливающие то или иное положение шахты на участке.

Нижеприведенный список этих факторов и условий далеко не является полным, перечислить их все без исключения нет возможности, и мы приведем лишь главнейшие из них, указав хотя бы в общих чертах на характер их влияния на решение данного вопроса.

1. Условия залегания месторождения (угол падения и мощность пласта или свиты, форма залегания, характер окружающих пород и т. д.).

Мощность и угол падения пласта или свиты пластов существенным образом влияют на то, или иное расположение шахты. Так, при пологом падении шахту всего лучше располагать в висячем боку месторождения, хотя бы по тому соображению, что при заложении ее в лежачем боку пришлось бы проводить очень длинные квершлаги; обратно, при крутых и мощных пластах шахту выгоднее располагать в лежачем боку, так как тогда не придется оставлять предохранительных целиков около нее и под связанными с нею техническими и другими сооружениями.

Мощность пластов и форма месторождения создают те или иные условия подземной откатки, а от этих последних зависит выбор такого положения шахты, при котором затраты на откатку по возможности получились бы наименьшими.

Характер окружающих пород, например, присутствие слабых пород или плывуна часто заставляют отказаться от выбора такого пункта для закладки шахты, который мог бы оказаться выгодным в других отношениях, и проч.

2. Топографические условия.

При резком рельефе местности, где находится участок, иногда, с целью получить меньшую глубину шахты, последнюю закладывают в каком-либо пониженном месте. Наоборот, в других случаях выбирают место возвышенное, дабы избежать возможности затопления поверхностными водами как самой территории рудника, так и подземных работ. Конечно, топографические условия играют роль не только в указанном смысле, и характер местности принимается в соображение, например, при выборе места для колонии, для надземных технических и хозяйственных сооружений и пр., что в свою очередь косвенным образом оказывает влияние на выбор пункта, где должна быть заложена шахта.

3. Условия аренды.

В некоторых случаях условиями аренды ограничивается только определенная, свободная для застройки площадь. Тогда приходится отыскивать исключительно на этой площади пункт, являющийся наиболее целесообразным для закладки в нем шахты. Аналогичными условиям аренды будут и такие случаи, когда на поверхности имеются различного рода сооружения, и место для шахты таким образом приходится выбирать где-либо вне застроенной местности.

4. Расстояние до ближайшего погрузочного пункта (железнодорожной станции, речной пристани и пр.).

И это условие играет весьма важную роль, потому что положение железнодорожного пути, близость реки очень часто оказывают решающее влияние на окончательный выбор места для шахты, так как само собой понятно, насколько важны условия связи рудника с рынком, а связь эта и осуществляется главным образом посредством железных дорог и водных путей.

5. Необходимость сокращения времени подготовительного периода по оборудованию рудника.

При определении места заложения шахты необходимо также считаться с тем обстоятельством, чтобы время, затрачиваемое на вскрытие месторождения, было как можно короче, что можно достичь между прочим уменьшением глубины шахты и укорочением длины вентиляционной сбойки. С этой именно целью шахту стараются закладывать по возможности ближе к выходам на поверхность пласта или свиты.

Необходимость такого сокращения времени вызывается целым рядом причин: кон'юнктурой рынка, величиной имеющегося в распоряжении капитала, желанием, чтобы рудник скорее начал работать и предприятие давало бы доход и т. д.

6. Система вскрытия месторождения.

Поясним на отдельных примерах влияние этого условия.

Положим, имеем один пласт, вскрываемый капитальной шахтой. Тогда может оказаться весьма рациональным заложить последнюю так, чтобы она пересекала пласт не у нижней (или верхней) границы поля, а на горизонте какого-либо из средних этажных штреков и таким образом одна часть поля была бы выработана выше горизонта рудничного двора, другая—ниже его.

Иные условия мы бы имели, если бы тот же пласт вскрывался шахтой с этажными квершлагами.

В этом случае вышеупомянутое соображение отпадает, шахта все равно должна быть углублена до нижней границы поля, но зато на выбор места для рудника окажет влияние величина расходов, вызываемых проведением квершлагов и откаткой грузов по ним.

Другой пример.

Свита пластов или вообще какое-либо месторождение неправильной формы (жильное, гнездовое и пр.) вскрывается шахтой с капитальным квершлагом.

Здесь существенное влияние на выбор места для шахты оказывают условия откатки по квершлагу, именно шахта должна быть расположена так, чтобы общая работа, затрачиваемая на откатку грузов так наз. производительность откатки) по квершлагу получилась бы по возможности наименьшей. Если бы та же свита (или месторождение) вскрывалась шахтой с этажными квершлагами, то тогда пришлось бы

считаться не только с расходами на откатку по квершлагам, но и с расходами на проведение последних и т. д., и т. д.

Список этот, конечно, можно продолжить и здесь, повторяем, мы упомянули далеко не все соображения, коими приходиться руководиться при выборе места заложения шахты.

Но уже из этого неполного перечня видно, насколько сложной и трудной является данная задача. Наперед можно сказать, что общего решения ее, пригодного для всех встречающихся на практике случаев дать совершенно невозможно, так как даже условия самой задачи, вышеприведенные факторы и обстоятельства носят сами по себе настолько неопределенный характер, что нет возможности установить, что в них может быть более или менее общим. Нельзя, например, задаться общей для всех, какие только могут быть, случаев формой залегания месторождения. То же самое можно сказать относительно характера окружающих пород, условий аренды и пр.

Наконец, некоторые из факторов, оказывая в одних случаях существеннейшее влияние на выбор места для шахты, в других—играют весьма незначительную роль. Так, при резком рельефе местности, где расположен участок, топографические условия неизбежно приходится принимать в соображение, а те же условия, но при ровной или слабохолмистой местности можно совершенно игнорировать.

Вот почему данный вопрос приходится решать отдельно для каждого частного случая, и практически решение это в значительной степени упрощают, ибо при определении места для шахты обычно руководствуются только одним или несколькими из наиболее важных соображений, имеющимися в данном случае на лицо, ограничиваясь таким образом получением приблизительных результатов. Конечно, подобное решение абсолютно правильным признать нельзя. Оно было бы таковым лишь в том случае, когда выбранное расположение шахты на участке наиболее благоприятным образом удовлетворяло бы общей совокупности всех, какие только имеются, факторов и условий. Тогда только можно быть уверенным, что получатся наилучшие в экономическом отношении результаты при эксплоатации месторождения.

Однако, такое идеальное решение рассматриваемой задачи, взятой даже для отдельного частного случая, не может быть достигнуто опять таки по причине неопределенности большинства условий ее и потому невозможности учесть их все.

Поэтому мы в настоящей статье отказываемся от попытки охватить данный вопрос во всей его полноте, не пытаемся отыскать то положение шахты на участке, которое было бы найдено, сообразуясь со всеми без исключения имеющимися в наличности обстоятель-

ствами и условиями. Подобная попытка, как это следует из выше сказанного, является явно безнадежной.

Наша цель—дать метод, с одной стороны облегчающий решение задачи об определении места заложения шахты, хотя бы решение это было приблизительным, но практически вполне достаточными; с другой стороны — позволяющий учесть большее число обстоятельств и условий, чем это обычно принято на практике, так как ясно, что чем больше последних будет принято в соображение, тем удачнее получится выбор места для шахты.

Как нам кажется, обе поставленные цели всего проще достигаются, если исследовать предварительно зависимость, существующую между различными положениями шахты вдоль какого либо направления на участке и каждым в отдельности из перечисленных выше факторов и условий.

А так как во всяком месторождении главными, имеющими наибольшее значение, являются два направления: линия простирания и линия падения месторождения, то для этих последних и следует производить такое исследование.

Например, в случае вскрытия свиты пластов шахтой с этажными квершлагами можно вывести аналитически и графически, как изменяется в зависимости от перемещения шахты по падению свиты величина производительности откатки грузов по квершлагам, или же общая длина квершлагов.

Но стоимость проведения квершлагов и стоимость откатки грузов по ним обычно принимаются пропорциональными: первая—общей длине квершлагов, вторая—производительности откатки. Поэтому найденные зависимости дадут возможность судить о том, каковы будут величины расходов по обеим этим статьям, если заложить шахту в том или ином пункте участка. Аналогичную зависимость можно вывести для стоимости проведения бремсбергов, уклонов, самой шахты, если взять случай вскрытия одного пласта капитальной шахтой и т. д. Следует однако оговориться, что подобное исследование можно произвести далеко не для всех факторов и условий.

Последние, вообще говоря, можно разбить на две группы.

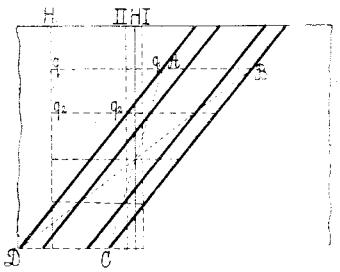
В первую группу входят такие факторы, как топографические условия, условия аренды, расстояние до ближайшего погрузочного пункта и тому подобные. Все они носят настолько неопределенный характер, что нет возможности подвергнуть их математической обработки. Поэтому приходится оставить попытки математического исследования зависимости между этими условиями и положением шахты на участке.

Впрочем, как видно будет из дальнейшего, обстоятельство это не исключает возможности при решении нашей задачи в некоторых

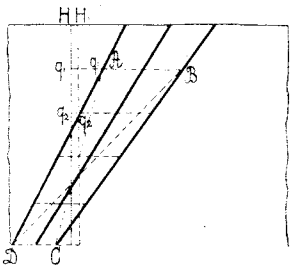
случаях принимать в соображение и эти условия, несмотря на всю их неопределенность.

Совсем другое мы имеем для условий второй группы, носящих более определенный характер. К числу их можно отнести влияние стоимости подземной откатки, стоимости проведения квершлагов, уклонов, бремсбергов, самой шахты, ремонта этих выработок и пр.

Ими главным образом мы займемся в настоящей статье и ниже будет показано, что величина этих стоимостей в связи с перемещением шахты по простиранию или падению месторождения изменяется по закону некоторых кривых, обладающих весьма простыми свойствами. Кривые эти дают наглядную картину, характеризующую данное условие и вместе с тем позволяют крайне просто решить нашу задачу.



Фиг. 1.



Фиг. 2.

В литературе, посвященной вопросам горного дела, относительно определения рационального расположения шахты на участке, насколько нам известно, почти нет никаких данных, если не считать отдельных попыток дать решение этой задачи, исходя из одного только какого-либо условия, причисленного нами ко второй группе.

Такова, например, задача: требуется найти такое положение шахты по направлению вкрест простирания свиты пластов, вскрываемой шахтой с этажными квершлагами (фиг. 1), при котором общая длина квершлагов получается наименьшей.

Относительно этой задачи в „Практическом курсе Горного Искусства“ проф. Б. И. Бокия на стр. 751 имеется следующее указание: „для того, чтобы дополнительные части квершлагов qq_1, q_2q_2... получились наименьшие, полезно располагать ее (шахту) так, как показано на фиг. 1, т. е., чтобы она проходила через точку пересечения диагоналей параллелограмма ABCD, сторонами AB и CD которого являются самый верхний и самый нижний квершлаги данной шахты“.

Очевидно, подобное решение данной задачи является более или менее правильным только при том условии, что крайние пласты остаются параллельными друг другу и имеют постоянное падение, а также

при условии, что вертикальное расстояние между всеми квершлагами одинаково. Дабы убедиться в этом достаточно взглянуть на фиг. 2, где положение шахты H_1 будет явно выгоднее, чем H, выбранное согласно указанию проф. Б. И. Бокия.

Поэтому данное проф. Б. И. Бокием правило нельзя считать общим решением задачи о квершлагах [1]), чаще всего оно дает совершенно неверные результаты.

Кроме того правило это дает не вполне точное решение даже для тех примеров, какие оно, собственно говоря, имеет в виду, т. е. для случаев, подобных изображенному на фиг. 1, ибо, перемещая на этой фигуре шахту вправо до пункта I и влево до II, легко убедиться, что общая длина квершлагов все время остается одной и той же, что и для положения шахты H. Следовательно, наивыгоднейшее положение шахты здесь будет не одно, а любое между пунктами I и II [2]).

Еще более наглядным в этом отношении является случай, представленный на фиг. 15, где ясно, что если расположить шахту в любом месте между пунктами R′ и R″, то общая длина квершлагов останется одной и той же и наименьшей [3]). Таким образом и в этом примере наивыгоднейшее положение шахты далеко не ограничивается точкой пересечения диагоналей параллелограмма ADRN.

Другая задача, относительно которой в литературе можно найти гораздо больше указаний, касается того, как следует расположить шахту на участке, чтобы общее количество работы, затрачиваемой на подземную откатку, получилось наименьшим.

В том же курсе горного искусства проф. Б. И. Бокия по поводу этой задачи на стр. 645—646 говорится следующее:

„Что касается влияния простирания на выбор места для рудника, то обыкновенно стараются расположить рудник так, чтобы иметь с обоих сторон его приблизительно одинаковый запас полезного ископаемого. Если пласты залегают совершенно правильно, то такому требованию удовлетворяет положение рудника где-нибудь в K (фиг. 3) на линии PQ, *делящей простирание пополам* (курсив автора)“ и далее: „Если мощность пластов изменяется по простиранию, если, например, у границы AB (фиг. 4) пласты имеют мощность значительно большую, чем у границы CD, то рудник M должен быть отодвинут от линии PQ влево, ибо иначе значительное количество грузов пришлось бы передвигать при доставке их к под'емной шахте на большее расстояние, а, следовательно, получилось бы удорожание производства.

---

[1]) Правило это и не претендует на универсальность (прим. редакции).

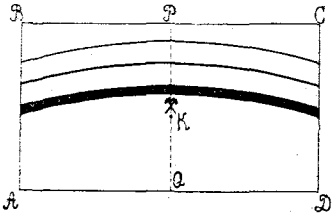
[2]) См. Аналит. курс. Горн. Иск., в. II, проф. Б. И. Бокия (прим. редакции).

[3]) Явное недоразумение со стороны автора, ибо на фиг. 15 отсутствуют дополнительные части квершлагов, о которых идет речь (прим. редакции).

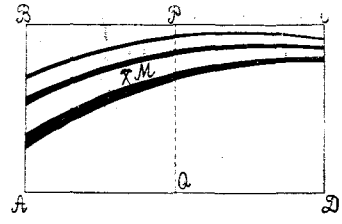
При положении рудника *в центре тяжести масс* (курсив автора) большее количество грузов с левой стороны от рудника М будет передвинуто на меньшее расстояние, а меньшее количество с правой стороны—на большее расстояние, чем достигаются минимальные расходы на откатку грузов".

Как видим, здесь дается указание относительно того, в каком месте по простиранию месторождения лучше всего заложить рудник (шахту), именно, шахту рекомендуется располагать в центре тяжести месторождения, подразумевая, что при соблюдении этого условия затрачиваемые на подземную откатку расходы будут минимальными.

Тем же *правилом*, т. е. *правилом центра тяжести масс* пользуются студенты Ленинградского Горного Института при составлении дипломных проектов в тех случаях, когда имеется свита пластов, вскрываемая шахтой с капитальным квершлагом (фиг. 13), и требуется



Фиг. 3.



Фиг. 4.

найти такое положение шахты по падению свиты, при котором общее количество работы, затрачиваемой на откатку грузов по квершлагу получилось бы наименьшим.

Применительно к этому случаю правило центра тяжести масс обычно формулируется следующим образом: „шахту следует расположить так, чтобы производительность откатки грузов, поступающих по квершлагу к шахте слева и справа от нее была бы одинакова",

или аналогично: Σ Pl лев. $=\Sigma$ Pl прав., ... (1)

где Σ Pl лев. — производительность откатки грузов, поступающих к шахте с левой стороны, а Σ Pl прав.—грузов, поступающих справа. Здесь под производительностью откатки подразумевается сумма произведений из веса перемещаемых грузов, умноженных на дальность их откатки, иначе говоря, работа, затрачиваемая на перемещение этих грузов.

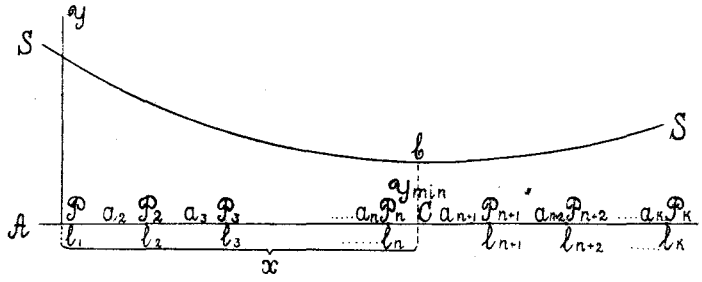
Таким образом, искомое положение шахты можно найти из уравнения (*представляющего в сущности равенство нулю* суммы моментов сил относительно какой-нибудь точки пространства), получаемого, если взять произвольную точку (например, С фиг. 5)

между какими-либо двумя соседними грузами (запасами пластов) P_n и P_{n+1}, обозначить расстояние точки C от левого крайнего груза P_1 через x и составить относительно этой точки следующее равенство:

$$P_1x + P_2(x - a_2) + P_3[x - (a_2 + a_3)] + \ldots + P_n[x - (a_2 + a_3 + \ldots + a_n)] = P_{n+1}[(a_2 + a_3 + \ldots + a_{n-1}) - x] + \ldots + P_к[a_2 + a_3 + \ldots + a_к) - x), \ldots \quad (1')$$

где a_2, a_3, $a_4 \ldots a_к$ равны последовательно горизонтальному расстоянию между двумя соседними пластами: первым и вторым, вторым и третьим и т. д. (фиг. 5), а P_1, P_2, $P_3 \ldots P_к$ — полезные запасы ископаемого, заключенного в первом, втором и т. д. пластах.

Найденное из уравнения (1') значение x определит, удовлетворяющее равенству (1), положение шахты, т. е. расстояние ее от левого крайнего пласта P_1.



Фиг. 5.

Очевидно в рассматриваемом случае мы имеем чисто математическую задачу такого рода:

На прямой AB (фиг. 5) расположен ряд величин P_1, P_2, $P_3 \ldots P_к$ (равных запасам отдельных пластов) и требуется найти на этой прямой такую точку, относительно которой сумма произведений, составленных из величин P_1, P_2, P_3, $\ldots$ $P_к$, умноженных на соответствующие расстояния их до точки, имела бы наименьшее значение, т. е.

$$\Sigma\, Pl = \min.$$

или

$$\Sigma\, Pl \text{ лев.} + \Sigma\, Pl \text{ прав.} = \min. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Такому именно условию должно удовлетворять наивыгоднейшее в смысле получения наименьшей производительности откатки грузов по квершлагу положение шахты. Между тем как, располагая ее в центре тяжести грузов P_1, P_2, $\ldots$ $P_к$, мы удовлетворяем условию (см. уравнение 1):

$$\Sigma\, Pl \text{ лев.} - \Sigma\, Pl \text{ прав.} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Ясно, что равенства (2) и (3) коренным образом разнятся друг от друга и, следовательно, правило центра тяжести масс не решает поставленной задачи.

Какую в действительности задачу оно решает не трудно догадаться, если вспомнить известную теорему механики: „момент инерции системы материальных точек имеет значение minimum для центра тяжести ее".

Поэтому пункт C прямой AB (фиг. 5), определяемый уравнением (3), удовлетворяет иному, чем равенство (2), условию, а именно, для точки C сумма произведений грузов $P_1, P_2, \ldots P_к$, умноженных на квадрат соответствующих расстояний их до C, меньше такой же суммы, составленной для какой угодно другой точки прямой AB, т. е. для пункта C имеет место равенство:

$$\Sigma\, Pl^2 = \min \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

В самом деле, примем прямую AB, на которой расположены грузы (фиг. 5), за ось абсцисс, точку нахождения левого крайнего груза P_1—за начало координат, тогда осью ординат будет l_1Y.

Обозначим абсциссы грузов $P_1, P_2, \ldots P_к$ соответственно через l_1, $l_2, \ldots l_к$. Возьмем теперь на прямой AB произвольную точку, например, C с абсциссой x, находящуюся в некотором промежутке между двумя соседними грузами P_n и P_{n+1}, и составим для нее сумму произведений (y) всех грузов, умноженных на взятое во второй степени, расстояние их до точки C:

$$\begin{aligned} y = {} & P_1x^2 + P_2\,(x - l_2)^2 + P_3\,(x - l_3)^2 + \ldots + P_n\,(x - l_n)^2 + \\ & P_{n+1}(l_{n+1} - x)^2 + \ldots + P_к\,(l_к - x)^2 = P_1x^2 + P_2x^2 + P_3x^2 + \ldots + P_кx^2 - \\ & - 2\,P_2l_2x - 2\,P_3l_3x - \ldots - 2\,P_nl_nx - 2\,P_{n+1}\,l_{n+1}\,x - \ldots \\ & - 2P_кl_кx + P_2l_2^2 + P_3l_3^2 + \ldots + P_nl_n^2 + P_{n+1}\,l_{n+1}^2 + \ldots + P_кl_к^2 = \\ & = (P_1 + P_2 + \ldots + P_к)\,x^2 - 2\cdot(P_1l_1 + P_2l_2 + \ldots + P_кl_к)\,x + \\ & + (P_1l_1^2 + P_2l_2^2 + \ldots + P_кl_к^2) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4') \end{aligned}$$

В последнее выражение мы ввели два лишних произведения P_1l_1 и $P_1l_1^2$, что совершенно не изменяет результата, так как множитель их l_1 (абсцисса начального груза P_1) равен нулю.

Обозначим: $P_1 + P_2 + \ldots + P_к = \sum_{i=1}^{i=к} Pi$ через A.

$P_1l_1 + P_2l_2 + \ldots + P_кl_к = \sum_{i=1}^{i=к} P_il_i$ „ B.

$P_1l_1^2 + P_2l_2^2 + \ldots + P_кl_к^2 = \sum_{i=1}^{i=к} P_il_i^2$ „ C.

Тогда уравнение 4′ будет иметь вид

$$y = Ax^2 - 2Bx + C \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4'')$$

Так как коэффициенты A, B и C остаются постоянными, какую бы точку мы ни брали на прямой AB, то графически уравнение 4″ пред-

ставится непрерывной кривой, именно параболой (переменные во второй степени уравнения 4″ представляют полный квадрат), т. е. величина суммы $\Sigma P_1 l_1^2$, составленной для различных положений точки C на прямой AB, изобразится соответствующей ординатой параболы SS (фиг. 5).

Абсцисса minimum'a этой параболы и есть та точка прямой AB, для которой равенство (4) будет соблюдено.

Чтобы найти эту абсциссу приравняем нулю производную по x от уравнения 4″

$$\frac{dy}{dx} = 2\,Ax - 2\,B = O.$$

Откуда

$$x = \frac{B}{A} = \frac{\sum_{i=1}^{i=\kappa} P_i l_i}{\sum_{i=1}^{i=\kappa} P_i}$$

Но

$$\frac{\sum_{i=1}^{i=\kappa} P_i l_i}{\sum_{i=1}^{i=\kappa} P_i},$$

как известно, представляет координату центра тяжести грузов P_1, P_2, ... P_κ, расположенных вдоль оси абсцисс AB (фиг. 5).

Дабы окончательно убедиться в том, что имеем дело с minimum'ом, а не с maximum'ом ΣPl^2, возьмем от уравнения 4″ вторую производную по x, тогда

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 2A = \sum_{i=1}^{i=\kappa} P_i > 0,$$

ибо $\Sigma Pi = P_1 + P_2 + P_3 + \ldots + P_\kappa$ — сумма положительных величин всегда больше нуля.

Итак, вот какого рода задачу решает правило центра тяжести масс, и, как видно, к нашей задаче оно не имеет никакого отношения.

Другое решение той же задачи об определении положения шахты на участке, удовлетворяющего условию получения наименьшей производительности откатки грузов по квершлагу (фиг. 13), дано в статье горного инженера Л. Д. Шевякова: „Вскрытие пластовых месторождений“ [1]).

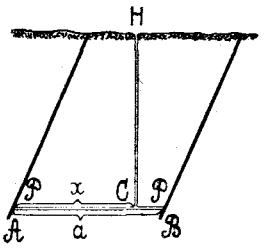
[1]) Статьей этой в рукописи пользовались студенты Ленинградского Горного Института в 1921—22 гг. при составлении дипломных проектов.

Решение это в последней статье сформулировано в виде следующего правила:

„шахта должна пересекать квершлаг вблизи того пласта, для которого полезный запас (Z_{n-1}), сложенный с запасами всех пластов, залегающих выше или ниже данного пласта, дают величину большую, чем полусумма запасов этажей всех пластов", или аналитически:

$$\left.\begin{array}{l}\Sigma Z \text{ лев.} + Z_{n-1} > \frac{1}{2}\Sigma Z \\ \Sigma Z \text{ прав.} + Z_{n-1} > \frac{1}{2}\Sigma Z\end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

Самый же вывод этого правила основан Л. Д. Шевяковым на допущенном им положении, что „производительность откатки по капитальному квершлагу будет наименьшей в том случае, если шахта расположена в непосредственной близости к одному из пластов".



Фиг. 6.

На нескольких весьма простых примерах нетрудно убедиться, что и положение это, и само правило по меньшей мере неточны.

Возьмем, например, тот случай, когда имеются только два пласта (фиг. 6), причем запас полезного ископаемого в каждом из них одинаков (равен P тонн), и требуется найти тот пункт квершлага AB, относительно которого имело бы место равенство: $Pl_1 + Pl_2 = \min$, где l_1 и l_2 расстояния пластов до искомого пункта.

На основании положения, формулированного Л. Д. Шевяковым, наивыгоднейшем пунктом в смысле получения наименьшей затраты работы на сосредоточение в нем обоих грузов будет или A, или B. В действительности же здесь производительность откатки по квершлагу будет одна и та же для любого пункта квершлага от A до B включительно, так как для произвольной, взятой в указанных пределах, точки C прямой AB (фиг. 6) получаем:

$$Px + P\ (a-x) = Pa = \text{Const.}$$

То же самое имеем для A и B, а потому выгодность сосредоточения обоих грузов одинакова как для пунктов A и B, так и для любого промежуточного между ними, и шахту с одинаковым правом можно располагать как в непосредственной близости к пластам, так и между пластами.

Другой пример. На прямой AB (фиг. 5) расположен ряд грузов, характеризующихся равенством:

$$P_1 + P_2 + P_3 + \ldots + P_n = P_{n+1} + \ldots P_{n+2} + \ldots + P_k = \tfrac{1}{2} \cdot \Sigma P \quad \ldots (6)$$

и пусть при этом условии требуется найти на прямой AB тот пункт ее, для которого имело бы место равенство (2).

Согласно положения и правила Л. Д. Шевякова искомым пунктом является точка нахождения груза, удовлетворяющего неравенствам (5). Для груза P_{n+1}, принимая во внимание равенство (6), имеем таким образом,

$$(P_1 + P_2 + \ldots + P_n) + P_{n+1} = \tfrac{1}{2} \cdot \Sigma P + P_{n+1} > \tfrac{1}{2} \cdot \Sigma P$$

Вместо второго же из неравенств (5) получаем равенство

$$(P_k + P_{k-1} + \ldots + P_{n-2}) + P_{n+1} = P_1 + P_2 + \ldots + P_n = \tfrac{1}{2} \Sigma P$$

То же самое имеем для груза Pn, ибо для него получаем:

$$\text{и} \quad \begin{matrix} (P_1 + P_2 + P_3 + \ldots + P_{n-1}) + P_n = \tfrac{1}{2} \Sigma P \\ (P_k + P_{k-1} + P_{k-2} + \ldots + P_{n-1}) + P_n = \tfrac{1}{2} \Sigma P + P_n > \tfrac{1}{2} \Sigma P_n . \end{matrix}$$

На каком из найденных таким образом пунктов l_{n+1} или l_n остановиться, об этом правило Л. Д. Шевякова ничего не говорит. Всего вероятнее будет предположение, что производительность откатки для обеих их одинакова, но тогда вполне естественным является вопрос, а не будет ли она той же самой и для любого промежуточного между ними пункта?

В том, что это действительно так, легко убедиться путем нижеследующих рассуждений.

По сравнению с пунктом l_n (фиг. 5) сосредоточение всех грузов в пункте l_{n+1} потребовало бы затраты излишней работы на перемещение всех леволежащих от l_{n+1} грузов, равной $\frac{1}{2} \Sigma$ P. b (b—расстояние между l_n и l_{n+1}). С другой стороны, сосредоточивая грузы в l_{n+1} мы по сравнению с l_n съекономили бы в работе перемещения всех праволежащих от l_n грузов, причем экономия эта равна той же величине $\frac{1}{2} \Sigma$ P. b. Следовательно, в конечном результате мы ничего бы не выиграли и ве проиграли, в общем должны были бы выполнить одну и ту же работу как для пункта l_n , так и для l_{n+1}. Если взять какой-либо промежуточный между l_n и l_{n+1} пункт, например С, то путем подобных же рассуждений легко показать, что и для него производительность откатки будет та же, что для l_n или l_{n+1}.

Таким образом, и в этом втором примере не исключена возможность закладывать шахту между пластами.

Резюмируя все сказанное относительно этих двух последних примеров, приходим к следующему заключению: во-первых, положение, формулированное Л. Д. Шевяковым, неверно, ибо есть случаи, когда шахту одинаково выгодно располагать как у некоторых двух соседних пластов, так и между ними; во-вторых, в этих случаях правило Л. Д. Шевякова не дает определенного ответа. Применяя его, мы получаем не один, а два пункта, характеризующиеся тем, что грузы, находящиеся в них (P_n и P_{n+1}), удовлетворяя одному из неравенств 5, вместо второго неравенства дают равенство.

Вот почему данное Л. Д. Шевяковым правило, как и правило центра тяжести масс, нельзя принять за удовлетворительное решение задачи о выборе места заложения шахты, при условии получения минимальной работы, затрачиваемой на подземную откатку. Мы не говорим уже о тех доказательствах, коими Л. Д. Шевяков старается подкрепить свое положение и основанное на нем правило. Доказательства эти явно не выдерживают критики.

В нижеследующих главах (I, II и III) мы даем свое решение для обоих разобранных случаев, т. е. решение и задачи об определении положения шахты, обеспечивающего наименьшую общую длину этажных квершлагов, и задачи об определении наивыгоднейшего положения шахты, удовлетворяющего условию получения наименьшего количества работы, затрачиваемой на откатку грузов по квершлагам.

Сущность метода, при помощи которого нам удалось получить искомое решение, как в этих двух задачах, так и в нескольких других аналогичных им, излагается нами в специально посвященной для этой цели главе I, причем в качестве основного примера мы берем вторую из только что упомянутых задач. Для общности возьмем только на прямой AB (фиг. 7) не грузы, а просто какие-то конечные и положительные величины P_1, P_2 ... $P_к$. Тогда сумма этих величин, умноженных на расстояния их до взятой точки будет соответствовать производительности откатки.

Пример этот является наиболее типичным для метода и вместе с тем представляет часто встречающийся на практике случай, когда вопрос о выборе места заложения шахты разрешается, исходя единственно из условий подземной откатки.

ГЛАВА I.

О некоторых свойствах восходящих и нисходящих ломаных линий, составленных из прямолинейных отрезков.

Рассмотрим такого рода задачу:

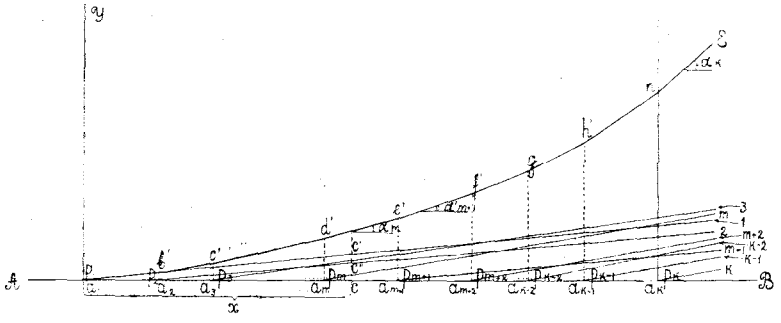
На прямой AB (фиг. 7) расположен в точках a_1, a_2, ... $a_к$ ряд конечных и положительных величин P_1, P_2 ... $P_к$. Требуется найти на этой прямой такую точку (например, C), относительно которой сумма произведений, составленная из величин P_1, P_2, ... $P_к$, взятых по обе стороны от нее и умноженных на соответствующие расстояния их l_1, l_2 ... $l_к$ до точки, были бы наименьшей, т. е.

$$(P_1 l_1 + P_2 l_2 + \ldots + P_m l_m) + (P_{m+1} l_{m+1} + P_{m+2} l_{m+} + \ldots + P_к l_к) = \min \ldots (7)$$

Возьмем прямоугольную систему координат. Прямую AB, на которой расположены величины P_1, P_2, ... $P_к$, примем за ось абсцисс, за на-

чало координат — точку нахождения крайней левой величины P_1, тогда осью ординат будет a_1Y.

Если бы мы вычислили для каждой из точек прямой AB значения левой части выражения (7), значения эти отложили бы на соответствующих ординатах и найденные таким образом точки соединили, то получили бы некоторую кривую, показывающую графически, как изменяется величина суммы (7) в зависимости от положения точки, а искомая точка определится тем, что соответственная ей ордината кривой будет иметь минимальное значение.



Фиг. 7.

Прежде всего заметим, что левая часть уравнения (7) состоит из двух частей: суммы произведений, составленной из величин P_1, P_2 ... P_m взятых влево от точки C и умноженных на расстояния их до нее:

$$(P_1\, l_1 + P_2\, l_2 + \ldots + P_m\, l_m) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7')$$

и такой же суммы, составленной из величин P_{m+1}, P_{m+2} ... $P_к$, взятых вправо от точки C:

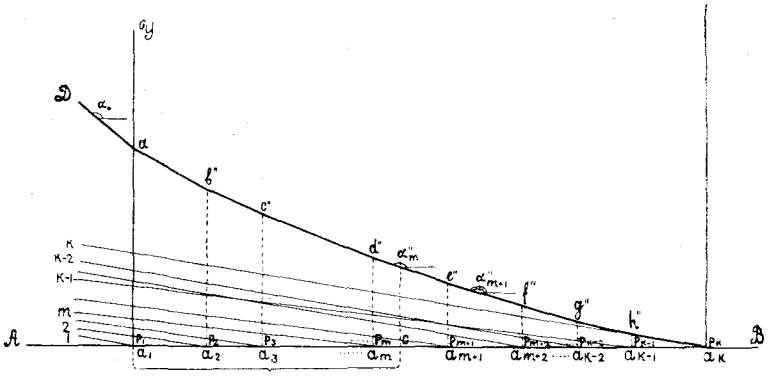
$$(P_{m+1}\, l_{m+1} + P_{m+2}\, l_{m+2} + \ldots P_к\, l_к) \quad \ldots\ldots\ldots (7'').$$

Первая из этих сумм с перемещением точки C вдоль прямой от A к B очевидно будет возрастать по своей величине, так как число слагаемых $P_1 l_1$, $P_2 l_2$ ... и значения их в выражении 7′ при этом увеличиваются. Таким образом наперед можно сказать, что графически выражение 7′ представится какой-то восходящей в направлении слева направо кривой Aa_1E (фиг. 7). Наоборот, вторая сумма (7″) при перемещении точки в том же направлении будет уменьшаться, ибо число слагаемых ее и $l_к$, $l_{к-1}$, $l_{к-2}$ ... уменьшаются; следовательно, она изобразится кривою нисходящей $Da_кB$ (фиг. 8).

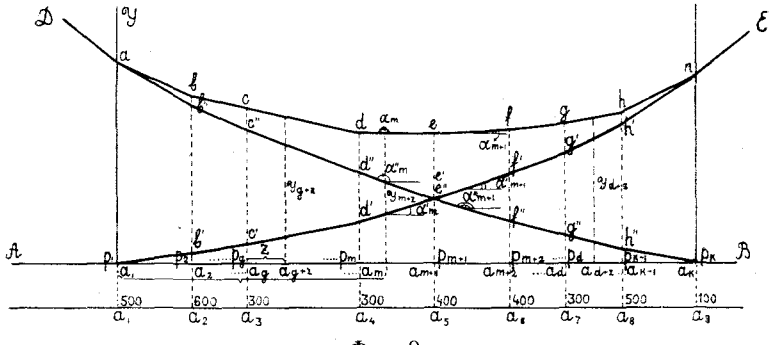
Наконец, складывая (фиг. 9) Aa_1E и $Da_кB$, получим нисходяще-восходящую кривую DdE, представляющую геометрически сумму (7).

