Записки Горного Института. Т. VII—2. 1928.
Annales de l'Institut des Mines à Leningrade. V. VII—2. 1928.

Графическое уравнивание обратных засечек *).

Н. Келль.

Graphische Ausgleichung der Rückwärtseinschnitte.

Von N. Kell.

Одним из наиболее удобных в смысле производства полевых работ способов вставки новой точки в уже имеющуюся сеть является способ обратных засечек (задача Потенота, Снелиуса). На море у берегов и во время путешествий при панораме гор обратные засечки на уже известные точки и вершины бывают почти единственным средством скоро и точно определиться. Также и засечки, получаемые фотографическим путем как при наземной, так и воздушной с'емке, сводятся к задаче Потенота на плоскости. Поэтому всякое упрощение решения этой задачи заслуживает внимания. Для увеличения точности результатов, избежание грубых ошибок и, наконец, чтобы иметь выбор, при задаче Потенота берется—если имеется к тому возможность—не строго необходимое число засечек — три, а избыточное: на 4, на 5 точек. В этом случае возникает вопрос об уравнивании избыточных наблюдений. Здесь будет предложен графический метод этого уравнивания, впервые примененный мною в 1912 г. при обработке Камчатской маршрутной триангуляции 1908—1910 г.

Пусть с некоторой искомой точки измерено **n** направлений на заданные своими координатами точки. Возьмем углы между каждой парой направлений, таких углов будет

$$C_n^2 = \frac{n\ (n-1)}{1.2} = p.$$

Вообразим **p** дуг, вмещающих эти углы и построенных на соответствующих данных точках. Благодаря различным погрешностям, эти

*) Доложено в Топ. Геод. кружке В. В. Витковского 10—XI 1927 г.

дуги не пересекутся в одной точке, а дадут вблизи определяемой точки —

$$C_p^2 = \frac{p\ (p-1)}{1\ .\ 2}$$

пересечений, если считать у каждой пары дуг одно пересечение.

Из этих пересечений определенное количество заведомо сольется по три в одно, ибо три дуги, вмещающие углы: α, β и $\alpha+\beta$ и построенные на трех сторонах, составляющих треугольник, пересекутся в одной точке, каковы бы ни были ошибки.

При **n** данных точках таких „тройных“ пересечений будет:

$$C_n^3 = \frac{n\ (n-1)\ (n-2)}{1\ .\ 2\ .\ 3} = N_3$$

и они из общего числа C_p^2 двойных пересечений отделяет $3N_3$ точек так что останется еще обособленных двойных пересечений:

$$C_p^2 - 3N_3 = N_2.$$

Итак, вообще говоря, построенные дуги дадут:

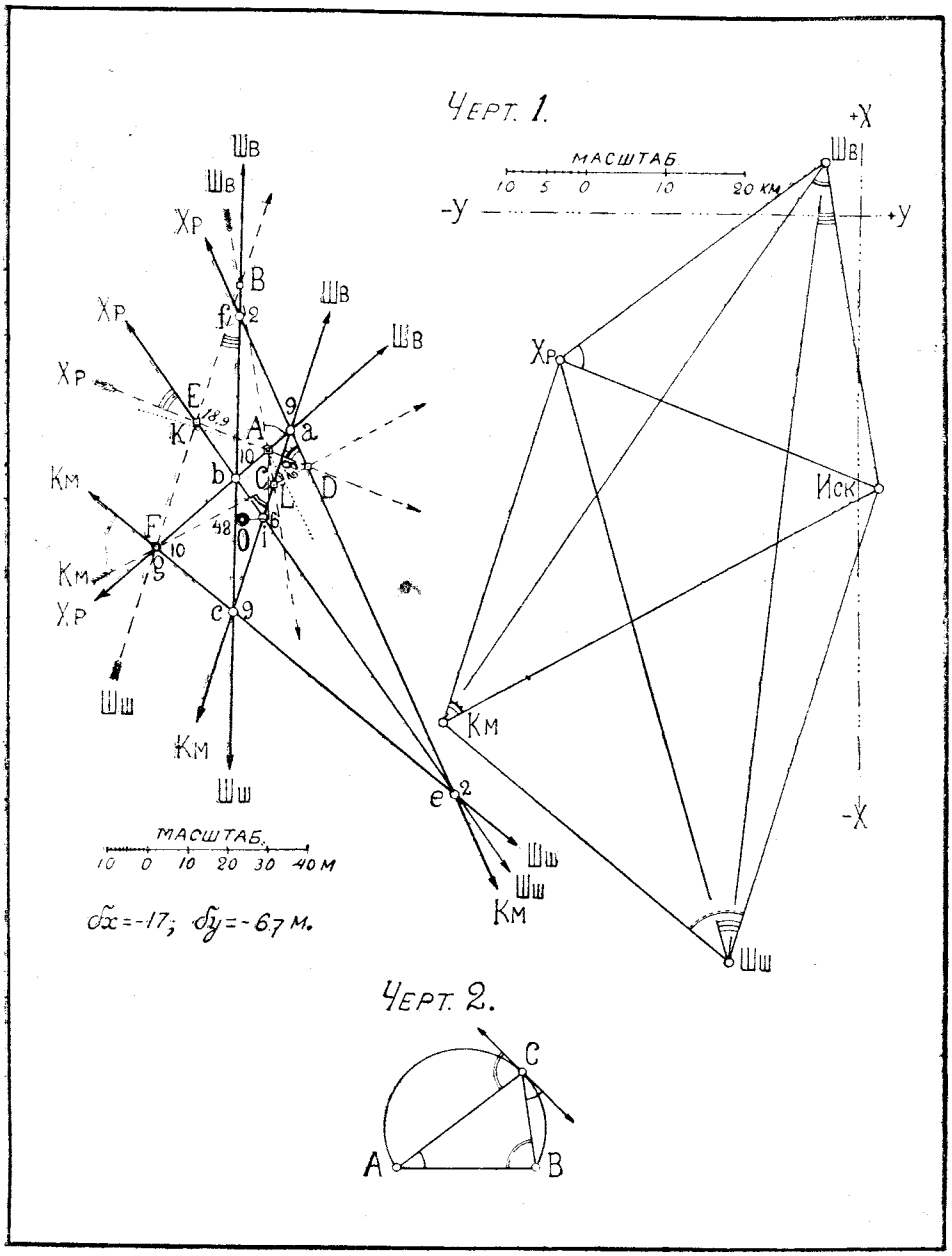
$$\left.\begin{aligned} N_3 &= \frac{n\ (n-1)\ (n-2)}{2\ .\ 3} \quad \ldots\ldots \text{тройных пересечений} \\ N_2 &= \frac{p\ (p-1)}{2} - 3N_3 \quad \ldots\ldots \text{двойных} \quad \text{„} \\ N &= \frac{p\ (p-1)}{2} - 2N_3 \quad \ldots\ldots \text{всех} \quad \text{„} \end{aligned}\right\} \ldots\ldots (1)$$

где **n** — число засечек, а $\mathbf{p} = \frac{n\ (n-1)}{2}$

При **n** = 3 $N_3 = 1$, **p** = 3, $N_2 = 0$ и $N = 1$
„ **n** = 4 $N_3 = 4$, **p** = 6, $N_2 = 3$ и $N = 7$
„ **n** = 5 $N_3 = 10$, **p** = 10, $N_2 = 15$ и $N = 25$.
„ **n** = 6 — всего 65 точек, из коих тройных 20 и т. д.

Число точек пересечения, как видим, очень быстро растет с увеличением числа взятых засечек. Поэтому при **n** > 5 строить фигуру погрешности (II рода) из дуг и ее уравновешивать, как увидим дальше, уже довольно затруднительно.

Фигура погрешности будет состоять из очень пологих дуг, и размеры фигуры будут незначительны по сравнению с радиусами этих дуг, поэтому совершенно резонно взять вместо дуг прямые линии, касательные к этим дугам, и, так как отрезки дуг, входящих в фигуру погрешности, будут очень малы по отношению к своему радиусу,


Черт. 1.
Шв
Шв
Хр
B
f
2
Шв
Шв
Хр
Хр
E
K
A
9
a
b
C
D
L
Км
E'
10
48
0
6
Км
Хр
c
9
Шш
Км
Шш
масштаб
10 0 10 20 30 40 м
δx = -17; δy = -6.7 м.
+X
Шв
масштаб
10 5 0 10 20 км
-y
+y
Хр
Иск
Км
e
2
Шш
Шш
Км
Шш
-X
Черт. 2.
C
A
B

то безразлично, в какой из точек этого отрезка будет проведена к нему касательная.

