

18. Работа и давление при прокаткѣ.

С. Н. Петрова.

(Доложено 3 Октября 1916 г.)

Вопросы о работѣ и давленіи при прокаткѣ, очевидно связанные одинъ съ другимъ, уже давно являются предметомъ изслѣдованій, какъ теоретическихъ, такъ и опытныхъ. Число крупныхъ опытныхъ изслѣдованій, посвященныхъ этимъ вопросамъ, невелико. Наиболѣе обширными изъ нихъ являются опыты, произведенные Обществомъ нѣмецкихъ металлурговъ (Verein deutscher Eisenhüttenleute) и опубликованные въ „Stahl und Eisen“ 1881, № 2, и опыты, произведенные инженеромъ Нуппе. Работы Нуппе, относящіяся къ этимъ вопросамъ, представляютъ два ряда опытовъ. Первый имѣлъ цѣлью опредѣленіе работы, затрачиваемой при прокаткѣ. Результаты этого ряда опытовъ изложены въ книгѣ: Puppe, Versuche zur Ermittlung des Kraftbedarfs an Walzwerken, 1909. Второй рядъ опытовъ имѣлъ цѣлью опредѣленіе давленій на валки при прокаткѣ. Его результаты изложены въ статьѣ: Versuche über Walzdrucke an einem Blockwalzwerk. Stahl und Eisen, 1910, №№ 43 и 44. Изъ русскихъ изслѣдователей наиболѣе крупные (и почти единственные) опыты произведены проф. И. А. Тиме на Путиловскомъ заводѣ надъ прокаткою рельсовъ и балокъ. Эти опыты описаны имъ въ статьѣ: „Индикаторные опыты надъ прокаткою стальныхъ рельсовъ и балокъ“, напечатанной въ Горномъ Журналѣ, 1883, т. I. Въ результатъ этихъ опытовъ проф. Тиме опредѣляетъ количество механической работы, которое требуется для удлиненія прокаткой стальной полосы въсѣмъ 1 пудъ въ 2 раза. Можно также отмѣтить, что первыми по времени заводскими опытами для опредѣленія работы, расходуемой при прокаткѣ, являются опыты Бека (Böck, Versuche über den Kraftaufwand beim Walzen von Blech „Jahrbuch der österr. Bergakademien“, Band 21, 1873). Перечисленные изслѣдованія и представляютъ всѣ крупные заводскіе опыты, относящіеся къ разсматриваемымъ вопросамъ. Кромѣ нихъ можно встрѣтить въ литературѣ отчеты лишь объ опытахъ, сравнительно незначительныхъ по размѣрамъ.

Изслѣдователями, разсматривавшими эти вопросы

главнымъ образомъ теоретически, являются Грасгофъ, Блассъ, проф. Феррманнъ, Дени, Кодронъ, проф. Евневичъ, Тонковъ, Верещагинъ, проф. Родзевичъ—Бѣлевичъ и другіе. Я не стану излагать здѣсь выводовъ, къ которымъ приходили различные изслѣдователи; интересующіеся могутъ обратиться къ труду Н. С. Верещагина: „Опредѣленіе работы при продольной прокаткѣ“, 1911, въ которомъ они найдутъ обзоръ литературы по этимъ вопросамъ. Я со своей стороны буду останавливаться лишь на тѣхъ выводахъ другихъ изслѣдователей, къ разсмотрѣнію которыхъ меня приводитъ ходъ моего изслѣдованія.

Отмѣчу здѣсь еще, что теоретическое изслѣдованіе Кодрона сопровождалось также лабораторными опытами надъ прокаткою свинцовыхъ брусковъ между валками небольшого діаметра. На этихъ опытахъ я въ дальнѣйшемъ нѣсколько останавлиюсь, такъ какъ именно эти опыты прежде всего дали мнѣ возможность убѣдиться въ правильности выведенныхъ мною теоретически формулъ.