Если найдем абсциссу minimum'a ее, то тем самым решим нашу задачу, т. е. определим точку прямой AB, удовлетворяющую равенству (7).

Построим сначала каждую из первоначальных кривых в отдельности и начнем с первой из них, изображающей графически сумму $(P_1l_1 + P_2l_2 + P_3l_3 + \ldots)$. Обозначим абсциссы величин $P_1, P_2, \ldots P_к$ соответственно через $a_1, a_2, \ldots a_к$, причем a_1 очевидно будет равно нулю.



Фиг. 8.



Фиг. 9.

Взяв в произвольном промежутке, например $a_m - a_{m+1}$, (фиг. 7), какую-нибудь точку C (абсцисса ее пусть будет x) и составив для нее сумму 7', получим:

$$Y^1 = P_1x + P_2(x - a_2) + P_3(x - a_3) + \ldots + P_m(x - a_m) =$$
$$= (P_1 + P_2 + \ldots + P_m)\,x - (P_2a_2 + P_3a_3 + \ldots + P_m a_m) \ldots (8).$$

Заменим для упрощения сумму последовательно взятых величин $P_1 + P_2 + \ldots + P_m$ через $\sum_1^m P$, где значек внизу указывает на начальную взятую величину, а значек вверху — конечную. Точно также сумму

произведений последовательно взятых величин, умноженных на их абсциссы: $P_1 a_1 + P_2 a_2 + \ldots + P_m a_m$ обозначим через $\sum_1^m pa$. И здесь значки вверху и внизу указывают на конечную и начальную взятые величины.

При таких обозначениях уравнение (8) будет иметь вид:

$$Y^1 = \sum_1^m p.\ x - \sum_1^m pa. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8')$$

В $\sum_1^m pa$ ставим значек $\underline{1}$ внизу, т. е. берем сумму $P_1 a_1 + P_2 a_2 + \ldots P_m a_m$ вместо следуемой $P_2 a_2 + P_3 a_3 + \ldots + P_m a_m$ на том основании, что $P_1 a_1 = 0$, ибо $a_1 = 0$.

Как видно, геометрически выражение 8 является суммой ряда кривых, уравнения которых

$$\left.\begin{aligned} Y^1_1 &= P_1\ x \\ Y^1_2 &= P_2 (x - a_2) \\ Y^1_3 &= P_3 (x - a_3) \\ Y^1_4 &= P_4 (x - a_4) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

и т. д.

Но каждое из уравнений (9) графически изобразится прямой: первое прямой $a_1 1$, второе $a_2 2$, третье $a_3 3$ и т. д. (фиг. 7). Прямые эти проходят через точки a_1, a_2, a_3,... и наклонены к оси абсцисс под различными острыми правыми углами, причем тангенс такого угла для прямой a_1 равен конечной и положительной величине P_1, для прямой $a_2 2 — P_2$, прямой $a_3 3 — P_3$ и т. д.

Ординаты построенных таким образом прямых будут численно равны произведению каждой, взятой в отдельности (и влево от соответствующей данной ординате точки, например С, прямой АВ), величине P_1, P_2, P_3, ... , умноженной на расстояние ее до С. Например, ордината CC' равна произведению величины P_1, умноженной на расстояние $a_1 C$, ибо $CC' = a_1 C \operatorname{tg} \angle C' a_1 C = a_1 C . p_1$, ордината CC'' произведению P_2 на $a_2 C$ и т. д.

Так как пока мы рассматриваем лишь произведения (9), составленные для леволежащих от произвольной точки С величин $P_1, P_2, P_3, \ldots$, то в тех случаях, когда С находится влево от a_1, или a_2, a_3, a_4, ... и т. д., соответствующие уравнениям (9) произведения каждой из величин $P_к$, $P_{к-1}, \ldots P_1$, находящейся вправо от С, будут равны нулю. Графически это изобразится частями Aa_1, Aa_2, Aa_3, ... оси абсцисс АВ.

Итак, первое из уравнений (9): $Y^1_1 = P_1 x$, отнесенное к любой точке прямой AB, геометрически представится ломаной $Aa_1 1$, второе— $Y^1_2 = P_2 (x - a_2)$ — ломаной $Aa_2\ 2 \ldots$, точно также $Y^1_{m+1} = P_{m+1} \cdot (x - a_{m+1})$ — ломаной Aa_{m+1} $(m+1)$ и т. д., наконец, $Y^1_к = P_к (x - a_к)$ ломаной $Aa_к K$.

Складывая все эти ломаные, получим кривую суммы (7′), причем уравнением кривой будет равенство 8′ (или 8). Очевидно, кривая эта представится ломаной линией $Aa_1 b' \ldots nE$, состоящей из прямолинейных отрезков [1]).

Из уравнения (8′), а также непосредственно из чертежа (фиг. 7) имеем:

$$\operatorname{tg} \alpha_m \text{ [2]}) = \sum_1^m P, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (10)$$

т. е. тангенс правого угла любого отрезка (например d′ e′ фиг. 7) ломаной $Aa_1 E$, находящегося в некотором интервале между двумя соседними величинами P_m и P_{m+1}, равен алгебраической сумме всех предшествующих этому интервалу величин: $(P_1 + P_2 + P_3 + \ldots + P_m)$.

Поэтому тангенс следующего по порядку отрезка e′f′, находящегося в промежутке $a_{m+1} - a_{m+2}$, будет равен:

$$\operatorname{tg} \alpha^1_{m+1} = \sum_1^{m+1} P = \sum_1^m P + P_{m+1} = \operatorname{tg} \alpha^1_m + P_{m+1} \quad \ldots \quad (10')$$

т. е., тангенс какого-нибудь отрезка (напр. e′f′) ломаной $Aa_1 E$, заклю-

---

[1]) Это видно и непосредственно из самого уравнения кривой (8′). Действительно, последнее первой степени относительно переменных y и x и потому является уравнением прямой, но так как коэффициенты $\sum_1^m p$ (тангенс правого угла наклонна прямой) и $-\sum_1^m pa$ остаются постоянными лишь для точек, находящихся в пределах каждого интервала (промежутка между двумя соседними величинами p_1 и p_2, p_2 и p_3, p_3 и p_4 и т. д.), т. е. для всех значений x от a_1 до a_2, от a_2 до a_3 и т. д, и изменяются на некоторую конечную величину при переходе X—са через значения a_1, a_2, a_3, ... , то отсюда следует, что кривая $Aa_1 E$ состоит из отрезков прямых, имеющих в промежутках $a_1 - a_2$, $a_2 - a_3$, . . . различные углы наклона, иначе говоря будет ломаной, состоящей из прямолинейных отрезков. Не трудно также показать аналитическим путем, что конечная точка любого из отрезков (напр., точка c^1 отрезка $b^1 c^1$ фиг. 7) совпадает с начальной следующего за ним по порядку отрезка (точкой c_1 прямой $c_1 d_1$).

[2]) Правого угла, в дальнейшем будем рассматривать только правые углы отрезков прямых, как это вообще принято в анализе.

ченного в произвольном промежутке $a_{m+1} - a_{m+2}$, равен тангенсу отрезка (d^1e^1), находящегося в предшествующем интервале, плюс пограничная между обоими интервалами величина (P_{m+1}).

Основываясь на только что установленном, заключаем, что ломаная Aa_1E обладает следующими свойствами.

Она начинается частью Aa_1 оси абсцисс (ибо для всех точек, лежащих влево от a, уравнение 8 обращается в $Y^1=0$), имеющей тангенс правого угла наклона равный нулю, затем в направлении слева направо тангенс прямолинейных отрезков ломаной получает (см. уравнение 10′) конечное и положительное приращение, равное последовательно в точке $a_1 - p_1$ в точке b′, абсцисса которой $a_2, - p_2$, в c′ — p_3 и т. д., и кончается прямой nE, уходящей в бесконечность и имеющей тангенс правого угла, равный $+\sum_1^{\kappa} P$ (сумме всех леволежащих от интервала $a_к$—B величин, см. уравнение 10).

Следовательно, ломаная Aa_1E действительно будет кривой, восходящей в направлении от A к B.

Повторяя только что изложенные рассуждения, можно совершенно так же построить и другую необходимую нам кривую, кривую суммы произведений величин $P_к$, $P_{к-1}$, $P_{к-2}$, ... взятых вправо от произвольной точки (C) прямой AB и умноженных на соответствующие расстояния их до этой точки. Уравнение этой кривой получим, взяв в какомнибудь промежутке, напр. $a_m - a_{m+1}$, произвольную точку C (фиг. 8), с абсциссой x, и составив для нее указанную сумму (7″):

$$Y'' = P_к (a_к - x) + P_{к-1} (a_{к-1} - x) + \ldots + P_{m+1} (a_{m+1} - x) =$$
$$= -(P_{m+1} + P_{m+2} + \ldots + P_к) x + (P_{m+1} a_{m+1} + P_{m+2} a_{m+2} + \ldots + P_к a_к) . \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (11).$$

Заменяя подобно тому как и раньше

$P_{m+1} + P_{m+2} + \ldots + P_к$ через $\sum_{m+1}^{\kappa} P$,

$P_{m+1} a_{m+1} + P_{m+2} a_{m+2} + \ldots + P_к a_к$ „ $\sum_{m+1}^{\kappa} Pa$,

получим то же уравнение 11 в более простом виде

$$Y'' = -\sum_{m+1}^{\kappa} Px + \sum_{m+1}^{\kappa} Pa \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (11').$$

Как видно из уравнения 11, и эта новая кривая является геометрической суммой прямых:

$$\left.\begin{aligned} Y''_{к} &= P_{к}\,(a_{к} - x) \\ Y''_{к-1} &= P_{к-1}\,(a_{к-1} - x) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

и т. д.,

проходящих через точки $a_{к}$, $a_{к-1}$, $a_{к-2}$, ... (фиг. 8), но имеющих тупой правый угол, тангенс которого равен последовательно (в направлении справа налево):—$P_{к}$,—$P_{к-1}$, — $P_{к-2}$, ...

Ординаты прямых $a_{к}k$, $a_{к-1}$ к—1, ... численно равны произведению каждой взятой в отдельности величины $P_{к}$ или $P_{к-1}$, $P_{к-2}$, ..., умноженной на расстояния ее до любой, лежащей влево от $a_{к}$ (или $a_{к-1}$, $a_{к-2}$, ...) точки прямой AB. Для точек же, находящихся вправо от $a_{к}$ ($a_{к-1}$, $a_{к-2}$ ...), произведения, соответствующие выражениям 12, равны нулю и потому представятся частями оси абсцисс $a_{к}$B, [$a_{к-1}$ B, $a_{к-2}$ B, ...].

Итак, ломаные $Ba_{к}k$, $Ba_{к-1}k$—1, ... являются графическим изображением произведений: $P_{к}\,(a_{к} - x)$, $P_{к-1}\,(a_{к-1} - x)$, ..., составленных для всякой точки прямой AB.

Суммируя линии $Ba_{к}k$, $Ba_{к-1}$ k—1, ..., получим ломаную $Ba_{к}$ D, образованную из отрезков прямых.

Из уравнения (11′) имеем:

$$\operatorname{tg}\alpha''_{m} = -\sum_{m+1}^{к} P \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

т. е., тангенс правого угла любого отрезка (например, d″e″ фиг. 8) ломаной $Da_{к}$B, заключенного в каком-либо промежутке $a_{m} - a_{m+1}$ между двумя соседними величинами, равен взятой со знаком минус алгебраической сумме всех величин, находящихся вправо от этого промежутка.

На основании этого, для отрезка e″ f″, находящегося в следующем по порядку интервале $a_{m+1} - a_{m+2}$, получаем:

$$\operatorname{tg}\alpha''_{m+1} = -\sum_{m+2}^{к} P = -\sum_{m+1}^{к} P + P_{m+1} = \operatorname{tg}\alpha''_{m} + P_{m+1} \quad \ldots\ldots \quad (13')$$

т. е. тангенс правого угла любого отрезка (напр., e″f″) ломаной $Da_{к}$B, заключенного в некотором интервале $a_{m+1} - a_{m+2}$, равен тангенсу

отрезка (d″ e″), предшествующего промежутка a_m—a_{m+1}, плюс пограничная между обоими интервалами величина (P_{m+1}).

Отсюда заключаем, что свойства ломаной $Da_кB$ будут нижеследующие. Начинается она прямой Da, уходящей в бесконечность и имеющей тангенс правого угла, равный $-\sum_1^к P$ (сумме всех величин, взятой со знаком минус, см. ур-ие 13), затем в точках a_1, a_2, a_3, ... [1]) получает конечное и положительное приращение тангенса правого угла отрезков прямых ее, равное последовательно P_1, P_2, P_3, ... (см. уравненне 13′), и кончается частью $a_кB$ оси абсцисс, так как для всех точек прямой AB, находящихся вправо от $a_к$, рассматриваемая сумма (11) равна нулю.

Следовательно, ломаная $Da_кB$ действительно является кривой нисходящей в направлении от A к B (фиг. 8).

Соединим теперь обе ломаные Aa′E и $Da_кB$ (фиг. 7 и 8) на одном чертеже (фиг. 9) и сложим их геометрически. Тогда ординаты суммарной кривой DdE будут численно равны, составленной для соответственной точки прямой AB, сумме произведений всех величин P_1, P_2, ... $P_к$, взятых по обе стороны от точки и умноженных на расстояние их до этой последней [2]).

Уравнение кривой DdE получим, складывая уравнения 8′ и 11′:

$$Y = Y' + Y'' = \sum_1^m p.x - \sum_1^m pa - \sum_{m+1}^к p.x + \sum_{m+1}^к pa =$$

$$= \left(\sum_1^m p - \sum_{m+1}^к p\right)x - \sum_1^m pa + \sum_{m+1}^к pa \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

Кривая эта, очевидно, обладает совокупностью свойств первоначальных ломаных Aa_1E и $Da_кB$, т. е.

1) она будет ломаной линией, состоящей из прямолинейных отрезков.

2) тангенс правого угла какого-либо из прямолинейных отрезков ее (напр., tg α_m отрезка de фиг. 9, находящегося в промежутке

---

[1]) Вернее в a, b″, c″, d″, ... , а точки a_1, a_2, a_3, ... , будут проекциями их на ось абсцисс. В дальнейших рассуждениях будем брать вместо точек перелома кривых соответствующие абсциссы этих точек.

[2]) Сумму эту в дальнейшем будем называть просто „суммой произведений“ и обозначать ее через Y.

$a_m - a_{m+1}$), равен сумме всех предшествующих этому промежутку величин минус сумма всех последующих:

$$\operatorname{tg}\alpha_m = \sum_1^m p - \sum_{m+1}^{\kappa} p \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (15)$$

Ибо отрезок de получается суммированием отрезков d'e' и d''e'' и, чтобы получить $\operatorname{tg}\alpha_m$, следует сложить равенства 10 и 13; последние и дают уравнение 15. Впрочем, то же самое непосредственно вытекает из уравнения 14 [1]).

3) Принимая во внимание совокупность равенств 10' и 13'; заключаем, что тангенс любого отрезка (напр., ef) ломаной DdE, находящегося в каком-либо промежутке $a_{m+1} - a_{m+2}$, равен тангенсу предшествующего отрезка (de) плюс удвоенная пограничная между обоими интервалами $a_m - a_{m+1}$ и $a_{m+1} - a_{m+2}$ величина ($2 P_{m+1}$).

$$\operatorname{tg}\alpha_{m+1} = \operatorname{tg}\alpha_m + 2 P_{m+1} \quad \ldots\ldots\ldots (15') \text{ [2])}.$$

Таким образом тангенс правого угла отрезков прямых ломаной DdE в точках a_1, a_2, ... a_κ получает конечное и положительное приращение, равное последовательно $2 p_1$, $2 p_2$, ... $2 p_\kappa$.

Начальным же отрезком ломаной DdE будет нисходящая прямая, так как отрезок Da является геометрической суммой прямой Da (начального отрезка ломаной $Da_\kappa B$, имеющего $\operatorname{tg}\alpha_\circ = -\sum_1^\kappa p$, см. выше) и части Aa_1 оси абсцисс (начального отрезка ломаной Aa_1E); кончается ломаная DdE восходящей прямой nE, имеющей $\operatorname{tg}\alpha_\kappa$ равный сумме всех величин $\left(+\sum_1^\kappa p\right)$ [3]).

Из всего сказанного следует, что ломаная DdE будет нисходяще—восходящая кривая, и тангенс правого угла отрезков прямых ее, имея предельные значения от $-\sum_1^\kappa p$ до $+\sum_1^\kappa p$, в промежутке от a_1 до a_κ увеличивается сначала в точке a_1 на 2p, затем в a_2 на $2 p_2$ и т. д.

---

[1]) Ур-ие 14 понятно представляет ур—ие 7 и получить его можно было бы непосредственно, не прибегая к уравнениям 8' и 11', для чего стоит только взять в каком нибудь промежутке, напр. $a_m - a_{m+1}$ (фиг. 9), произвольную точку C, абсцисса которой X, и составит для этой точки сумму произведений всех взятых по обе стороны от нее величин p_1, p_2, ... , p_k, умноженных на расстояние их до C.

[2]) Ибо складывая почленно ур—ия 10' и 13', получаем: $\operatorname{tg}\alpha'_{m+1} + \operatorname{tg}\alpha''_{m+1} = \operatorname{tg}\alpha_{m+1} = \operatorname{tg}\alpha'_{m+1} + P_{m+1} + \operatorname{tg}\alpha''_m + P_{m+1} = \operatorname{tg}\alpha'_m + \operatorname{tg}\alpha''_m + 2 P_{m+1}$, т. е. (см. ф. 9) $\operatorname{tg}\alpha_{m+1} = \operatorname{tg}\alpha_m + 2p_{m+1}$.

[3]) Так как прямая nE получается суммированием конечного отрезка nE ломаной Aa_1E и части $a_k B$ оси абсцисс (отрезка $a_k B$ ломаной $Da_k B$).

Так как увеличение это идет не непрерывно, то могут быть два случая.

Случай 1.

Тангенс отрезков прямых ломаной DdE (фиг. 9), возрастая вышеуказанным образом в направлении слева направо, от $-\sum_{1}^{к} p$ (в интервале Aa_1) до $+\sum_{1}^{к} p$ (в интервале $a_к$ B), в некотором промежутке $(a_m - a_{m+1})$ получает нулевое значение, иначе говоря, отрезок de, находящийся в этом промежутке, будет параллелен оси абсцисс.

В таком случае ломаная DdE имеет вид, изображенный на фиг. 9, откуда прямо видно, что все ординаты ее от da_m до ea_{m+1} включительно будут равны между собою и меньше всякой другой, находящейся вправо от a_{m+1} или влево от a_m.

В самом деле, значения тангенса отрезков ломаной увеличиваются в направлении слева направо на положительную величину. Поэтому все правые углы прямых ef, fg, ... [1]) будут острыми, а прямых cd, bc ...—тупыми и, следовательно, ломаная DdE повышается по обе стороны от промежутка $a_m - a_{m+1}$.

Согласно установленному выше свойству второму кривой DaE, тангенс правого угла прямолинейного отрезка ее (de), заключенного в интервале $a_m - a_{m+1}$, равен:

$$\sum_{1}^{m} p - \sum_{m+1}^{к} p$$

С другой стороны, по условию он равен нулю, а потому

$$\sum_{1}^{m} p - \sum_{m+1}^{к} p = 0.$$

Отсюда получаем

$$\sum_{1}^{m} p = \sum_{m+1}^{к} p = \tfrac{1}{2} \cdot \sum_{1}^{к} p, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

т. е. приходим к выводу:

„сумма произведений“ будет постоянна и имеет наименьшее из всех возможных значение для любой точки, находящейся в промежутке между двумя соседними величинами P_m и P_{m+1}, характеризующемся тем, что сумма всех предшествующих этому промежутку величин

[1]) Лежащих вправо от отрезка de, тангенс которого равен нулю.

$(p_1 + p_2 + \ldots + P_m)$ равна сумме всех последующих $(P_{m+1} + P_{m-2} + \ldots + P_к)$ [1]).

---

[1]) То же самое можно доказать и аналитически, т. е. можно показать, что если для какого-либо интервала $a_m - a_{m+1}$ (фиг. 9) имеет место равенство:

$$\sum_{1}^{m} p = \sum_{m+1}^{k} p$$

(сумма предшествующих величин равна сумме последующих), то сумма произведений для любой точки этого промежутка будет одна и та же и меньше таковой же, составленной для всякой другой точки, лежащей вправо от a_{m+1} или влево от a_m.

Первое, т. е. равенство:

$$Y_{m+z} = \text{Const.},$$

где Y_{m+z} — сумма произведений для произвольной точки прямой от a_m до a_{m+1} включительно, легко можно доказать следующим образом.

Согласно основному ур—ию (14) значение Y_{m+z} будет:

$$Y_{m+z} = \left(\sum_{1}^{m} p - \sum_{m+1}^{k} p\right) x - \sum_{1}^{m} pa + \sum_{m+1}^{k} pa.$$

Но по условию $\sum_{1}^{m} p = \sum_{m+1}^{k} p$, поэтому

$$Y_{m+z} = -\sum_{1}^{m} pa + \sum_{m+1}^{k} pa = \text{Const.},$$

ибо для всех точек прямой AB от a_m до a_{m+1} включительно $\sum_{1}^{m} pa$ и $\sum_{m+1}^{k} pa$ постоянны.

Чтобы доказать вторую половину теоремы, возьмем какую-нибудь точку вправо или влево от интервала $a_m - a_{m+1}$, напр., точку a_{g+z} (с абсциссой a_{g+z} фиг. 9), лежащую влево от a_m и покажем, что для нея „сумма произведений“ Y_{g+z} будет больше таковой же (Y_m), составленной для точки a_m, т. е.

$Y_{g+z} > Y_m$, причем $Y_m = Y_{m+z} = Y_{m+1}$, по только что доказанному выше.

Так как точка a_{g+z} находится влево от a_m, то имеем:

$$a_g < a_{g+1} < a_{g+2} < \ldots < a_m.$$

Откуда

$$a_{g+2} = a_{g+1} + b_2,\ a_{g+3} = a_{g+1} + b_3,\ \ldots\ a_m = a_{g+1} + b_m,\ \ldots \text{ (B)}$$

где $b_2, b_3 \ldots b_m$ суть положительные величины, равные последовательно разности между абсциссами точек a_{g+z}, $a_{g+3}, \ldots a_m$ и абсциссой точки a_{g+1}.

Кроме того абсцисса точки a_{g+z} равна $a_g + z$,

где $0 \leqslant z \leqslant a_{g+1} - a_g$ . . . . . (C)

Значение Y_{g+z} получим, заменяя в основном уравнении 14 m через g и x через $a_g + z$, т. е.

$$Y_{g+z} = (a_g + z)\left(\sum_{1}^{g} p - \sum_{g+1}^{k} p\right) - \sum_{1}^{g} pa + \sum_{g+1}^{k} pa.$$

Кроме того из уравнения 16-го вытекает весьма важное и любопытное следствие.

Но $\sum_{1}^{g} p = P_1 + P_2 + \ldots + P_g + (P_{g+1} + P_{g+2} + \ldots P_m) - (P_{g+1} + P_{g+2} + \ldots + P_m) =$

$$= \sum_{1}^{m} p - \sum_{g+1}^{m} p$$

и $\sum_{g+1}^{k} p = (P_{g+1} + P_{g+2} + \ldots + P_m) + (P_{m+1} + P_{m+2} + \ldots + P_k) = \sum_{g+1}^{m} p + \sum_{m+1}^{k} p$.

Точно также

$$\sum_{1}^{g} pa = \sum_{1}^{m} pa - \sum_{g+1}^{m} pa,$$

и

$$\sum_{g+1}^{k} pa = \sum_{g+1}^{m} pa + \sum_{m+1}^{k} pa.$$

Следовательно,

$$Y_{g+z} = (a_g + z)\left[\sum_{1}^{m} p - \sum_{g+1}^{m} p - \left(\sum_{m+1}^{k} p + \sum_{g+1}^{m} p\right)\right] - \left(\sum_{1}^{m} pa - \sum_{g+1}^{m} pa\right) + \sum_{g+1}^{m} pa + \sum_{m+1}^{k} pa =$$

$$= (a_g + z)\left[-2\sum_{g+1}^{m} p\right] + 2\sum_{g+1}^{m} pa + Y_m,$$

ибо по условию $\sum_{1}^{m} p - \sum_{m+1}^{k} p = 0$, а $\sum_{m+1}^{k} pa - \sum_{1}^{m} pa = Y_{m+z} = Y_m$ (см. равенства B).

Иначе

$$Y_{g+z} = Y_m + 2C, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (D)$$

$$\text{где } C = -(a_g + z)\sum_{g+1}^{m} p + \sum_{g+1}^{m} pa.$$

Преобразуем это последнее выражение.

Так как $\sum_{g+1}^{m} p = P_{g+1} + P_{g+2} + \ldots + P_m$, и

$$\sum_{g+1}^{m} pa = P_{g+1}\, a_{g+1} + P_{g+2}\, a_{g+2} + \ldots + P_m\, a_m, \text{ то}$$

$C = -(a_g + z)\, P_{g+1} - (a_g + z)\, P_{g+2} - \ldots - (a_g + z)\, P_m + P_{g+1}\, a_{g+1} + P_{g+2}\, a_{g+2} + \ldots + P_m\, a_m = P_{g+1}\,(a_{g+1} - a_g - z) + P_{g+2}\,(a_{g+2} - a_g - z) + \ldots + P_m\,(a_m - a_g - z)$.

Все величины P_{g+1}, P_{g+2}, ... a_g, a_{g+1}, ... z, входящие в правую часть последнего равенства положительны, поэтому наименьшее значение C имеет при $Z_{max.}$, т. е. при $Z = a_{g+1} - a_g$ (см. нерав. C).

Тогда

$C_{min.} = P_{g+1}\ 0 . + P_{g+2}\,(a_{g+2} - a_{g+1}) + \ldots + P_m\,(a_m - a_{g+1})$,

или (см. равенства B)

$$C_{min.} = P_{g+2}\, b_2 + P_{g+3}\, b_3 + \ldots\ldots + P_m\, b_m > 0,$$

ибо P_{g+2}, P_{g+3}, ... и b_2, b_3 . . . . . величины положительные.

Так как в равенство 16 входят единственно величины p_1, p_2 ... $p_к$, то отсюда следует, что положение интервала равных и наименьших значений „суммы произведений" зависит только от порядка расположения этих величин, а также значения их, но не зависит от расстояния между ними, т. е. значений a_1, a_2 ... $a_к$.

Поэтому величины p_1, p_2, ... $p_к$ можно как угодно перемещать на прямой AB, удалять их друг от друга при непременном лишь условии, чтобы основное равенство 16 не нарушалось, и тогда для любой точки прямой, находящейся в интервале $a_m - a_{m+1}$, определяемом этим равенством, „сумма произведений" будет одинакова и наименьшая. Это будет справедливо, например, в том случае, если величину p_1 (фиг. 9) переместить куда-либо влево от a, или вправо от a_1 до точки a_m. То же самое будет, если все величины от p_1 до p_m включительно соединить в одной точке a_m. Подобным же образом можно поступить с величинами p_{m+1}, p_{m+2}, ... $p_к$ лежащими вправо от a_{m+1}.

Если же величины p_m и p_{m+1} (фиг. 9) сближать (или удалять) между собою, то „сумма произведений" все равно остается одинаковой и минимальной для всех точек прямой AB, заключенных между пунктами нахождения p_m и p_{m+1}.

Случай 2.

Значения тангенса отрезков прямых ломаной DdE (фиг. 10) изменяясь конечным образом в пределах от $-\sum_1^к p$ до $+\sum_1^к p$, ни в одном из интервалов в O не обращаются; иначе говоря, интервала, характеризующегося параллельностью оси абсцисс, находящегося в нем отрезка ломаной (имеющего угол, тангенс которого $tg\alpha_m = \sum_1^m p - \sum_{m+1}^к p$), не существует, и все отрезки Da, ab, bc, ... наклонены к оси AB.

Покажем, что этот второй случай есть частный предыдущего. Для этого вернемся к фиг. 9 и положим, что величина p_{m+1} (правая из

А раз $C_{min.} > 0$, то C и подавно > 0.

Из ур—ня (D) имеем

$$Y_{m+2} - Y_m = 2C$$

Согласно только что выведенному $C > 0$, поэтому

$$Y_{m+z} - Y_m > 0.$$

Откуда

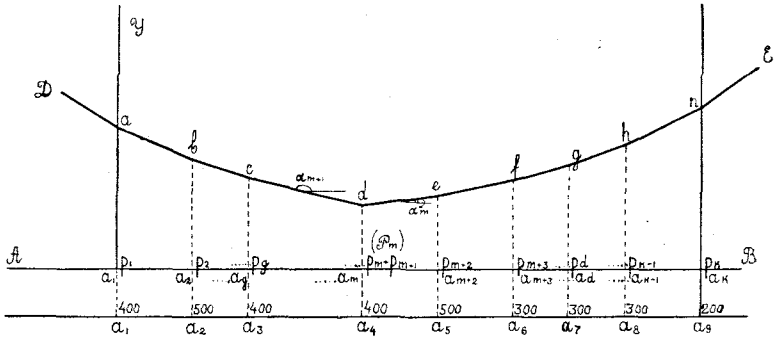
$Y_{m+z} > Y_m$, что и требовалось доказать.

Подобным же образом можно показать, что если взять какую-нибудь точку вправо от a_{m+1} (см. фиг. 9), напр., a_{d+z}, то „сумма произведений" (Y_{d+z}) для нее будет больше подобной же суммы Y_{m+1}, составленной для точки a_{m+1}.

двух ограничивающих интервал $a_m - a_{+m1}$ равных и наименьших ординат ломаной DdE) перемещается влево к точке a_m.

Так как основное равенство (16) все время остается в силе для всех точек прямой AB, находящихся между величинами P_m и P_{m-1}, то и „сумма произведений" будет иметь одинаковое и минимальное значение для тех же точек.

В пределе (фиг. 10), когда перемещаемая величина P_{m+1} совпадает с P_m, промежуток между ними становится бесконечно малым, обратится в точку и, следовательно, точка слияния обеих величин станет единственной, удовлетворяющей равенству 16, и потому лишь для нее одной, „сумма произведений" будет минимальна.



Фиг. 10.

Ясно, что в этом случае ломаная DdE имеет вид, показанный на фиг. 10 и все прямолинейные отрезки ее будут наклонены под различными углами к оси абсцисс, а точка слияния (a_m) обеих величин P_m и P_{m+1} (точка minimum'a) будет характеризоваться тем, что относительно ее тангенс правого угла отрезков ломаной меняет свой знак с — на + [1]).

---

[1]) Действительно, тангенс правого угла отрезка de, находящегося в промежутке $_m - a_{m+2}$ (фиг. 10), равен сумме леволежащих величин минус сумма праволежащих:

$$\operatorname{tg} \alpha_m = \sum_{1}^{m-1} P + P_m + P_{m+1} - \sum_{m+2}^{k} P .$$

Но по условию $\sum_{1}^{m} P = \sum_{m+1}^{k} P$ или $\sum_{1}^{m-1} P + P_m = P_{m+1} + \sum_{m+2}^{k} P$.

Прибавляя к левой и вычитая из правой части последнего равенства положительную величину P_{m+1}, получим неравенство:

$$\sum_{1}^{m+1} P + P_m + P_{m+1} > \sum_{m+2}^{k} P, \text{ т. е. } \operatorname{tg} \alpha_m > 0 \cdot \quad \textit{(см. далее)}:$$

Из только что сказанного становится понятным следующее обратное заключение. Если интервала между двумя соседними из величин $P_1, P_2, \ldots P_к$, определяемого равенством: сумма леволежащих от него величин равна сумме праволежащих, не существует, то minimum „суммы произведений" имеет место для точки нахождения той из величин P_m, разбивая которую на две части P'_m и P''_m получим равенство совершенно подобное (16).

$$\sum_1^{m-1} p + P'_m = P''_m + \sum_{m+1}^{к} p = \frac{1}{2} \sum_1^{к} p, \ldots\ldots\ldots (16^1)$$

где $P'_m + P''_m = P_m$.

Очевидно, в этом последнем случае всегда можно найти величину P_m, удовлетворяющую равенству (16¹), причем она будет единственной из всех имеющихся.

Резюмируя все вышеизложенное, приходим к следующему весьма простому решению нашей задачи:

„сумма произведений" одинакова и имеет наименьшее из всех возможных значение для любой, делящей все величины P_1, P_2, ... $P_к$ на две равные части, точки прямой AB".

Аналитически это условие выразится равенством:

$$\Sigma \text{ P лев.} = \Sigma \text{ P прав.} \ldots\ldots\ldots (17)\ ^1)$$

Таким образом, прямая de наклонена к оси абсцисс под острым правым углом. Поэтому все отрезки ef, fg, ... имеют также острый правый угол, величина которого увеличивается в направлении слева направо (см. ур-ние 15), т. е. ветвь deE ломаной будет восходяща.

Путем аналогичных рассуждений можно показать, что тангенс правого угла отрезка cd (фиг. 10) будет отрицателен; следовательно, все правые углы отрезков cd, bc, . . . будут тупыми и ветвь dcD влево от точки d также повышается.

¹) Более распространенная формулировка того же решения будет следующая.

„Сумма произведений" (y) одинакова и имеет наименьшее из всех возможных значение для любой точки интервала между двумя соседними из величин P_1, P_2, ... Pk, началом которого служит точка нахождеиия величины P_m, определяемой условием

$$\sum_1^{m-1} P + P_m = \frac{1}{2} \sum_1^{k} P$$

(эта величина, сложенная со всеми предшествующими, дает полусумму всех величин).

Если же условие это видимо не выполняется, то (y) имеет минимальное значение для точки нахождения той величины P_m, разбивая которую на две части P'_m и m, равные в сумме P_m, получим ровенство:

$$\sum_1^{m-1} P + P' = \frac{1}{2} \sum_1^{k} P$$

(часть этой величины, сложенная со всеми предшествующими равна полусумме всех величин). *(см. далее)*:

Равенство 17 является условием, определяющим искомую точку или совокупность их. Что же касается того, каким образом найти эти точки, то вопрос этот, как видно из ломаных DdE (фиг. 9 и 10), сводится к нахождению или промежутка между двумя соседними из величин P_1, P_2, ... $P_к$ с параллельным оси абсцисс, имеющим нулевой тангенс, отрезком суммарной ломанной DdE (фиг. 9), или пограничной между двумя соседними интервалами точки, относительно которой тангенс отрезков ломанной меняет свой знак с — на + (фиг. 10).

Выше было показано, что тангенс правого угла прямой Da (фиг. 9 и 10) всегда равен

$$-\sum_{1}^{к} p \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

Прибавляя к этой сумме сначала $2p_1$ (см. ур—ие 15′), получим тангенс отрезка ab, равный

$$-\sum_{1}^{к} p + 2p_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18')$$

Вновь прибавляя к последней сумме удвоенную следующую по порядку величину $2\ p_2$, получим тангенс отрезка bc

$$\left[\left(-\sum_{1}^{к} p + 2p_1\right) + 2p_2\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18'')$$

и т. д.

