Краткія сообщенія.

Х. Е. С. Федоровъ. Правильная тройственная періодичность объемовъ параллелоэдровъ.

Если кубъ тремя взаимно-перпендикулярными центральными *плоскостями раздѣлимъ на восемъ кубиковъ*, то получимъ періодическую операцію, которую безконечно можемъ продолжать въ обѣ стороны. При этомъ объемъ куба уменьшается (или увеличивается) въ восемь разъ то есть два въ кубѣ.

Но этотъ періодъ очень просто раздѣляется на три меньшіе періода съ уменьшеніемъ (или увеличеніемъ) объема въ два раза.

Въ этой періодичности особенную роль играютъ А) центры граней исходнаго куба и В) центры кубовъ низшаго періода.

Если чрезъ точки В) проведемъ плоскости, параллельныя гранямъ октаэдра, то восемь граней послѣдняго, совокупно съ остаточными частями граней исходнаго куба, составляютъ гептапаллелоэдръ (притупленный октаэдръ) вдвое меньшаго объема.

Конечно и въ немъ точки А) занимаютъ положеніе центровъ остатковъ граней куба.

Но точки А) и В) въ совокупности составляютъ вершины ромбическаго додекаэдра (то есть гексапараллелоэдра), объемъ котораго также ровно вдвое меньше объема предъидущаго гептапараллелоэдра и ровно вдвое больше объема куба второго, низшаго періода. Для доказательства перваго достаточно доказательство второго. Второе же прямо дается тѣмъ, что если раздѣлимъ кубъ на шесть тетрагональныхъ пирамидъ, имѣющихъ общею вершиною центръ куба, а основаніями его грани и присоединимъ къ кубу такія же пирамиды съ тѣми же основаніями, но съ вершинами внѣ куба, то этимъ самымъ воспроизведемъ ромбическій додекаэдръ *).

Итакъ, мы имѣемъ слѣдующій тройственный періодъ, если означимъ объемъ куба черезъ k, объемъ притупленнаго октаэдра чрезъ o и ромбическаго додекаэдра чрезъ d: ... $k = 2o$, $o = 2d$, $d = 2k^1$, $k^1 = 2o^1$, $o^1 = 2d^1$... 1).

Такъ какъ параллелоэдрами безъ промежутковъ выполняется безграничное пространство, то этотъ періодическій процессъ приводитъ къ раздѣленію пространства на равныя части, вдвое меньшія или вдвое большія.

Такъ какъ центры параллелоэдровъ составляютъ пространственныя рѣшетки, плотность которыхъ обратно пропорціональна объему параллелоэдровъ, то отсюда слѣдуетъ, что, исходя изъ каждой данной пространственной рѣшетки, мы можемъ безгранично воспроизводить въ обѣ стороны пространственныя рѣшетки вдвое меньшей (или *большей*) *плотности*.

Въ самомъ дѣлѣ, исходя изъ кубической пространственной рѣшетки (соотвѣтствующей кубамъ, какъ параллелоэдрамъ системы), мы, вводя точки (В) въ центрѣ кубовъ рѣшетки, получаемъ вдвое болѣе плотную рѣшетку, соотвѣтствующую притупленчымъ октаэдрамъ; если же присоединимъ точки въ срединѣ реберъ кубовъ, то получимъ еще вдвое болѣе плотную рѣшетку центровъ ромбическаго додекаэдра; при этомъ каждыя четыре ближайшія точки образуютъ правильный тетраэдръ: если еще введемъ точки, дополняющія каждый такой тетраэдръ до куба, то получимъ еще вдвое болѣе плотную рѣшетку, точки которой есть уже центры системы кубовъ, по объему въ восемь разъ меньшихъ объемовъ исходныхъ кубовъ, чѣмъ одинъ періодъ уплотнѣнія и завершается.

Примѣнивъ къ этимъ системамъ точекъ и параллелоэдровъ сдвиги и растяженія (гомогенныя деформаціи), мы обобщимъ доказанную теорему для всевозможныхъ пространственныхъ рѣшетокъ и системъ параллелоэдровъ кубическаго типа.

Табличка 1) находитъ разнообразныя примѣненія и прежде всего къ рѣшенію вопроса о правильности найденнаго основного параллелоэдра (вопроса, разсмотрѣннаго въ этихъ Запискахъ стр. 71).

Напр. атомы *Cu* расположены въ центрахъ ромбическаго додекаэдра: но есть ли онъ правильный основной параллелоэдръ то есть дѣйствительно ли онъ представляетъ наименьшую часть пространства, изъ которой можно вывести всю систему?

Такъ какъ въ расположеніи атомовъ *Cu* мы имѣемъ центры гексакисъ-октаэдрическаго вида симметріи и такъ какъ на периферіи параллелоэдровъ такіе центры имѣются только въ тетрагональныхъ вершинахъ ромбическаго додекаэдра и въ вершинахъ куба, то изъ другихъ, кромѣ р. додекаэдра, параллелоэдровъ можно принять только кубъ, а на табличкѣ объемъ куба (k^1) вдвое меньше, чѣмъ рамбическаго додекаэдра. Слѣдовательно, въ видѣ куба мы получаемъ вдвое меньшую часть пространства, и атомы *Cu* займутъ въ немъ положеніе четырехъ вершинъ (по тетраэдру).

Также, во флюоритѣ имѣется такой же центръ симметріи, и параллелоэдръ наименьшаго объема окажется также кубъ, въ центрѣ коего атомъ *F*, а въ четырехъ вершинахъ атомы *Ca*.

Другія приложенія отмѣчены въ слѣдующихъ замѣткахъ.

5 іюля 1916 г.

*) Какъ видимъ, эта періодичность относится только къ параллелоэдрамъ кубическаго типа, и не относится къ тетрапараллелоэдрамъ (гипогексагональнаго типа).