I. Формулы, предложенныя для опредѣленія полезной работы при прокаткѣ.

Механическая работа, затрачиваемая при прокаткѣ металла, складается изъ двухъ величинъ. Первая—это работа, затрачиваемая собственно на обжатіе и деформацию металла прижатіемъ его между валками, вторая—работа, которая идетъ на преодоленіе вредныхъ сопротивленій въ частяхъ двигателя и тренія цапфъ прокатныхъ валковъ. Первую часть работы можно назвать полезной работой при прокаткѣ. Однимъ изъ основныхъ вопросовъ, рѣшенію которыхъ посвящено настоящее изслѣдованіе, и является вопросъ объ опредѣленіи этой полезной работы. Что касается работы тренія цапфъ, то ея опредѣленіе сводится къ опредѣленію давленія на валки и коэффиціента тренія.

Для выраженія полезной работы при прокаткѣ

было предложено много различныхъ формулъ. Нѣкоторые изъ этихъ формулъ я теперь разсмотрю.

Кодронъ въ своемъ сочиненіи: *Procédés de forgeage dans l'industrie*, 1896, T. I, стр. 310, выводитъ такую формулу для механической работы при прокаткѣ:

$$\begin{aligned} \text{A) } T &= L [a'b' (l'-l) + (b'-b) a'l] = \\ &= L [a'b'l' - lba'] = \\ &= L a' (b'l' - bl) \\ &\text{при } b=b' \\ \text{B) } T &= L a'b (l'-l). \end{aligned}$$

Въ этой формулѣ T означаетъ работу, a , b , l —толщину, ширину и длину болванки до пропуска между валами, a' , b' , l' —толщину, ширину и длину послѣ пропуска. L —коэффициентъ.

Легко убѣдиться, что эта формула по существу неправильна. Кодронъ выводитъ ее изъ того положенія, что механическая работа при прокаткѣ пропорціональна объему перемѣщенного металла. Онъ говоритъ: *Pour transformer par laminage une pièce de dimensions primitives abl en une autre de dimensions finales $a'b'l'$, il faut développer un travail mécanique sensiblement proportionnelle au volume du métal déplacé de l'espace primitif.* (Codron. *Procédés de forgeage*, T. I, стр. 310).

Не останавливаясь на неопредѣленности понятія, заключающагося въ этомъ обоснованіи формулы, именно понятія объ объемѣ перемѣщенного металла, разсмотримъ вопросъ съ слѣдующей стороны:

Пусть первоначальные размѣры болванки будутъ a , b , l , послѣ первой обработки— a' , b' , l' , и послѣ второй— a'' , b'' , l'' . Примемъ, что $b=b'=b''$, т. е. что ширина болванки при пропускѣ не измѣняется. Обозначимъ работу, которую надо затратить, чтобы привести болванку отъ размѣровъ a , b , l къ размѣрамъ a' , b' , l' , черезъ T_1 ; работу, которую надо затратить, чтобы отъ размѣровъ a' , b' , l' , перейти къ размѣрамъ a'' , b'' , l'' , обозначимъ черезъ T_2 , и работу, необходимую для приведенія болванки отъ начальныхъ размѣровъ a , b , l , сразу къ окончательнымъ a'' , b'' , l'' ,—черезъ T . Очевидно, что правильная формула при постоянномъ L должна удовлетворять условію:

$$\text{C) } T = T_1 + T_2$$

Но по формулѣ В имѣемъ:

$$\begin{aligned} T_1 &= L a' b (l' - l) \\ T_2 &= L a'' b (l'' - l') \\ T &= L a'' b (l'' - l) \end{aligned}$$

Поэтому изъ условія С вытекаетъ такое необходимое равенство:

$$L a'' b (l'' - l) = L a' b (l' - l) + L a'' b (l'' - l')$$

Откуда получимъ:

$$(a' - a'') (l' - l) = 0$$

что возможно лишь при $a' = a''$ или $l' = l$. Следовательно, формула, Кодрона не удовлетворяетъ условію:

$$T = T_1 + T_2$$

чѣмъ и доказывается ея неправильность.

Проф. Гавриленко въ своемъ трудѣ: „Механическая технология металловъ“, ч. III, гл. стр. 124 даетъ для полезной работы при прокаткѣ формулу:

$$\text{D) } L_1 = \xi \cdot q \cdot \omega \cdot v$$

гдѣ L_1 означаетъ работу при прокаткѣ въ секунду, ξ —вытяжку, т. е. отношеніе уменьшенія площади сѣченія металла послѣ пропуска къ площади сѣченія передъ пропускомъ, ω —площадь сѣченія передъ пропускомъ, q —давленіе истеченія, v —скорость на поверхности вала.