Прибавляя положительную величину P''_m к левой части равенства (см. ур-ие 16′): $\sum_{1}^{m+1} P + P'_m = \frac{1}{2} \sum_{1}^{k} P$, получим неравенство:

$$\sum_{1}^{m-1} P + P'_m + P''_m > \frac{1}{2} \sum_{1}^{k} P \text{ или } \sum_{1}^{m-1} P + P_m > \frac{1}{2} \sum_{1}^{k} P \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16'')$$

Точно также, взяв равенство: $\sum_{m+1}^{k} P''_m + P''_m = \frac{1}{2} \sum_{1}^{k} P$ (см. ур—ие 16′) и прибавляя к левой части его положительную величину P'_m получим неравенство:

$$\sum_{m+1}^{k} P + P'_m + P''_m > \frac{1}{2} \sum_{1}^{k} P \text{ или } \sum_{m+1}^{k} P + P_m > \frac{1}{2} \sum_{1}^{k} P \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16''')$$

откуда следует, что, если равенство (16) видимо не выполняется, то „сумма произведений" имеет наименьшее значение для точки нахождения величины P_m, определяемой совокупностью неравенств 16′′ и 16′′′ (искомая величина P_m будучи сложена со всеми предшествующими или последующими дает сумму большую полусуммы всех величин). Это и есть упомянутое нами в ведении правило Л. Д. Шевякова и, как видно, оно не *даёт общего решения рассматриваемой задачи.*

Вообще говоря, разобранная задача представляет частный случай более общей теоремы:

„Если на прямой AB (фиг. 5) расположен ряд положительных величин P_1, P_2, ... Pк, то сумма произведений этих величин, умноженных на n — ую степень расстояния

Переходя таким образом поочередно от одного тангенса к другому и найдем искомые: или интервал ($a_m - a_{m+1}$, фиг. 9), или точку (a_m фиг. 10), характеризующиеся вышеуказанными признаками.

Пример I.

Пусть значения величин P_1, P_2, ... P_g будут 500, 600, 300, 300, 400, 400, 300, 500 и 100 и расположены они в том порядке, как это указано на фиг. 9 (внизу чертежа).

Сложим сначала все эти величины: $500 + 600 + 300 + 300 + 400 + 400 + 300 + 500 + 100 = 3400$.

Сумма эта, взятая со знаком минус, равна тангенсу правого угла прямой Da ($tgDa = -3400$).

Прибавляя к -3400 удвоенную первую величину ($2\,p_1 = 2 \times 500$), получим тангенс прямой ab: $-3400 + 2 \times 500 = -2400$,

далее тангенс прямой bc: $-2400 + 2 \times 600 = -1200$,

„ „ cd: $-1200 + 2 \times 300 = -600$,

„ „ de: $-600 + 2 \times 300 = 0$,

т. е отрезок de параллелен оси абсцисс и потому „сумма произведений" для любой точки прямой AB от a_4 до a_5 включительно будет одинакова и меньше всякой другой, составленной для точек, лежащих влево от a_4 или вправо от a_5.

В самом деле, для любой точки промежутка $a_4 - a_5$ равенство 17 будет соблюдено, ибо

$$500 + 600 + 300 + 300 = 400 + 400 + 300 + 500 + 100.$$

их до произвольной точки прямой (ΣPl^n) имеет наименьшее значение для точки прямой, удовлетворяющей равенству:

$$\Sigma\ Pl^{n-1}\text{лев.} = \Sigma\ Pl^{n-1}\ \text{прав.}$$

(суммы произведений лево и праволежащих величин, умноженных на (n — 1)-ую степень расстояния их до искомой точки, равны между собою).

Здесь n есть целое и положительное число большее нуля.

Доказать эту теорему нетрудно, если применить графо-аналитический метод, т. е. если представить сначала геометрически произведение каждой в отдельности из величин P_1, P_3, ... Pk, умноженной на n—ую степень расстояния ее до произвольной точки прямой. Тогда minimum суммы полученной таким образом совокупности восходящих и нисходящих линий можно найти, пользуясь свойствами касательных к кривым.

Полагая $n = 1$, найдем согласно этой теоремы, что равенство $\Sigma\ pl = \min$ имеет место для такой точки прямой AB, относительно которой удовлетворяется условие:

$$\Sigma\ Pl^{1-1}\ \text{лев.} = \Sigma\ Pl^{1-1}\ \text{прав., или}\ \Sigma\ P\ \text{лев.} = \Sigma\ P\ \text{прав.}$$

Получаем решение нашей задачи. Точно также принимая $n = 2$, найдем что равенство $\Sigma\ Pl^2 = \min$. имеет место для точки прямой, удовлетворяющей условию:

$$\Sigma\ Pl^{2-1}\ \text{лев.} = \Sigma\ Pl^{2-1}\ \text{прав. или}\ \Sigma\ Pl\ \text{лев.} = \Sigma\ Pl\ \text{прав.}$$

Последний результат мы уже получили раньше в введении, когда разбирали правило центра тяжести масс.

Чтобы получить значения тангенса следующих отрезков ef, fg, ..., прибавляем к 0 сначала $2p_5 = 2 \times 400$, получим таким образом

тангенс прямой ef: $0 + 2 \times 400 = + 800$,

далее „ „ fg: $+ 800 + 2 \times 400 = + 1600$,

„ „ gh: $+ 1600 - 2 \times 300 = + 2200$,

„ „ hn: $+ 2200 - 2 \times 500 = + 3200$,

„ „ nE: $+ 3200 - 2 \times 100 = 3400$.

Последнее число (3400) должно быть равно сумме всех величин (см. выше), тем самым оно может служить поверкой того, не сделана ли где-либо арифметическая ошибка.

Кроме того знание тангенса всех отрезков Da, ab, bc, ... дает возможность построить и самую ломаную DdE (фиг. 9).

Вместо того, чтобы находить относительные значения тангенса отрезков ломаной DdE, конечно, можно ограничиться вычислением абсолютной величины их. Тогда, как видно из ур—ий 18, 18', 18'' и данного примера 1, из $+ \sum_1^k p$ придется вычитать сначала $2p_1$, затем из полученной разности $2p_2$ и т. д. Вычитание следует продолжать до тех пор, пока не придем к некоторой (искомой) величине P_m, обращающей разность в 0 или делающей ее отрицательной. После чего к абсолютному значению последней разности (равному 0 во взятом примере) следующие величины $2p_{m+1}$, $2p_{m+2}$, ... (в примере 1 это будут 2.400, 2.400 ...) должны прибавляться; тем самым мы получим один за другим тангенсы отрезков ef, fg, ... (фиг. 9).

Так именно поступаем в нижеследующем примере II, где значения и порядок расположения величин P_1, P_2, ... P_g, числом девять, даны соответственно фиг. 10.

Пример II: Возьмем здесь сумму всех величин, получим:

$400 + 500 + 400 + 400 + 500 + 300 + 300 +$
$+ 300 + 200 = 3300 > 0 (-3300)$ [1])

далее для точки a_1 имеем $3300 - 2 \times 400 = 2500 > 0 (-2500)$,

„ a_2 „ $2500 - 2 \times 500 = 1500 > 0 (-1500)$,

„ a_3 „ $1500 - 2 \times 400 = 700 > 0 (- 700)$,

„ a_4 „ $700 - 2 \times 400 = -100 > 0 (+ 100)$, т. е.

minimum „суммы произведений" имеет место для точки a_4. Разбивая $P_4 = 400$ на две части: $P_4' = 350$ и $P_4'' = 50$, найдем, что, действительно, только для точки a_4 условие (17) будет соблюдено, т. к.

$$400 + 500 + 400 + 350 = 50 + 500 + 300 + 300 + 300 + 200.$$

---

[1]) Числа в скобках показывают параллельно относительные значения тангенса отрезков прямых Da, ab, bc, . . . (фиг. 10).

Чтобы получить тангенс прямой ef, прибавляем к абсолютной величине последней найденной разности (т. е. к + 100) 2 $p_5 = 2.500$ получим:

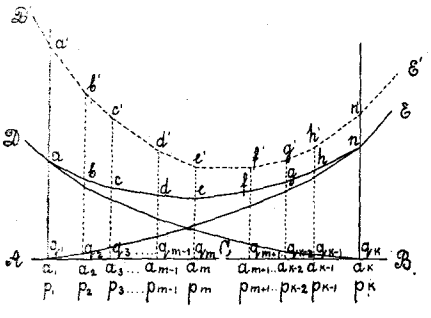
$$\operatorname{tg} \overline{ef} = 100 + 2 \times 500 = 1100,$$

то же для прямой fg: $1100 + 2 \times 300 = 1700$ и т. д.

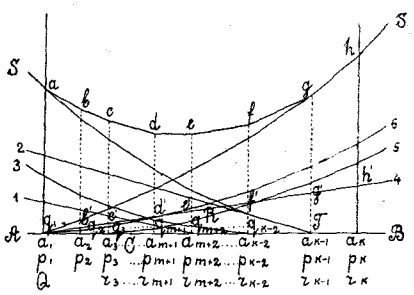
Тем же графо-аналитическим методом можно решить другие задачи, подобные только что разобранной, например, следующую задачу.

На прямой AB (фиг. 11) в точках a_1, a_2, ... $a_к$ расположены два ряда конечных и положительных величин: p_1, p_2, ... $p_к$ и q_1, q_2, ..., $q_к$ и требуется найти такую точку (напр., C) прямой, относительно которой удовлетворялось бы равенство:

$$(p_1 l_1 + p_2 l_2 + \ldots + p_m l_m) + (q_{m+1} l_{m+1} + q_{m+2} l_{m+2} + \ldots + q_к l_к) = \min \quad (19)$$



Фиг. 11.



Фиг. 12.

Здесь l_1, l_2, ... l_m равны расстояниям между точками a_1, a_2, ... $a_к$ и произвольной точкой (C) прямой AB; причем при составлении суммы (19) из величин p_1, p_2, ... $p_к$ берутся лишь лежащие влево от C, а из $q_к$, $q_{к-1}$, $q_{к-2}$, ... q_1 — находящиеся вправо от той же точки C.

Подобно тому, как и в предыдущей задаче, построим сначала кривую суммы:

$$y' = (p_1 l_1 + p_2 l_2 + \ldots + p_m l_m)$$

Кривая эта Aa,E (фиг. 11) будет совершенно подобна полученной ранее на фиг. 7 ломаной Aa,E и обладает теми же свойствами (тангенс правого угла отрезков прямых ее в точках a_1, a_2, ... $a_к$ получает конечное и положительное приращение, равное последовательно p_1, p_2, ... $p_к$, а тангенс прямой nE равен $+\sum_1^к p$).

Нисходящая ломаная $Da_кB$ (фиг. 11), являющаяся графическим изображением ур-ия:

$$y'' = (q_{m+1} l_{m+1} + q_{m+2} l_{m+2} + \ldots + q_к l_к)$$

построена совершенно так же, как и аналогичная ей ломаная $Da_кB$ (фиг. 10). Отличается она от этой последней лишь тем, что приращение тангенса правого угла отрезков прямых ее в точках a_1, a_2, ... $a_к$ равно не p_1, p_2, ... $p_к$, а соответственно q_1, q_2, ... $q_к$; следовательно, тангенс прямой Da (фиг. 11) будет равен $-\sum_1^к q$.

Точно также тангенс правого угла прямолинейных отрезков нисходяще-восходящей ломаной DeE (фиг.11), представляющей геометрическую сумму ломаных Aa_1E и $Da_кB$, увеличивается в направлении слева направо на конечную и положительную величину, равную последовательно в точке a_1 — $(p_1 + q_1)$, в a_2 — $(p_2 + q_2)$, в a_3 — $(p_3 + q_3)$ и т. д., а сама ломаная DeE может иметь два вида: или вид подобный изображенному на фиг. 9, или такой, как это показано на фиг. 10. В первом случае сумма (19) будет одинаковая и наименьшая для целого ряда точек прямой AB, во втором—для одной единственной точки.

Словом, все рассуждения, относящиеся к ранее разобранной задаче, остаются в силе и здесь. Поэтому, чтобы найти точку minimum'a (или совокупности их) ломаной DeE (фиг. 11), поступаем также, как и в предыдущей задаче, т. е. берем абсолютное значение тангенса прямой Da (фиг. 11), равное $+\sum_1^к q$, из этой суммы вычитаем сначала сумму $(p_1 + q_1)$ величин, стоящих при точке a_1, затем из полученной разности вычитаем сумму величин p_2 и q_2, находящихся у следующей по порядку точки a_2 и т. д. Подобное вычитание производим до тех пор, пока в какой-либо точке (напр., a_m фиг. 11) разность становится или равной 0, что будет означать, что отрезок e'f' ломаной D'e' E' параллелен оси абсцисс и сумма (19) имеет равные между собою и наименьшие из всех возможных значения для любой точки прямой AB от a_m до a_{m+1} включительно, или же разность, будучи положительной для точки a_{m-1}, в a_m делается отрицательной. В таком случае сумма 19 будет минимальна для одного только пункта a_m. Сумма $\sum_1^к q$ и последовательно полученные разности равны абсолютным значениям тангенса прямых Da, ab, bc, ... до ef включительно. Чтобы получить тангенс следующих прямых fg, gh, необходимо прибавлять к абсолютной величине последней разности сначала $(P_{m+1} + q_{m+1})$, затем к полученной сумме $(p_{m+2} + q_{m+2})$ и т. д.

Те же самые результаты мы получили бы, если бы шли не от точки a_1 к $a_к$, а в обратном направлении. В таком случае следует сна-

чала взять сумму $+\sum_{1}^{к} p$ (равную тангенсу прямой nE) и вычитать из нее $(p_к + q_к)$, затем $(p_{к-1} + q_{к-1})$ и т. д.

Результаты, полученные выше, и все наши рассуждения основаны на одном непременном условии: приращения тангенса прямолинейных отрезков выведенных нами ломаных линий должны быть конечны и положительны, а так как ноль можно считать за такую же величину, то все вышеизложенное остается в силе в тех случаях, когда получаются кривые, подобные $Aa_1 4$, $Aa_3 5$ ... (фиг. 12), ибо последние кривые (возьмем, например, $Aa_1 4$) можно рассматривать как ломаные, составленные из прямолинейных отрезков Aa_1, $a_1 b'$, $b'c'$, ..., причем тангенс правого угла этих отрезков в некоторых точках получает конечное и положительное приращение (Q в точке a_1), а в остальных точках (a_2, a_3, ...) приращение это равно нулю.

Таким образом, прием, при помощи которого мы решили предыдущие задачи, вполне применим и для более сложных случаев, имеющих более общий характер.

Одна из таких задач представлена на фиг. 12, где дан ряд восходящих $Aa_1 4$, $Aa_3 5$, $Aa_1 6$ и нисходящих $3a_{к-2}B$, $2a_{к-1}B$, $1a_{m+2}B$ ломаных линий, составленных из отрезков прямых, и требуется найти положение minimum'a суммы их.

Здесь ломаная $Aa_1 4$ имеет единственное приращение тангенса правого угла отрезков ее в точке a_1, равное Q и является графическим изображением произведения величины Q, умноженной на расстояние ее до произвольной, взятой вправо от a_1, точки прямой AB:

$$y_4 = Ql_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (20')$$

Ломаная $Aa_3 5$ имеет приращение тангенса отрезков ее, равное в точках a_1 и $a_2 — 0$, а в остальных $(a_3, a_4, \ldots a_к) — r_3, r_4, \ldots r_к$, и представляет сумму:

$$y_5 = r_3 l_3 + r_4 l_4 + r_5 l_5 + \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (20'')$$

Наконец, тангенс правого угла отрезков ломаной $Aa_1 6$ увеличивается на конечную и положительную величину, равную в точке $a_1 — p_1$, в $a_2 — p_2$, в $a_3 — p_3$, ... в $a_к — p_к$.

Аналитически ур-ие кривой $Aa_1 6$ выразится через:

$$y_6 = p_1 l_1 + p_2 l_2 + p_3 l_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (20''')$$

При составлении всех этих трех сумм (20', 20'' и 20'''), из величин Q, r_3, r_4, ... $r_к$, p_1, p_2, ... $p_к$ берутся только те, которые лежат влево от произвольно взятой на прямой AB точки C, а l_1, l_2, l_3, ... $l_к$ в этих суммах равны соответственно расстояниям между точкой C и точками a_1, a_2, a_3, ... $a_к$.

Аналитические выражения нисходящих ломаных $3a_{к-2}B$, $2a_{к-1}B$ и $1a_{m+2}B$ представляются в виде:

$$y_3 = q_{к-2}\, l_{к-2} + q_{к-3}\, l_{к-3} + \ldots, \quad (20')$$

$$y_2 = Tl_{к-1}, \quad (20'')$$

$$y_1 = Rl_{m+2} \quad (20''')$$

При составлении этих сумм берутся только величины R, T, $q_{к-2}$, $q_{к-3}$, ..., находящиеся вправо от взятой точки C прямой AB.

Следовательно, приращение тангенса правого угла отрезков ломаной $1a_{m+2}B$ будет одно, в точке a_{m+2}, равное R, ломаной $2a_{к-1}B$ также одно T в точке $a_{к-1}$, наконец, ломаная $3a_{к-2}B$ получает приращения тангенса, равные в точке a_1 — q_1, в a_2 — q_2, ... в $a_{к-2}$ — $q_{к-2}$.

Складывая Aa_14, Aa_35 и Aa_16, получим восходящую ломаную Aa_1S_1. Для нее приращения тангенса прямолинейных отрезков, очевидно, равны: в точке a_1 — $(Q + p)$, в a_2 — p_2, в a_3 — $(p_3 + r_3)$ и т. д.

Точно также складывая $3a_{к-2}B$, $2a_{к-1}B$ и $1a_{m+2}B$, получим нисходящую ломаную $Sa_{к-1}B$, составленную из отрезков прямых, тангенс правого угла которых увеличивается в точке a_1 на q_1, в a_2 на q_2, в a_{m+2} на $(q_{m+2} + R)$ ..., наконец, в $a_{к-2}$ на $q_{к-2}$ и в $a_{к-1}$ на T.

Суммарной обоих кривых Aa_1S_1 и $Sa_{к-1}B$ будет нисходяще-восходящая ломаная SdS_1, представляющая графически сумму такого рода:

$$y = (y_4 + y_5 + y_6) + (y_3 + y_2 + y_1) = [Ql_1 + (r_3l_3 + r_4l_4 + \ldots) + (p_1I_1 + p_2l_2 + \ldots)] + [(q_{к-2}\, l_{к-2} + q_{к-3}\, l_{к-3} + \ldots) + Tl_{к-1} + Rl_{m+2}], \quad (20)$$

составленную из всех выражений 20', 20'', 20''', $20_,$, $20_{,,}$ и $20_{,,,}$.

Определив положение mininum'а кривой SdS_1, мы вместе с тем найдем ту точку прямой AB, для которой сумма (20) имеет наименьшее значение.

Очевидно, данная задача совершенно тождественна со второй из ранее разобранных (представленной на фиг. 11), а потому и решается тем же приемом.

Необходимо только указать на следующее.

Так как определение тангенса отрезков прямых ломаной SdS_1 (фиг. 12) приходится начинать с тангенса или прямой Sa или hS_1, из коих первый равен общей сумме приращений тангенса отрезков прямых всех нисходящих ломаных линий, а второй — общей сумме таких же приращений всех ломаных восходящих, то обстоятельство это следует как нибудь отметить.

Для этого условимся первые приращения, характеризующие нисходящие ломаные, ставить над осью абсцисс AB, а вторые, относящиеся к ломаным восходящим,—под нею. Так именно и сделано на фиг. 12.

Тогда, складывая все верхние отметки (приращения q_1, q_2, ... $q_{к-2}$, R и T фиг. 12) и вычитая из этой суммы все отметки, находящиеся при точке a_1, затем из полученной разности вычитая отметки при точке a_2 и т. д., получим одно за другим абсолютные значения тангенса отрезков Sa, ab, bc [1]).

Если сложить все нижние отметки (Q, p_1, p_2, ... $p_к$, r_3, r_4, ... $r_к$ фиг. 12) и из этой суммы вычесть сначала отметки, стоящие при точке $a_к$, затем при $a_{к-1}$ и т. д., то сумма эта и найденные последовательно разности дадут величину тангенса прямых hS_1, hg, gf, ...

Вот в общих чертах метод, предлагаемый нами для решения такой сложной задачи, как выбор места заложения шахты на участке.

Как видно, сам по себе метод весьма прост и нагляден и сущность его заключается в том, что найденные сначала аналитически зависимости между различными величинами следует затем представить графически в виде кривых. Тогда аналитическое же исследование свойств этих кривых и даст искомое решение.

Подобное исследование для ломаных, аналогичных полученным в вышеразобранных задачах нами уже сделано и далее к нему нам прибегать не придется. Мы прямо будем пользоваться тем приемом, с помощью которого находится положение minimum'a суммы их, так как ниже будет показано, что величина стоимости проведения квершлагов, уклонов, бремсбергов, расходов на подземную откатку и пр., сообразуясь с коими приходится разрешать вопрос о рациональном выборе места для шахты, в зависимости от перемещения последней по какому-либо направлению (по падению или простиранию месторождения) изменяется по закону именно таких составленных из прямолинейных отрезков восходящих и нисходящих ломаных линий, с какими мы имели дело в настоящей главе.

Тогда, определяя вышеуказанным приемом положение minimum'a этих ломаных, мы вместе с тем найдем положение шахты, удовлетворяющее условию получения наименьшей общей величины расходов по оборудованию и эксплоатации рудника.

Уже в самом начале нашей статьи мы говорили о полной невозможности дать общее решение задачи об определении наивыгоднейшего места заложения шахты на участке, которое было бы пригодно для всех, встречающихся на практике, случаев.

---

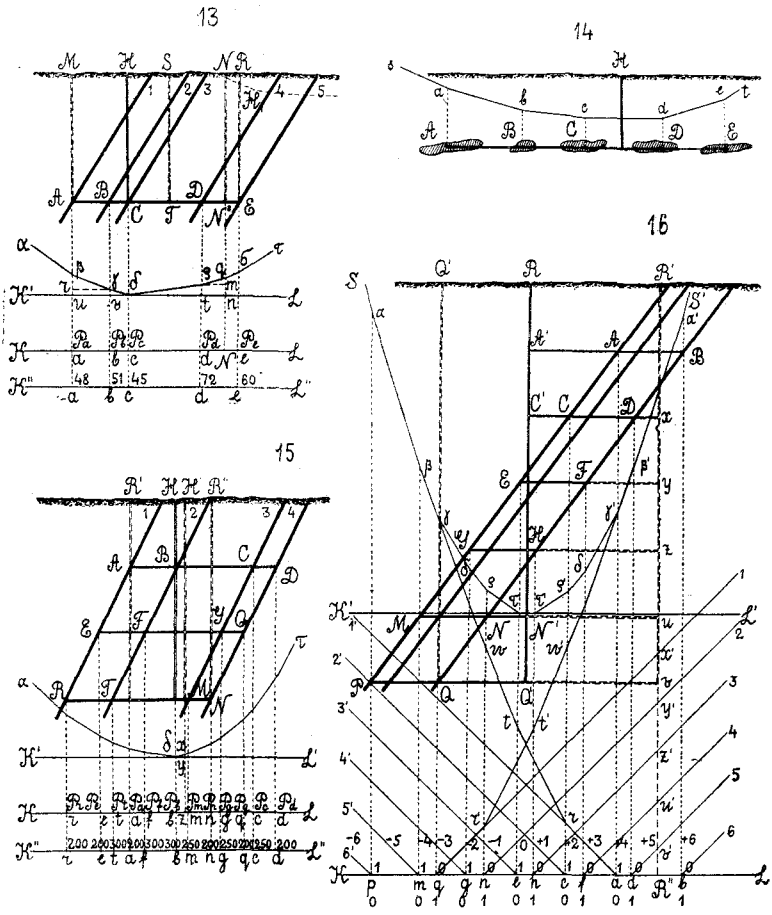
[1]) После перехода через интервал равных и наименьших значений ординат ломаной SdS_1 (разность обращается в 0), или точку minimum'a ее (разность становится отрицательной) отметки должны прибавляться (см. главу I).

Поэтому в нижеследующих главах мы рассмотрим данную задачу в применении ее к отдельным частным случаям вскрытия пласта или свиты пластов, причем попутно коснемся и месторождений неправильной формы (жильных, гнездовых и пр.).

ГЛАВА II.

Свита пластов вскрывается шахтой с капитальным квершлагом.

Положим, имеем свиту пластов, вскрываемую шахтой с капитальным квершлагом (фиг. 13), и требуется определить такое поло-



Фиг. 13—16.

жение шахты на участке, при котором общее количество работы, затраченной на откатку по квершлагу всего запаса ископаемого, заключенного во всех пластах, получилось бы наименьшим.

Такое расположение шахты обусловливается тем обстоятельством, что обычно стоимость откатки принимается пропорциональной количеству затраченной работы, и потому найденное, исходя из указанного условия, положение шахты обеспечивает наилучшие экономические результаты в смысле получения наименьших затрат на откатку по квершлагу.

Представим себе, что в пунктах A, B ... D, E (фиг. 13), пересечениях пластов с квершлагом, сосредоточены грузы, равные последовательно P_a, P_b, P_c ... P_e, причем величину любого из этих грузов P_i можно вычислить по формуле:

$$P_i = \frac{100 - C_i}{100} p_i S_i \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

где C_i — коэффициент эксплотационных потерь, получаемых при разработке какого-либо пласта i (в %);

P_i — производительность этого пласта;

S_i — площадь пласта i, вырабатываемая через данную шахту [1])

P_i представляет таким образом ничто иное, как промышленный запас полезного ископаемого, заключенного в каком либо из пластов i.

Все эти грузы (P_a, P_b, ... P_e) должны быть доставлены к шахте, причем дальность перемещения каждого из них равна расстоянию (l_i) между соответствующим пластом (i) и шахтой. Затраченная же на всю эту откатку работа (R), так назыв. производительность откатки, выразится нижеследующей суммой:

$$R = P_a l_a + P_b l_b + \ldots + P_e l_e \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22)$$

Следовательно, искомое, удовлетворяющее формулированному в задаче условию, положение шахты по падению месторождения определится тем пунктом квершлага, для которого сумма (22) имеет минимальное значение.

Как видно, рассматриваемая задача является первой из решенных нами в предыдущей главе; поэтому все, что там было получено, целиком относится к данному случаю, т. е. графически величина производительности откатки по квершлагу, названная нами раньше „суммой произведений", изобразится ординатами нисходяще — восходящей ломаной линией $\alpha\delta\tau$ (фиг. 13), составленной из прямолинейных отрезков, обладающих весьма простым законом получения тангенса правого угла их, а наивыгоднейшее расположение шахты в смысле получения наи-

[1]) Если из подготовительных и других работ выдается на поверхность пустая порода, то, чтобы учесть работу на перемещение ее по квершлагу, следует ввести в ур-ие 21 соответствующую поправку в виде некоторого множителя k_i .

меньшего количества работы по откатке грузов по квершлагу определится положением минимальной ординаты этой ломаной, что, как было установлено раньше (см. гл. I), имеет место для всякого пункта квершлага [1]), удовлетворяющего условию: сумма величин P_a, P_b, ... P_e (полезных запасов пластов), лежащих вправо и влево от этого пункта, равны между собою.

Условие это применительно к рассматриваемому случаю вскрытия свиты пластов шахтой с капитальным квершлагом можно формулировать в виде следующего крайне простого правила, назовем его „правилом откатки".

Величина затрачиваемой на подземную откатку работы получается одной и той же и наименьшей для любого из тех положений шахты, при которых вес добытого ископаемого, сосредоточивающегося как по ту, так и по другую сторону от шахты будет одинаков.

Из этого правила следует, что, если полезный запас ископаемого в n первых по порядку пластах равен запасу, заключенному в остальных, то при любом из тех положений шахты, при которых она пересекает квершлаг где-либо между n-м и следующим за ним по порядку $(n+1)$-м пластами, производительность откатки грузов по квершлагу получится одной и той же и меньшей, чем для всякого положения шахты вне этого интервала.

Если же величины полезных запасов ископаемого в пластах таковы, что не делятся явным образом на две равные части, то производительность откатки грузов по квершлагу получается наименьшей для одного только положения шахты. Именно шахта должна быть расположена как можно ближе к тому из пластов, представляя который как бы состоящим из двух слившихся пластов, получим равенство, формулированное в правиле, т. е. запас одного из воображаемых пластов и всех вышележащих от него оказывается равным запасу, заключенному в другом воображаемом пласте, сложенному с запасами пластов нижележащих,

„Правило откатки", очевидно, сохраняет свою силу во всех тех случаях, когда отыскивается пункт, являющийся наивыгоднейшим в смысле получения наименьшей затраты работы на сосредоточение в нем всех грузов (полезных запасов ископаемого), если последние расположены вдоль по какому-либо направлению.

Например, правило вполне применимо для случая вскрытия шахтой с квершлагом месторождения неправильной формы (фиг. 14 [2]),

[1]) На фиг. 13 прямая KL соответствует квершлагу AB.

[2]) Конечно при условии, что количество ископаемого, поступающего из месторождения на квершлаг в пункты A, B, C, D, E будет известно.

или когда определяется наивыгоднейшее положение шахты по простиранию месторождения, исходя из условий получения минимальной производительности откатки грузов по этажным штрекам (фиг. 25а [1]). В следующей главе будет показано, что и тогда, когда месторождение вскрывается шахтой с этажными квершлагами „правило откатки" остается в силе. Словом, оно является общим для всех случаев.

По сравнению же с правилом центра тяжести масс (см. введение) оно имеет преимущество, заключающееся не только в том, что дает истинное решение данной задачи, но и в том, что обладает большей простотой, так как гораздо легче найти положение шахты, делящее на две равные части весь запас полезного ископаемого, заключенный в шахтном поле, чем отыскивать центр тяжести месторождения.

Сами по себе способы, позволяющие найти искомое, определяемое указанным в правиле откатки условием, расположение шахты на участке, собственно говоря, могут быть различны и не требуют каких-либо пояснений и указаний. Мы же лично рекомендуем прием, при помощи которого находится положение minimum'а кривой $\alpha\delta\tau$ (фиг. 13), так как этот прием, во-первых, дает возможность проверить найденное решение [2]), во-вторых, как будет показано ниже, применяя его, попутно получим данные, позволяющие сравнивать между собою величину производительности откатки грузов по квершлагу, получающуюся для различных положений шахты на участке. Если вспомнить, что говорилось в предыдущей главе и было применено в примерах I и II, то здесь для случая вскрытия месторождения шахтой с капитальным квершлагом (фиг. 13) упомянутый прием будет заключаться в следующем.

Возьмем сначала общий запас всех пластов и вычтем из него удвоенную величину запаса первого слева пласта, затем из полученной разности вычитаем удвоенную величину запаса следующего по порядку второго пласта, затем третьего и т. д. Так поступаем до тех пор, пока вычитание удвоенного запаса какого-либо пласта, например n-го слева, не обратит разность в ноль или в отрицательную величину.

В первом случае (разность равна нулю) шахту можно располагать в любом месте между найденными таким образом n-м пластом в следующим за ним по порядку $(n+1)$-м; во втором (разность становится отрицательной)—шахту следует расположить как можно ближе к n-му слева пласту.

---

[1]) В этом случае запасы угля, заключенные в бремсберговых полях Mmkl, lkef, . . . и выемочных полях Muvm, uazv, ... , разрабатываемых уклонами, следует рассматривать как бы сосредоточенными в пунктах H_1, Q_1, ... D_1, E_1, ... R, пересечениях бремсбергов и уклонов с основным откаточным штреком MN.

[2]) См. пример I.

Пример III.

Положим, имеем пять пластов (фиг. 13). Данные об этих пластах собраны в нижеследующую таблицу:

Пласт	Производит. его	Коэфф. экспл. потерь (%)	Площ. пласт., подл. выемке.	Полезный запас пласта
i	Pi	Ci	Si	$Pi = \frac{100 - ci}{100} Pi\ Si$
1	200 п.	20	300.000 кв. с.	48.000.000 пуд.
2	300 „	15	200.000 „ „	51.000.000 „
3	250 „	10	200.000 „ „	45.000.000 „
4	400 „	10	200.000 „ „	72.000.000 „
5	300 „	20	250.000 „ „	60.000.000 „

Найдем здесь положение шахты, удовлетворяющее условию получения наименьшей производительности откатки грузов по квершлагу AE.

Возьмем сначала общий запас всех пластов (на фиг. 13 кривая производительности откатки $\alpha\delta\tau$ отнесена вниз и запасы пластов расставлены у проекций a, b, c, ... пунктов A, B, C, ... квершлага на горизонтальную прямую K″L″): $48 + 51 + 45 + 72 + 60 = 276$ м. в. е. [1]).

Вычтем теперь из этой суммы удвоенный запас первого пласта (точка a), тогда получим: . . . . . $276 - 2.48 = 180 > 0$,

далее для пласта 2-го (точка b) имеем . $180 - 2.51 = 78 > 0$,

„ „ 3-го (точка c) „ . . $78 - 2.45 = -12 < 0$,

т. е. шахта должна пересекать квершлаг у пласта 3 (в пункте C).

Если представить себе пласт 3, как бы состоящим из двух слившихся пластов с запасами равными 39 и 6 м. в. е., то убедимся, что найденное положение шахты (H) действительно удовлетворяет „правилу откатки“, ибо только для пункта C квершлага AE равенство Σ p лев. $= \Sigma$ p прав. будет соблюдено, а именно:

$$(48 + 51 + 39) \text{ м. п.} = (6 + 72 + 60) \text{ м. в. е.}$$

Прибавляя к абсолютной величине последней (см. выше) разности, т. е. к $+12$, удвоенный запас 4-го пласта, получим: $12 + 2.72 = 156$.

Наконец, для пласта 5-го имеем: $156 + 2.60 = 276$.

Числа 276, 180, 78, 12, 156, 276, равные последовательно абсолютной величине тангенса отрезков $\alpha\beta, \beta\gamma, \ldots \tau\tau$ ломаной $\alpha\delta\tau$ (фиг. 13), дают возможность построить эту последнюю кривую, являющуюся диаграммой производительности откатки грузов по квершлагу. К этой диаграмме нам еще придется вернуться в дальнейшем и там мы укажем на то значение, какое она имеет.

---

[1]) Вследствие перехода на метрическую систему счисления в статье этой пуды заменены обозначением в. е. (весовые единицы) и сажени—е. д. (единицы длины).

Редакция.

В тех случаях, когда коэффициент эксплоатационных потерь (Ci) и площадь шахтного поля (Si) для всех пластов свиты одинаковы, вместо грузов P_a, P_b, ..., вычисляемых по формуле 21, очевидно, можно взять производительности соответствующих пластов p_a, p_b, ...

Так, принимая взятые в примерах I и II величины p_1, p_2, p_3, ... за производительности пластов a_1, a_2, a_3, ..., найдем, что в первом из этих примеров шахту можно расположить где угодно между пластами a_4 и a_5, во втором—шахта должна быть расположена как можно ближе к пласту a_4.

Рассматривая настоящий случай вскрытия свиты пластов, мы определяли наивыгоднейшее положение шахты, исходя из одного только условия, чтобы производительность откатки грузов по капитальному квершлагу получилась наименьшей. Условие это, вообще говоря, является здесь, если не единственным, то главнейшим. В самом деле, в случае вскрытия свиты шахтой с капитальным квершлагом большая часть расходов, связанных с оборудованием и эксплоатацией рудника, остается постоянной, т. е. не зависит от того, где будет заложена шахта по падению месторождения.

Таковы, например, будут: стоимость проходки шахты и ремонта ее за все время существования рудника, стоимость проведения капитального квершлага, ибо глубина первой и длина второго остаются одними и теми же при любом положении шахты между пунктами M и R (фиг. 13). То же самое можно сказать относительно расходов на подготовительные и очистные работы и пр.

Но бывают случаи, когда появляются расходы, величина которых, как и стоимость откатки по квершлагу, изменяется в зависимости от того, как расположена шахта по падению свиты.

Таким расходом окажется, например, стоимость ремонта капитального квершлага, если подготовительные и очистные работы производятся в отдельных пластах в разные сроки, и квершлаг проводится не сразу на всю его длину, а участками.

Поясним это на отдельном примере.

Положим (фиг. 13), в первое время существования рудника работаются только пласты 4 и 5, и квершлаг будет пройден первоначально только на длину TE [1]), остальная же часть его AT проходится лишь тогда, когда заканчиваются работы в пластах 4 и 5. Таким образом, расходы на ремонт части DE квершлага в течение первого периода существования рудника остаются постоянными и независящими от положения шахты на участке, так как эта часть DE должна быть проведена полностью, где бы ни была заложена шахта.