Задача состоит в том, чтобы для каждой дуги найти по одной точке и затем изыскать способ простого построения касательных.

Подход обычный: исходим из приближенного положения искомой точки, приближенных координат ее, найденных тем или иным путем, в данном случае обычно решением задачи Потенота по выделенным трем точкам, дающим более надежное решение.

Для упрощения перейдем непосредственно к примеру, взятому из Камчатской маршрутной триангуляции вулканов.

13-го июня ст. ст. 1910 года мною были взяты (записывал В. М. Козловский) из селения Камак засечки на вулканы: Ключевской группы, Шивелучь, Харчинский хребет и Шиш одноминутным маленьким теодолитом Гильдебранда. Затем, произведя с Козловским триангуляцию вокруг Шивелуча, мы получили возможность определить положение всех этих вулканов. По предварительным координатам Шиша, Харчинского хребта и вершины Шивелуча были найдены приближенные координаты указанной точки стояния в сел. Камаках. Затем координаты некоторых засеченных точек были изменены, и точка в Камаках получила улучшенные координаты, уравненные графически.

Построение данных и искомой точки в мелком масштабе.

На черт. 1 дана копия с этого уравнивания, произведенного на миллиметровой бумаге.

Справа на чертеже мы имеем искомую и данные точки, нанесенные в мелком масштабе по координатам:

	x	y	абсол. высота (попутно для сведения)
1) Вершина Шивелуча „Шв“.	+ 6676 м.	— 4712 м.	3298 м.
2) Прав. в-на Шиша „Шш“ .	— 93859 „	— 16715 „	2430 „
3) В-на Камня „Км“	— 63918 „	— 52856 „	4617 „
4) Харчинский хребет высш. т. „Хр“	— 18429 „	— 38172 „	1400 „
5) Искомая точка „Иск“ — (приближен.)	— 34128 „	+ 2373 „	— „

В левой части черт. 1 помещены уже в значительно более крупном масштабе фигуры погрешности I и II рода. Фигура I рода, пунктирная с точками пересечения A, B, C, D, E и F, помеченными квадратиками, составлена как бы прямыми засечками, проведенными

из точек, отвечающих данным координатам засеченных вершин, параллельно визирным линиям обратных засечек, ориентированным по приближенному азимуту начального направления, и построена с помощью вычисленных по нижеследующей формуле (2) линейных отклонений **d** этих прямых засечек от приближенного положения искомой точки.

$$\mathbf{d} = \frac{\Delta\alpha}{\rho}\,\mathrm{s} \text{ или } \lg d = \lg\Delta\alpha + \lg\,\mathrm{s} + \bar{4}.464 \ldots\ldots \quad (2)\ ^{1})$$

(достаточны 3-х значн. lg-мы),

где $\Delta\alpha$ — угловое отклонение прямых засечек, равное разности „измеренных“ и „вычисленных“ азимутов, выраженное в минутах.

s — расстояние между искомой и данными точками. Достаточно определить ее прямо из правой части чертежа 1 по масштабу.

ρ — число минут в дуге длиною в радиус.

„Измеренными“ мы называем здесь азимуты, полученные из вычисленного азимута начального (исходного) направления прибавлением измеренных на искомой точке углов или направлений.

„Вычисленные“ азимуты получаются из координат данных точек и приближ. координат искомой.

Результаты предварительных вычислений.

Направления на точки	Вычисленн. плоск. азим.	Измеренн. плоск. азим.	$\Delta\alpha$	d
Шв	350° 08′.95	350° 08′.95	—	—
Шш	197° 43′.33	197° 42′.3	— 1′.03	— 18.9 м.
Км	241° 39′.50	241° 39′.95	+ 0,45	+ 8,2
Хр	291° 09′.95	291° 09′.95	0,0	0,0

Построение фигуры I рода.