Такъ какъ $\xi = \frac{\omega - \omega_1}{\omega}$, гдѣ ω_1 есть площадь сѣченія болванки послѣ пропуска, то формула D можетъ быть представлена въ видѣ:

$$\text{E) } L_1 = q (\omega - \omega_1) v$$

Принимая скорость выхода болванки изъ валковъ равною скорости на поверхности вала и умноживъ обѣ части равенства E) на t —продолжительность пропуска болванки между валами, мы получимъ:

$$\text{F) } T_1 = q (\omega - \omega_1) l_1$$

гдѣ l_1 означаетъ длину болванки послѣ пропуска.

Примѣняя тотъ же методъ, при помощи котораго мы показали, что формула Кодрона не можетъ быть правильною, легко убѣдиться, что и формула F, а слѣдовательно, и формула D, которую даетъ проф. Гавриленко, также неправильна. Дѣйствительно, при двухъ послѣдовательныхъ пропускахъ, при которыхъ площадь сѣченія болванки измѣнилась изъ ω въ ω_1 и изъ ω_1 въ ω_2 , а длина—изъ l въ l_1 и изъ l_1 въ l_2 , полезная работа прокатки выразится для перваго пропуска:

$$T_1 = q (\omega - \omega_1) l_1$$

для втораго пропуска:

$$T_2 = q (\omega_1 - \omega_2) l_2$$

Если перейти при одномъ пропускѣ отъ сѣченія ω къ сѣченію ω_2 , то работа при этомъ пропускѣ выразится:

$$T = q (\omega - \omega_2) l_2$$

Если принимать давленіе истеченія при всѣхъ

трехъ пропускахъ одинаковымъ, то при правильной формулѣ должно имѣть мѣсто равенство:

$$T_1 + T_2 = T$$

которое въ данномъ случаѣ приводитъ къ условию:

$$q(\omega - \omega_1) l_1 + q(\omega_1 - \omega_2) l_2 = q(\omega - \omega_2) l_2$$

Откуда вытекаетъ:

$$\omega(l_1 - l_2) = \omega_1(l_1 - l_2)$$

Но послѣднее равенство можетъ имѣть мѣсто только при $\omega = \omega_1$ или при $l_1 = l_2$, откуда слѣдуетъ, что формула D теоретически неправильна.

Формула, предложенная Н. С. Вережанинымъ въ его трудѣ: „Опредѣленіе работы при продольной прокаткѣ“ на стр. 94-ой.

$$G) L_1 = 0,83 \Delta b h (1-k) l$$

гдѣ, L_1 выражаетъ работу, затрачиваемую на деформацию металла за одинъ пропускъ, b , h , l — ширину, толщину и длину прокатываемой болванки, k есть коэффициентъ уменьшенія ручьевъ, т. е.

$k = \frac{q_1}{q}$, причемъ q и q_1 представляютъ площади сѣчений болванки передъ пропускомъ и послѣ пропуска, можетъ быть представлена короче въ видѣ:

$$L_1 = 0,83 \Delta (1-k) v$$

гдѣ v есть объемъ болванки. Къ этой формулѣ можетъ быть примѣнено то же возраженіе, что и къ предыдущимъ.

Одною изъ первыхъ по времени появленія въ печати формулъ для выраженія работы деформации при прокаткѣ является формула, выведенная Финкомъ (Fink. „Theorie der Walzen Arbeit“. Zeitschrift für das Berg-, Hütten- und Salinenwesen in Preussen, B. 22, 1874). Финкъ выражаетъ работу, затраченную въ единицу времени, формулою:

$$H) K = k I \ln \frac{a'}{a_0}$$

гдѣ k означаетъ давленіе на единицу поверхности металла, a_0 — толщину болванки послѣ пропуска между валками, a' — толщину болванки до пропуска между валками, I равно $b a_0 v$, причемъ b есть ширина болванки, v — скорость металла въ сѣченіи, плоскость котораго проходитъ черезъ оси валковъ, иначе скорость выхода металла изъ валковъ; I , слѣдовательно, выражаетъ объемъ металла, проходящій между валками въ единицу времени. При выводѣ своей формулы Финкъ предполагаетъ, что ширина болванки при пропускѣ между валками не мѣняется. Это предположеніе не соответствуетъ дѣйствительности, и Финкъ придавалъ самъ значеніе этому обстоятельству, очевидно не считая свою формулу точною, такъ какъ въ своихъ заключитель-