---

[1]) При каком-либо положении шахты S.

Что же касается стоимости ремонта части TD за то же время, то она будет тем больше, чем дальше шахта отстоит влево от пункта D, ибо тем длиннее получится квершлаг, оборудованный с самого начала.

С другой стороны, расположение шахты между C и D имеет тот недостаток, что во второй период, когда работы ведутся только в пластах 1, 2 и 3, придется поддерживать часть CT квершлага, без которой можно было бы обойтись в это время, в случае заложения шахты где либо между пунктами M и H.

Следовательно, общая величина расходов на ремонт квершлага за все время существования рудника будет различна в зависимости от того, как расположена шахта по падению свиты.

И в этом случае можно было бы найти положение шахты, удовлетворяющее условию получения минимальной величины общих затрат как на откатку грузов по квершлагу, так и ремонт последнего, применяя для этого рассуждения, совершенно подобные тем, какие приведены ниже в главе V для случая вскрытия одного пласта капитальной шахтой.

Потому здесь на указанной задаче мы не будем останавливаться, тем более, что расходы на ремонт капитального квершлага по отношению к расходам на откатку грузов по нему играют подчиненную роль и практически ими можно вполне пренебречь.

Более интересными и важными являются случаи, когда в пункте H (фиг. 13), определяемом согласно „правила откатки", имеются, например, строения, подлежащие сносу при закладке шахты в этом месте, или же в наносах участка в области от M до N залегает плывун. Наконец, когда по условиям аренды или каким-либо другим причинам воспрещается устройство рудника в части MN местности. Точно также топографические условия могут быть таковы, что пункт H находится на возвышенности и, следовательно, шахту пришлось бы пройти на излишнюю глубину по сравнению с расположением ее в пониженном месте H_1 (пунктир фиг. 13). Во всех этих случаях возникает вопрос, где же именно всего выгоднее заложить шахту?

Возьмем для примера случай, когда в части участка от M до N по условиям аренды или другим причинам шахту закладывать нельзя.

Как видно из диаграммы производительности откатки по капитальному квершлагу ($\alpha\delta\tau$ фиг. 13), эта последняя увеличивается с перемещением шахты вправо или влево от пункта H, и потому наиболее выгодным из лежащих вне области MN местом заложения шахты в смысле получения наименьшей затраты работы на откатку грузов по квершлагу будет или пункт M или N, именно тот из них, для которого соответствующая ордината $a\beta$ или $N'q$ ломаной $\alpha\delta\tau$ оказывается меньше.

Вместо того, чтобы сравнивать эти ординаты, понятно, можно сравнивать части их uβ и nq, отсекаемые прямой K'L', проведенной через точку minimum'а (δ) ломаной параллельно оси абсцисс (KL), но

$$\left.\begin{aligned} u\beta &= \beta r + ru = r\beta + \gamma v = r\gamma tg\widehat{\beta\gamma} + v\delta tg\widehat{\gamma\delta} = AB tg\widehat{\beta\gamma} + BC\, tg\widehat{\gamma\delta} \\ nq &= \varsigma t + qm = CD tg\widehat{\delta\rho} + DN'' tg\widehat{\rho\sigma}, \end{aligned}\right\} \quad . . (22)$$

где AB, BC, CD, и DN'' должны быть известны, а значения тангенсов, как мы уже знаем, получаются попутно при определении пункта H [1]).

Так, взяв данные примера III и полагая AB = 100 е. д., BC = 50 е. д., CD = 150 е. д. и DN = 50 е. д., *получим:*

$$u\beta = 100.180 + 50.78 = 21.900 \text{ милл. в. е.-е. д.}$$
$$nq = 150.12 + 50.156 = 9.600 \quad „ \quad „ \quad „$$

ибо $tg\widehat{\beta\gamma} = 180$, $tg\widehat{\gamma\delta} = 78$, $tg\widehat{\delta\rho} = 12$ и $tg\widehat{\rho\delta} = 156$, как это было найдено раньше (см. пример III).

Так как $u\beta > nq$, то искомым положением шахты будет N.

Если часть MN местности застроена (фиг. 13) или в наносах участка от M до N залегает плывун, то в этом случае приходится сравнивать три положения шахты M, H и N, ибо из всех пунктов, находящихся между M и N самым выгодным является H (при условии, что затраты на снос строений или проходку плывуна для любого пункта между M и N будут одинаковы), а из остальных, находящихся вне области MN,—какой-либо из двух M или N.

Прежде всего и совершенно также, как и в предыдущем примере III определим, для какого положения шахты M или N величина производительности откатки грузов по капитальному квершлагу получается меньше. Положим это будет N, причем для него производительность откатки по сравнению с пунктом H оказывается больше на W в. е.-е. д., где W численно равно части qn ординаты N'q и вычисляется по второй из формул 22.

Умножая тогда W на γ (γ — стоимость откатки 1 в. е. груза на расстояние 1 е. д.) [2]), найдем тот перерасход (R руб.), который пришлось бы нести на откатке по квершлагу всего запаса ископаемого, заключенного в шахтном поле, в том случае, когда шахта была бы заложена вместо пункта H в пункте N. С другой стороны, расположение шахты в H по сравнению с N вызовет лишние расходы, вызы-

---

[1]) *Ур-ия 22, а также подобные им дают возможность в случае надобности* построить кривую производительности откатки (ломаную $\alpha\delta\tau$ фиг. 13).

[2]) γ — считаем постоянной для данной системы откатки и рода двигателя и неза висящей от количества груза, а также дальности его перемещения. Средние значения γ в том числе и для откатки по квершлагу приведены в сноске 37.

ваемые необходимостью сноса строений (или расходы на проходку плывуна), равные, положим Q руб.

Сравнивая Q и R, решаем окончательно, на каком из пунктов H или N следует остановиться.

Понятно Q и R могут быть здесь получены только в грубом приближении, но во всяком случае подобное сравнение их дает возможность, хотя бы приблизительно, судить о том, какой из пунктов участка следует предпочесть, дабы заложить в нем шахту.

Точно таким же образом можно подсчитать, не имеет ли смысла расположить рудник в пониженной части участка (пунктир фиг. 13), чтобы получить меньшую глубину шахты, теряя одновременно на откатке по квершлагу.

Разобранные примеры вполне выясняют значение ломаной $\alpha\delta\tau$ (фиг. 13) и преимущества предлагаемого нами метода, дающего весьма простое и наглядное решение задач подобного типа.

В следующей главе мы рассмотрим более сложные и трудные случаи и там достоинства нашего метода еще более выступают.

ГЛАВА III.

Свита пластов вскрывается шахтой с этажными квершлагами.

Рассмотрим несколько задач, относящихся к этому случаю вскрытия свиты пластов.

А) Положим, требуется найти такое положение шахты по падению свиты (фиг. 15), при котором общее количество работы, затраченной на откатку грузов по этажным квершлагам, получилось бы наименьшим.

Здесь в каждый из пунктов A, B, C, ... M, N, пересечений пластов с этажными квершлагами, из соответствующего пласта и этажа за все время поступит и затем откатывается к шахте груз P_i, равный

$$P_i = \frac{100 - C_i}{100} p_i h_n S_i, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (23)$$

где c_i — коэффициент эксплоатационных потерь, получаемых при разработке какого-либо из пластов i (в %);

p_i — производительность этого пласта;

h_n — высота этажа, соответствующая взятому квершлагу (n).

S_i — длина шатного поля по простиранию.

Спроектируем пункты A, B, ... M, N (фиг. 15) на горизонтальную прямую KL и представим себе, что грузы P_r, P_e, ... P_d, вычисленные по формуле 23, находятся в соответственных проекциях r, e, .. d этих пунктов. Тогда откатка к шахте грузов P_r, P_e, ... P_d, по воображаемому

квершлагу KL очевидно будет тождественна с откаткой тех же грузов по этажным квершлагам. Таким образом, рассматриваемая задача сводится к разобранной в предыдущей главе, и искомое положение шахты определится согласно выведенному раньше „правилу откатки", т. е. шахта должна быть расположена так, чтобы общий запас ископаемого, сосредоточивающегося в пунктах A, B, C ... M, N, как по ту, так по другую сторону от нее был одинаков.

Как здесь найти положение шахты, удовлетворяющее этому условию, становится ясным после только что сказанного, а также из нижеследующего примера.

Пример IV.

Решим данную задачу для случая, представленного на фиг. 15, где свита, состоящая из 4-х пластов, вскрывается шахтой с этажными квершлагами, причем производительность пластов:

$$\begin{aligned} &1\text{-го} = 200 \text{ в. е.} = P_1,\\ &2\text{-го} = 300 \quad „ \quad = P_2,\\ &3\text{-го} = 250 \quad „ \quad = P_3,\\ &4\text{-го} = 200 \quad „ \quad = P_4. \end{aligned}$$

Положим также, что C_i, h_n и S_i (см. форм. 23) для всех пластов одинаковы. При таком условии мы, очевидно, можем для упрощения задачи взять вместо грузов P_r, P_e, ... P_d, вычисляемых по формуле 23, просто производительности соответствующих пластов, т. е. можем заменить:

$$\begin{aligned} P_r = P_e = P_a \quad &\text{через } P_1,\\ P_t = P_f = P_b \quad &„ \quad P_2,\\ P_m = P_g = P_c \quad &„ \quad P_3,\\ P_n = P_q = P_d \quad &„ \quad P_4. \end{aligned}$$

Спроектируем все пункты A, B, C ... M, N на горизонтальную прямую K″L″ и поставим в полученных проекциях r, e, t, a, ... c, d величины: $P_1 = 200$, $P_2 = 300$, $P_3 = 250$ и $P_4 = 200$ так, как это дано на фиг. 15.

Возьмем теперь сумму всех расположенных вдоль прямой K″L″ грузов, т. е. сумму: $3\,(200 + 300 + 250 + 200) = 2850$.

Из этой суммы вычитаем сначала удвоенную величину левого крайнего груза 2×200, находящегося в пункте r:

$$2850 - 2 \times 200 = 2450 > 0,$$

далее для пункта e имеем

$$2450 - 2 \times 200 = 2050 > 0,$$

„ „ t „

$$2050 - 2 \times 300 = 1450 > 0,$$

„ „ a „

$$1450 - 2 \times 200 = 1050 > 0,$$

„ „ f „

$$1050 - 2 \times 300 = 450 > 0,$$

„ „ b „

$$450 - 2 \times 300 = -150 < 0,$$

т. е. шахта должна пересекать второй пласт на горизонте верхнего квершлага.

Действительно, разбивая груз $P_b = 300$ на две части 225 и 75, найдем, что только для пункта b прямой K''L'' „правило откатки" удовлетворяется, ибо

$$200 + 200 + 300 + 200 + 300 + 225 = 75 + 250 + 200 + 250 + 200 + 250 + 200$$

Если через точку minimum'a (δ) ломаной $\alpha\delta\tau$ (фиг. 15) провести прямую K'L', параллельную оси абсцисс и составить равенства, аналогичные 22, то и здесь можем или построить диаграмму производительности откатки грузов по этажным квершлагам (ломаную $\alpha\delta\tau$), или же прямо вычислить части ординат (напр., xy), соответствующие какому либо положению шахты (H') и тем самым определить насколько увеличится общее количество работы, затраченной на откатку грузов по квершлагам, если шахту расположить не в пункте H, а в каком-либо другом H' [1]).

B) Возьмем теперь свиту пластов (фиг. 16), вскрываемую шахтой с этажными квершлагами и найдем то положение шахты по падению месторождения, при котором общая длина квершлагов получается наименьшей.

Здесь части AB, CD, ... PQ квершлагов должны быть обязательно проведены при всяком положении шахты по падению свиты, следовательно, общая длина их остается постоянной и на выбор места заложения шахты они влияния не окажут.

Искомое же положение шахты определится наименьшей общей длиной дополнительных частей квершлагов AA', CC', NN', QQ'.

Но одни из этих частей AA', CC', пройденные в висячем боку свиты будут увеличиваться по своей длине с перемещением шахты справа нелево; напротив, длина частей NN', QQ', пройденых в лежачем боку, при том же условии уменьшается.

Поэтому построим сначала кривые, ординаты коих представляли бы взятую в отдельности общую длину как тех, так и других дополнительных частей квершлагов для какого угодно положения шахты по падению месторождения, затем кривые эти сложим. Тогда, определив положение minimum'a суммарной кривой, мы вместе с тем найдем и то положение шахты, которое ищем.

---

[1]) Не следует забывать, что в тех случаях, когда вместо грузов P_r, P_e, ... P_d (см. выше) берутся производительности пластов, полученные численные выражения частей ординат (xy фиг. 15) необходимо умножить на произведение $C_i\, h_n\, S_i$ (см. форм. 23); тогда только получим абсолютную величину увеличения производительности откатки для пункта H' по сравнению с H.

Возьмем горизонтальную прямую KL (фиг. 16), примем ее за ось абсцисс и спроектируем на нее пункты Q, N, H, ... B, пересечения нижнего пласта с этажными квершлагами.

Через полученные таким образом точки q, n, h, ... b проведем прямые q1, n2, h3, ... b6, наклоненные к оси абсцисс под углом 45°. Тогда, как видно из чертежа, для любого положения шахты вправо от Q′ (напр., для R′) соответствующая ордината x′R″ прямой q1 будет равна части Qv нижнего квершлага, пройденного в лежачем боку свиты, ибо $Qv = qR'' = x'R''$.

При всяком другом положении шахты влево от Q′ рассматриваемая часть нижнего квершлага [1]) равна нулю; графически это изобразится отрезком Kq оси абсцисс.

Следовательно, ординаты восходящей ломаной линии Kq1 представят дополнительную длину нижнего квершлага Qv для произвольного положения шахты по падению месторождения, причем тангенс правого угла прямолинейных отрезков ломаной Qq1 получает в точке q приращение, равное единице, ибо $\operatorname{tg} Kq = 0$, а $\operatorname{tg} q1 = \operatorname{tg} 45° = 1$.

Точно также дополнительные части Nu, Hz, ... второго, третьего ... снизу квершлагов, пройденные в лежачем боку свиты, представятся ординатами восходящих ломаных Kn2, Kh3, ... обладающих тем свойством, что тангенс правого угла отрезков прямых их в точках перелома n, h, ... увеличивается на единицу.

Складывая геометрически Kq1, Kn2, Kh3, ..., получим кривую, ординаты коей представят сумму всех частей (Qv, Nu ...) квершлагов, пройденых в лежачем боку свиты, для какого угодно положения шахты по падению месторождения.

Кривая эта, очевидно, изобразится восходящей ломаной линией Kq r′t′ ... S′, составленной из отрезков прямых Kq, qr,′ r′t′, ... тангенс правого угла которых в точках q, n, h ... получает приращение, равное 1, ибо $\operatorname{tg} \overline{Kq} = 0$, $\operatorname{tg} \overline{qr'} = 1$, $\operatorname{tg} \overline{r't'} = \operatorname{tg} \overline{q1} + \operatorname{tg} \overline{n2} = 1 + 1 = 2$, $\operatorname{tg} \overline{t'w'} = \operatorname{tg} \overline{q1} + \operatorname{tg} \overline{n2} + \operatorname{tg} \overline{h3} = 1 + 1 + 1 = 3$ и т. д.

Аналогичным образом, сначала проектируя на прямую KL пункты P, M, ... A — пересечения верхнего пласта с этажными квершлагами, затем проведя через точки a, c, e, ... p прямые a1′, c2′, e3′ ... p6′, образующие с осью абсцисс острый левый угол равный 45°, и складывая ломаные 1′aL, 2′cL, ... 6′pL, в конечном результате получим нисходящую ломаную Sαβ ... aL, кривую общей суммы частей квершлагов AA′, CC′, ..., проведенных в висячем боку свиты. И эта вторая ломаная получает в точках p, m, g, ... a в направлении слева

[1]) Часть Qv, пройденная в лежачем боку свиты.

направо конечное и положительное приращение тангенса правого угла отрезков прямых ее, равное единице [1]).

Наконец, геометрической суммой обеих кривых $S\alpha\beta \ldots aL$ и $Kqr' \ldots S'$ будет нисходяще-восходящая ломаная $S\tau\tau'S'$, ординаты которой равны общей длине дополнительных частей квершлагов, проведенных как в висячем, так и в лежачем боку свиты, а тангенс правого угла отрезков $S\alpha$, $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, $\ldots$ $\alpha_1 S'$ ломаной в направлении слева направо во всех точках p, m, q, g, $\ldots$ b увеличивается на единицу [2]).

Чтобы найти положение minimum'а ломаной $S\tau\tau''S$, применим прием, приведенный в главе 1, т. е. сложим сначала все приращения тангенса (единицы в точках p, m, g, e, c, a) нисходящей ломаной $S\alpha\beta \ldots aL$. Сумма эта, равная, очевидно, числу квершлагов N, даст абсолютное значение тангенса отрезка $S'\alpha$. Вычитая из этой суммы (N) последовательно во всех по порядку точках p, m, q, g, $\ldots$ одну за другой единицы (приращения тангенса отрезков ломаной $S\tau\tau'S'$), получим абсолютное значение тангенса сначала прямой $\alpha\beta$, затем $\beta\gamma$ и т. д.

Ясно, что вычитание единицы в N-ой слева проекции (точке e прямой KL) даст в результате ноль, а это значит, что отрезок $\tau\tau'$ ломаной $S\tau\tau'S'$ имеет тангенс правого угла, равный нулю, т. е. прямая $\tau\tau'$ *параллельна оси абсцисс, и, следовательно, при любом положении шахты* между N-ой и следующей по порядку $(N+1)$-ой проекциями на горизонтальную прямую (KL) пересечений крайних пластов с квершлагами сумма дополнительных длин этажных квершлагов остается одной и той же и наименьшей.

В частности, когда обе проекции N и $(N+1)$-я сливаются в одну, искомым положением шахты является одно, определяемое точкой слияния этих проекций [3]).

---

[1]) Тангенс правого угла отрезков ломаной $S\alpha\beta \ldots aL$ будучи отрицателен в направлении справа налево в точках перелома a, c, e, $\ldots$ получает приращение равное 1; следовательно, если итти в обратном направлении от k к L, то приращение это будет тоже положительно и равно единице.

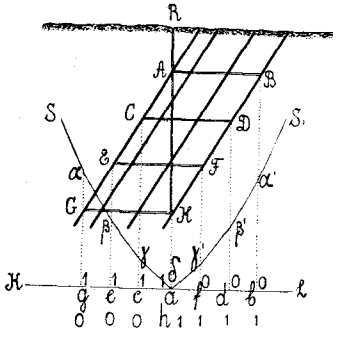
[2]) Рассматриваемая задача, очевидно, является второй из разобранных раньше в главе 1 задач, представленной на фиг. 11, если положить, что q_1, q_2, q_3, $\ldots$ (фиг. 11) здесь на фиг. 16 равны в точках p, m, g, e, c, a единицам, а в остальных точках (q, n, h, f, a, b)—нулю. Точно также p_1, p_2, p_3, $\ldots$ фиг. 11 здесь на фиг. 16 в точках q, n, h, f, a, b равны единицам, а в p, m, g, e, c, a—нулю. Поэтому приращение тангенса отрезков ломаной $S\tau\tau'S'$ (фиг. 16) будет в точке $p-(1+0)$, в $m-(1+0)$, в $q-(0+1)$ и т. д.

[3]) Так как в этой точке слияния обеих проекций приращение тангенса правого угла отрезков ломаной $S\tau\tau'S'$ (фиг. 16) равнялось бы не единице, а 2. Следовательно, здесь в общей точке N-ой и $(N+1)$-ой проекций пришлось бы вычитать двойку, что в результате дало бы не 0, а—1, и ломаная $S\tau\tau'S'$ имела бы вид подобный изображенному на фиг. 17.

Резюмируя полученное решение и учитывая то обстоятельство, что постоянные части AB, CD,...PQ (фиг. 16) квершлагов не влияют на выбор места для шахты, приходим к следующему правилу заложения шахты при условии получения наименьшей общей длины этажных квершлагов, назовем его „правилом квершлагов“:

„Какое угодно положение шахты между N-и (N+1)-ой по порядку проекциями на горизонтальную прямую пересечений крайних пластов с этажными квершлагами даст одну и ту же и наименьшую общую длину квершлагов. Здесь N есть число квершлагов, а проекции отсчитываются от любой из крайних“ [1].

На фиг. 17 изображен случай, когда непосредственно из чертежа видно, что длина квершлагов будет наименьшей для положения шахты R.



Фиг. 17.

Проверим на этом примере только что полученное правило.

Спроектируем A, B, C,... G, H, на горизонтальную прямую KL, получим точки g, e, c,...b. Тогда, отсчитывая слева (или справа) четыре (число квершлагов) проекции, приходим к точке a.

Так как в этой точке (a) спроектировались два пересечения крайних пластов с квершлагами (A и H) и, следовательно, следующая по порядку 5-ая проекция (h) находится также в a, то отсюда заключаем, что искомое положение шахты будет одно, именно указанное на чертеже.

Другим примером, где также непосредственно видно, что при любом положении шахты между пунктами R′ и R″ длина квершлагов остается одной и той же и минимальной, является случай, изображенный из фиг. 15. К тому же результату мы пришли бы, если-бы применили правило квершлагов, ибо здесь N-ой (3-ей) проекцией является точка *a* прямой KL, а (N+1)-ой — n.

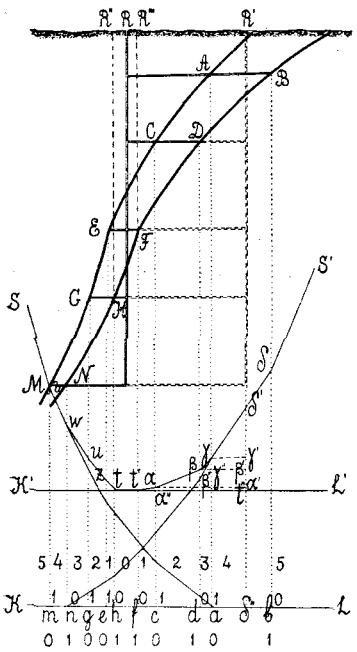
---

[1]) Ибо к тому же результату мы придем, если просуммируем приращения тангенса (единицы в точках q, n, h, f, d, b фиг. 16) отрезков восходящей ломаной KqS′, найдем таким образом тангенс правого угла прямой $\alpha' S'$ (равный также числу квершлагов N) и затем из полученной суммы (N) станем вычитать одну за другой единицы в точках b, d, e, f, ... и т. д.

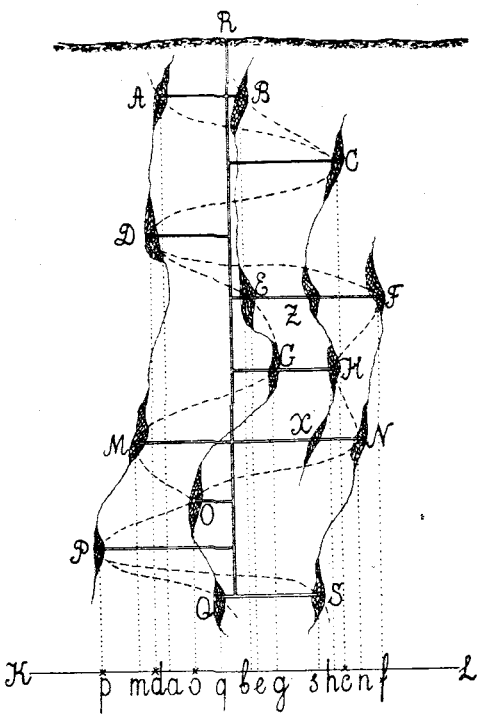
Правило квершлагов по формулировке можно сблизить с правилом откатки. Именно, из ломаных KqS′ и Sal_1 (фиг. 16) можно вывести, что общая длина квершлагов остается одной и той же и наименьшей для любого из тех положений шахты, при которых число квершлагов проведенных в висячем боку свиты (AA′, CC′, ...), а также лежачем (NN′, QQ′, ...) оказываются одинаковыми.

Во всех тех рассуждениях, при помощи которых мы вывели правило квершлагов, совершенно ничего не изменится, если мы возьмем месторождение неправильной формы и кроме того различное вертикальное расстояние между этажными квершлагами (фиг. 18).

В этом нетрудно убедиться, если случая, изображенного на фиг. 18, построить сначала кривые суммы дополнительных частей квершлагов, проведенных как в лежачем боку свиты (ломаная KnS′)



Фиг. 18.



Фиг. 19.

так и висячем (ломаная SaL), и затем подобно тому, как и раньше определить положение minimum'а суммарной ломаной Stt's'.

Все отличие между случаем, представленным на фиг. 16 и этим новым более общим (фиг. 18) состоит лишь в том, что в первом из них, когда пласты имеют одно и то же, постоянное падение и при одинаковом вертикальном расстоянии между квершлагами, ломаная Sττ'S′ будет симметричной, а во втором (фиг. 18) соответствующая ломаная Stt'S′ получается ассиметричной. Само же правило квершлагов остается в силе и здесь.

Проектируя пункты A, B...M,N (фиг. 18) на горизонтальную прямую KL и отсчитывая слева (или справа) пять проекций, найдем, что

для любого положения шахты от R″ до R‴ общая длина квершлагов останется одной и той же и минимальной.

Еще более трудной на первый взгляд задачей является случай, изображенный на фиг. 19, когда приходится находить наивыгоднейшее положение шахты, исходя из условия получения наименьшей общей длины квершлагов, пройденных на различных горизонтах месторождения, представляющего свиту жил.

Здесь на 2-м, 3-м, 7-м и 8-м сверху горизонтах предполагается провести по одному откаточному штреку (C, D, O, P), а на остальных по два или по три (A и B; E, Z и F и т. д.).

Данный случай можно свести к предыдущему (фиг. 18), если заменить свиту жил (фиг. 19) двумя пластами (показанными на чертеже пунктиром), сливающимися в один в пунктах C, D, O и P, ибо здесь постоянными частями квершлагов, обязательно проводимыми при всяком положении шахты, являются длины AB, EF, GH, MN и QS, на горизонтах же C, D, O и P части эти равны нулю, и оба пересечения крайних пластов с соответственным квершлагом находятся в одном и том же пункте (C, D, O и P); проектироваться последние пересечения будут попарно в одной и той же точке (c, d, o и p) прямой KL. Следовательно, применяя правило квершлагов, каждую из проекций c, d, o и p следует отсчитывать не один, а два раза; обстоятельство это отмечено на чертеже 19 крестиками [1]).

Принимая во внимание сказанное и отсчитывая слева направо или обратно на прямой KL девять (число квершлагов) проекций пунктов A, B, двух C, двух D, E,...найдем, что в случае, изображенном на фиг. 19, шахту можно закладывать в любом месте промежутка qb, и тогда общая длина квершлагов останется одной и той же и наименьшей.

В справедливости полученного решения не трудно убедиться, перемещая на чертеже шахту в пределах интервала qb, а также вправо от b или влево от q.

Вообще никогда не следует забывать, что, применяя правило квершлагов, те точки прямой KL (фиг. 16—19), в которых проектируются два или несколько пересечений крайних пластов с квершлагами, необходимо отсчитывать не один, а два или более раза.

---

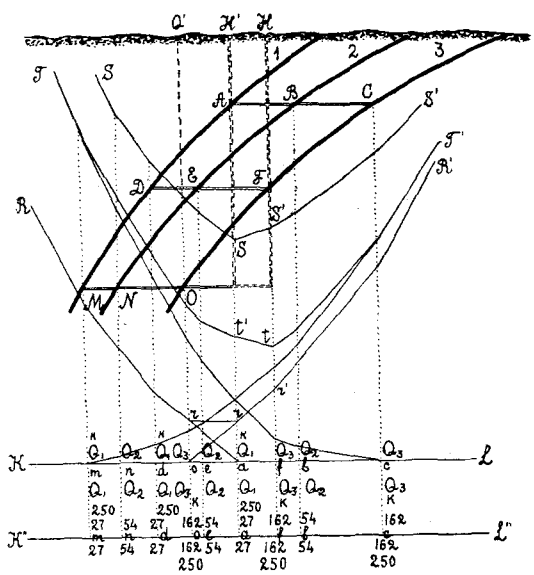
[1]) C, D, O и P являются пунктами, от которых начинаются дополнительные части квершлагов, проведенные на 2-м, 3-м, 7-м и 8-м горизонтах, как в висячем (шахта находится влево от этих пунктов), так и лежачем боку свиты (шахта находится вправо от C, D, O и P). Поэтому каждая из ломаных, соответствующих KqS′ и Sal_1 (фиг. 16), здесь на фиг. 19 в точках c, d, o и p получает приращение тангенса правого угла отрезков ее равное единице, а приращение тангенса правого угла прямолинейных отрезков суммарной ломаной (соответствующей $S\tau\tau'S'$ фиг. 16) будет, таким образом, равно в каждой из этих точек $+1+1=2$.

Суммарные ломаные (S$\tau\tau$'S' фиг. 16, Stt'S' фиг. 18), подобно кривым производительности откатки ($\alpha\delta\tau$ фиг. 13 и 15), могут также служить для решения вопроса, насколько увеличится общая длина квершлагов, если шахту заложить вместо пункта R (фиг. 16—19) в какомлибо другом месте участка.

Проведя прямую K'L' (фиг. 18), параллельную KL, из чертежа находим, что увеличение это для произвольного положения шахты, например R', равно части δ''' ординаты δ', δ'', но

$$\delta' t'' = t''\alpha' + \alpha'\beta' + \beta'\gamma' + \gamma'\delta' = \alpha\alpha'' + \beta\beta'' + \gamma\gamma'' + \gamma'\delta' = t'\alpha''\operatorname{tg}\angle \alpha t'\alpha'' + \alpha\beta''\cdot \operatorname{tg}\angle \beta\alpha\beta'' + \beta\gamma''\operatorname{tg}\angle \gamma\beta\gamma'' + \gamma\gamma'\operatorname{tg}\angle \delta\gamma\gamma' = 1.tc + 2cd + 3\,da + 4\,a\delta'', \quad . \quad . \quad (24)$$

где fc, cd,da и $a\delta''$ берутся из чертежа, а значения тангенсов определяются весьма просто: абсолютное значение тангенса прямой Sv равно числу квершлагов N; вычитая из N в каждой по порядку точке m, n, g, e,... одно за другим число спроектированных в них пересечений крайних пластов с квершлагами, получим абсолютные значения тангенса прямых vw, wu,... (см. ряд чисел, стоящих над прямой KL на фиг. 16 и 18), причем после перехода разности через 0 вычитание следует заменить сложением.



Фиг. 20.

C) Решим теперь комбинированную задачу: свита пластов вскрывается шахтой с этажными квершлагами (фиг. 20) и требуется найти такое положение шахты, при котором общая величина затрат на проведение квершлагов и откатку грузов по ним получилась бы наименьшей, причем здесь принимается, что первые затраты (на проведение квершлагов) будут пропорциональны длине квершлагов, а вторые—затраченной на откатку грузов работе.

Всего проще данную задачу можно было бы решить следующим образом. Сначала, пользуясь правилом откатки, отыскиваем одно положение шахты (H, фиг. 20), при котором производительность откатки по этажным квершлагам получается минимальной, затем при помощи правила квершлагов находим другое (промежуток Q' H'), удовлетворяющее условию получения наименьшей общей длины квершлагов.

Ниже будет показано, что искомым, удовлетворяющим формулированному в задаче условию, положением шахты является либо одно из найденных (H или H'), либо находится между ними. Поэтому при малом, практически не имеющим никакого значения расстоянии H' — H, полученным решением можно удовольствоваться.

Если бы мы захотели более точным образом определить искомое положение шахты, то в таком случае следовало бы сначала вывести каждую из первоначальных кривых, т. е. кривые стоимости проведения этажных квершлагов и стоимости откатки грузов по ним.

Затраты на проведение квершлага длиною x е. д. и стоимостью к руб. за 1 е. д. выразятся, согласно условию задачи, величиной

$$y = kx \text{ руб.} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (25)$$

Следовательно, если каждую из прямых q1, n2,... (фиг. 16) провести под таким углом к оси абсцисс KL, тангенс которого равен не 1, а k, то ординаты (напр., x'R'', y'R'',...) этих прямых окажутся численно равными стоимости проведения соответствующих частей Qv, Nu,... квершлагов, а ординаты ломаной KqS' — общей стоимости всех таких частей квершлагов, проведенных в лежачем боку свиты. Для дополнительных частей квершлагов AA', CC',..., проведенных в висячем боку свиты кривой общей стоимости проходки всех их явится ломаная, подобная SaL, но отличающаяся от последней другими значениями приращения тангенса правого угла прямолинейных отрезков ея, равными не 1 а K.

Так именно и строим на фиг. 20 ломаные KoR' и RaL, при этом обе они, согласно только что сказанному будут обладать тем свойством, что тангенс правого угла прямолинейных отрезков первой из них в точках o, f и c, а второй в m, d и a получает в направлении слева направо конечное и положительно приращение, численно равное k, стоимости проведения 1 е. д. квершлага.

Так как приращения эти в точках o, f, c относятся к восходящей ломаной KoR', то, согласно условленному раньше (см. глава I-ая), ставим их в этих точках под прямой KL, приращения же k, характеризующие нисходящую ломаную R a L, ставим в точках m, d и a над KL.

Согласно условию задачи, общий расход на откатку грузов принимается пропорциональным затраченной работе. Поэтому стоимость (y) откатки по квершлагу добытого ископаемого, поступающего из какого-либо этажа и пласта выразится формулой:

$$y = \gamma P_i x = Q_i x \text{ руб.}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (26)$$

$$\text{причем } Q_i = \gamma P_i = \gamma \frac{100 - Ci}{100} h_n S_i p_i \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (26)$$

Здесь γ—стоимость откатки по квершлагу 1 в. е. груза на расстояние 1 е. д. (в руб.),

P_i — вес груза, поступающего из какого-либо этажа и пласта i, вычисляется по формуле 2

x — дальность откатки этого груза (x е. д.).

Представляя, что в точках m, n, d,... с прямой KL (фиг. 20) находятся не грузы P_m, P_n,...P_c (см. форм. 23), а величины $Q_1 = \gamma P_m$, $Q_2 = \gamma P_n$..., и здесь мы получим также, как и при выводе кривых стоимости проведения квершлагов, вместо кривой производительности откатки по квершлагам грузов, поступающих к шахте с левой стороны, кривую стоимости этой откатки в виде восходящей ломаной KmT', составленной из прямолинейных отрезков, причем тангенс правого угла этих отрезков увеличивается в точке m на Q_1, в n на Q_2 и т. д. Поэтому в точках m, n, d,... ставим величины Q_1, Q_2,... под прямой KL. Те же приращения и в тех же точках получает тангенс правого угла отрезков нисходящей ломаной TcL, кривой стоимости откатки по квершлагам грузов, поступающих к шахте с правой стороны. Потому Q_1, Q_2,... пишем во всех точках m, n,... c, вторично под осью абсцисс KL.

Складывая геометрически все четыре кривые: KoR', KmT', TcL и RaL, придем к нисходяще-восходящей ломаной SsS', ординаты которой представят общую стоимость и проведения квершлагов и откатки грузов по ним для различных положений шахты по падению месторождения. *Абсциссу minimum'а ломаной SsS', т. е. искомое положение* шахты, определим, воспользовавшись приемом указанным в главе 1, когда мы находили minimum суммы ряда восходящих и нисходящих ломаных, составленных из отрезков прямых (фиг. 12). Для этого прежде всего берем сумму всех отметок, т. е. приращений тангенса отрезков ломаных RaL и TcL (фиг. 20), находящихся над прямой KL:

$$Q_1 + Q_2 + Q_1 + Q_3 + Q_2 + Q_1 + Q_3 + Q_2 + Q_3 + k + k + k = 3\ (Q_1 + Q_2 + Q_3 + k).$$

Из этой суммы вычитаем все отметки $(k + Q_1 + Q_1)$, стоящие при точке m над и под прямой KL, затем из полученной разности вычитаем отметки (Q_2 и Q_2), находящиеся при точке n и т. д. Таким образом мы определим один за другим значения тангенса отрезков ломаной SsS' и в конце концов придем к решению нашей задачи.