В левой части черт. 1 взята произвольная точка A, через нее проведена прямая AB, параллельная начальному направлению Иск Шв правой части. Затем из A проведены в соответствующую сторону (здесь нужно особое внимание) прямые AK и AL, перпендикулярные к направлениям Иск Шш и Иск Км правой части. На этих прямых отложены отрезки AK и AL, равные линейным отклонениям: — 18,9 м. (отложено влево от точки A, смотря по направлению Шш Иск)

[1]) Если $\Delta\alpha$ выражено в секундах, то $\lg d = \lg\Delta\alpha + \lg\,\mathrm{s} + \bar{6},686$.

и + 8,2 м. (отложено вправо от А, смотря по Км Иск). Через точку К и L проведены пунктирные линии КВ и LD параллельные Шш Иск и Км Иск правой части, и они в пределах точности построения являются прямыми засечками с „измеренными“ азимутами: через А проведена еще АЕ, параллельная Хр Иск, так как отклонения для этого направления случайно равны нулю. Теперь мы можем сказать, что точки отмеченные квадратиками, находятся на дугах, вмещающих измеренные углы. Так точка А находится на дуге, вмещающий измеренный угол между направлениями на Хр и Шв, точка В — на дуге, вмещающей угол между Иск Шв и Иск Шш, и т. д. Переходим к построению касательных к этим дугам.

Построение фигуры II рода.

На черт. 2 на стороне АВ построена дуга, вмещающая определенный угол. Ясно, чтобы провести касательную в какой-нибудь точке С этой дуги, не имея центра ее, достаточно в точке С при стороне СВ построить угол А, или же при стороне СА построить угол В.

Это построение и применено для фигуры II рода. Сплошные прямые как раз и представляют соответствующие касательные или в пределах точностей черчения сами дуги, вмещающие измеренные углы, и образуют фигуру погрешностей II рода. Например, прямая **Bb**, представляющая собою отрезок дуги, проходящей через Шв и Шш, построена в точке В отложением при помощи транспортира или циркуля угла EBb равного углу Шш Шв Иск (при пункт. прямой, параллельной стороне Шш Иск, построен угол, равный противолежащему этой стороне углу в треугольнике Шш Шв Иск правой части черт. 1). Аналогично построены и остальные пять сплошных прямых (равные углы отмечены одинаковыми знаками). Как видим, эти прямые образовали 4 тройных точки пересечения: a, b, c и 1 и 3 двойных i, f и g (случайно точка g совпала с точкой F фигуры I) и в то же время проходят через соответствующие вершины фигуры I рода A, B, C, D, E и F. Остается найти наиболее вероятное положение искомой точки, т. е. уравновесить фигуру II рода.

Уравновешивание фигуры II рода.

В условиях маршрутной триангуляции, важно не столько строгое уравновешивание по обычному шаблону, сколько учет всех обстоятельств, сопровождающих то или иное измерение. Наши наблюдения здесь поневоле поспешные, неполные, мы берем то, что нам открывается, промахи легко возможны. Поэтому прежде всего при обработке наблюдений в таких случаях мы должны направить усилия

к тому, чтобы избавиться от грубых ошибок. Для этого наиболее целесообразным является графический метод, где наглядно обнаруживаются промахи и легко находятся им об'яснения. При засечках мы наводим инструмент большею частью на округлую вершину, а не на резко отмеченную точку, т. е. случайные ошибки происходят, главным образом, не от инструментальных ошибок, а от неточности наводки (ошибки визирования). Поэтому приходится считать измеренные углы между визирными линиями безошибочными, а расхождение засечек в фигурах погрешности об'яснять несовпадением визирных линий с истинными направлениями как вследствие случайной (неизвестной) редукции, так вследствие случайной ошибки в центрировке инструмента в случае прямых засечек. Указанное обстоятельство заставляет при выборе наиболее вероятного положения искомой точки в фигуре погрешности I рода (случай только прямых засечек) выдвигать требование, чтобы сумма квадратов расстояний (линейных отклонений) от искомой точки (ее вероятнейшего положения) до измеренных направлений имела наименьшее значение $[dd] = \min.$ а не сумма квадратов угловых отклонений $[\Delta\alpha\Delta\alpha]$, как при обычном уравнивании триангуляции. Требование $[dd] = \min.$ выполняется, если уравненные координаты искомой точки представляют собою общее арифметическое среднее координат всех точек пересечения фигуры погрешности, взятых с весами, пропорциональными квадратам синусов углов пересечения, что в свою очередь может быть получено построением центра параллельных сил, пропорциональных указанным квадратам синусов и приложенных в соответствующих вершинах фигуры погрешности [1]).