ныхъ замѣчаніяхъ онъ говоритъ: „Wir haben in den entwickelten Formeln nur dem Umstande Rechnung getragen, dass in der Hauptsache eine einseitige Ausdehnung stattfindet, aber nicht Rücksicht genommen auf die Breitung“. Но это предположеніе относительно неизмѣяемости ширины совершенно излишнее, и, отбросивъ его, мы всетаки можемъ, какъ мы увидимъ дальше, вывести ту же формулу, которая является поэтому болѣе точною, чѣмъ предполагаетъ Финкъ. Изъ формулы Финка можно вывести формулу, данную мною въ статьѣ: „Выводъ нѣкоторыхъ формулъ, относящихся къ обработкѣ металла прокаткою“ (Записки Горн. Инст., т. V вып. I) и найденную мною совершенно независимо отъ формулы Финка, которая была мнѣ во время печатанія упомянутой статьи неизвѣстна, такъ какъ надо сказать, что, хотя имя Финка часто упоминается въ специальной технической литературѣ, но его формула, разсматриваемая сейчасъ, осталась незамѣченной. По крайней мѣрѣ, я встрѣтилъ упоминаніе объ этой формулѣ (и изложеніе вывода Финка) только въ работѣ Р. Р. Тонкова: „Прокатка и калибровка“ (Горн. Ж., 1903, т. 3) и не встрѣтилъ ни одной попытки примѣненія ея къ вычисленію.

Нѣсколько измѣненный выводъ упомянутой выше моей формулы, выражающей работу, затрачиваемую на деформацию болванки при пропускѣ ея между валками, будетъ данъ въ главѣ III-ей настоящей работы.

Наконецъ, отмѣтимъ формулу, выведенную проф. Геррманномъ (Herrmann) въ статьѣ: „Walzarbeit und Walzdruck“ (Stahl und Eisen, 1911, стр. 1706). Геррманнъ даетъ для полезной работы, расходуемой въ единицу времени при прокаткѣ, слѣдующее выраженіе:

$$L_1 = 2 k c_1 b_1 \delta_1 \ln \frac{\delta_0}{\delta_1}$$

Здѣсь k представляетъ радіально направленное сопротивленіе сжатію на единицу поверхности, которое проф. Геррманнъ считаетъ постояннымъ и равнымъ предѣлу текучести (Quetschgrenze), c_1 — скорость металла при выходѣ изъ валковъ, b_1 — ширина бруска послѣ пропуска, δ_1 — толщина бруска послѣ пропуска и δ_0 — толщина бруска передъ пропускомъ. Эта формула отличается отъ формулы Финка коэффициентомъ 2 вмѣсто 1. Этотъ коэффициентъ 2 является результатомъ введенія, по моему мнѣнію ошибочнаго, наряду съ сопротивленіемъ металла сжатію и независимо отъ него еще сопротивленія перемѣщенію частицъ металла въ осевомъ направленіи. Введя это сопротивленіе, проф. Геррманнъ

приходить къ выраженію полезной работы прокатки формулою:

$$L_1 = 2 \int_0^{\alpha} (dX \sin \varphi + dX) r_{\varphi}$$

гдѣ dX означаетъ сопротивленіе металла сжатію, dX —сопротивленіе перемѣщенію частицъ металла въ осевомъ направленіи, φ —дугу на окружности вала отъ точки сѣченія, проведеннаго черезъ оси валковъ, r_{φ} —скорость прохода металла черезъ сѣченіе, параллельное осемъ валковъ и проведенное черезъ конецъ дуги φ . dX по Геррманну равно $dX \sin \varphi$, и такимъ образомъ его формула удваиваетъ величину работы деформации сравнительно съ формулою Финка.