Пример V.

Решим такую комбинированную задачу для случая, изображенного на фиг. 20, где представлена свита, состоящая из 3-х пластов, вскрываемых шахтой с тремя этажными квершлагами.

Пусть производительность пласта 1-го $P_1 = 100$ в. е.,
„ „ 2-го $P_2 = 200$ „
„ „ 3-го $P_3 = 600$ „

Пусть также наклонная высота этажей ($h_n = 100$ е. д.) и длина шахтного поля по простиранию ($S_i = 1.000$ е. д.) для всех пластов одинаковы.

Примем стоимость проведения 1 е. д. квершлага k=250 р., стоимость откатки 1 в. е. угля на расстояние 1 е. д. γ=0,000003 руб. (см. сноску на стр. 186),
коэффициент эксплоатационных потерь для всех пластов, $C_i = 10\%$.

Вычислим сначала выражение (см. форм. 23):

$$\left(\frac{100 - C_i}{100}\right) \gamma\ h_n S_i = A = (1 - 0{,}1) \cdot 0{,}000003 \cdot 100 \cdot 1000 = 0{,}27.$$

Тогда согласно ур-ия (26′) имеем:

$$\text{для пласта 1-го } Q_1 = \gamma \frac{100 - C_i}{100} h_n S_i p_1 = Ap_1 = 0{,}27 \cdot 100 = 27,$$

$$\text{„ „ 2-го } Q_2 = Ap_2 = 0{,}27 \cdot 200 = 54,$$

$$\text{„ „ 3-го } Q_3 = Ap_3 = 0{,}27 \cdot 600 = 162.$$

Спроектируем пункты A, B, C... N на горизонтальную прямую K″L″ и разместим у полученных проекций m, n, d,... с величины Q_1, Q_2, Q_3 и k в том порядке, как это показано на фиг. 20 (ряд отметок вдоль прямой KL).

Возьмем теперь сумму всех верхних, стоящих над прямой K″L″ отметок:

$$3.\ (27 + 54 + 162 + 250 +) = 1.479.$$

Из этой суммы вычтем все отметки, находящиеся при точке m:

$$1479 - (250 + 2 \cdot 27) = 1.175 > 0.$$

Далее для точки n имеем: $1175 - 2 \cdot 54 = 1067 > 0,$

„ „ „ d „ $1067 - (250 + 2 \cdot 27) = 763 > 0,$

„ „ „ o „ $763 - (2 \cdot 162 + 250) = 189 > 0,$

„ „ „ e „ $189 - 2 \cdot 54 = 81 > 0.$

Наконец, „ a „ $81 - (250 + 2 \cdot 27) = -223 < 0,$

т. е. отрезок ss′ ломаной SsS′ имеет острый правый угол, и шахту следует расположить так, чтобы она пересекала 1-ый пласт на горизонте верхнего квершлага.

Конечно полученный таким образом результат является верным постольку, поскольку точны формулы 25 и 26, а также близки к истин-

ным взятые нами постоянные коэффициенты этих формул k и γ. Но выведенные на фиг. 20 ломаные имеют то значение, что оне поясняют, высказанное нами ранее утверждение, что наиболее выгодное расположение шахты будет либо H, определяемое правилом откатки, либо H′, определяемое правилом квершлагов, или же, наконец, находится где то между пунктами H и H′.

В самом деле, если сложить геометрически кривые KmT′cTcL (фиг. 20) и отдельно KoR′ с RaL, то получим нисходяще-восходящие ломаные TtT′ и RrrR′, из коих первая идентична с кривой производительности откатки грузов по этажным квершлагам и имеет minimum в H, вторая — с кривой общей длины квершлагов (minimum ее находится в H′ [1]).

Очевидно, что кривые TtT′ и RrrR′ дают в сумме ломаную SsS′, а из всех этих трех ломаных непосредственно вытекает, что положение minimum'a SsS′ находится или в пункте H, или в H′, или же заключено между H и H′, ибо ветви tT′ и r′R′, а также ветви t′T и rrR первоначальных кривых повышаются, первые вправо от H, вторые влево от H′, и потому суммарная ломаная SsS′ всегда будет восходящей по обе стороны от промежутка HH′.

ГЛАВА IV.

Один пласт вскрывается шахтой с этажными квершлагами.

Представим себе, что в случае вскрытия свиты, изображенном на фиг. 15, все пласты сливаются в один, тогда мы будем иметь один пласт, вскрытый шахтой с этажными квершлагами.

Таким образом, рассматриваемый в настоящей главе случай вскрытия месторождения можно рассматривать как частный предыдущего, и потому все то, что было сказано в главе III, все выводы и результаты, полученные там остаются в силе и здесь.

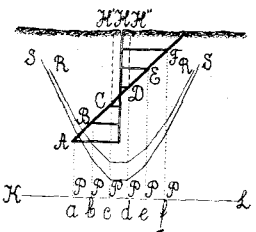
Заметим только, что применяя правило квершлагов, каждую из проекций на горизонтальную прямую пересечений пласта с этажными квершлагами следует отсчитывать не один, а два раза, ибо в каждой из точек a, b, c,... (фиг. 21) проектируются пересечения A, B, C..., являющиеся одновременно пунктами, от которых начинаются изменяющиеся в зависимости от положения шахты части квершлагов, пройденные как в висячем, так и лежачем боку пласта [2]) (см. соответ-

[1]) Так как ломаные TtT′ и RrrR′ отличаются от указанных кривых только масштабом ординат.

[2]) В данном случае (фиг. 21) квершлаги полностью являются дополнительными частями; постоянные же части и соответствующие AD, EQ, ... фиг. 15, равны нулю.

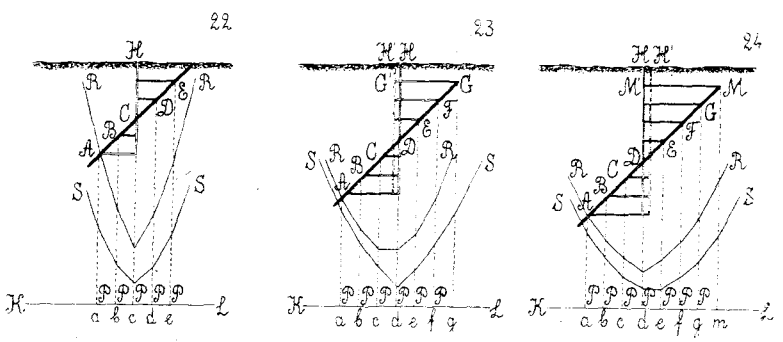
ствующие рассуждения, приведенные выше для случая вскрытия свиты жил шахтой с квершлагами).

Если пласт имеет постоянные мощность и угол падения, а вертикальное расстояние между квершлагами для всех горизонтов одинаково, то можно дать общие указания относительно того, где по падению месторождения следует заложить шахту так, чтобы и длина квершлагов и производительность откатки по этажным квершлагам получились одновременно наименьшими.



Фиг. 21.

В этом случае все грузы, поступающие из пласта на каждый квершлаг, равны между собою (P, P, P,... фиг. 21) и потому положение шахты, удовлетворяющее условию получения минимальной производительности откатки по квершлагам определится, как это непосредственно видно из правила откатки, прямо числом этажей. Именно при нечетном числе последних шахту следует заложить так, чтобы она пересекла пласт на горизонте среднего этажного штрека (C фиг. 22, кривая производительности откатки R — R [1]); при четном — шахта



Фиг. 22—24.

может быть расположена в любом месте участка при том лишь условии, чтобы она пересекала пласт где-либо между средними этажными штреками (C и D фиг. 21, где кривая производительности откатки RR [2]).

Применяя для тех же случаев нечетного и четного числа этажей правило квершлагов, придем к таким же результатам (на фиг. 22 и 21 кривые общей длины квершлагов — SS). Из ломаных RR

[1]) Так как только для среднего пункта с прямой KL имеет место равенство: Σ P лев. $=$ Σ P прав.

[2]) Ибо для любого между c и d пункта прямой KL равенство Σ P лев. $=$ Σ P прав. удовлетворяется.

и SS непосредственно видно, каково будет наивыгоднейшее положение шахты, удовлетворяющее одновременно обоим условиям.

На фиг. 22 таким положением шахты является пункт H, а на фиг. 21 — любой между H′ и H″.

Фиг. 23 и 24 представляют случай, когда рядом с подъемной шахтой H пройдена вентиляционная H′ и для верхнего этажа проводится специальный вентиляционный квершлаг (G′G или MM′; стоимость проходки 1 е. д. его принимаем одинаковой, что и для откаточного квершлага).

И здесь легко установить характер кривых производительности откатки (RR) и кривых общей длины квершлагов (SS), как для случая четного числа этажей (фиг. 23), так и нечетного (фиг. 24), а из этих кривых прямо видно, в каком месте участка всего лучше заложить шахту.

Резюмируя выводы, полученные для всех 4-х изображенных на фиг. 21 — 24 случаев можем сделать следующие общие заключения относительно того, где по падению пласта следует расположить шахту так, чтобы получить одновременно и наименьшую длину квершлагов и наименьшую производительность откатки грузов по этажным квершлагам.

A) Число этажей четное.

а) Верхнего вентиляционного квершлага нет (фиг. 21).

Шахту с одинаковой выгодой можно расположить в любом месте участка, при том лишь условии, чтобы она пересекала пласт между средними этажными откаточными штреками.

в) Верхний вентиляционный квершлаг (GG′ или MM′) имеется (фиг. 23).

Шахта должна пересекать пласт на горизонте верхнего из двух средних этажных откаточных штреков.

B) Число этажей нечетное (фиг. 22 и 24).

Независимо от того есть или нет верхний вентиляционный квершлаг, шахта должна пересекать пласт на горизонте среднего из откаточных штреков.

ГЛАВА V.

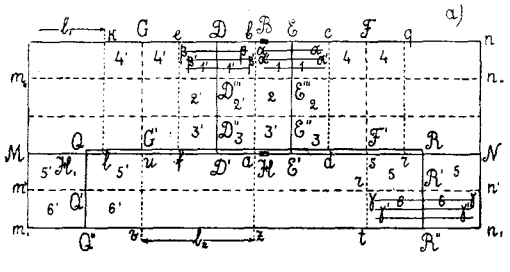
Один пласт вскрывается капитальной шахтой.

Рассмотрим теперь более сложный и трудный, чем все предыдущие, случай, когда участок определенных размеров, длиною S е. д. по простиранию и S′ е. д. вкрест простирания, заключающий в себе один пласт полезного ископаемого (угля), предполагается выработать капитальной шахтой без квершлагов; причем годовая производитель-

ность рудника, иначе говоря, число этажей высотою h е. д. каждый на которое разбивается все шахтное поле, заданы наперед.

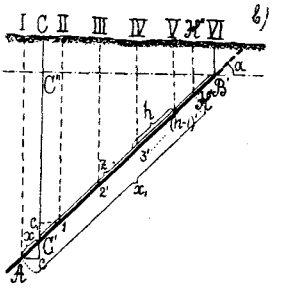
В данном случае выбор места заложения шахты по направлению вкрест простирания месторождения сводится к решению вопроса, на горизонте какого из этажных штреков, рациональнее всего опустить шахту или, что одно и то же, сколько этажей всего выгоднее выработать вверх по восстанию от основного откаточного штрека (MN фиг. 25а) и сколько вниз по падению от него так, чтобы общая сумма расходов по всем статьям рудничного хозяйства и за все время существования рудника получилась бы минимальной.

Прежде всего заметим, что упомянутые расходы находятся в различном отношении к рассматриваемому вопросу.



Поправка. В вершине левого верхнего угла фигуры должна стоять буква m.

Фиг. 25-a.



Поправка. На чертеже вместо 1 должно стоять 1'.

Фиг. 25-b.

Величина некоторых из этих расходов остается постоянной, независящей от того, где заложена шахта на участке. Таковы, например, будут затраты на собственно выемку полезного ископаемого (подбойку пласта, отбойку его), на доставку его до промежуточного штрека, на ремонт и проведение штреков. То же самое имеем относительно ремонта и проведения участковых бремсбергов, откатки по ним и пр. Такими расходами, очевидно, при выборе места заложения шахты можно вполне пренебречь и достаточно ограничиться рассмотрением лишь тех из них, которые изменяются по своей величине в зависимости от того, как расположена шахта по падению пласта. Из числа последних можно указать на стоимость проведения шахты и ремонта ее за все время существования рудника, затраты на ремонт и проведение капитальных бремсбергов и уклонов, на откатку по ним и т. д.

Но так как та или иная величина некоторых из расходов второй категории зависит также от общей схемы работ по пласту, то прежде, чем решать нашу задачу, необходимо задаться этой схемой, причем вместо часто применяемой на практике системы работ — выемки пласта

этажами, мы возьмем более редкую, когда разработка шахтного поля производится выемочными полями.

На этой схеме мы останавливаемся по тому соображению, что она дает более общий случай рассматриваемой в настоящей главе задачи. ибо при ней приходится рассматривать большее число условий (расходов. влияющих на выбор места заложения шахты по падению. месторождения), притом условия эти находятся в более сложной, чем при этажной разработке пласта, зависимости от положения шахты на участке.

Схема эта такова.

От основного откаточного штрека (MN фиг. 25а), на горизонт которого опущена шахта H, сначала на расстоянии l_1 е. д. друг от друга и сразу на всю длину проводятся бремсберги EE′ и DD′. Затем приступают к подготовке выемочных участков безразлично в верхнем (1 — 1 и 1′ — 1′) или нижнем (3 — 3 и 3′ — 3′) этаже, т. е. проводятся под'этажные штреки ($\alpha\alpha$, $\alpha'\alpha'$ ... $\beta\beta$, $\beta'\beta'$ ...) до границ выемочного поля [1]). После окончания очистных работ в этажах 1 — 1 и 1′ — 1′ переходят к следующим за ним по порядку этажам 2 — 2 и 2′ — 2′, предварительно их подготовив, и так продолжают работать до тех пор, пока выемочные поля abcd и efba не будут полностью выработаны, после чего переходят к выемочным полям dcqr и lkef, причем проведение бремсбергов FF′ и GG′ сразу на всю их длину, а также подготовка верхних (или нижних) этажей (4 — 4 и 4′ — 4′) понятно будет произведена заранее, в то время, когда работы ведутся еще в полях abcd и feba.

Закончив выемку части MmnN шахтного поля, приступают к разработке части его m_1MNn_1, лежащей ниже основного откаточного штрека MN. Для этого проводятся уклоны RR′ и QQ′ сначала на высоту одного этажа (5 — 5 и 5′ — 5′). Этажи эти подготовляются и вырабатываются. Затем уклоны углубляются на высоту следующего этажа (6 — 6 и 6′ — 6′) и т. д. С окончанием работ в выемочных полях $tsNn_1$ и $Muvm_1$ переходят к полям vuaz и zast и т. д.

Общей схемой вентиляции зададимся следующей.

Вентиляционная шахта B опущена на горизонт верхнего вентиляционного штрека mn (фиг. 25а) и находится где-либо между бремсбергами DD′ и EE′. При таком расположении ее один из бремсбергов (DD′ или EE′) должен быть сохранен и поддерживается в течение всего времени, пока существует рудник, дабы иметь возможность отвести к вентиляционной шахте струю испорченного воздуха, выхо-

[1]) Систему очистных работ возьмем—длинными столбами по простиранию, причем лавы гонятся от границ выемочного поля к бремсбергу (или уклону) одновременно по обе стороны от последнего.

дящую из работ нижней части m₁MNn₁ шахтного поля. Для этой же цели нижняя часть поля соединяется с бремсбергом EE' (или DD') посредством специально проводимого вентиляционного штрека QR, параллельного основному откаточному MN.

Прежде чем приступить к решению нашей задачи, оговорим также нижеследующее.

1) Стоимость (Q) проходки шахт, квершлагов, штреков, бремсбергов, уклонов и тому подобных выработок принимается нами в дальнейшем пропорциональной длине их, т. е.

$$Q = kx, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (27)$$

где x—длина выработки, k — стоимость проведения 1 е. д. ее, величина постоянная и от длины выработки не зависящая.

2) Стоимость (R) откатки грузов по горизонтальным и наклонным путям считаем равной:

$$R = \gamma px, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (28)$$

где x — дальность откатки, p — вес перемещаемого груза, γ — стоимость откатки 1 в. е. груза на расстояние 1 е. д.

Здесь мы принимаем, что γ будет постоянной для данного рода двигателя и при данном наклоне путей, но не зависящей от количества груза и дальности его перемещения [1]),

3) Стоимость ремонта выработок берем по формуле:

$$P = rxt, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (29)$$

где r — годовая стоимость ремонта 1 е. д. выработки.

---

[1]) Горн. инж. Л. Д. Шевяковым в статье: „Вскрытие пластовых месторождений" даются следующие средние стоимости доставки одного пуда [1 тонны] (в рублях):

по шахте на глубину ее . . . . . руб.,

по продольной и квершлагу . . . . . { 0,0000035 пудо-саж. [0.0001 за тонну-метр] при кон. откатке, 0,0000028 — 35 пудо - саж. [0,000084 — 0,0001 за тонну-метр] при мех. отк.,

по уклону . . . . . 0,000007 пудо-саж., [0,0002 за тонну-метр]

по гезенку на глубину его . . . . . 0.01 коп. [0,3 коп.]

по бремсбергу на высоту этажа, согласно следующей табличке:

Производит. бремсберга в смену		Стоимость доставки на высоту этажа в руб.	
пуд.	тонн	1000 пуд.	1000 kilo
5000	83,3	1,00	0,06
6000	100	0,82	0,049
7000	116,6	0,70	0,042
8000	133,3	0,62	0,037
9000	150	0,56	0,034
10000	166,6	0,52	0,031
>10000	> 170	0.50	0,03

причем считаем, что r зависит только от рода выработки, но не зависит ни от длины (x) последней, ни от времени (t), в течение которого она поддерживается [1]).

Для выработок, находящихся в прохождении (или погашающихся) стоимость ремонта их за время проходки (или погашения) берем по формуле Рутенберга [2]).

$$P = \frac{rxt}{2} = \frac{rx^2}{2L}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (30)$$

где L—выраженная в принимаемой единице длины годовая скорость подвигания забоя выработки (для выработок погашающихся L будет скоростью погашения).

Во всех этих формулах, а также тех, которые будут выведены на основании их в дальнейшем, длины первоначально выражены были в саженях, вес в пудах, стоимость в рублях, а время в годах.

Сделав все эти оговорки и пояснения, выведем сначала аналитически зависимость между величиной расходов по различным статьям рудничного хозяйства и положением шахты по падению месторождения. Рассматривать будем, как было сказано, только те расходы, величина которых изменяется в зависимости от того, где расположена шахта на участке. Полученные алгебраические выражения затем представим геометрически в виде кривых, для чего возьмем прямоугольную систему координат и примем за ось абсцисс — наклонную высоту шахтного поля (A′B′ фиг. 25b или — xx на фиг. 26 — 36, где началу координат A соответствует нижняя граница поля A′). Тогда ординаты этих кривых представят величину каждого из рассматриваемых расходов для соответствующего положения шахты по падению пласта.

1) Стоимость проведения шахты и ремонта ее за все время существования.

Часть CC″ шахты (фиг. 25b) до горизонта верхней границы поля (B′) должна быть непременно пройдена независимо от того, где расположен рудник на участке; поэтому затраты на проведение и ремонт этой части остаются постоянными и не оказывают влияния на выбор места для шахты. То же самое можно сказать о стоимости проходки и ремонта вентиляционной шахты (VI), так как глубина ее постоянна. Что же касается остальной, изменяющейся по глубине части C″C′, то общие затраты (y_1) на проходку и ремонт этой части

---

[1]) Средние значения r для различных выработок даны в статье проф. Б. И. Бокия. „Выбор системы работ при разработке свиты пластов“ Г. Ж, 1904 г. Для отдельных районов значения r можно подобрать по данным О. Д. Б. т. 11 в. 2.

[2]) Рутенберг А. М. — „Определение наивыгоднейших размеров шахтного поля“. Зап. Горн. Инст. 1912 г.

для какого-либо произвольного положения шахты (CC′) по падению пласта составят сумму:

$$y_1 = kH_1 + rH_1T = (k + rT)\ H_1 \text{ руб.}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (31)$$

где k — стоимость проведения 1 е. д. шахты,
H_1 — длина переменной части ее C″C′,
r — годовая стоимость ремонта 1 е. д. шахты,
T — время существования рудника.

Если бы мы задались другой схемой вентиляции (см. выше) и вентиляционная шахта была бы заложена рядом с под'емной, то общая сумма затрат на проведение и ремонт обеих шахт получилась бы равной:

$$y_1' = kH_1 + k'H_1 + r'TH_1 = [k + k' + (r + r')T]\ H_1 \text{ руб.} \quad . \quad . \quad . \quad (32)$$

Здесь k′ — стоимость проходки 1 е. д. вентиляционной шахты,
r′ — годовая стоимость ремонта 1 е. д. ее.

Но при угле падения пласта α и расстоянии от основания шахты C′ до верхней границы поля (B′) — Z е. д., длина H_1, как видно из чертежа, равна:

$$H_1 = ZSn.\alpha$$

Подставляя значение H_1 в равенство 31, получим

$$y_1 = (k + rT)\ ZSn\alpha = Q_1\ z, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (33)$$

$$\text{где } Q_1 = (k + rT)\ Sn.\alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (33')$$

Графически равенство 33 представится прямой B1, проходящей через точку B (фиг. 26) и образующей с осью AB острый левый угол aBA, ибо тангенс последнего равен положительной величине Q_1 [1]). Следовательно, тангенс правого угла aBX прямой B1 будет отрицателен и равен $-Q_1$. Если бы шахта пересекала пласт где-либо выше B′ (фиг. 25b), то длина, а потому и стоимость проведения и ремонта переменной части ее C″C′ равнялась бы нулю. Графически это изобразится отрезком BX оси абсцисс (фиг. 26).

Таким образом, общий расход на проведение и ремонт части C″C′ шахты в зависимости от положения последней по падению пласта изменяется по закону ломаной линии 1BX (фиг. 26), имеющей в направлении слева направо в точке B конечное и положительное прира-

---

[1]) Принимая за начало координат точку B и откладывая положительные значения z влево от B. В принятых координатах (начало координат лежит в точке A) z следует заменить через H — x. где H — наклонная высота шахтного поля (A^1B^1), а x — расстояние от основания шахты (C^1) до нижней границы поля A^1. Тогда ур-не 33 будет иметь вид:

$$y_1 = Q_1\ (H - X) = Q_1H - Q_1X.$$

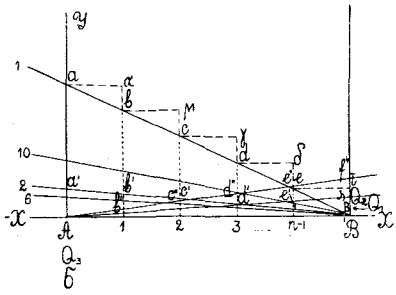
Откуда также видно, что действительно имеем прямую (1 B фиг. 26) с отрицательным значением тангенса правого угла ее, равным $-Q_1$, причем прямая эта проходит через точку B, ибо при $Y_1 = 0$, $X = H = AB = A'B'$.

щение тангенса правого угла отрезков прямых ее, равное Q_1, ибо тангенс правого угла прямой $aB = -Q_1$, а прямой BX — нулю.

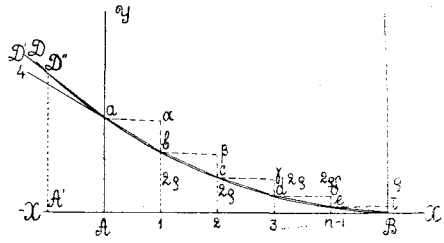
Так как приращение это относится к нисходящей ломаной, то, согласно ранее условленному (см. главу 1), пишем его в точке B над осью абсцисс AB.

2) Стоимость проведения капитальных бремсбергов (с путевыми ходками при них).

Обозначим, через k_1 — стоимость проведения 1 е. д. капитального бремсберга (с путевыми ходками), через m_1 — число таких бремсбергов или, что одно и то же, число выемочных полей, разрабатываемых вверх по восстанию от основного откаточного штрека MN (фиг. 25a).



Фиг. 26.



Фиг. 27.

Тогда общая сумма затрат (y_2) на проведении всех m_1 бремсбергов длиною, при каким-либо положении шахты, CC^1, Z е. д. каждый (фиг. 25b) выразится через:

$$y_2 = m_1 \cdot k_1 \cdot Z = Q_2 \; Z \text{ руб.}, \quad \ldots\ldots\ldots (34)$$

$$Q_2 = m_1 \; k_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (34')$$

Повторяя рассуждения, приведенные в предыдущем пункте, найдем, что величина стоимости проведения всех капитальных бремсбергов в зависимости от положения шахты по падению месторождения графически представится ординатами нисходящей ломаной линии 2BX' (фиг. 26), имеющей в точке B единственное, конечное и положительное приращение тангенса правого угла отрезков прямых ее, равное Q

Приращение это пишем в точке B над осью абсцисс — xx.

3) Стоимость проведения уклонов (с путевыми ходкими при них).

Пусть k_2 будет стоимостью проведения 1 е. д. уклона, m_2 — число уклонов.

Тогда для какого либо положения шахты CC' фиг. 25b (общий расход (y_3) на проведение всех уклонов, длиною x е. д. каждый, составит:

$$y_3 = m_2 k_2 x = Q_3 x \text{ руб.}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (35)$$

$$Q_3 = m_2 \; k_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (35')$$

Выражение 35 является ур-ием прямой A3, проходящей через начало координат A (фиг. 26) и имеющей острый ($Q_3 > 0$) правый угол, тангенс которого равен Q_3.

Для всех положений шахты влево от A′ (фиг. 25b) длина уклонов, а, следовательно, и затраты на проведение их, равны нулю; графически это изобразится частью — XA оси абсцисс (фиг. 26). Поэтому величина стоимости проведения уклонов в зависимости от положения шахты по падению пласта геометрически представится ординатами восходящей ломаной линии—XA3, имеющей положительное превращение тангенса правого угла отрезков прямых ее, равное в точке A конечной величине O_3.

Последнее приращение относится к восходящей ломаной, почему его следует поставить в точке A под осью абсцисс—xx [1]).

4) Стоимость ремонта капитальных бремсбергов за время проходки их.

Каждый из бремсбергов DD′, EE′ (фиг. 25a) проводится сразу на всю его длину от основного откаточного штреха MN до верхнего вентиляционного mn.

Общая сумма затрат (y_4) на ремонт всех этих бремсбергов (числом m_1) за время проходки их, согласно формуле 30, выразится через:

$$y_4 = \frac{m_1 r_1}{2L_1} Z_2 = \rho_1 Z_3 \text{ руб.}, \qquad (36)$$

где $$\rho^1 = \frac{m_1 r_1}{2L_1},$$

r_1 — годовая стоимость ремонта 1 е. д. бремсберга,

L_1 — годовое подвигание забоя бремсберга в тех же е. д.,

Z — длина каждого из бремсбергов при каком-либо произвольном положении шахты CC′ (фиг. 25b).

Геометрически равенство 36 представится, как известно, параболой DB, проходящей через точку B (фиг. 27) и обращенной выпуклостью вниз.

Ординаты этой параболы показывают, как изменяется величина рассматриваемого расхода, если перемещать шахту от B′ к A′ (фиг. 25b).

Если бы шахта пересекала пласт где-либо выше пункта B′, то длина бремсбергов, а потому и стоимость ремонта их равнялась бы нулю, что графически изобразится отрезком BX оси абсцисс.

---

[1]) Напомним еще раз, что, как было указано в 1-ой главе, необходимо различать приращения тангенсов отрезков ломаных, которые относятся к восходящим линиям, от таких же приращений ломаных нисходящих. По этой причине раньше мы условились первые приращения писать под осью абсцисс, а вторые над нею. Так именно и будем поступать в дальнейшем.

Разделим прямую AB (фиг. 27) на n равных между собою частей, где n число этажей в шахтном поле. Тогда точки A, 1, 2..., B будут соответствовать тем положениям шахты (I, II...V фиг. 25b), когда она опущена на горизонт этажных штреков A′ 1′ 2′... B′, а ординаты aA, в 1, с 2,... параболы DB — тому расходу, который пришлось бы нести по ремонту всех бремсбергов за время проходки их, если бы шахта была заложена в каком-либо из пунктов I, II... VI.

Соединив точки a, b, c...e, B параболы прямыми, получим нисходящую ломаную a b c... B. Этой ломаной мы и заменим параболу DB, основываясь на нижеследующем.

При выводе выражений 31 — 36 мы считали, что, если шахта закладывается где-либо между пунктами I, II... VI (фиг. 25b), то она проводится только до пласта (до C′). На практике же так никогда не поступают: в таких случаях шахта или углубляется до горизонта *этажного штрека A′, находящегося ниже пункта C′, и соединяется* с пластом посредством квершлага A′c, или же углубка ее останавливается на горизонте вышележащего от C′ штрека и затем проводится квершлаг $C_1 1$.

Следовательно, только ординаты aA, b1, c2...fB (фиг. 26 и 27) полученных нами кривых, соответствующие положениям шахты I, II... VI, представляют действительную величину учитываемых расходов, все же остальные ординаты (в промежутках A — 1, 1 — 2, 2 — 3...) имеют лишь теоретическое значение.

Обстоятельство это будет принято во внимание в дальнейшем, когда мы займемся выяснением истинного вида всех этих кривых, а пока мы имеем вполне определенную задачу: найти то из основных (I, II,...VI фиг. 25b) положений шахты по падению пласта, для которого общая сумма затрат по учитываемым нами статьям рудничного хозяйства получается наименьшей.

Поэтому для нас сейчас совершенно безразлично, каков в общем будет вид найденных нами кривых, лишь бы ординаты aA, b1, c2 ... их (фиг. 26—27) представляли действительную, вычисленную по формулам 27 — 30, величину расходов, получающуюся в тех случаях, когда шахта заложена в каком-либо из интересующих нас пунктов I, II, III ... VI.

Последнее условие останется ненарушенным, если мы возьмем вместо параболы DB ломаную abc ... B, ибо ординаты aA, b1, c2 ... обеих кривых одни и те же. Вот почему мы и можем сделать такую замену.

Выведем теперь закон получения тангенса правого угла отрезков ломаной 4bc ... Bx.

Из фиг. 27 видно, что тангенс левого угла какого-нибудь отрезка, напр. cd, равен:

$$\operatorname{tg} \overline{cd} = \frac{\text{ордината } c2 - \text{ордината } d3}{\text{абсцисса } B2. - \text{абсцисса } B3.} \quad \ldots\ldots\ldots (37)$$

Но абсцисса точки 3 равна kh (принимая начало координат в B), где к — целое положительное число или O, h—высота этажа, а точки $2 - (к + 1) \cdot h$. Тогда значения ординат d3, c2 получим, заменяя в уравнении (36) x через kh и $(к + 1)$ h, т. е.

$$\text{ордината } d3 = \rho^1 \; к^2 \; h^2,$$
$$\text{„ } \quad c2 = \rho^1 \; (к + 1)^2 \; h^2.$$

Подставляя эти величины в выражение (37), получим:

$$\operatorname{tg} \overline{cd} = \frac{\rho^1 \; (к + 1)^2 \; h^2 - \rho^1 \; к^2 \; h^2}{(к + 1) \quad h - кh} = \rho \; (2 \; к + 1), \qquad (38)$$

$$\text{где } \quad \rho = \rho^1 \; h = \frac{m_1 \; r_1 \; h_1}{2L_1} \qquad (38')$$

Как видим, значения тангенса левого угла отрезков Be, ed, dc, cb ... равны последовательно взятым нечетным числам, умноженным на величину ρ,

т. е. тангенс левого угла прямой XB = 0 (ось абсцисс)
„ „ „ „ Be = ρ (при к = 0),
„ „ „ „ ed = 3ρ („ к = 1),
„ „ „ „ dc = 5ρ („ к = 2) и т. д.

Отсюда заключаем, что нисходящая ломаная 4ab ... Bx в направлении справа налево получает конечное и положительное приращение тангенса левого угла прямолинейных отрезков ее, равное в точке B — ρ, в точках $(n - 1)$ ... 3, 2, 1 — 2ρ и в A — 0 [1]). Следовательно, такие же приращения и в тех же точках, но в направлении слева направо, имеет тангенс правого угла этих отрезков.

Ставим над прямой — XX в точке B величину ρ, а в точках $(n - 1)$ ... 3, 2, 1 — 2ρ.

---

[1]) По той же, указанной в настоящем пункте 4, причине для нас безразлично, каков будет в интервале — XA (фиг. 27) вид кривой стоимости ремонта бремсбергов за время проходки их.

Поэтому часть Da параболы мы можем заменить лучем D'a, являющимся продолжением отрезка прямой D″a, построенного в свою очередь тем же порядком, что и отрезки ab, bc, dc, т. е. откладывая на прямой — XX влево от A длину AA′ = h и соединяя вершину D″ ординаты A′D″ с точкой a. Но можно, что мы и делаем, отрезок Da параболы заменить лучем a4, продолжением прямой ba. В последнем случае ломаная 4ab . . . . BX имеет в точке A приращение тангенса, равное не 2ρ, как ломаная D′ab . . . BX, а 0. Из дальнейшего будет видно, что действительно все равно, взять ли прямую D′a или 4a.

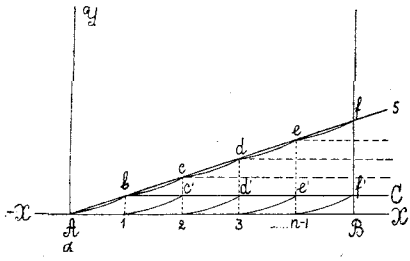
5) Стоимость ремонта уклонов за время проходки их.

Согласно той схеме работ, какой мы задались, уклоны проходятся участками длиною не свыше h е. д., где h — высота этажа.

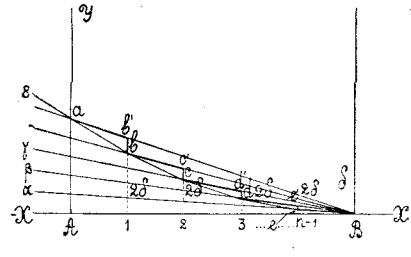
Построим сначала кривые стоимости ремонта за время проходки участков уклонов, пройденных в первом, затем отдельно во втором, третьем и т. д. этажах снизу.

При всех положениях шахты влево от A^1 (фиг. 25b) длина уклонов и, следовательно, стоимость ремонта их равна нулю, что графически изобразится частью — XA оси абсцисс (фиг. 28).

Если шахта (cc′) пересекает пласт где-либо в пределах нижнего этажа (Al′ фиг. 25b), когда длина одного уклона x е. д., то затраты



Фиг. 28.



Фиг. 29.

на ремонт всех m_2 таких участков уклонов за учитываемое время составит (см. форм 30):

$$y_5 = \frac{m_2\, r_2}{2L_2} x^2 \text{ руб.}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (39)$$

где m_2 — число выемочных полей, разрабатываемых вниз по падению от горизонта рудничного двора (число уклонов),

r_2 — годовая стоимость ремонта I е. д. уклона,

L_2 — годовое подвигание забоя уклона в е. д.

Геометрически ур—ие (39) изобразится параболой Ab (фиг. 28), проходящей через точку A и обращенной выпуклостью вниз.

Когда шахта опущена на горизонт этажного штрека 1′ (фиг. 25b), и длина каждого из уклонов будет равна h е. д. то ордината b1 параболы Ab, численно равная (заменяя в равенстве (39) x через h) $\frac{m_2\, r_2}{2L_2} h^2$ руб., представит тот расход по ремонту за время проходки всех m_2 участков уклонов длиною h е. д. каждый, пройденных в нижнем этаже, который придется нести не только при положении шахты в пункте II, но и при всяком другом вправо от II.