При обратных засечках мы имеем фигуру II-го рода, составленную из дуг. По аналогии можно и ее уравновесить также как фигуру I-го рода, считая весы тройных точек пропорциональными квадратам синусов наибольших острых углов, т. е. считая тройные точки одинаковыми с двойными точками, так как прохождение третьей дуги через пересечение двух в тройной точке является обязательным, а не случайным. При случайном же схождении трех направлений или дуг в одной точке, т. е. при обращении некоторого треугольника в точку, надлежит складывать квадраты синусов трех углов. При графическом уравнивании обратных засечек можно подходить и другим путем, а именно, найти сначала наиболее вероятную ориентировку визирных линий, и таким образом получить наиболее вероятную фигуру по-

[1]) Доказательство этого легко вывести из уравнений визирных линий в нормальной форме $x\mathrm{Sn}\alpha - y\,\mathrm{Cs}\alpha - p = 0$, выражая линейное отклонение d при помощи этих уравнений и применяя общее рассуждение при переходе к нормальным уравнениям способа наим. квадр.

грешности I-го рода, составленную, как мы знаем, прямыми, параллельными линиями визирования, и ее уравновесить. Этот путь аналогичен аналитическому способу, когда наряду с поправками к координатам ищется еще и поправка к начальному азимуту. За недостатком места приходится указать только, что получение наиболее вероятной фигуры погрешности I-го рода представляется довольно громоздким.

На черт. 1 уравнена фигура II-го рода, веса точек пересечения даны из разбивки углов от 0 до 90° на десять градаций по следующей таблице:

Таблица 1.

Углы	от	0°	до	13°	дают	вес = 0,0
„	„	13°	„	23°	„	„ = 0,1
„	„	23°	„	30°	„	„ = 0,2
„	„	30°	„	36°	„	„ = 0,3
„	„	36°	„	42°	„	„ = 0,4
„	„	42°	„	48°	„	„ = 0,5
„	„	48°	„	54°	„	„ = 0,6
„	„	54°	„	60°	„	„ = 0,7
„	„	60°	„	67°	„	„ = 0,8
„	„	67°	„	77°	„	„ = 0,9
„	„	77°	„	90°	„	„ = 1,0

Веса точек складывались по закону сложения параллельных сил, постепенно от точки к точке, как представлялось более удобным, при помощи миллиметровой линеечки. Сначала, например, вместо точек **c** и **b** с весами 1,0 (10) получена посредине между ними точка с весом 2,0, затем посредине между точками **a** и **c** точка с весом 1,8, эта последняя сложена с точкой **i**, имеющей вес 0,6, и т. д. В результате мы имеем точку **0** с весом 4,8, отвечающую, как можно утверждать, наиболее вероятнону положению искомой точки. Если теперь опустить из 0 на все дуги (касательные) перпендикуляры и по масштабу взять их длину **d**, то выражения

$$\left.\begin{aligned} M_x &= \pm\sqrt{\frac{[dd]\ [Cs^2\alpha]}{[Sn^2P]\ (p-2)}} \\ M_y &= \pm\sqrt{\frac{[dd]\ [Sn^2\alpha]}{[Sn^2P]\ (p-2)}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (3)$$

представят собою средние квадратичные ошибки уравненных координат искомой точки.

$[Cs^2\alpha]$ = сумме квадратов косинусов азимутов касательных
$[Sn^2\alpha]$ = „ „ синусов „ касательных, при чем
$[Cs^2\alpha] = p - [Sn^2\alpha]$, и $Sn^2\alpha$ достаточно получать по таблице 1, измеряя α в левой части чертежа 1 транспортиром.

p = числу касательных, и $[Sn^2P]$ = весу точки 0, в данном случае 4,8.

Уравненные координаты получаются из координат точки А, данных выше в списке (приближ. координ. искомой точки), прибавлением поправок: $\delta x = -17$ и $\delta y = -6{,}7$ м., взятых непосредственно по масштабу на левой части черт. 1 между точками А и О.