Подводя итогъ вышесказанному, и долженъ сказать, что правильный шагъ при выводѣ формулы работы деформации при прокаткѣ сдѣлалъ Финкъ въ упомянутомъ выше своемъ изслѣдованіи, давъ формулу:

$$K = k \cdot l \cdot \ln \frac{a'}{a_0}.$$

Но онъ не произвелъ никакихъ изслѣдованій относительно множителя k , представляющаго давление на единицу поверхности металла, а просто принялъ его постояннымъ. Именно, въ своей, упомянутой выше, статьѣ на стр. 212 онъ говоритъ: „In wie weit der Werth von k als constant betrachtet werden kann, muss durch Versuche ermittelt werden; wir nehmen ihn vorläufig als constant an, obgleich dies nur bedingungsweise, d. h. ohne Rücksicht auf Reibungswiderstände und etwaige Temperaturveränderungen richtig ist“.

II. Зависимость между сопротивленіемъ прокатываемаго металла сжатію и давлениемъ на валки.

Давленіе металла на валки зависитъ прежде всего, конечно, отъ сопротивленія металла сжатію или, какъ иначе говорятъ въ данномъ случаѣ, отъ давленія истеченія металла, и отъ величины поверхности соприкосновенія между прокатываемымъ металломъ и валкомъ. При этомъ возникаетъ вопросъ о величинѣ удѣльнаго давленія, т. е. давленія, отнесеннаго къ единицѣ поверхности въ различныхъ точкахъ дуги захвата. Измѣрить это давленіе въ различныхъ точкахъ при прокаткѣ непосредственнымъ опытомъ затруднительно, поэтому до сихъ поръ существуютъ относительно этого вопроса лишь предположенія и теоретическія заключенія, выведенныя изъ другихъ извѣстныхъ фактовъ. Взгляды различныхъ изслѣдователей на этотъ вопросъ изложены въ работѣ проф. Родзевича-Бѣлевича: „Объ

удѣльномъ давленіи на валки“. 1913, стр. 6. Грасгофъ, Кодронъ и другіе полагаютъ, что давленіе возрастаетъ отъ 0 въ началѣ дуги захвата до нѣкоторой наибольшей величины, измѣняясь пропорціонально длинѣ дуги отъ точки, лежащей въ плоскости, проходящей черезъ оси валковъ, до точки, въ которой разсматривается давленіе. Проф. Геррманнъ и другіе считаютъ давленіе постояннымъ по всей дугѣ захвата. Проф. Родзевичъ-Бѣлевичъ, посвятившій этому вопросу, какъ уже указано, отдѣльную работу, основывается при разсмотрѣніи его на двухъ положеніяхъ:

1) удѣльное давленіе металла на обжимающую поверхность тѣмъ больше, чѣмъ больше произведенное уже линейное обжатіе;

2) удѣльное давленіе металла на обжимающую поверхность тѣмъ меньше, чѣмъ меньше скорость перемѣщенія обжимающей поверхности.

Съ этими двумя положеніями, конечно, нельзя не согласиться, но они не даютъ еще возможности сдѣлать опредѣленный выводъ относительно измѣненія удѣльнаго давленія по дугѣ захвата. Я вернусь къ вопросу о зависимости удѣльнаго давленія отъ различныхъ причинъ въ одной изъ слѣдующихъ главъ настоящаго изслѣдованія. Пока же замѣчу, что для рѣшенія поставленной нами въ этой главѣ задачи—найти зависимость между сопротивленіемъ металла сжатію и давленіемъ на валки—можно ограничиться разсмотрѣніемъ средняго удѣльнаго давленія, не устанавливая закона измѣненія давленія по дугѣ захвата. Задача эта была разсмотрѣна въ моей замѣткѣ: „Выводъ нѣкоторыхъ формулъ, относящихся къ обработкѣ металла прокаткою“ (Зап. Горн. Инст. т. V, вып. I стр. 34). Привожу здѣсь вкратцѣ выводъ данной въ этой замѣткѣ формулы. Мы разсматриваемъ пропускъ между валками болванки съ прямоугольнымъ сѣченіемъ. Обозначивъ вертикальное давленіе на валокъ черезъ X , удѣльное давленіе—черезъ p , уголъ между радіусомъ вала, проведеннымъ къ точкѣ, въ которой разсматривается давленіе, и плоскостью осей валковъ—черезъ α , уголъ, соответствующій всей дугѣ захвата,—черезъ α_0 , ширину болванки—черезъ b , радіусъ вала—черезъ r , коэффициентъ тренія между валкомъ и прокатываемымъ металломъ—черезъ f и принимая направленіе давленія p по радіусу, мы получимъ уравненіе:

$$X = r \int_0^{\alpha_0} p b \cos \alpha \, d\alpha + f r \int_0^{\alpha_0} p b \sin \alpha \, d\alpha$$