Графически это изобразится прямой bC (фиг. 28), параллельной оси абсцисс и отстоящей от нее на расстоянии 1b.

Подобным же образом строим кривые —X1c'C, — X2d'C, ... ординаты коих представляют зависимость между стоимостью ремонта за время проходки частей уклонов, пройденных в пределах второго (1'—2' фиг. 25b) третьего (2'—3') и т. д. этажах снизу, и произвольным положением шахты по падению пласта,

Очевидно, кривые эти будут совершенно подобны линии — XAbC, но только каждая из них будет сдвинута относительно начала координат A вправо на горизонтальное расстояние, равное A — 1 для первой кривой (— X1c'C), A — 2 для второй кривой (— X2d'C), A — 3 — третьей и т. д.

Складывая геометрически — XAbC, — X1c'C, ..., получим восходящую ломаную линию Abcd ..., составленную из параболических отрезков. Ординаты этой ломаной представляют полную стоимость ремонта за время проходки всех участков уклонов, пройденных во всех этажах, разрабатываемых вниз по падению от основного откаточного штрека (MN фиг. 25a).

Так как ординаты b1, c2, d3 ... пропорциональны их соответственным абсциссам A — 1, A — 2, A — 3 ..., то все точки A, b, c, d, e ... лежат на одной прямой A5. Этой последней прямой на основании соображений, приведенных в предыдущем пункте 4, мы заменим ломаную Abcd ...

Но тангенс правого угла прямой A5 равен:

$$\operatorname{tg} \angle BA5 = \frac{\text{ордината } b1}{\text{абсцисса } A1} = \frac{m_2\, r_2}{2L_2}\, h = \alpha, \quad \ldots\ldots \quad (40)$$

ибо ордината b1 равна $\frac{m_2\, r_2}{2L_2}\, h_2$ (см. выше), а абсцисса $A1 = h$ (высоте этажа).

Итак, здесь в конечном результате мы получили восходящую ломаную линию — xA5, имеющую в точке A конечное и положительное приращение тангенса правого угла отрезков прямых ее, равное α.

Ставим α в точке A под осью абсцисс — xx.

6) Стоимость ремонта капитальных бремсбергов за время подготовки верхнего (или нижнего) этажа.

Второй период в существовании каждого из бремсбергов (напр., DD' фиг. 25a) наступает тотчас после проходки бремсберга на всю его длину от основного откаточного штрека MN до верхнего вентиляционного mn, когда каждый бремсберг должен поддерживаться в течение всего времени, пока проходятся под'этажные штреки ($\beta\beta$, $\beta'\beta'$ ...) в верхнем этаже 1' — 1' (или нижнем 3' — 3'). Только этот расход мы и учитываем в настоящем пункте. Что же касается подго-

товки нижележащих этажей $2'-2'$, $3'-3'$, то она производится еще в то время, пока в соответственном вышележащем этаже ведутся очистные работы, и стоимость ремонта бремсберга DD' за этот остальной период его существования учитывается нами ниже (в пункте 8).

Время подготовки верхнего (или нижнего) этажа $1'—'1$ выразится через:

$$t_1 = \frac{l_1}{2L_o} \text{ лет},$$

где l_1 — расстояние между двумя соседними бремсбергами,
L_o — выраженное в тех же е. д. годовое подвигание забоя под'этажного штрека.

В знаменателе ставим 2 потому, что под'этажные штреки проходятся одновременно по обе стороны от бремсберга.

Тогда полный расход на ремонт всех m_1 бремсбергов, из коих каждый поддерживается в течении t_1 лет и имеет длину z е. д. (при каком либо произвольном положении шахты CC', фиг. 25b), составит:

$$y_6 = m_1 \cdot r_1 \cdot t_1 \cdot z = \beta z \text{ руб.}, \quad \ldots\ldots\ldots (41)$$

$$\text{где } \beta = m_1 \cdot r_1 \cdot t_1 = \frac{m_1 r_1 l_1}{2 L_o}, \quad \ldots\ldots\ldots (41')$$

r_1 — годовая стоимость ремонта 1 е. д. бремсберга.

Графически равенство 41 изобразится прямой B6 (фиг. 26), проходящей через точку B оси абсцисс под тупым правым углом, т. е. тангенс этого угла будет отрицателен а по абсолютной величине равен β ($tg < 6BX = -\beta$).

Если бы шахта была заложена где-либо выше B' (фиг. 25b), то длина бремсбергов, а потому и стоимость ремонта их равнялась бы нулю. Геометрически это представится частью BX оси абсцисс ($tg\ \overline{BX} = 0$).

Следовательно, учитываемый в настоящем пункте расход с перемещением шахты вверх по восстанию пласта изменяется по закону нисходящей ломаной линии 6BX, имеющей в направлении слева направо конечное и положительное приращение тангенса правого угла отрезков прямых ее, равное β.

Ставим β в точке B над осью абсцисс — XX.

7) Стоимость ремонта уклонов за время подготовки выемочных участков (Nsrn', n'rtn$_1$ ... фиг. 25a).

К подготовке выемочных участков, разрабатываемых уклонами, приступают тотчас же после того, как соответствующая часть уклона (напр., R'R'' фиг. 25a) будет пройдена на высоту одного этажа, и в течение всего времени, пока под'этажные штреки ($\gamma\gamma$, $\gamma'\gamma'$ ...) не дойдут до границ выемочного поля (trn'n$_1$), все h е. д. уклона должны

подерживаться. Время это одинаково для всех выемочных участков и, следовательно, для всех отдельных участков уклонов ($R'R''$, RR^1, QQ', $Q'Q''$ ...) и равно $\frac{l_2}{2L_o} = t_2$ лет (l_2 — расстояние между уклонами, L_o — годовое подвигание забоя под'этажного штрека, причем штреки гонятся одновременно по обе стороны от уклона).

Поэтому, при каком-либо положении шахты, напр., $H''H'$ (фиг. 25a) учитываемый расход для m_2 уклонов, длиною x_1 е. д. каждый, составит:

$$y_7 = m_2 r_2 t_2 x_1 = \sigma x_1 \text{ руб.}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (42)$$

где $$\sigma = m_2 r_2 t_2 = \frac{m_2 r_2 l_2}{2L_o}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (42')$$

r_2 — годовая стоимость ремонта I е. д. уклона.

Геометрически равенство 42 представится прямой A7 (фиг. 26) с положительным равным σ значением тангенса правого угла наклона ее.

Таким образом, общие затраты на ремонт всех m_2 уклонов за время подготовки этажей в зависимости от положения шахты по падению пласта изобразятся ординатами восходящей ломаной линии — XA7, имеющей в точке A единственное приращение тангенса правого угла отрезков прямых ее, равное конечной и положительной величине σ. Ставим последнюю под осью абсцисс в точке A.

8) Стоимость ремонта капитальных бремсбергов за время ведения очистных работ в бремсберговых полях.

В течение всего времени, пока очистные работы ведутся в каком-либо из бремсберговых полей (напр., f e b a фиг. 25a) соответствующий бремсберг (DD') придется поддерживать по всей его длине, дабы иметь возможность отвести к вентиляционной шахте струю воздуха, выходящую из действующих в поле забоев.

Общая сумма затрат, израсходованных за это время на ремонт всех $(m_1 - 1)$ бремсбергов [1]), составит:

$$y_8 = (m_1 - 1)\, r_1 t z \text{ руб.}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (43)$$

где z — длина бремсберга при каком-либо произвольном положении шахты CC' (фиг. 25b);

r_1 — годовая стоимость ремонта I е. д. бремсберга;

t — время, в течение которого очистные работы ведутся в каждом из выемочных полей, разрабатываемых бремсбергами feba, abcd ...

---

[1]) Один из бремсбергов (напр., EE') поддерживается все время, пока работает рудник, для того чтобы иметь возможность вентилировать впоследствии работы в нижней части шахтного поля m_1 MNn_1. Стоимость ремонта этого бремсберга будет учтена особо (в пункте 10).

В данном случае равенство 43 усложняется тем, что t в свою очередь зависит от положения шахты по падению пласта: $t = f(z)$, ибо, если шахта пересекает пласт где-либо в пределах верхнего этажа $[B' — (n — 1)'$, фиг. 25b], то время ведения очистных работ в одном бремсберговом поле будет равно $t' = \frac{l_1}{2L}$ (l_1 — длина по простиранию одного бремсбергового поля, а L — годовое подвигание очистных забоев, при чем последние ведутся одновременно по обе стороны от бремсберга).

Если же шахта пересекает пласт в пределах второго сверху этажа $[(n — 1)' — 3')]$, то каждый бремсберг придется ремонтировать в течение $2t'$ лет, так как в этом случае очистные работы производятся поочередно в двух этажах ($1' — 1'$ и $2' — 2'$ фиг. 25a), и т. д.

Таким образом, равенство (43) будет иметь вид:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{при } 0 < z \leqslant 2h & \text{(шахта находится между пунктами V и VI, фиг. 25b; время ведения очистных работ } t'\text{):} \\ & Y_8' = (m_1 — 1)\, r_1 t' z = \delta z, \\ \text{при } h < z \leqslant 2h & \text{(шахта расположена между IV и V; время ведения работ } 2t'\text{):} \\ & Y_8'' = (m_1 — 1)\, r_1 2t' z = 2\delta z, \\ \text{при } 2h < z \leqslant 3h & \text{(шахта находится между III и IV, время работ } 3t'\text{):} \\ & Y_8''' = m_1 — 1)\, r_1 3t' z = 3\delta z \end{array}\right\} \quad . \; . \; (44)$$

и т. д.,

где $\delta = (m_1 — 1)\, r_1 t' = (m_1 — 1)\, r_1 \frac{l_1}{2L} = \frac{S — l_1}{2L} r_1$, ... (44')

ибо $t' = \frac{l_1}{2L}$ (см. выше), а $m_1 l_1$ равно длине шахтного поля по простиранию (S).

Графически равенства 44 представятся пучком прямых Bα, Bβ, Bγ ... (фиг. 29), проходящих через точку B и имеющих тангенс левого угла, равный последовательно δ, 2δ, 3δ ...

Величина же рассматриваемой стоимости ремонта всех $(m_1 — 1)$ бремсбергов для любого положения шахты по падению пласта изобразится соответствующей ординатой ступенчатой ломаной линии Bee'dd'cc' ..., причем ординаты e $(n — 1)$, d3, c2 ... aA этой линии численно равны тому учитываемому в настоящем пункте расходу, который пришлось бы нести, если бы шахта была заложена в пункте V, IV, ... I участка (фиг. 25b).

Значения этих ординат получим, заменяя в первом из равенств (44) z через h (высота этажа), во втором z через 2h, в третьем z через 3h и т. д., т. е.

ордината e (n — 1) равна δh,
„ d3 „ 4 δh,
„ c2 „ 9 δh,
„ b1 „ 16 δh и т. д.

Соединяя точки a, b, c, d... прямыми, заменим ступенчатую кривую ab′bc′c ... B ломаной abcd ... B, как это мы делали раньше в пунктах 4 и 5, и найдем закон получения тангенса левого угла отрезков прямых XB, Be, ed, dc, ...

Итак, тангенс левого угла прямой XB равен 0 [1]),

тангенс левого угла прямой Be равен $\frac{\text{орд. e (n — 1)}}{\text{абс. (n — 1) B}} = \frac{\delta h}{h} = \delta$,

прямой ed равен $\frac{\text{орд. d5} - \text{орд. e (n — 1)}}{\text{абс. 3. B} - \text{абс. (n — 1) B}} = \frac{4\delta h - \delta h}{2h - h} = 3\delta$,

„ dc „ $\frac{\text{орд. c2} - \text{орд. d3}}{\text{абс. 2B} - \text{абс. 3B}} = \frac{9\delta h - \delta h}{3h - 2h} = 5\delta$,

„ bc „ $\frac{\text{орд. b1} - \text{орд. c2}}{\text{абс. 1B} - \text{абс. 2B}} = \frac{16\delta h - 9\delta h}{4h - 3h} = 7\delta$

и т. д.

Как видим, ломаная XB ed...8 начинается частью XB оси абсцисс, затем в направлении справа налево получает конечное и положительное приращение тангенса левого угла отрезков прямых ее, равное в точке B — δ, в точках (n — 1), ... 3, 2, 1 — 2δ, наконец в A — 0 (прямую a8 берем как продолжение ab, обе этн прямые имеют один и тот же угол наклона).

Следовательно, в обратном направлении (слева направо) тангенс правого угла этих отрезков увеличивается на такие же величины и в тех же точках.

Ставим эти приращения над осью абсцисс.

9) Стоимость ремонта уклонов за то время, когда в выемочных полях, разрабатываемых ими, ведутся очистные работы.

Учитываемый расход (Y_9) при каком-нибудь положении шахты H″H′ (фиг. 25b) для всех m_2 уклонов и за все указаннное время составит:

---

[1]) Прямая XB есть часть кривой рассматриваемой стоимости, соответствующей положениям шахты вправо от пункта VI (фиг. 25b).

$$Y_9 = [m_2 r_2 t_3 x_1 + m_2 r_2 t_3 (x_1 - h) + m_2 r_2 t_3 (x_1 - 2h) + \ldots + m_2 r_2 t_3 (x_1 - kh)] \text{ руб.}, \ldots\ldots\ldots (45)$$

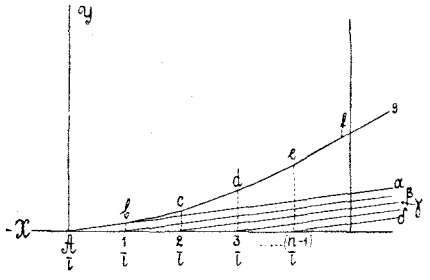
где m_2, r_2 и x_1 имеют то же значение, что и в пункте 7,

t_3 — время ведения очистных работ в одном этаже (в пределах одного выемочного поли), равное $\frac{l_2}{2L}$ (l_2 — расстояние между уклонами, а L — годовое подвигание очистных забоев, идущих одновременно по обе стороны уклона),

k — число этажей, расположенных ниже этажа, пересекаемого шахтой,

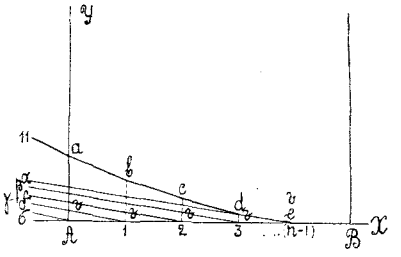
h — высота этажа.

Первое слагаемое правой части равенства 45 выражает расход по ремонту всех m_2 уклонов, длиною x_1 е. д. каждый, в течение всего



Фиг. 30.

Поправка. У правого конца оси абсцисс отсутствует буква X.



Фиг. 31.

Поправка. На фиг. у левого конца оси абсцисс отсутствует знак — X.

времени (t_3 лет), пока выемка угля производится в участках нижнего этажа ($A^1 - 1^1$, фиг. 25b).

Второе слагаемое представляет расход на ремонт уклонов за то же время (t_3 лет), когда очистные работы ведутся в участках второго снизу этажа и когда длина каждого уклона равна ($x_1 - h$) е. д. и т. д.

Последнее слагаемое представляет стоимость ремонта частей $H^1 - (h - 1)$ уклонов, общим числом m_2, поддерживаемых каждая в течение тех же t_3 лет.

Геометрически равенство (45) представится суммой ряда прямых Aa, 1β, 2γ ... (n — 1) δ (фиг. 30), имеющих один и тот же правый угол, тангенс которого численно равен величине:

$$m_2 r_2 t_3 = \frac{m_2 r_2 l_2}{2L} = \frac{r_2 S}{2L} = \tau, \ldots\ldots\ldots (45')$$

где $S = m_2 l_2$ — длина шахтного поля по простиранию, т. е. в конечном результате изобразится восходящей ломаной линией X A b c ... 9, составленной из прямолинейных отрезков, получающих в точках A, 1, 2, ... (n — 1) конечное и положительное приращение (τ) тангенса правого угла.

Приращения эти ставим под осью абсцисс.

10) Стоимость ремонта бремсберга, соединяющего вентиляционные штреки QR и mn (фиг. 25a).

Для того, чтобы отвести к вентиляционной шахте B (фиг. 25a) струю испорченного воздуха, поступающего из работ выемочных полей, находящихся ниже основного откаточного штрека MN, бремсберг EE′ (или DD′) придется сохранять и поддерживать в течение всего времени, пока все шахтное поле не будет выработано.

Затраты на ремонт этого бремсберга, как за время его проходки, так и за время подготовки верхнего этажа 1 — 1, были учтены раньше в пунктах 4 и 6. Следовательно, здесь нам остается учесть стоимость ремонта бремсберга EE′ за остальной период его существования, равный времени производства очистных работ во всем шахтном поле, т. е. в течение

$$t_4 = \frac{n\,S}{4\,L} \text{ лет,}$$

где S — длина шахтного поля по простиранию,

n — число этажей,

L — годовое подвигание очистных забоев.

В знаменателе поставлено 4 потому, что очистные работы ведутся одновременно на обоих крыльях шахты и в обе стороны от бремсбергов и уклонов.

Для какого либо положения шахты CC′ (фиг. 25b), когда длина сбойки равна z е. д., и при годовой стоимости ремонта 1 е. д. ее r_1 руб., учитываемый расход (Y_{10}) выразится через:

$$Y_{10} = r_1\,t_4\,z = \lambda\,z \text{ руб.}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (46)$$

$$\lambda = r_1\,t_4 = \frac{r_1\,n\,S}{4\,L} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (46')$$

Равенство 46 является ур-ием прямой, поэтому искомая кривая стоимости ремонта бремсберга EE′ за t_4 лет представится нисходящей ломаной 10 B X (фиг. 26).

Конечное и положительное в направлении слева направо приращение тангенса правого угла прямолинейных отрезков ее, равное λ, пишем в точке B над осью абсцисс.

11) Стоимость откатки грузов по капитальным бремсбергам.

Общее количество грузов, поступающих из одного этажа на все бремсберга, равно $\frac{A}{n}$ в. е., где A—полезный запас ископаемого, заключенный во всем шахтном поле, n — число этажей.

Тогда, принимая согласно формуле (28), что стоимость откатки будет пропорциональна весу груза и дальности его перемещения,

общий расход по рассматриваемой статье для какого-либо положения шахты CC′ (фиг. 25b) получим в размере:

$$Y_{11} = \left[\gamma_1 \frac{A}{n}(z-h) + \gamma_1 \frac{A}{n}(z-2h) + \gamma_1 \frac{A}{n}(z-3h) + \ldots + \gamma_1 \frac{A}{n}(z-kh)\right] \text{ руб.}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (47)$$

где γ_1 — стоимость откатки по бремсбергу 1 в. е. груза на расстояние 1 е. д.;

k — число этажей, разрабатываемых бремсбергами,

(z — h), (z — 2h), (z — 3h)... — дальность откатки грузов, поступающих на основной откаточный штрек, из 1-го, 2-го... этажей сверху.

Геометрически равенство (47) представится суммой ряда прямых (n—1) α, ... 3β, 2γ, 1δ, Aε (фиг. 31), проходящих через точки (n—1), ... 3, 2, 1, A, соответствующие пунктам (n—1)′, ... 3′, 2′ 1′, A′ (фиг. 25b). Прямые эти имеют один и тот же острый левый угол наклона, тангенс которого равен положительной величине $\gamma_1 \frac{A}{n}$, а искомая кривая, изображающая графически зависимость между полной стоимостью откатки грузов по капитальным бремсбергам и положением шахты по падению пласта, представится нисходящей ломаной 11 a b... e B X, составленной из прямолинейных отрезков, тангенс правого угла которых в направлении слева направо, в точках a, b, c ... e увеличивается на конечную и положительную величину равную:

$$\gamma_1 \frac{A}{n} = v. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (47)$$

Во всех за исключением B точках A, 1, 2 ... (n — 1) (фиг. 31) ставим над осью абсцисс отметки v.

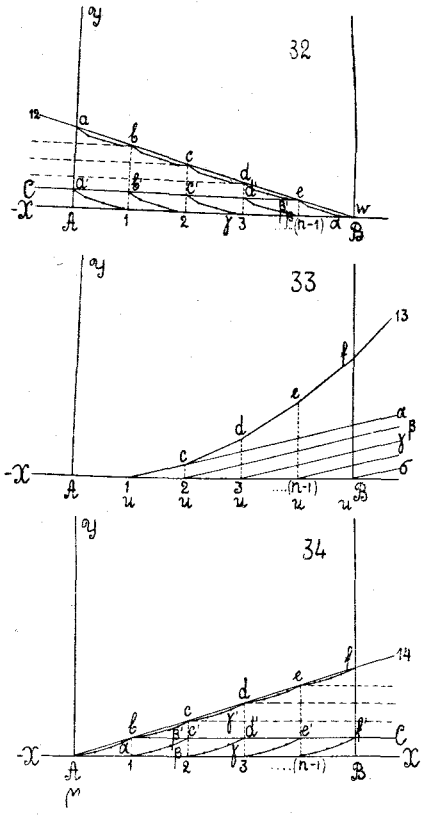
12) Стоимость откатки грузов по участковым бремсбергам.

Прежде чем поступить на горизонт этажного штрека (напр., m_{11} n_{11} фиг. 25a) добытое полезное ископаемое спускается по участковым бремсбергам (EE‴, DD‴ ... [1]). Затратами на эту откатку в предыдущем пункте мы пренебрегли и, чтобы учесть их, построим сначала кривые, показывающие как изменяется в зависимости от положения шахты по падению пласта величина стоимости откатки грузов

[1]) Части D′D″, E′E″, D″D‴, E″E‴ . . . . (фиг. 25a) служат как участковые бремсберга лишь в течение того времени, пока очистные работы ведутся в соответственном этаже. Затем они становятся капитальными бремсбергами, служащими для спуска на основной откаточный штрек MN полезного ископаемого, поступающего из вышележащих этажей.

по таким бремсбергам, подсчитанная для каждого этажа в отдельности. Воспользуемся для этой цели приемом, примененным нами раньше в пункте 5, когда мы выводили кривую стоимости ремонта уклонов за время проходки их.

Рассмотрим, например, откатку в верхнем этаже $m_{\prime\prime}n_{\prime\prime}nm$ (фиг. 25a). Если бы шахта была заложена вправо от пункта VI (фиг. 25b), то все шахтное поле пришлось бы разрабатывать уклонами, бремсберга совершенно отсутствовали бы, и стоимость откатки грузов по ним равнялась бы нулю, что графически изобразится частью BX оси абсцисс (фиг. 32).



Фиг. 32 –34.

Поправка. У правого конца оси абсцисс пропущена на черт. 33 буква X.

С перемещением шахты от VI до V, как общее число грузов, сосредоточенных на под'этажных штреках $\alpha\alpha$, $\alpha'\alpha'$,... $\beta\beta$, $\beta'\beta'$... и подлежащих доставке до горизонта рудничного двора (H' фиг. 25b), так и дальность их доставки увеличиваются. Следовательно, затраты на эту откатку также будут возрастать; графически получим некоторую восходящую от B к (n — 1) кривую (Bαe фиг. 32).

Максимальной величины эти затраты достигнут тогда, когда шахта расположена в пункте V. Тот же максимальный расход (численно равный ординате e (n — 1) фиг. 32) придется нести и в том случае, когда шахта находится где-либо влево от пункта V, ибо пока мы учитываем стоимость откатки грузов по бремсбергам верхнего этажа. На чертеже (фиг. 32) это изобразится прямой eC, параллельной оси абсцисс.

Соответственные кривые Xβd'C, Xγc'C..., изображающие графически зависимость между положением шахты по падению пласта и величиной стоимости откатки по участковым бремсбергам отдельно второго, третьего и т. д. этажей сверху, имеют совершенно тот же вид, что и полученная нами линия XαeC, ибо условия откатки (величина, число грузов, дальность их перемещения) для всех этажей одинаковы. Но все эти кривые будут сдвинуты относительно друг друга

в горизонтальном направлении на расстояние h (высота этажа). Что же касается вида частей Bαe, (n—1) βd′. 3γc′,... кривых, то в них нас интересуют только равные между собою ординаты их: e (n — 1), d′3, c′2,..., так как остальные ординаты, соответствующие положениям шахты в промежутках VI—V, V—IV..., имеют лишь теоретическое значение, о чем мы уже говорили раньше в пункте 4. Потому нет надобности заниматься выяснением того, каков будет вид этих частей, что, впрочем, нетрудно было бы сделать применяя рассуждения, аналогичные изложенным в предыдущем пункте 11, причем в конце концов мы пришли бы к составленным из отрезков прямых ломаным Bαe, (n—1) βd′... и т. д. (фиг. 32).

Если сложить геометрически линии XdeC, Xβd′C, Xγc′C,..., то в результате получим кривую общей стоимости откатки грузов по участковым бремсбергам во всех этажах, разрабатываемых вверх по восстанию от шахты.

Кривая эта представится в виде ломаной XBαeβ′d..., ординаты которой e (n — 1), d3, c2,... пропорциональны их соответственным абсциссам B (n—1), B3, B2,..., и потому все точки B, e, d, c... лежат на одной прямой Ba.

На основании соображений, коими мы руководствовались раньше в пунктах 4, 5 и 8, и здесь кривую XBαeβ′d заменяем нисходящей ломаной 12BX, имеющей в направлении слева направо в точке B конечное и положительное приращение тангенса правого угла отрезков прямых ее, равное абсолютной величине тангенса прямой B. 12.

Величина этого тангенса определится из ур-ия (см. фиг. 32).

$$\operatorname{tg}\angle aBA = \frac{\text{ордината e (n} \leftarrow 1)}{\text{абсцисса B (n} - 1)}$$

Но абсцисса B (n—1) равна h (высоте этажа), а численное значение ординаты e (n — 1) равно общей стоимости откатки всех грузов, поступающих из под'этажных штреков верхнего этажа $mnn_{\prime\prime}m_{\prime\prime}$ на горизонт этажного штрека $m_{\prime\prime}n_{\prime\prime}$ (фиг. 25). Принимая эту стоимость Y_{12} пропорциональной весу грузов и дальности их перемещения, получим выражение, аналогичное (47):

$$Y_{12} = \gamma_1 \frac{A}{nn_1}(h - h') + \gamma \frac{A}{nn_1}(h - 2h') + \ldots + \gamma_1 \frac{A}{nn_1}[h - (n_1 - 1) \cdot h'] =$$

$$= \gamma_1 \frac{A}{nn_1}[h\ (n_1 - 1) - h'\ (1 + 2 + 3 + \ldots + n_1 - 1)] = \gamma_1 \frac{Ah\ (n_1 - 1)}{nn_1 \cdot 2} \quad (48)$$

где A, γ_1, n и h имеют те же значения, что и в предыдущем пункте 11,

n_1 — число под'этажей в одном этаже,

h_1 — высота под'этажа,

$(h-h')$, $(h-2h')$,... — дальность откатки грузов (весом $\frac{A}{nn_1}$ в. е. каждый), поступающих из 1-го, 2-го... сверху под'этажей.

Таким образом

$$\operatorname{tg} \angle aBA = \frac{\gamma_1 Ah}{nn_1} \cdot \frac{(n_1-1)}{2 \cdot h} = \gamma_1 \frac{A}{2n}\left(1-\frac{1}{n_1}\right) = W \quad . \quad . \quad . \quad (48')$$

Так как приращение это (W) относится к нисходящей ломаной линии 12BX, то ставим его в точке B над осью абсцисс.

13) Стоимость откатки грузов по уклонам.

Также как и для бремсберговых полей рассмотрим отдельно стоимость откатки грузов, поступающих из под'этажных штреков (напр., $\gamma\gamma$, $\gamma'\gamma'$,... фиг. 25) на горизонт вышележащего этажного штрека $m'n'$, и откатки тех же грузов, подымающихся затем от пунктов R', Q',... до основного откаточного штрека MN.

Общие затраты на последнюю откатку при каком либо положении шахты $H''H'$ (фиг. 25_b) аналитически выразятся суммой, подобной выражению 47:

$$Y_{13} = \left[\gamma_2 \frac{A}{n}(x_1-h) + \gamma_2 \frac{A}{n}(x_1-2h) + \ldots + \gamma_3 \frac{A}{n}(x_1-kh)\right] \text{ руб.}, \qquad (49)$$

где γ_2 — стоимость под'ема по уклону 1 в. е. груза на расстояние 1 е. д.,

(x_1-h), (x_1-2h), (x_1-3h),... — наклонная высота под'ема по уклону грузов (равных $\frac{A}{n}$ пуд.), идущих со второго, третьего и т. д. снизу этажных штреков,

$\frac{A}{n}$ — запас полезного ископаемого, заключенный в одном этаже.

Равенство (49) подобно (47) представляет геометрическую сумму прямых 1α, 2β, 3γ,... B_3 (фиг. 33), т. е. изображается графически восходящей ломаной линией — x 1 cd...f13, имеющей в точках 1, 2, 3... B конечное и положительное приращение тангенса правого угла отрезков прямых ее, равное:

$$\gamma_2 \frac{A}{n} = u \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (49')$$

Ставим это приращение во всех точках кроме A под осью абсцисс.

14) Стоимость откатки грузов по уклонам (дополнительная).

Здесь мы учтем затраты на под'ем грузов, поступающих из под'-этажных штреков ($\gamma\gamma$, $\gamma'\gamma'$... фиг. 25_a) на горизонт соответственного вышележащего этажного штрека (m' n').

Повторяя рассуждения, при помощи которых нами была выведена кривая стоимости откатки по участковым бремсбергам (см. пункт 12), и здесь в конечном результате искомую кривую рассматриваемого расхода получим в виде восходящей ломаной — xA 14 (фиг. 34). Этой ломаной мы заменяем кривую xAαbβ'c..., а последняя в свою очередь получается суммированием первоначальных кривых — xAαbC,—x1βc'C,.., представляющих графически зависимость между положением шахты по падению пласта и стоимостью под'ема грузов, поступающих из под'-этажей каждого в отдельности этажа на соответствующий вышележащий этажный штрек.

Ломаная—xA 14 в точке A получает единственное конечное и положительное приращение тангенса правого угла отрезков ее, равное тангенсу прямой A 14.

Из чертежей имеем:

$$\operatorname{tg} \angle \text{f AB} = \frac{\text{ордината bI}}{\text{абсцисса AI}},$$

причем абсцисса A1 равна h (высоте этажа), а ордината b1 определится из ур-ия, аналогичного (48):

$$\text{ордината b1} = \gamma_2 \frac{A}{nn_1} h + \gamma_2 \frac{A}{nn_1}(h - h') + \ldots + \gamma_2 \frac{A}{nn_1}\left[h - (n_1 - 1)h'\right] =$$

$$= \gamma_2 \frac{A}{nn_1}\left[hn_1 - h' \cdot (1 + 2 + 3 + \ldots + n_1 - 1)\right] = \gamma_2 \frac{Ah}{nn_1}\frac{n_1 + 1}{2}; \quad . \quad . \quad (50)$$

где γ_2 -- стоимость под'ема по уклону 1 в. е. груза на расстояние 1 е. д.,

A, n, n_1, h, h' — имеют то же значение, что и в ур-ии 48.

Следовательно,

$$\operatorname{tg} \angle \text{fAB} = \gamma_2 \frac{Ah \cdot n_1 + 1}{nn_1\ 2} \cdot \frac{1}{h} = \gamma_2 \frac{A}{2\ n}\left(1 + \frac{1}{n_1}\right) = \mu \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (50')$$

Приращение это (μ) ставим в точке A под осью абсцисс.

Ограничиваясь учетом только этих, перечисленных и разобранных в пунктах 1—14 стоимостей, решим теперь нашу задачу об определении наивыгоднейшего места заложения шахты по падению пласта. Для этого соединим все выведенные на фиг. 26 — 34 кривые на одном чертеже (фиг. 35). Получим ряд, составленных из отрезков прямых, восходящих и нисходящих ломаных линий, показывающих как изменяется в зависимости от положения шахты по падению месторождения величина

отдельных, рассмотренных выше расходов по различным статьям рудничного хозяйства.

Первые из этих ломаных (восходящие) представляют расходы, возрастающие по своей величине, если перемещать шахту ближе к верхней границе поля; наоборот, вторые (нисходящие) ломаные изображают расходы, уменьшающиеся при таком же перемещении шахты.

Тангенс правого угла отрезков прямых всех этих ломаных линий в точках перелома их увеличивается в направлении слева направо на некоторую конечную и положительную величину.

На фиг. 35 приращения эти обозначены буквами, поставленными у проекций A, 1, 2... В указанных точек на ось абсцисс AB, причем значения буквенных отметок согласно формулам 33′—50′ будут следующие:

$$Q_1 = (k + rT)\ sn\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (33')$$

$$Q_2 = m_1\ k_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (34')$$

$$Q_3 = m_2\ k_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (35')$$

$$\rho = \frac{m_1\ r_1\ h}{2\ L_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (38')$$

$$\alpha = \frac{m_2\ r_2\ h}{2\ L_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (40)$$

$$\beta = \frac{m_1\ r_1\ l_1}{2\ L_o} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (41')$$

$$\sigma = \frac{m_2\ r_2\ l_2}{2\ L_o} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (42')$$

$$\delta = r_1\ \frac{S - l_1}{2\ L} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (44')$$

$$\tau = \frac{r_2\ S}{2\ L} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (45')$$

$$\lambda = \frac{r_1\ n\ S}{4\ L} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (46')$$

$$v = \gamma_1\ \frac{A}{n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (47')$$

$$W = \frac{1}{2}\ \gamma_1\ \frac{A}{n}\left(1 - \frac{1}{n_1}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (48')$$

$$u = \gamma_1\ \frac{A}{n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (49')$$

$$\mu = \frac{1}{2}\ \gamma_2\ \frac{A}{n}\left(1 + \frac{1}{n_1}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (50')$$

Во всех этих формулах:

S — длина шахтного поля по простиранию,
α — угол падения пласта,
T — время существования рудника,
l_1 — расстояние между бремсбергами,
l_2 — „ „ уклонами,
m_1 — число бремсбергов,
m_2 — „ уклонов,
h — высота этажа,
n — число этажей,
n_1 — „ под'этажей в этаже,
k — стоимость проведения 1 е. д. шахты,
k_1 — стоимость проведения 1 е. д. бремсберга с путевыми ходками,
k_2 — стоимость проведения 1 е. д. уклона с путевыми ходками,
r — годовая стоимость ремонта 1 е. д. шахты,
r_1 — годовая стоимость ремонта 1 е. д. бремсберга с ходками,
r_2 — годовая стоимость ремонта 1 е. д. уклона с ходками,
L — выраженное в тех же е. д. годовое подвигание очистных забоев,
L_1 — то же забоя бремсберга,
L_2 — „ „ „ уклона,
L_o — „ „ „ под'этажного штрека,
A — полезный запас ископаемого, заключенный во всем шахтном поле,
γ_1 — стоимость откатки по бремсбергу 1 в. е. груза на расстояние 1 е. д.,
γ_2 — то же по уклону.

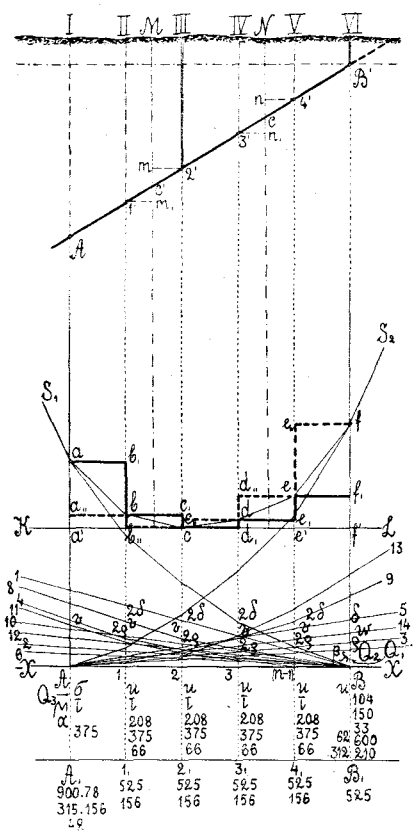
Сложив геометрически все восходящие кривые (14, 5, 7, 3, 9 и 13), мы получили бы ломаную — xAS_2; то же самое для нисходящих линий (1, 2, 8, 11, 4, 10, 6 и 12) дает S_1BX. Складывая — xAS_2 и S_1BX, получим нисходяще-восходящую ломаную $S_1ab \ldots fS_2$, ординаты которой представляют сумму всех учтенных выше (в пунктах 1—14) расходов для какого угодно положения шахты по падению месторождения [1]).