В данном примере мы имеем дело с маршрутной триангуляцией, но и в обычной триангуляции при вставке точек бывают аналогичные условия, когда редукции и ошибкам координат данных точек при близости последних приходится придавать больше значения, чем ошибкам непосредственного измерения углов, и когда совершенно уместно предложенное уравнивание; при этом в соответствии с точностью работ фигура погрешности может быть вычерчена даже в натуральную величину.

При маркшейдерско-геодезических работах на горе Магнитной (Южный Урал) в текущем 1927—28 году с успехом применяется студентами-маркшейдерами Б. А. Ростковским, А. М. Усмановым и К. Ф. Лебедевым изложенный здесь графический способ уравнивания обратных засечек для разведочных скважин и для бетонных столбов километровой и полукилометровой разбивки горного отвода с применением иногда весов самих касательных или с исключением маловесных.

На стр. 406 II т. Handbuch der Vermessungskunde Иордана, изд. 1914 г., выведено, что поступательное перемещение касательной к дуге, вмещающей измеренный угол φ при ошибке $\delta\varphi$ в этом угле выражается:

$$e = \frac{ab}{c}\delta\varphi, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(a)}$$

где $a = BC$, $b = AC$ и $c = AB$ на черт. здесь, а $\varphi = \angle ACB$.
$\delta\varphi$ можно выразить таким равенством:

$$\delta\varphi = \sqrt{\frac{\mu_A^2}{b^2} + \frac{\mu_B^2}{a^2} + \varepsilon^2},$$

где μ_A — средняя ошибка в положении т. А, μ_B — точки В,

ε — ошибка в измерении угла φ, выраженная в аналитич. мере.

μ_A можно считать $= \mu_B = \mu$ и ε приравнять $\frac{\mu}{k}$, тогда

$$\delta\varphi = \mu \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{k^2}} \quad \text{и} \quad e = \frac{\mu}{c} \sqrt{b^2 + a^2 + \frac{a^2 b^2}{k^2}}.$$

Вес p касательной (линии положения) $= \frac{1}{e^2}$, значит

$$p = \frac{1}{\mu^2} \cdot \frac{c^2}{b^2 + a^2 + \frac{a^2 b^2}{k^2}}, \text{ или при одинаковых } \mu:$$

$$p = \frac{c^2}{a^2 + b^2 + \frac{a^2 b^2}{k^2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (б)$$

Для маршрутных триангуляций ε мы считаем равной нулю и $k = \infty$, поэтому вес касательных в этом случае будет:

$$p_n = \frac{c^2}{a^2 + b^2} = \frac{1}{m^2 + n^2}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (в)$$

где $m = \frac{a}{c}$ и $n = \frac{b}{c}$; при этом $m + n \geqslant 1$ и $(m - n) \leqslant 1$

Если придавать доминирующее значение ошибкам измерения углов ε, то вес касательных получится из формулы (а) —

$$p_y = \frac{c^2}{a^2 b^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (г)$$

При некоторых положениях о весе касательной можно судить по синусу в квадрате угла пересечения фигуры погрешности I рода (пунктирной на черт. 1 слева), через вершину которого касательная проходит. При сторонах треугольника m, n и 1 квадрат синуса угла, лежащего против 1, выражается так:

$$Sn^2\varphi = \frac{1}{4} \cdot \frac{[(m+n)^2 - 1] \cdot [1 - (m-n)^2]}{m^2 \cdot n^2} \quad \ldots\ldots \quad (д)$$

При $m = n$: p_n по формуле (в) получится $= \frac{1}{2m^2}$

и по формуле (д) $Sn^2\varphi = \frac{1}{m^2} - \frac{1}{4m^4}$, т. е.

может заменить p_n при $m > 1$.

Формула (в) легко изображается на диаграмме ввиде концентрических кругов. Такая диаграмма значительно упрощает получение весов касательных. При вычерчивании ее должно быть учтено, что $m+n \geqslant 1$ и $m-n \leqslant 1$. Применение весов касательных в примере, данном на черт. 1, вызвало перемещение наиболее вероятного положения искомой точки лишь на 2,5 м. Веса точек пересечения линий положения, как известно, выражаются произведением

$$B = Sn^2 P \,.\, p \,.\, p', \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(е)}$$

где P угол пересечения линий (касательных) а p и p' веса их. При получении веса „тройных" точек берется та пара касательных, которая дает больший вес точки пересечения.