или, взявъ для p и b среднія значенія, будемъ имѣть:

$$X = p b r [\sin \alpha_0 + f (1 - \cos \alpha_0)].$$

Обозначивъ толщину болванки до пропуска между валками черезъ a и толщину послѣ пропуска — черезъ a_1 , мы преобразуемъ послѣднюю формулу въ слѣдующій видъ:

$$1) N = pb \left[\sqrt{(a-a_1) \left(r - \frac{a-a_1}{4} \right)} + f \frac{a-a_1}{2} \right].$$

Если принять во вниманіе, что $\frac{a-a_1}{2}$ представляетъ незначительную величину въ сравненіи съ $2r$, то формулу 1-ую можно замѣнить болѣе простой формулою:

$$2) N = pb \sqrt{(a-a_1) r}$$

которая совпадаетъ съ формулою, выведенною Кодономъ въ его сочиненіи: „Procédés de forgeage“ (1896 г. т. I, стр. 330).

Въ томъ случаѣ, когда давленіе N на валки определено изъ опыта, формулы 1-ая или 2-ая даютъ намъ возможность опредѣлить среднее удѣльное давленіе. Обратно, задавшись среднимъ удѣльнымъ давленіемъ, мы вычислимъ все давленіе на валокъ.

III. Полезная работа, совершаемая при одномъ пропускѣ болванки между валками.

Раньше, чѣмъ приступить къ рѣшенію поставленной здѣсь задачи, рассмотримъ аналогичный, но болѣе простой вопросъ о полезной работѣ при сжатіи призматическаго тѣла между параллельными плоскостями. Сдѣлаемъ пока допущеніе, что давленіе на единицу поверхности остается при сжатіи постояннымъ, а также, что тѣло сохраняетъ призматическую форму. Обозначивъ давленіе на единицу поверхности черезъ p , работу — черезъ T , площадь основанія сжимаемой призмы — черезъ S , высоту — черезъ x и объемъ — черезъ V , мы получимъ:

$$dT = - p S dx$$

Но

$$S = \frac{c}{x}$$

Отсюда:

$$dT = - \frac{p V dx}{x}$$

и

$$3) T = - \int_a^{a_1} \frac{p V dx}{x} = p V \log nat \frac{a}{a_1}$$

гдѣ a есть первоначальная высота призмы и a_1 — окончательная.

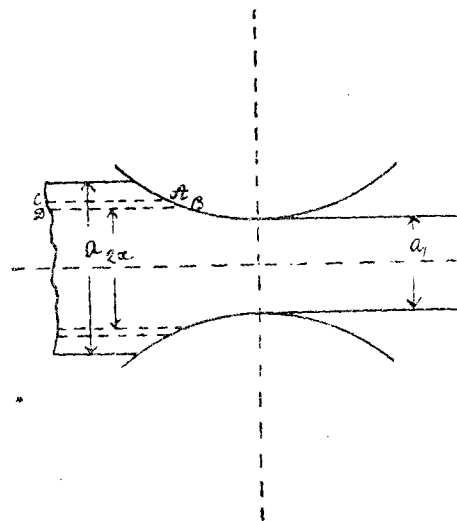
Эта формула была дана Финкомъ въ уже упомянутой выше его работѣ: „Theorie der Walzen-Arbeit“.

Мы приняли здѣсь p постояннымъ; въ действительности p при сжатіи будетъ мѣняться. Вопросъ объ измѣненіи p будетъ нами рассмотрѣнъ дальше.

Теперь мы займемся вычисленіемъ полезной работы при одномъ пропускѣ болванки или бруска съ прямоугольнымъ сѣченіемъ между валками. Этотъ вопросъ былъ мною рассмотрѣнъ въ статьѣ: „Выводъ нѣкоторыхъ формулъ, относящихся къ обработкѣ металла прокаткою“ (Записки Горн. Инст., Т. V, вып. I). Здѣсь я изложу въ измѣненномъ видѣ выводъ формулы, данной мною въ упомянутой статьѣ.