Очевидно, наименьшая из ординат ломаной S_1 ab ... fS_2 определит тот пункт I или II, III . . . VI участка, где следует заложить шахту.

Дабы найти искомую ординату, нет надобности строить все изображенные на фиг. 35 линии, складывать их и решать задачу чисто

[1]) Собственно говоря это верно только для ордината A, b1, c2 . . . . отвечающих точкам перелома кривых, остальные же ординаты их не выражают действительных расходов (см. пункт 4).

геометрически. Гораздо проще воспользоваться приемом, который неоднократно применялся нами ранее в аналогичных случаях, когда мы находили абсциссу минимума суммы подобных кривых [1]). Для этого достаточно вычислить по формулам 33′—50′ (стр. 206) приращения тангенса отрезков ломаных 1—14, т. е. значения буквенных отметок, расставленных в порядке, указанном на фиг. 35, вдоль оси абсцисс—XX у точек A, 1, 2 . . . B отвечающих положениям этажных штреков A′, 1′, 2′, ... B′.



Поправка. На конце продолжения прямой B^1C^1 на чертеже вместо буквы A должно стоять A^1.

Фиг. 35.

Тогда сумма всех верхних, находящихся над осью абсцисс, отметок (приращений тангенса) даст абсолютное значение тангенса отрезка S_1a суммарной ломаной $S_1ab \ldots fS_2$. Если из этой суммы вычесть сначала отметки, стоящие при точке A, затем из полученной разности вычесть сумму отметок, находящихся при следующей по порядку точке I, затем из вновь полученной разности — все отметки при точке 2 и т. д., то, найденные таким образом одна за другой, разности дадут абсолютное значение тангенса последующих отрезков ab, bc, cd и т. д. той же кривой. Та точка оси абсцисс (напр., пункт 2), в которой такая разность обращается в ноль или из положительной становится отрицательной, определит искомое положение шахты, именно, если разность в точке 2 обращается в ноль, то это значит, что отрезок cd ломаной $S_1ab \ldots fS_2$ параллелен оси абсцисс и, следовательно, общая сумма всех расходов по проходке шахты, уклонов, бремсбергов, по ремонту этих выработок, а также затрат на откатку по бремсбергам и уклонам, получается одинаковой и наименьшей, будет ли шахта заложена в пункте III или следующем за ним по порядку пункте IV (фиг. 35).

Если же в точке 2 разность меняет свой знак с + на —, то ломаная S_1 ab ... fS_2 имеет вид, показанный на фиг. 35, общая величина

[1]) См. конец главы I, задачу, представленную на фиг. 12.

всех расходов получается минимальной лишь тогда, когда шахта будет расположена так, что она пересекает пласт на горизонте этажного штрека, отвечающего точке 2.

После перехода точки minimum'а (2), определяемой одним из вышеуказанных признаков, для того, чтобы получить значения тангенса отрезков de, ef ... ломаной S_1 ab ... fS_2, к абсолютной величине разности, получающейся для точки 2, следует прибавить сначала сумму всех отметок, стоящих при точке 3, затем вновь добавить отметки, находящиеся при точке 4 и т. д.

Пример VI.

Возьмем случай, представленный на фиг. 35, когда шахтное поле разделено на 5 этажей, и определим, в каком из пунктов I, II, III ... VI участка всего выгоднее заложить шахту.

Примем (значения букв см. выше на стр. 207).

$\alpha = 9°$ $S_1 = 1500$ с. (*3200* м), $h = 100$ с. (*213* м), $n = 5$, $n_1 = 5$, $A = 375$ милл. пуд. (*6,143* милл. тонн), $T = 20$ лет, $m_1 = m_2 = 6$, $L = 120$ с. (*256* м), $L_1 = L_2 = 180$ с. (*384* м), $L_0 = 240$ с. (*512* м), $l_1 = l_2 = 250$ с. (*533* м), $k = 1200$ р., $k_1 = 100$ р., $k_2 = 150$ р., $r = 5$ р., $r_1 = 20$ р., $r_2 = 25$ р., $\gamma_1 = 5.10^{-6}$ руб., [1])

$\gamma_2 = 7 . 10^{-6}$ руб.

Вычислим по формулам 33′ — 50′ (стр. 206) значения приращений тангенса отрезков ломаных 1—14.

$$Q_1 = (k + r\,T)\ \mathrm{sn}\,\alpha = (1200 + 5 . 20)\ \mathrm{sn}\ 9° = \sim 210 \quad . . . . . (33')$$

$$Q_2 = m_1 k_1 = 6 . 100 = 600 \quad . . . . . (34')$$

$$Q_3 = m_2 k_2 = 6 . 150 = 900 \quad . . . . . (35')$$

$$\rho = \frac{m_1 . r_1 . h}{2 L_1} = \frac{6 . 20 . 100}{2 . 180} = \sim 33 \quad . . . . . (38')$$

$$\alpha = \frac{m_2 . r_2 . h}{2 L_2} = \frac{6 . 25 . 100}{2 . 180} = 42 \quad . . . . . (40')$$

$$\beta = \frac{m_1 . r_1 . l_1}{2 L_0} = \frac{6 . 20 . 250}{2 . 240} = \sim 62 \quad . . . . . (41')$$

$$\sigma = \frac{m_2 . r_2 . l_2}{2 L_0} = \frac{6 . 25 . 250}{2 . 240} = 78 \quad . . . . . (42')$$

$$\delta = r_1 . \frac{S - l_1}{2 L} = 20\,\frac{1500 - 250}{2 . 120} = \sim 104 \quad . . . . . (44')$$

[1]) См. сноску 37. Значение γ стоимости пудо-сажени автор получил, разделив на 1000 и на высоту этажа, равную в нашем примере 100 саж. (*213* м), данные предложенной Л. Д. Шевяковым таблички—стоимости откатки по бремсбергу 1000 пудов (*16,38* т) груза.

$$\tau = \frac{r_2 S}{2 L} = \frac{25 \cdot 1500}{2 \cdot 120} = 156 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (45')$$

$$\lambda = \frac{r_1 n S}{4 L} = \frac{20 \cdot 5 \cdot 1500}{4 \cdot 120} = \sim 312 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (46')$$

$$\nu = \gamma_1 \frac{A}{n} = 5 \cdot 10^{-6} \frac{375 \cdot 10^6}{5} = 375 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (47')$$

$$W = \tfrac{1}{2} \gamma_1 \frac{A}{n} \left(1 - \frac{1}{n_1}\right) = \frac{1}{2} 5 \cdot 10^{-6} \frac{375 \cdot 10^6}{5} \left(1 - \frac{1}{5}\right) = 150. \quad \ldots \quad (48')$$

$$u = \gamma_2 \cdot \frac{A}{n} = 7 \cdot 10^{-6} \frac{375 \cdot 10^{-6}}{5} = 525 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (49')$$

$$\mu = \tfrac{1}{2} \gamma_2 \frac{A}{n} \left(1 + \frac{1}{n_1}\right) = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 10^{-6} \frac{375 \cdot 10^{-6}}{5} \left(1 + \frac{1}{5}\right) = 315 \quad \ldots \quad (50')$$

Возьмем прямую $A_1 B_1$ (внизу фиг. 35) и отложим на ней от точки A_1 один за другим пять равных между собою отрезков, получим точки 1_1, 2_1, 3_1, 4_1 и B_1, где A_1 будет соответствовать горизонту нижнего этажного штрека (A'), B_1—верхнего вентиляционного (B'), а 1_1, 2_1, 3_1, и 4_1—горизонтам остальных штреков (1', 2', 3' и 4').

Вычисленные приращения тангенсов разместим у точек A_1, 1_1, 2_1, 3_1, 4_1 и B_1 над и под прямой $A_1 B_1$ в том порядке, какой имеют буквенные отметки, расставленные вдоль оси абсцисс—XX.

Сложим теперь все верхние, находящиеся над прямой $A_1 B_1$, отметки:

$$\left.\begin{array}{l} 375 + 4 \cdot (208 + 375 + 66) + 104 + 150 + 33 + 62 + 600 + 312 + \\ \qquad + 219 = 4442 = \operatorname{tg} \overline{S_1 a}. \text{ [1]} \\ \text{Из этой суммы вычитаем все отметки, поставленные у точки } A_1: \\ \qquad 4442 - (375 + 900 + 78 + 315 + 156 + 42) = 2576 = \operatorname{tg} \overline{ab}, \\ \text{далее для точки } 1_1 \text{ имеем: } 2576 - (208 + 375 + 66 + 525 + 156) = \\ \qquad = 2576 - 1330 = 1246 = \operatorname{tg} \overline{bc}, \\ \text{„ „ „ } 2_1 \text{ „ } 1246 - 1330 = -84 = \operatorname{tg} \overline{cd}, \text{ [2]} \\ \text{„ „ „ } 3_1 \text{ „ } 84 + 1330 = 1414 = \operatorname{tg} \overline{de}, \\ \text{„ „ „ } 4_1 \text{ „ } 1414 + 1330 = 2744 = \operatorname{tg} \overline{ef}, \\ \text{„ „ „ } B_1 \text{ „ } 2744 + (104 + 150 + 33 + 62 + 600 + \\ \qquad + 312 + 210 + 525) = 4740 = \operatorname{tg} \overline{fS_2}. \end{array}\right\} \quad (51)$$

---

[1]) Т. е. абсолютной величине тангенса правого угла отрезка $S_1 a$ суммарной ломаной $S_1 ab \ldots fS_2$.

[2]) Абсолютное и относительное значение тангенса правого угла отрезка cd равно + 84.

Для того, чтобы проверить, нет ли в равенствах (51) арифметической ошибки, сложим все отметки, находящиеся под прямой A_1B_1: $900 + 78 + 315 + 156 + 42 + 4 . (525 + 156) + 525 = 4740$.

Сумма эта представляет значение тангенса отрезка fS_2 ломаной $S_1 ab \ldots f S_2$, т. е. должна равняться последней из полученных выше сумм ($4740 = tg\ \overline{fS_2}$), что в данном случае имеем.

Полученные из равенств (51) данные показывают, что суммарная ломаная $S_1 ab \ldots f S_2$ имеет вид, показанный на фигуре 35, а minimum ее находится в точке c, ибо в этой последней точке (проекцией которой на оси абсцисс является точка 2_1) тангенс правого угла прямолинейных отрезков суммарной ломаной меняет свой знак. Поэтому наименьшая величина общей суммы всех расходов, учтенных в пунктах 1—14 (см. выше), получится в том случае, когда шахта будет расположена в пункте III, иначе говоря, при условии, что три этажа будут выработаны вверх по восстанию от шахты и два вниз по падению от нее.

Проведем через точку *minimum*'а (c) ломаной $S_1 ab \ldots fS_2$ (фиг. 35) прямую KL, параллельную оси абсцисс—XX. Тогда, как видно из чертежа, части aa', bb_{11}, dd_1, ee' и ff' ординат ломаной легко определятся из равенств:

$$\left.\begin{aligned}
dd_1 &= cd_1\ tg\ \overline{cd} = h\ tg\ \overline{cd} = 100 . 84 = 8.400,\\
ee' &= dd_1 + ee_1 = cd_1\ tg\ \overline{cd} + de_1\ tg\ \overline{de} = h\ (tg\ \overline{cd} + tg\ \overline{de}) =\\
&= 100.\ (84 + 1414) = 149.800.\\
ff' &= dd_1 + ee_1 + ff_1 = cd_1\ tg\ \overline{cd} + de_1\ tg\ \overline{de} + ef_1\ tg\ \overline{ef} = h\ (tg\ \overline{cd} +\\
&+ tg\ \overline{de} + tg\ \overline{ef}) = 100 . (84 + 1414 + 2744) = 424.200,\\
bb_{11} &= b_{11} c\ tg\ \overline{bc} = h\ tg . \overline{bc} = 100.\ 1246 = 124.600,\\
aa' &= bb_{11} + aa_{11} = b_{11} c\ tg\ \overline{bc} + a_{11} b\ tg\ \overline{ab} = h\ (tg\ \overline{bc} + tg\ \overline{ab}) =\\
&= 100.\ (1246 + 2576) = 382.200,
\end{aligned}\right\} \quad (52)$$

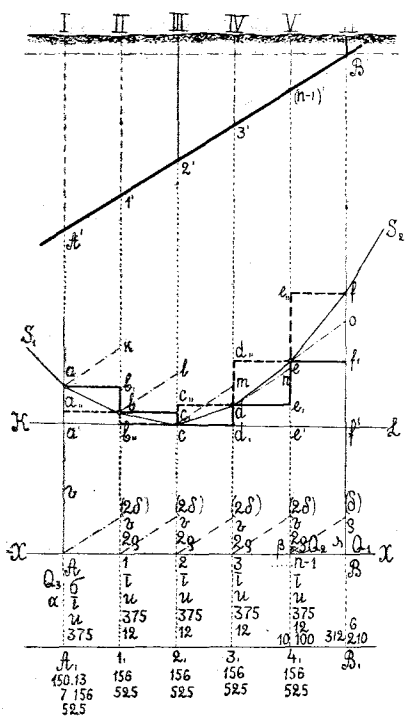
ибо $cd_1 = de_1 = ef_1 = b_{11} c = a_{11} b = h = 100$ c. (высоте этажа), а значения тангенсов прямых cd, de, ef, ... взяты из равенств 51.

Найденные численные значения частей dd_1, ee', ... aa' ординат представляют тот, выраженный в рублях, общий перерасход, какой пришлось бы нести по проходке шахты, бремсбергов и уклонов, по ремонту этих выработок и по откатке грузов по уклонам и бремсбергам за все время существования рудника в том случае, если шахта будет расположена не в пункте III (фиг. 35), а в каком либо из пунктов IV *или* V, VI, II, I участка.

Если бы мы взяли обычную схему работ — разработку шахтного поля этажами, когда устраивается один капитальный бремсберг и один капитальный уклон, причем и систему очистных работ (длинными

столбами по простиранию) и общую схему вентиляции (вентиляционная шахта В расположена у верхней границы поля, фиг. 25а) оставили бы прежними, то в этом случае характер ломаных, представленных на фиг. 26—34, в общем остался бы тем же самым. Пришлось бы только ввести некоторые поправки и изменения.

Так, вместо обеих, выведенных в пунктах 12 и 14 ломаных — ХА14 и 12ВХ (фиг. 32 и 34), здесь мы получим прямую параллельную оси абсцисс—ХХ, ибо при разработке месторождения этажами участковые бремсберга будут пройдены во всем шахтном поле, выше и ниже горизонта рудничного двора, общие затраты на откатку грузов по ним остаются постоянными и независимыми от положения шахты, на выбор места заложения ее они влияния не окажут и, следовательно, в данном случае их во внимание можно не принимать.



Фиг. 36.

Что же касается остальных ломаных, соответствующих изображенным на фиг. 26—31 и 33, то конечные и положительные приращения тангенса правого угла прямолинейных отрезков их остаются теми же самыми, что и найденные раньше, вычисляться они будут по тем же формулам 33′ — 50′, следует лишь в них вместо m_1 и m_2 (число капитальных бремсбергов и уклонов) подставить единицы. Но в порядке размещения всех этих приращений произойдут кое-какие перемены, сводящиеся к нижеследующему.

Так как капитальный бремсберг проводится только до верхнего этажного штрека m_1 n_1 (фиг. 25а), то приращение тангенса Q_2, характеризующее ломаную 2ВХ (фиг. 26) — кривую стоимости проходки этого бремсберга, следует поставить не в точке В, а у предыдущей точки (n — 1) оси абсцисс (— ХХ фиг. 36).

По той же причине кривая стоимости ремонта капитального бремсберга за время подготовки верхнего (или нижнего) этажа (ломаная 6ВХ фиг. 26) также сдвинется влево на один интервал В—(n—1), т. е. приращение тангенса β следует поставить тоже в точке (n—1), а не в точке В, как на фигуре 35.

Наконец, и кривая стоимости откатки грузов по уклонам (фиг. 33) переместится влево на один промежуток А—1, ибо при разработке пласта этажами грузы, поступающие из соответственных этажей сосредоточиваются в пунктах A′, 1′, 2′ ... (n — 1)′ (фиг. 36). Поэтому, отметки u следует расставить у всех кроме B точек A, 1, 2 ... (n — 1) оси абсцисс — XX.

В общем, порядок размещения буквенных отметок (приращений тангенса) для случая разработки шахтного поля этажами получится таков, как это указано на фиг. 36 [1]). В остальном же задача решается совершенно так же, как и в примере VI.

Пример VII. Решим нашу задачу, задаваясь только что разобранной схемой работ—разработкой пласта этажами, когда приращения тангенса отрезков ломаных размещаются вдоль оси абсцисс — XX в порядке, указанном на фиг. 36.

Данные возьмем те же, что и в примере VI, за исключением числа капитальных бремсбергов и числа уклонов, равных здесь $m_1 = m_2 = 1$.

Вычислим приращения тангенсов (см. пример VI).

$$Q_1 = 210,\ Q_2 = m_1\kappa_1 = 1.\ \kappa_1 = 1.100 = 100,\ Q_3 = m_2\kappa_2 = 1.150,$$

$$\beta = \frac{r_1 h}{2L_1} = \frac{20.100}{2.180} = 6, \qquad \alpha = \frac{r_2 h}{2L_2} = \frac{25.100}{2.180} = 7,$$

$$\gamma = \frac{r_1 l_1}{2L_0} = \frac{20.250}{2.240} = \sim 10, \qquad \sigma = \frac{r_2 l_2}{2L_0} = \frac{25.250}{2.240} = \sim 13,$$

$\delta = 0$ (см. сноску 51), $\tau = 156$, $\lambda = 312$,

$v = 375$, $u = 525$.

Заменим на фиг. 36 буквенные отметки найденными численными значениями их (ряд чисел внизу чертежа, расставленных вдоль прямой A_1B_1) и возьмем сумму всех верхних отметок, находящихся над прямой A_1B_1:

---

[1]) Собственно говоря, следовало бы ввести еще кое-какие поправки, но за незначительностью их мы ими пренебрегаем.

Заметим только, что при существовании одного капитального бремсберга анулируется ломаная 8BX (фиг. 29), т. е. $\delta = 0$, ибо стоимость ремонта этого бремсберга учитывается полностью в пункте 10.

При двух капитальных бремсбергах та же ломаная 8BX сохраняется и нетрудно вывести, чему тогда будет равняться приращение тангенса отрезков ее, именно $\delta = \frac{r_1 S}{4L}$ (см. рассуждения, изложенные в пункте 8 на стр. 196, причем здесь следует принять во внимание то, что на каждый из капитальных бремсбергов приходится половина длины шахтного поля по простиранию).

Вообще, сообразуясь с имеющейся схемой работ, а также схемой вентиляции, легко ввести соответственные поправки и в порядке размещения вдоль оси абсцисс (фиг. 35 и 36) приращений тангенса прямолинейных отрезков ломаных и в формулах 33′ — 50′, дающих величину этих приращений.

$$375 + 4 \cdot (375 + 12) + 10 + 100 + 6 + 312 + 210 = 2561 = \text{tg } S_1a.$$

Далее для точки A_1 имеем:

$$2561 - (375 + 150 + 13 + 7 + 156 + 525) = 1335 = \text{tg. } \overline{ab},$$

„ „ „ 1_1 „ $1335 - (375 + 12 + 156 + 525) = 1335 - 1068 = 267 = \text{tg. } \overline{bc}.$

„ „ „ 2_1 „ $267 - 1068 = -801 = \text{tg. } \overline{cd},$

„ „ „ 3_1 „ $801 + 1068 = 1869 = \text{tg } \overline{de},$

„ „ „ 4_1 „ $1869 + 1068 + 10 + 100 = 3047 = \text{tg. } \overline{ef},$

„ „ „ B_1 „ $3047 + 6 + 312 + 210 = 3575 = \text{tg. } \overline{fS_2},$ (51)

т. е. ломаная $S_1ab \ldots fS_2$ имеет вид, показанный на фиг. 36, и minimum ее находится в точке c.

Вычислим теперь части aa', bb_{11}, ... ff' ординат этой ломаной

$$aa' = h\,(\text{tg } ab + \text{tg } bc) = 100 \cdot (1335 + 267) = 160.200 \text{ руб.}$$

$$bb_{11} = h\ \text{tg}\overline{bc} = 100 \cdot 267 = 26.700 \text{ руб.}$$

$$dd_1 = h\ \text{tg}\overline{cd} = 100 \cdot 801 = 80.100 \text{ руб.}$$

$$ee' = h\ (\text{tg}\overline{cd} + \text{tg}\overline{de}) = 100 \cdot (801 + 1869) = 267.900 \text{ руб.}$$

$$ff' = h\ (\text{tg}\overline{cd} + \text{tg}\overline{de} + \text{tg}\overline{ef}) = 100 \cdot (801 + 1869 + 3047) = 571.700 \text{ руб.} \quad (52')$$

Таковы будут суммарные перерасходы по всем учтенным нами статьям рудничного хозяйства, получающиеся в том случае, когда шахта будет расположена не в пункте III, а в пункте I или II, IV, V, VI (фиг. 36).

Хотя наивыгоднейшее положение шахты (пункт III) в данном примере оказалось тем же самым, что и в примере VI, но есть и отличие в результатах обоих полученных решений.

В примере VI (фиг. 35) вторым по выгодности после III и почти столь же выгодным положением шахты оказался пункт IV (ибо общий перерасход для него составляет незначительную сумму, равную всего 8400 руб., см. равенства 52). Здесь же (фиг. 36), как видно из равенств (52′), довольно резко обозначилось, что наиболее выгодным после III-го является пункт II.

В своем месте мы указывали на тот недостаток, каким обладают полученные нами на фигурах 26 — 34 ломаные. Недостаток этот выражается в том, что все промежуточные, заключенные между пунктами A, 1, 2 ... В оси абсцисс, ординаты этих ломаных являются фиктивными, так как они получены нами, во-первых, в предположении, что рудничный двор может быть устроен по пласту где-либо между этажными штреками (напр. в пункте C′ фиг. 25b), чего фактически никогда не делают; исходя из такого предположения, мы получили, например, ломаные, представляющие стоимость проходки шахты, бремсбергов, уклонов и пр. (1 BX, 2 BX,—XA3 ... фиг. 26); во-вторых, для некоторых ломаных (напр. 4 BX фиг. 27,—XA5 фиг. 28) закон изме-

нения величины ординат их в промежутках А—1, 1—2, 2—3 ... взят нами даже совершенно произвольно.

Спрашивается, каков же будет вид тех кривых, ординаты которых представили бы действительную величину затрат на проведение шахты бремсбергов, уклонов, на ремонт их, а также на откатку грузов по уклонам и бремсбергам для любого, не только в пунктах I, II, III ... VI, но и между ними, положения шахты по падению месторождения.

Вопрос этот решается крайне просто.

Если по каким-либо соображениям шахту приходится закладывать где-либо между пунктами I, II, III ... VI (напр., в пункте M фиг. 35), то ее никогда не проводят только до глубины MC′ и в C′ рудничного двора не устраивают, так как подобное вскрытие пласта создало бы целый ряд затруднений при эксплоатации месторождения (в смысле неудобств, возникающих тогда для подземной откатки, правильности развития подготовительных и очистных работ и пр.).

Обычно поступают так, что шахта углубляется до горизонта нижележащего этажного штрека 1′ и соединяется с пластом посредством квершлага $1'm_1$ или же углубка ее останавливается на уровне штрека 2′ и проходится квершлаг m 2′.

При первом способе вскрытия пласта (квершлаг проводится в лежачем боку месторождения) положение шахты M и всякое другое между II и III, очевидно, будет тождественным с положением ее в II, ибо глубина шахты, длина бремсбергов и уклонов, дальность откатки грузов по последним во всех этих случаях остаются одинаковыми.

Точно также любое положение шахты между I и II является тождественным в только что указанном смысле с расположением ее в пункте I и т. д.

Следовательно, если от точек a, b, c, d ... каждой из выведенных на фиг. 26—34 ломаных провести прямые параллельные оси абсцисс (—XX) до пересечения их с ординатами следующих по порядку точек, то полученные таким образом ступенчатые линии (напр., a α b β c ... фиг. 27) и будут теми искомыми кривыми, любая из ординат которых изображает действительную величину каждого отдельного расхода для соответственного этой ординате положения шахты по падению пласта.

Очевидно, что и суммарная всех таких ступенчатых кривых также представится в виде ступенчатой линии $ab_1bc_1 \ldots ef_1$ (фиг. 35), построенной вышеуказанным образом из ломаной $S_1ab \ldots fS_2$.

Но, как мы знаем, aa′, bb_{11}, ... ff′ ординат aA,b1, ... fB последней кривой легко находятся из выражений (52), тем самым мы сразу решаем вопрос, насколько увеличится общая сумма учтенных выше в пунках 1—14 расходов, если шахту расположить не в пункте III,

характеризующемся получением минимальной величины этой суммы, а в каком-либо другом месте участка.

Ступенчатая линия a_{11} bb_{11} c ... $e_{11}f$, изображенная на фиг. 35 пунктиром, является аналогичной линии ab_1bc_1 ... ef_1.

Ординаты ее представляют общую величину рассмотренных нами расходов для тех случаев, когда шахта не доводится до пласта и квершлаг проводится в висячем боку месторождения.

Так как расположение шахты где-либо в промежутке между пунктами I—II или II—III и т. д. (фиг. 36) связано с необходимостью проведения квершлага, то обстоятельство это в свою очередь вызывает добавочные, не учтенные нами ранее расходы, состоящие из:

1) затрат на проведение квершлага длиною x е. д. к'x руб.,

2) затрат на ремонт этого квершлага за все время (T лет) существования рудника — r'Tx руб.,

3) затрат на откатку по квершлагу всего, заключенного в шахтном поле, запаса полезного ископаемого (A в. е.), перемещаемого на расстояние x е. д. γ Ax руб.

или по всем трем пунктам:

$$y = (к' + r'\ T + \gamma\ A)\ .\ x = Cx \text{ руб.} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (53')$$

$$C = к' + r'\ T + \gamma\ A, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (53')$$

где к' — стоимость проведения I е. д. квершлага,

r' — годовая стоимость ремонта I е. д. его,

γ — стоимость откатки по квершлагу I в. е. груза на расстояние I е. д.

Но длина квершлага изменяется от $x = 0$ е. д. до максимальной величины $x = \frac{h}{\sin\alpha}$ [1]) е. д. (когда шахта расположена возле пунктов II, III ... влево от них). Следовательно, величина затрат, выраженных равенством (53), в зависимости от расположения шахты по падению пласта, геометрически представится ординатами зубчатой ломаной линии, складывая которую со ступенчатой ab_1 bc_1 ... ef_1, получили бы сложную кривую akblc ... eo (фиг. 36).

Понятно, необходимость проведения квершлага заставляет избегать промежуточных положений и предпочитать исключительно какой-либо из пунктов I, II, III ... VI. Поэтому с равенством (53) приходится считаться лишь тогда, когда в нашей задаче имеются еще другие условия и соображения, не рассмотренные нами раньше.

Поясним это на отдельном примере, для чего возьмем пример VI (фиг. 35), причем положим, что там дано еще добавочное соображение:

---

[1]) h — наклонная высота этажа, α — угол падения пласта.

по условиям аренды или каким-либо иным причинам в части поверхности от M до N воспрещается устройство рудника.

Для того чтобы найти в этом случае наивыгоднейшее положение шахты, воспользуемся, выведенными нами раньше на фиг. 35, ступенчатыми линиями $a_1bc_1 \ldots ef_1$ и $a_{11}bb_{11}$ с $\ldots e_{11}f$.

Принимая во внимание их, а также равенство (53), нетрудно найти, что здесь, при наличии вышеуказанного условия, придется сравнить между собою лишь шесть вариантов.

1) Шахта опущена на горизонт этажного штрека 1′.

2) Шахта закладывается в пункте M, углубляется до горизонта этажного штрека 1′ и соединяется с последним посредством квершлага $1'm_1$.

3) Место заложения шахты то же самое, что и в предыдущем случае. но углубка шахты доведена до горизонта 2′, на котором и пройден квершлаг m2′.

4) Шахта опущена на горизонт этажного штрека 4′.

5) Шахта заложена в пункте N, углубляется до горизонта штрека 3, и соединяется с последним посредством квершлага n_13'.

6) Шахта закладывается в том же пункте N, но квершлаг пройден на горизонте n4′.

Всякое же другое положение шахты будет явно менее выгодным.

Кроме того из последних шести вариантов 2-ой и 6-ой отпадают, так как при тех же, что и для вариантов 1-ый и 4-ый затратах на проведение шахты, уклонов, бремсбергов, ремонт и откатку по бремсбергам и уклонам, оба они: 2-ой по сравнению с 1-м и 6-ой по сравнению с 4-м потребуют еще лишних расходов, выраженных равенством (53), т. е. расходов, связанных с существованием квершлагов $1'm_1$ и 4′n.

Дабы вычислить, какой же из остальных четырех вариантов (1, 3, 5 и 6) будет самым выгодным, подсчитаем, каковы будут для каждого из них в отдельности те лишние расходы, которые пришлось бы нести по сравнению с тем случаем, когда шахта была бы заложена в пункте III.

Перерасход этот для 1-го варианта графически представится частью bb_{11} ординаты b1 ступенчатой линии ab_{11} $bc_{11} \ldots ef_{11}$ т. е. равен 124.600 руб. (см. равенства 52).

Точно также численное значение части ee′, ординаты e (n — 1), равное 149.800 руб., является искомым перерасходом для варианта 4-го.

Для 3-го варианта излишним расходом будут только затраты, связанные с существованием квершлага m2′. Дабы подсчитать этот расход, примем:

стоимость проведения 1 п. с. (*2,134* м) квершлага . . $k' = 300$ р.,

годовую стоимость ремонта 1 п. с. (*2,134* м) его при бетонном креплении) . . . . . $r' = 5$ „

стоимость откатки по квершлагу 1 пуда (*16,38* кг) груза на расстояние 1 саж. (*2,134* м) (сноска стр. 186) . $\gamma = 3 \cdot 10^{-6}$ р.,

длину квершлага (расстояние между пунктами M и III). $x = 50$ саж.

$T = 20$ лет и $A = 375 \cdot 10^6$ пуд. ($6{,}143 \cdot 10^6$ т) берем из примера VI.

Тогда согласно равенству (53) искомый перерасход составит:

$$y = Cx = (k' + r'T + \gamma A)\, x = (300 + 5 \cdot 2 + 3 \cdot 10^{-6} \cdot 375 \cdot 10^6)\ 50 = 76250 \text{ руб.} \quad (54)$$

Наконец, для последнего 5-го варианта следует взять значение части dd_1 ординаты d3, равное 8.400 руб. (см. равенства 52) и прибавить сюда затраты, связанные с существованием квершлага $n_1 3'$.

Если длина квершлага $n_1 3'$ будет также 50 саж. (*106,7* м), то последние затраты выразятся (см. равенство 54) суммой 76.250 рублей.

Следовательно, всего по варианту 5-му имеем $8400 + 76250 = 84650$ рублей.

Как видно, самым выгодным оказывается вариант 3-ий.

Но так как 5-ый вариант весьма мало разнится от него (всего на 8400 руб. за все 20 лет), вместе с тем обеспечивает более быстрое вскрытие, меньшие затраты на оборудование под'ема, кроме того имеет и еще ряд преимуществ, то шахту все-таки следует заложить в пункте N и провести ее до глубины Nn_1.

Разобранный пример является новой иллюстрацией, поясняющей значение, какое имеют выведенные на фиг. 35 и 36 ступенчатые линии $ab_1bc_1 \ldots ef_1$ и $a_{11}bb_{11}c \ldots e_{11}f$. Решая нашу задачу, мы приняли во внимание не все расходы, изменяющиеся по своей величине в зависимости от положения шахты по падению пласта и, следовательно, влияющие на выбор места заложения последней.

Из числа таких не учтенных нами расходов можно указать, например, на стоимость вентиляции, на затраты по водоотливу, по оборудованию под'ема и пр.

Относительно первых двух статей можно сказать, что их влияние на решение рассматриваемого вопроса, вообще говоря, незначительно, так как даже абсолютная величина затрат как на вентиляцию, так и на водоотлив составляет относительно малый процент от общей суммы расходов по остальным статьям рудничного хозяйства. Поэтому та часть обеих этих затрат, которая изменяется в зависимости от того

или иного положения шахты на участке, а она только и влияет на выбор места для последней, и подавно будет ничтожна.

По этой, главным образом, причине мы не занимались выводом кривых стоимости вентиляции и водоотлива. Что же касается затрат на оборудование под'ема, то их влияние на окончательный результат решения нашей задачи может иметь значение лишь при крутом падении пласта, когда получается значительная разница в глубине для самого верхнего и самого нижнего положения шахты (VI и I фиг. 35), когда перемещение шахты вниз по падению пласта в заметной степени сказывается на размерах под'емного устройства (увеличиваются размеры под'емной лебедки, копра, клети, толщина каната и пр.).

Мы же, рассматривая настоящий случай вскрытия месторождения полезного ископаемого, имели в виду пласт пологопадающий, а для таких месторождений исключительно применяется способ вскрытия одной капитальной шахтой, тогда как при крутом падении пласта обычно добавляются еще этажные квершлаги (см. главу IV).

Впрочем, все эти добавочные расходы по вентиляции, водоотливу, оборудованию под'ема и пр. тоже можно было бы учесть, или построив для этой цели соответственные кривые, или же, ограничиваясь построением ступенчатых линий $ab_1bc, \ldots ef$, и $a_{11}bb_{11} \ldots e_{11}f$ (фиг. 35), можно прямо сравнивать три положения шахты: II и IV с III, подсчитывая для каждого из них перерасход по указанным дополнительным статьям подобно тому, как это мы только что делали с расходами, связанными с проведением квершлагов $m2'$ и $3'n_1$ (фиг. 35).

VII. Заключение.

При помощи графо-аналитического метода, простота и наглядность которого достаточно выяснены в предшествующих главах, можно решать целый ряд задач, относящихся притом не только непосредственно к определению наивыгоднейшего места заложения шахты на участке, но и касающихся других вопросов вскрытия месторождения.

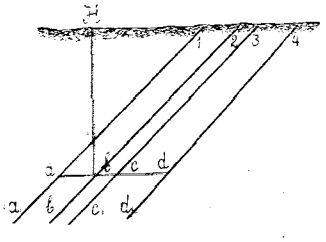
Например, положим дан случай вскрытия свиты, изображенный на фиг. 37, причем здесь шахтное поле предполагается выработать как вверх, так и вниз по падению от квершлага (части пластов aa_{11}, dd_1, cc_1,... разрабатываются уклонами).

В данном случае приходится находить, во-первых, наивыгоднейшую глубину шахты, иначе говоря, наивыгоднейшую глубину, на какой должен быть проведен капитальный квершлаг; во-вторых, тот пункт участка, который явился бы наиболее подходящим для закладки в нем шахты.

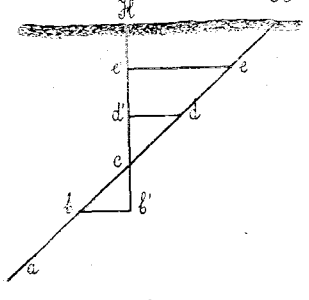
Для того, чтобы решить первый из этих вопросов, очевидно, можно воспользоваться методом рассуждений, аналогичным приведенному в предшествующей главе, когда мы рассматривали случай вскрытия одного пласта капитальной шахтой и определяли наивыгоднейшее положение последней по падению месторождения.