Веса точек пересечения касательных вместо приведенных на черт. 1 получили по формуле (l) такие значения:

для точки a — 2; b — 5; c — 4; e — 0; f — 1; g —2; i — 9.

Введение весов касательных имеет главным образом тот смысл, что при значительном числе их можно из фиг. погрешности совершенно исключить касательные с малым относительно весом, и затем принять веса остальных одинаковыми или взять их с большим округлением.

Легко заметить, что наибольший вес, однако не превышающий 2 по формуле (в), дают касательные к дугам, вмещающим углы при искомой точке таких треугольников, как на черт. 1 справа: Иск. Шш Шв и Иск. Км Шв, а в несколько раз меньший вес имеет касательная Шш Км (слева), отвечающая △ Иск Км Шш, где противолежащая ∠ Иск сторона значительно меньше каждой из двух других сторон, т. е. m и n предшествующих формул больше 1,5.

Веса касательных на черт. 1 слева по формуле (в) получают такое значение: Хр Шв — 0,5; Км Шв—1,4; Шш Шв—1,9; Хр Км—0,4; Хр Шш — 1,1; Км Шш 0,3. Можно три касательных с весами 0,3, 0,4 и 0,5 исключить, при этом положение искомой точки почти сольется с тем, что дает полная фигура. Исключение маловесных касательных позволит сравнительно легко графически уравновесить обратные засечки и на более значительное число точек чем 4 или 5.

Zusammenfassung.

Nach dem ungefähren Azimute der Anfangsrichtung, welcher aus den angenäherten Koordinaten des gesuchten Punktes erhalten wurde, werden die Visierstrahlen der rückwärtigen Einschnitte orientiert. Dann zieht man durch die Punkte, welche durch die Koordinaten der geschnittenen

Punkte bestimmt sind, Linien, parallel den angegebenen angenähert orientierten Visierlinien in dem Sinne, wie man Vorwärtseinschnitte macht, und bekommt damit die angenäherte Fehlerfigur I-ter Ordnung. Durch die Scheitelpunkte dieser Figur ziehen wir laut Zeichnung 2 Tangenten zu den Kreisbögen, welche die gemessenen Winkel einschliessen. Diese Tangenten Können wir als die Kreisbögen selbst betrachten und erhalten auf solche Weise die Fehlerfigur II-ter Ordnung, gebildet durch die Kreisbögen, welche die gemessenen Winkel einschliessen. Diese Figur gleichen wir nach dem Gesetze der Summierung paralleler Kräfte aus, wobei wir das Gewicht der Schnittpunkte proportional den Quadraten der Sinuse der Schnittwinkel annehmen. [1]) Auf Zeichnung 1 ist solche Ausgleichung dargestellt. Rechts sind die gegebenen und gesuchten Punkte im verkleinerten Massstabe aufgezeichnet; links ist durch Punktierlinien in grösserem Massstabe die Fehlerfigur I-ter Ordnung und durch vollausgezogene Linien die Fehlerfigur II-ter Ordnung dargestellt. **a**, **b**, **c** und **e** sind „dreifache" Punkte, deren Gewicht dem grösseren spitzen Winkel entspricht; **f**, **g** und **i** sind „zweifache" Punkte. Die Figur I-ter Ordnung ist nach den linearen Abweichungen d (AK = 18,9 und AL = 8,2) ausgeführt, die nach den Winkelabweichungen $\Delta\alpha$ berechnet sind. Die rechts dargestellte gegenseitige Lage der Punkte erleichtert die Konstruktion der Fehlerfiguren. Das Beispiel ist der Marschroutentriangulation der Vulkane von Kamtschatka in den Jahren 1908 — 1910 entnommen.

---

[1]) Richtiger: Gewicht $= p_s\, p_t \sin^2 P_{s.r}$; $p = \frac{c^2}{a^2 + b^2}$ (Zeichund 2 : c = AB, a = BC b = AC).