Точно также, как и там, и здесь мы пришли бы к восходящим и нисходящим ломаным линиям, изображающим графически зависимость между различного рода расходами (стоимостью проведения шахты, уклонов, бремсбергов, ремонта их и пр.) и положением капитального квершлага вниз по падению свиты. В общем же решение задачи осталось бы тем же самым. Понятно, формулы, при помощи которых вычисляются величины приращений тангенса правого угла прямолинейных отрезков этих вновь найденных ломаных, по сравнению с соответственными формулами 33′ — 50′ должны быть некоторым образом изменены. Изменится также и порядок размещения приращений тангенса.

37



38



Фиг. 37—38.

После того, как наивыгоднейшая глубина, на какой следует провести квершлаг, будет определена, место заложения шахты по направлению вкрест простирания свиты нетрудно найти, пользуясь „правилом откатки“. Если же имеются еще дополнительные, кроме получения наименьшей производительности откатки грузов по квершлагу, соображения и условия, например, присутствие плывуна в наносах, или когда часть поверхности застроена и проч., то при решении последнего вопроса [1]) следует поступить так, как было указано в главе II.

Более простым является случай вскрытия свиты пологопадающих пластов шахтой с капитальным гезенком.

И в этом случае глубину шахты или наивыгоднейшее положение ее по падению свиты можно найти, применяя рассуждения, аналогичные изложенным в главе V.

Наконец, если бы мы взяли случай вскрытия, изображенный на фиг. 38, причем здесь квершлаги предполагается проводить не для всех этажей — некоторую часть (ab) поля предполагается выработать

---

[1]) Выбора места заложения шахты.

посредством уклона и квершлага bb', то в таком случае, пользуясь графо-аналитическим методом, можно, во-первых, установить, сколько этажей выгодно выработать вниз по падению от нижнего квершлага, иначе говоря, какова будет наивыгоднейшая глубина шахты, во-вторых, разрешив предыдущий вопрос, нетрудно найти и то место на участке, где следует расположить рудник.

Словом, задачи, подобные только что приведенным, можно как угодно разнообразить и число их увеличить до неограниченного количества.

Во всех разобранных в предшествующих главах случаях мы определяли наивыгоднейшее место заложения шахты по падению месторождения. Что же касается расположения шахты по простиранию, то и эту задачу можно решить, пользуясь тем же графо-аналитическим методом, т. е. при помощи рассуждений, аналогичных изложенным раньше. Вообще же говоря, последняя задача является более простой и легкой по сравнению с рассмотренной в предыдущих главах, так как условий и обстоятельств, от которых зависит выбор того или иного места заложения шахты по простиранию, здесь значительно меньше.

Главным соображением, коим приходится руководствоваться в этой второй задаче, будет условие получения наименьшей производительности откатки грузов, перемещаемых по этажным штрекам. Что же касается расходов на проведение шахты, бремсбергов, уклонов, на ремонт их и пр., то все они в данном случае остаются постоянными по своей величине для любого положения шахты по простиранию месторождения, и потому во внимание они здесь не принимаются.

Таким образом, при определении места заложения шахты по простиранию можно воспользоваться выведенным нами в главе II „правилом откатки".

Заканчивая нашу статью, скажем несколько слов по поводу формул 27—30, на которых мы основывались при выводе наших ломаных линий.

Конечно, формулы эти выражают лишь приблизительно затраты на проведение выработок (форм. 27), на ремонт этих последних (форм. 29 и 30), а также на откатку грузов по горизонтальным и наклонным путям (форм. 28).

Поэтому на полученные в предшествующих главах результаты нельзя смотреть как на абсолютно точные, и выведенные нами ломаные линии, составленные из отрезков прямых, дают только общую, схематическую картину, показывающую, как примерно изменяется в зависимости от того или иного положения шахты на участке вели-

чина расходов по отдельным статьям рудничного хозяйства или целому ряду их.

Схематичность и неточность этих результатов вызывается, главным образом, двумя недостатками упомянутых формул.

Первый из этих недостатков заключается в том, что величина постоянных множителей k, r и γ формул 27 — 30, представляющих: первый — среднюю стоимость проходки 1 е. д. выработки, второй — среднюю годовую стоимость поддержания 1 е. д. выработки и третий—среднюю стоимость откатки 1 в. е. груза на расстояние 1 е. д., не могут быть известными тогда, когда рудник еще проектируется. Значения k, r и γ и то лишь с некоторой точностью могут быть установлены только впоследствии, через несколько лет после начала эксплоатации месторождения.

Одним из достоинств метода, которым мы пользуемся, является то, что метод этот дает возможность выяснить и учесть то влияние, какое оказывает данное несовершенство формул 27 — 30 на то или иное решение задачи об определении наивыгоднейшего места заложения шахты на участке.

Действительно, предельные максимальные и минимальные значения множителей, о которых идет речь, практикой уже установлены. Ими, например, можно задаться, сообразуясь с данными, полученными на соседних рудниках.

Тогда, задаваясь различной величиной k, r и γ и решая нашу задачу несколько раз, мы из сравнения полученных таким образом отдельных результатов можем с большей или меньшей степенью вероятности судить о том, где находится пункт участка, являющийся наиболее рациональным для того, чтобы заложить в нем шахту.

Например, при взятых в примере VI значениях коэффициентов k, k_1, k_2, r, r_1, r_2, γ_1 и γ_2 формул 33′ — 50′, соответствующих вышеуказанным множителям k, r и γ, оказалось, что в случае, изображеном на фиг. 35, всего выгоднее выработать три этажа вверх по восстанию от шахты и два вниз по падению от нее.

Если же мы поступим обратно, т. е. два верхние этажа выработаем при помощи бремсбергов, а три нижние помощью уклонов (шахта заложена в пункте IV), то в этом случае общий перерасход по сравнению с положением шахты в пункте III по всем учтенным в начале предыдущей главы статьям рудничного хозяйства и за все 20 лет выразился бы ничтожной суммой 8400 рублей (часть dd_1, ординаты d3 ломаной $S_1ab \ldots fS_2$ фиг. 35). Следовательно, практически можно считать, что оба положения шахты III и IV будут одинаково выгодны.

Задаваясь теперь в формулах 33′—50′ другими значениями вышеуказанных множителей (k, k_1, k_2, ... и т. д.) и решая нашу задачу вновь, определим, каков будет характер ломаной S_1 ab ... fS_2 (фиг. 35) при этих новых данных.

При желании и для большей уверенности можно такое решение повторить несколько раз, все время меняя в формулах 33′ — 50 величину коэффициентов [1]). Получим все новые и новые значения частей aa′, bb_{11} ... ординат ломаной S_1ab ... fS_2.

Положим, в результате всех таких подсчетов оказывается, что шахту почти одинаково выгодно закладывать как в пункте III, так и в IV (фиг. 35).

В таком случае окончательный выбор того или иного из этих двух пунктов обусловится другими, не принятыми нами во внимание, соображениями, например, условиями вентиляции, стоимостью водоотлива, или исходя из того соображения, чтобы длина сбойки получилась меньше и таким образом сократилось время, затрачиваемое на вскрытие месторождения [2]).

Второй недостаток формул 27 — 30 заключается в следующем. Согласно этим формулам мы считали, что стоимость проведения выработок будет пропорциональна длине их, затраты на ремонт выработок пропорциональны длине и времени существования их, а стоимость откатки—весу перемещаемого груза и дальности его отвозки.

В действительности же все это не совсем так.

Возьмем хотя бы стоимость проведения бремсбергов или уклонов.

Очевидно, стоимость откатки материала, поступающего из забоя этих выработок увеличивается с возрастанием дальности отвозки. Уже на этом только основании полный расход на проведение бремсберга или уклона следует считать не прямо пропорциональным длине их, а несколько иначе.

То же самое можно сказать о затратах на проходку шахты, так как вполне понятно, что с возрастанием глубины ее стоимость проведения одной погонной е. д. шахты будет увеличиваться. Практикой это зафиксировано, между прочим тем, что при подрядном способе ведения таких работ обычно в договоре с подрядчиком кроме средней платы за проходку I е. д. оговаривается еще добавочная плата, надбавляемая через известное число их.

---

[1]) комбинируя главным образом предельные значения множителей k, k_1, k_2, ... γ, и γ_2 формул 33′ — 50′.

[2]) Аналогичным образом можно было бы исследовать вопрос о том, что нельзя ли дать какого-нибудь более или менее общего, пригодного для целого ряда случаев, правила заложения шахты по падению пласта в зависимости, например, от числа этажей. Такое исследование значительно расширило бы размеры нашей статьи, поэтому здесь мы им не занимаемся.

Что же касается остальных формул 28—30, то и они, конечно, требуют некоторых исправлений.

Но надо сказать, что неточность в решении задачи об определении наивыгоднейшего места заложения шахты, какая могла бы получиться от этого второго недостатка равенств 27—30 в большинстве случаев столь мала, что не может оказать влияния на конечный результат.

В особенности это справедливо для тех случаев, когда даже упомянутое выше многократное решение нашей задачи, полученное при различных, взятых притом в довольно широких пределах, значениях коэффициентов, к, $к_1$, $к_2$, r, r_1, r_2, γ_1 и γ_2 формул 30′—50′ дает примерно один и тот же результат, т. е. получается один и тот же пункт участка, где следует заложить шахту.

В таких случаях теми сравнительно незначительными поправками, которые следовало бы ввести, дабы избежать до некоторой степени второго несовершенства формул 27—30, очевидно, можно вполне пренебречь.

Впрочем, последние формулы можно заменить другими более точными, но зато и более сложными. Понятно, тогда и задача наша усложнится, ибо вместо составленных из прямолинейных отрезков восходящих и нисходящих ломаных линий, получающихся благодаря равенствам 27—30, мы можем получить или подобные же, но несколько усложненные линии, или даже кривые совершенно другого типа.

Например, стоимость проходки бремсберга (Y_2) мы принимали равной средней стоимости ($к_1$) проведения I е. д. его, помноженной на длину (Z), т. е. согласно равенства: $Y_2 = K_1 Z$. Между тем правильнее было бы считать, что l_1 первых е. д. бремсберга обходятся, положим, по к руб. за 1 е. д., следующие l_2 е. д. стоят дороже на $к_1$ руб. каждая. на следующие l_3 е. д. вновь добавляется по $к_2$ руб. и т. д.

Тогда полный расход (Y'_2) на проведение бремсберга длиною Z е. д. (фиг. 25b) выразится через:

$$Y'_2 = [кZ + к_1 \cdot (Z - l_1) + к_2 \cdot (Z - l_2) + к_3 \cdot (Z - l_3) + \ldots] \text{ руб.} \quad . \quad . \quad (55)$$

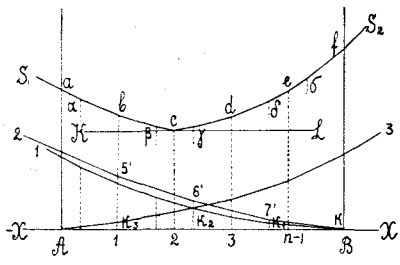
Равенство (55) графически изображается нисходящей ломаной 2BX (фиг. 39), тангенс левого угла отрезков прямых которой получает конечное и положительное приращение, равное в точке B — к, в 7′ — $к_1$, в 6′ — $к_2$ и т. д. Следовательно, на те же величины и в тех же точках увеличивается и тангенс правого угла этих отрезков в направлении слева направо (от A к B).

Здесь точки B, 7′, 6′, 5′ ... соответствуют длинам бремсберга 0, l_1, $(l_1 + l_2)$ $(l_1 + l_2 + l_3)$ и т. д.

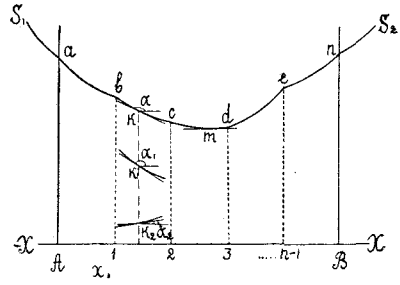
Подобным же образом можно было бы построить кривые, представляющие более близкую к действительности стоимость проведения уклонов, шахты и т. д., заменяя ломаные — XA3 и IBX фиг. 26 соответствующими им ломаными — XAB и IBX фиг. 39, т. е. принимая, что общий расход на проходку уклона или шахты выражается не согласно формуле 27, а согласно равенству аналогичному (55).

Конечно, minimum суммарной ломаной $S_1a \ldots nS_2$ (фиг. 39) тогда может оказаться в каком-либо из промежутков между пунктами A и I, 1 и 2, 2 и 3 ... оси абцисс, отвечающими положениям этажных штреков A′, 1′, 2′ ... (фиг. 25b).

Как найти абсциссу minimum'a такой ломаной мы уже знаем, но так как нам необходимо выяснить какая из ординат aA, b1, c2, ... кривой $S_1a \ldots nS_2$ является наименьшей, то, чтобы решить этот вопрос,



Фиг. 39.



Фиг. 40.

следует через точку minimum'a ее (c) провести прямую (KL), параллельную оси абсцисс. Тогда искомую ординату не трудно найти, составив равенства, аналогичные ур-иям (52) [1]).

Много труднее задача получается в том случае, когда вместо формул 27—30 мы возьмем другие, например, выведенные эмпирическим путем, алгебраические выражения, представляющие еще более сложные, чем даже равенство (55), функции, и когда выражения эти графически изображаются непрерывными или ломаными восходящими линиями, имеющими криволинейные очертания, причем замена таких кривых, подобно тому, как это мы делали с параболой на фиг. 27, ломаными, составленными из прямолинейных отрезков, обладающих весьма простым законом получения тангенса правого угла их, оказывается совершенно невозможной.

В этих случаях суммарная всех таких кривых, вообще говоря, представится в виде нисходяще-восходящей ломаной, составленной из криволинейных отрезков, т. е. подобной изображенной на фиг. 40.

---

[1]) На фиг. 39 этого делать даже не приходится.

Найти абсциссу minimum'а последней кривой ($S_1a \ldots nS_2$, фиг. 40) и таким образом решить нашу задачу можно было бы, основываясь на том, что тангенс правого угла касательной к кривой, выраженной аналитически через функцию: $y = f(x)$, получается, если в производной по независимой переменной от этой функции подставить вместо x абсциссу x_1 точки касания:

$$tg\alpha = y' = f'(x_1)$$

Кроме того тангенс касательной в любой точке (напр., в точке к фиг. 40) суммарной кривой равняется алгебраической сумме тангенсов касательных, проведенных через соответственные точки, ($к_1$ и $к_2$) первоначальных кривых, выраженных ур-ми $y_1 = f_1(x)$, $y_2 = f_2(x)$ ..., т. е.

$$tg\alpha = tg\alpha_1 + tg\alpha_2 + \ldots = f'_1(x_1) + f'_2(x_1) + \ldots$$

Пользуясь этими свойствами касательных к кривым, абсциссу minimum'а линии $S_1a \ldots nS_2$ (фиг. 40) можно найти, помня, что точка minimum'а (m) характеризуется тем, что касательная, проведенная через нее к кривой, будет параллельна оси абсцисс, иначе говоря, тангенс правого угла наклона этой касательной равен нулю.

Или же точка minimum'а (m) определится по тому признаку, что все касательные, проведенные через любую, находящуюся вправо от m, точку кривой $S_1a \ldots nS_2$ имеют положительный тангенс правого угла ($tg\alpha > 0$), а касательные в любой, лежащей влево от m, точке кривой обладают отрицательным значением тангенса такого же угла их ($tg\alpha < 0$).

И здесь, следовательно, сам по себе метод решения задачи по существу нисколько не изменится, ибо тот метод, каким мы пользовались в предыдущих главах, в принципе основан именно на этих свойствах касательных к кривым и на только что указанной характеристике точки minimum'а их.

В самом деле, оперируя с тангенсами правого угла прямолинейных отрезков ломаных линий (напр., изображ. на фиг. 9), в сущности говоря, мы имели дело с тангенсами касательных к этим кривым, так как отрезки Da, ab, ... nE здесь являются одновременно и частями ломаной DdE и касательными к ней.

Положение же minimum'а суммы таких ломаных определялось нами или в виде совокупности точек, представленной тем из отрезков (de фиг. 9) суммарной ломаной, который параллелен оси абсцисс, т. е. имеет нулевой тангенс; или же, как та точка (d фиг. 10) ломаной, в которой тангенс отрезков меняет свой знак с — на +.

Однако, применяя такие сложные кривые, как изображенная на фиг. 40, мы лишились бы главного преимущества, коим обладают по-

лученные нами ранее ломаные, составленные из прямолинейных отрезков, именно простоты последних.

Между тем, сама по себе задача об определении наивыгоднейшего места заложения шахты на участке и не может, на что мы указывали еще в введении, и не требует строгого математического разрешения.

Последнее становится тем более понятным, если мы вспомним, что многие из соображений и условий, коими приходится руководствоваться при проектировании рудника, в дальнейшем, когда начнется эксплоатация месторождения, легко могут быть нарушены и изменены.

Вот почему полученные нами в предшествующих главах приблизительные, схематические выводы и результаты следует считать достаточными для их практического применения.

Главная же цель, какую мы преследуем в настоящей статье, это указать на графо-аналитический метод, как на метод, при помощи которого всего проще и легче, как нам кажется, решаются не только задача о выборе места заложения шахты на участке, но и другие не менее сложные задачи, касающиеся различных вопросов, возникающих при проектировании рудника.

Например, пользуясь графо-аналитическим методом, легко можно решить задачу об определении наивыгоднейшей длины выемочных полей, или в некоторых случаях определить наивыгоднейшую длину шахтного поля по простиранию, когда решение этих задач обусловливается получением наименьшей суммарной величины погашения на единицу добытого полезного ископаемого стоимости ремонта штреков, откатки грузов по ним и затрат на проведение бремсберга (или уклона ската, шахты и пр.).

Правда, в таких случаях указанные величины погашения в зависимости от длины выемочного участка (или длины шахтного поля по простиранию) графически изобразятся ординатами иных кривых, отличающихся от ломаных линий, составленных из прямолинейных отрезков, но по существу и здесь мы имеем дело с определением абсциссы minimum'а суммы ряда восходящих и нисходящих линий, потому и само решение в принципе остается тем же самым, что и решение задачи об определении наивыгоднейшего расположения шахты на участке.

Zusammenfassung.

Die Frage der Wahl des Schachtansatzpunktes fand bisher ungeachtet seiner augenscheinlichen Wichtigkeit in der einschlägigen Literatur, wenigstens in der russischen, verhältnismässig wenig Beachtung.

Gewöhnlich sucht man in der Praxis den Punkt des Schachtansatzes so zu wählen, damit die zur unterirdischen Förderung des abgebauten

Minerals bis zum Füllorte für die ganze Lebensdauer des Grubenbetriebes notwendige Arbeit den geringsten Wert erhält, wobei angenommen wird, dass diese Anforderung durch diejenige Lage des Schachtansatzpunktes erfüllt wird, welche dem Schwerpunkte der auszurichtenden Flötze entspricht.

Diese Regel ist beispielzweise in dem „Praktischen Kurse des Bergbaues" von Prof. B. J. Boky enthalten.

Es ist unschwer die Irrtümlichkeit der soeben angeführten Annahme darzulegen, wenn man sich des bekannten Satzes aus der theoretischen Mechanik erinnert, welcher lautet: „das Inerzmoment eines Systems materieller Punkte hat seinen minimalen Wert für den Schwerpunkt dieses Systems".

Daraus folgt, dass beim Ansetzen des Schachtes im Schwerpunkte den Minimalwert nicht die Arbeit erhält, welche für die unterirdische Förderung zu leisten ist und welche der Produktensumme aus dem Gewichte der abzuführenden Massen multipliziert mit der ersten Potenz der Länge des Förderweges [1]) gleicht, sondern ihnerhält eine andere Grösse, die nummerisch ausgedrückt wird durch die Summe der Produkte aus denselben Gewichten multipliziert mit den Quadraten der entsprechenden Förderlängen.

Die vorliegende Abhandlung giebt eine sehr einfache Rege. für die Wahl des Schachtansatzpunktes, bei deren Befolgung die unterirdische Förderleistung wirklich den minimalen Wert erhält. Diese Regel wird wie folgt ausgedrückt: „die zur unterirdischen Förderung aufgewendete Arbeit bleibt gleich und ist minimal für jede Lage des Schachtes, bei welcher die auf jede Seite des Schachtes entfallenden Fördermassen das gleiche Gewicht haben".

Die Methode, durch welche die soeben zitierte Regel entwickelt wird, ist am leichtesten durch folgendes einfaches und typisches Beispiel darzustellen.

Eine Flötzgruppe wird durch einen Schacht mit Hauptquerschlag ausgerichtet, wobei der Schachtpunkt so anzusetzen ist, dass die Arbeitsleistung zur Fortschaffung des Fördergutes durch den Querschlag für den ganzen Zeitraum des Grubenbetriebes die geringste wird.

Da die aus den einzelnen Flötzen erhaltenen Fördermengen (die abgebauten Mineralien) sich an den Punkten A, B, C, D, E des Querschlages sammeln, so wird augenscheinlich die ganze Aufgabe zu einem rein mathematischen Exempel folgender Art: Auf der Geraden AB (Fig. 7) ist in den Punkten a_1, a_2, a_3 ... a_k eine Reihe endlicher und positiver Werte p_1, p_2, p_3 ... p_k verteilt. Auf dieser Geraden ist solch ein Punkt

[1]) Die Summe dieser Produkte wird anders die Förderleistung genannt.

(z. B. c) zu finden, mit Bezug auf welchen die Produktensumme der Werte p_1, p_2, p_3 ... $p_к$, multipliziert mit ihren Abständen vom Punkte c die geringste sein wird, d. h.

$$p_1l_1 + p_2l_2 + p_3l_3 + \ldots + p_кl_к = \Sigma\, pl = \text{minimum}, \quad \ldots\ldots (1)$$

wobei l_1, l_2 ... $l_к$ die zugehörigen Entfernungen der Werte p_1, p_2, p_3 ... $p_к$ vom Punkte c bedeuten.

Die Aufgabe wird am besten im rechtwinkligen Koordinatensystem gelöst, wobei die Gerade AB, auf welcher die Werte p_1, p_2, p_3 ... $p_к$ liegen, als Abszissenachse und der Punkt a_1 als Koordinatenursprung angenommen wird, dann wird zur Ordinatenachse die Gerade a_1Y.

Zieht man durch die Punkte a_1, a_2, a_3 ... $a_к$ eine Reihe von Geraden a_11, a_22, ... $a_кk$ unter solchen Winkeln zur Abszissenachse, dass die Werte ihrer Tangense der Reihe nach den Werten p_1, p_2, ... $p_к$ gleich werden, so entspricht die Ordinate der ersten dieser Geraden dem Produkte $p_1\,l_1$, der zweiten — $p_2\,l_2$, n. s. w. mit anderen Worten die Produkte der Werte p_1, p_2, p_3 ... $p_к$ einzeln und links von einem willkürlichen Punkte der Geraden genommen und mit ihrer zufallenden Entfernung von diesem Punkte multipliziert.

Durch Addierung aller dieser Geraden erhalten wir die summarische Kurve in Form einer von links nach rechts ansteigenden Gebrochenen Aa_1 b′ c′ ... h E, gebildet aus geradlinigen Abschnitten, deren Tangense der rechten Winkel aufeinanderfolgend gleich sein werden: 0 (Abschnitt Aa_1), p_1 (Abschnitt a_1b'), $p_1 + p_2$ (Abschnitt b′c′) u. s. w., also für einen beliebigen Abschnitt (z. B. d′e′) gleich der Summe aller Werte $(p_1 + p_2 + \ldots p_m)$, die links vom Abschnitte gelegen sind ($\Sigma\, p_{links}$). Aufähnliche Weise ziehen wir die Geraden $a_кk$, $a_{к-1}k_{к-1}$ ... a_11 (Fig. 8), deren Tangense der linken Winkel aufeinanderfolgend (von rechts nach links gehend) sein werden: $p_к$, $p_{к-1}$ ... p_1; daraufsummieren wir diese Geraden und erhalten die absteigende Gebrochene Dab″c″ ... $a_кB$, welche graphisch darstellt, wie sich abhängig von der Lage des Punktes auch die Produktensumme der Grössen $p_к$, $p_{к-1}$ $p_{к-2}$ ... ändert, die rechts von diesem Punkte genommen und mit den ihnen entsprechenden Entfernungen zum Punkte multipliziert werden.

Die Tangense der rechten Winkel der geraden Abschnitte der gebrochenen Linie Dab″c″ ... $a_кB$ werden gleich: für den Abschnitt B — 0, für $a_кh$ — $p_к$, für h″g″ — $(p_к, p_{к-1})$ ... sowie überhaupt für einen beliebigen Abschnitt (z. B. d″e″) gleich der Summe aller Grössen $p_к$, $p_{к-1}$ ... die rechts von ihm liegen, und mit dem negativen Vorzeichen genommen werden ($-\Sigma\, p_{rechts}$).

Wenn man (Fig. 9) beide auf Fig. 7 und 8 erhaltenen gebrochenen Linien addiert, so wird die summierende Kurve der ab und aufwärts gehenden gebrochenen Linie Dabc ... hE graphisch die Beziehung zwischen der Produktensumme und der Lage des Punktes vorstellen, inbetreff welches diese Summe aufgestellt wurde, wobei der Tangens eines beliebigen Abschnittes der summierenden gebrochenen Linie augenscheinlich gleich sein wird der algebraischen Summe der Tangense, die den Abschnitten der ursprünglichen Kurven entsprechen, die auf Fig. 8 und 9 erhalten wurden.

Im allgemeinen dürfte die Gebrochene Dabc ... hE die in Fig. 9 aufgezeichnete Form haben, d. h. in einem Infervalle (z. B. $a_m - a_{m+1}$) befinde, sich ein gerader Abschnitt der Cebrochenen (de) parallel zur Abszissenachse, infolge dessen die Ordinaten eines beliebigen Punktes der Gebrochenen vou a_m bis einschliesslich a_{m+1}, die gleiche und minimale Grösse besitzen. Augenscheinlich werden diese Punkte die gesuchten sein. Die Bedingung welche diese Punkte erfüllen müssen ist leicht zu finden, wenn man die Grösse des Tangens des Abschnittes de gleich Null ansetzt. Dieser Tangens ist seinerseits gleich der Summe zweier Tangense und zwar des Abschnittes d'e' ($+\Sigma p_{links}$) und d''e'' ($-\Sigma p_{rechts}$). Die gesuchte Bedingung lässst sich daher durch folgende Gleichung ausdrücken:

$$+\Sigma p_{links} - \Sigma p_{rechts} = 0$$
$$\text{oder } \Sigma p_{links} = \Sigma p_{rechts}$$

Auf solche Weise hat die Produktensumme $p_1l_1 + p_2l_2 + \ldots p_\kappa l_\kappa$ eine und dieselbe und dabei die kleinste Bedeutung für einen beliebigen Punkt der Ceraden AB, bezüglich welcher die Summe der linksliegenden Grössen gleich ist der Summe aller rechtsliegenden.

In Sonderfalle kann die summierende Gebrochene auch noch eine andere Form haben, die aut Fig. 10 dargestellt ist. Hier ist kein gerader Abschnitt parallel der Abszissenachse vorhanden. Die Gebrochene hat ihr Minimum nur in einem Punkte (d) welcher dadurch charakterisiert wird, dass an ihm der Tangens der rechten Winkel der geraden Abschnitte der Gebrochenen sein Zeichen — auf + ändert.

Dieser Fall ist leicht auf den vorhergehenden zurückzuführen, wenn man sich vorstellt, dass im Punkte a_m zwei benachbarte Grössen p_m und p_{m+1} (s. Fig. 9) zusammenfallen. Daher wird das oben gefundene Ergebniss das gemeinsame für alle Fälle sein.

Was den Weg anbetrifft, auf welchem man den Punkt (oder die Punktmenge) des Minimums der Gebrochenen Dabc ... hE findet, so ist derselbe leicht zu erhalten, wenn man die aufeinanderfolgenden Werte

der Tangense der geraden Abschnitte betrachtet. Diese Werte erhält man, wie schon früher erwähnt, durch die algebraische Summierung der Tangense der entsprechenden Abschnitte der ursprünglichen Gebrochenen, die nach Fig. 7 und 8 erhalten wurden, d. h. der Tangens des rechten Winkels des Abschnittes Da ist gleich $-\Sigma p$, des Abschnittes ab $-(\Sigma_{p-p_1}) + p_1$ oder $-(\Sigma_{p-2p_1})$, des Abschnittes bc $-(\Sigma_{p-p_1-p_2}) + (p_1 + p_2)$ oder $-[\Sigma_{p-2p_1-2p_2}]$ u. s. w.

Indem man auf solche Weise alle Grössen von p_1 bis p_κ summiert und aus der erhaltenen Summe die verdoppelte erste Grösse $(2p_1)$ von links abzieht, vom erhaltenen Rest die verdoppelte zweite Grösse $(2p_2)$ u. s. w. von Punkt zu Punkt, erhalten wir fortschreitend die absoluten Bedeutungen des Tangens der rechten Winkel der geraden Abschnitte der Gebrochenen. Diese Subtrahierungen sind solange fortzusetzen bis an irgend einem Punkte (z. B. a_m) der Rest gleich Null oder negativ wird. Im ersten Falle wird Σ pl den gleichen und geringsten Wert für eine Reihe von Punkten von a_m bis a_{m+1} einschliesslich besitzen (Fig. 9); im zweiten Falle ist Σ pl minimal nur für einen einzigen Punkt a_m (Fig. 10).

Die hier entwickelte Betrachtung wird vollständig dieselbe auch für die anderen Fälle der Ausrichtung der Lagerstätte sein. Deshalb wird die zu Anfang angeführte Regel der Wahl des Schachtansatzes für die geringste unter irdische Förderungsarbeit ihre Bedeutung auch für Nestformige Lagerstätten, Gänge u. s. w. beibehalten. Ebenso ist sie zu benutzen bei der Wahl des Schachtansatzes im Streichen, wenn der Schacht so gelegen sein soll dass die Gesammtförderleistung in den Grundstrecken für den ganzen Zeitraum des Grubenbetriebes die geringste sein soll.

Ein weiteres in der Abhandlung vorgeführtes Beispiel, worein dieselbe Methode angewandt wird, ist folgendes:

Eine Flötzgruppe (Fig. 16) ist durch einen Schacht mit Etagenquerschlägen auszurichten. Es soll solch ein Ansatzpunkt für den Schacht gefunden werden, bei welchem die Gesammtlänge der Querschläge die geringste wird. Augenscheinlich werden sich in solchem Falle infolge dieser oder jener Lage des Schachtansatzes nur die Längen der Ergänzungsabschnitte der Querschläge (AA′, CC′, ... NN′, QQ′) voneinander unterscheiden.

Dagegen bleiben die Längen AB, CD, EF, u. s. w. konstant und müssen in jedem Falle aufgefahren werden unabhängig davon, wo der Schacht angesetzt wird.

Wenn man auf die horizontale Linie KL (Fig. 16) alle Punkte A, B, C ... projektiert, die den Schnittpunkten der Querschläge mit den äussersten Flötzen der Gruppe entsprechen, und durch die erhaltenen Projektionen zuerst eine Serie Gerader q1, h2, h3 unter einem Winke

von 45° zur Geraden KL hindurchzieht, so dann eine Serie Gerader p6′ m5′, q4′ ... unter einem Winkel von 135°, so werden die Ordinaten der ersten Geraden gleich sein den Erganzungsabschnitten der entsprechenden Querschläge, die im Liegenden der Flötzgruppe aufzufahren sind und die Ordinaten der Geraden p6′, m5′, q4′ werden gleich sein den Ergänzungsabschnitten der Querschläge im Hangenden.

Die geometrische Summierung der ersten Geraden ergiebt die ansteigende Gebrochene Ko r′t′ ... s′, die summarische Gebrochene der Abschnitte Qv, Nu ... der Querschläge, wobei die Bedeutung des Tangens des rechtseitigen Winkels der Abschnitte der Geraden aufeinanderfolgend sein wird gleich Null (Abschnitt K_2), gleich + 1 (Abschnitt qr′), gleich + 2 (Abschnitt r′t′) gleich + 3 ... u. s. w. da des Tangens des rechtseitigen Winkels jeder Geraden q1, n2, h3 ... gleich 1 ist.

Aufähnliche Weise giebt die Summe der Geraden p6′, m5′, q4′... eine abfallende Gebrochene S αβγ ... L, wobei die Werte des Tangens der rechtseitigen Winkel der geradlinigen Abschnitte sind: gleich Null (Abschnitt aL), gleich — 1 (Abschnitt ra), gleich—2 u. s. w. bis — n (Abschnitt Sα), wo n die Zahl der Querschläge ist. Die Ordinaten dieser Gebrochenen stellen die geometrische Summe der Ergänzungslängen der Querschläge dar, die im Haugenden der Flötzgruppe aufzufahren sind.

Die Summierung beider soeben erhaltenen Gebrochenen ergiebt die ab—und aufsteigende Gebrochene Sαβ ... ττ′ ... α′ S′ und stellt augenscheinlich graphisch dar wie infolge der Verlegung der Schachtanlage die Gesammtlänge der Ergänzungsabschnitte der Querschläge sich ändert, die im Hangenden und Liegenden der Flötzgruppe aufzufahren sind.

Betrachten wir die Werte des Tangens der geraden Abschnitte dieser Gebrochenen, welche durch die algebraische Summiernug der Tangense der entsprechenden Abschnitte der ursprünglichen Gebrochenen erhalten werden, so ist nicht schwer die gesuchte Lösung der Aufgabe zu finden, die vom Autor unter der Bezeichnung „Querschlagsregel“ auf folgende Weise formuliert wird.

Jeder beliebige Ansatz des Schachtes zwischen den aufeinanderfolgenden Projektionen n und n + 1 auf die horizontale Linie der Schnittpunkte der äussersten Flötze mit den Etagenquerschlägen giebt eine und dieselbe minimale Gesammtlänge der Querschläge. Hier ist n die Anzahl der Querschläge, und die Aufzählung der Projektionen erfolgt belanglos von welcher äussersten aus.

Für das in Fig. 16 dargestellte Beispiel, wo die Anzahl der Querschläge 6 ist, kann der Schachtansatz an einem beliebigen Punkte zwischen *l* und *h* erfolgen, da *e* nach der Reihe die sechste Projektion von links ist und *h* die siebente.

Diese Regel ist ebenso wie die Förderungsregel universal, sie genügt jeder Lagerstätte so von regelmässiger (Fig. 16, 17), wie von unregelmässiger Form (Fig. 18, 19). Man kann sich davon unschwer überzeugen, wenn man die soeben dargelegten Konstruktionen und Betrachtungen auf diese Beispiele erstreckt. Man darf nur nicht vergessen, dass in den Fällen, wo beide Schnittpunkte eines beliebigen Querschlages mit den äussersten Flötzen in einem Punkte zusammenfallen (z. B. die Punkte C D O P, Fig. 19) die entsprechenden Projektionen nicht einfach sondern doppelt aufzuwählen sind. Deshalb ist im Beispiele der Fig. 19, wo die Anzahl der Querschläge 19 beträgt, der gesuchte Ansatrpunkt des Schachtes beliebig zwischen o und q zu wählen. Punkt o ist der Reihe nach die neunte Projektion von links, da jeder der Punkte p, d und o beim Aufzählen zweimal zu nehmen ist.

Weiter löst der Autor in dieser Abhandlung nach demselben Verfahren eine Reihe anderer Komplizierterer Aufgaben, d. h. anfangs durch graphische Ermittelung der Beziehung zwischen dem Schachtansatze und den Faktoren, die auf die Wahl des Ansatzpunktes einwirken, und darauf durch eine analytische Untersuchung, welche die Auffindung der Regel bezweckt, nach welcher die Werte der Tangense der geradlinigen Abschnitte der Gesammtkurve erhalten werden können. Zu diesen komplizierteren Aufgaben gehört z. B. die Aufgabe der Wahl des vorteilhaftesten Schachtansatzes nach dem Einfallen, wenn die Ausrichtung eines Einzelflötzes durch einen Schacht mit Querschlägen oder ohne solche zu erfolgen hat.

St. Chanshenkowo (Khanjencovo) Don Gouv. Bergverwaltung Jekaterinoffskoje Schacht „Kapitalnaja".