Разсмотримъ болванку, длина которой равна l , ширина — b и высота — a . Разбѣчемъ (черт. 1) эту бол-

Черт. 1.



ванку рядомъ плоскостей, параллельныхъ поверхности болванки и осей валковъ. Пусть двѣ изъ этихъ плоскостей проходятъ черезъ точки А и В — концы бесконечно-малой дуги, взятой на поверхности валка. Всю работу деформации болванки мы можемъ найти суммированьемъ работъ, необходимыхъ для перемѣщенія частицъ металла отъ уровня точки А до уровня точки В, распространяя это суммированье на всю дугу захвата. Легко видѣть, что бесконечно-малая работа, необходимая для перемѣщенія частицъ металла отъ уровня точки А до уровня точки В, выразится формулою

$$\delta T = p \delta V$$

гдѣ δV обозначаетъ объемъ металла, вытѣснимый элементомъ поверхности валка, ограниченнымъ прямыми, проведенными параллельно оси валка черезъ точки А и В, при пропускѣ всей болванки между валками.

Если мы обозначимъ разстояніе отъ оси болванки до плоскости ВД черезъ x и разстояніе между

плоскостями BD и AC через δx , то может положить:

$$\delta V = S \delta x$$

гдѣ S выражаетъ площадь, которую имѣла бы обжимаемая грань болванки, если бы толщину болванки уменьшили до $2x$, (причемъ предполагается, что сѣченіе болванки осталось бы прямоугольнымъ). Отсюда слѣдуетъ, что

$$S = \frac{V}{2x}$$

гдѣ V есть объемъ всей болванки.

На основаніи изложеннаго находимъ, что вся работа деформациі при пропускѣ болванки между валками выразится формулою:

$$T = 2 \int_{a_1}^{\frac{a'}{2}} \frac{p V dx}{2x}$$

Слѣдовательно, имѣемъ:

$$4) \quad T = p V \log nat - \frac{a}{a_1}$$

Эта формула, выведенная мною независимо отъ формулы Н) Финка, приведенной въ главѣ I-ой, можетъ быть легко получена и какъ слѣдствіе формулы Финка:

$$K = k J \ln \frac{a'}{a_0}$$

Именно, если предположить скорость выхода болванки изъ валковъ постоянной, то, умноживъ обѣ части этого равенства на продолжительность пропуска t , мы получимъ:

$$Kt = k Jt \ln \frac{a'}{a_0}$$

или

$$T = k V \ln \frac{a'}{a_0}$$

Если же скорость прокатки во время пропуска мѣняется, то умножимъ формулу Финка почленно на dt , гдѣ t есть время, протекшее отъ начального момента пропуска болванки, и проинтегрируемъ:

$$\int_0^t K dt = \int_0^t k J \ln \frac{a'}{a_0} dt$$

Вообще k будетъ зависѣть отъ скорости прокатки. Если же примемъ k постояннымъ (или иначе, замѣнимъ переменную величину k ея среднимъ значеніемъ), то получимъ:

$$\int_0^t K dt = k \ln \frac{a'}{a_0} \int_0^t J dt$$

или

$$T = k V \ln \frac{a'}{a_0}$$

Но при этомъ надо принять во вниманіе, что Финкъ вывелъ свою формулу при условіи, что ширина бруска b при пропускѣ не мѣняется, тогда какъ нашъ выводъ формулы 4-ой свободенъ отъ этого условія.

Если мы рассмотримъ работу деформациі при измѣненіи толщины бруска отъ a до a_1 , равную

$$T_1 = p V \log \frac{a}{a_1}$$

—работу деформациі при дальнѣйшемъ измѣненіи толщины того же бруска отъ a_1 до a_2 :

$$T_2 = p V \log \frac{a_1}{a_2}$$

—наконецъ, работу, которую надо затратить при измѣненіи толщины бруска сразу отъ a до a_2 :

$$T = p V \log \frac{a}{a_2}$$

то увидимъ, что формула 4-ая при постоянномъ p удовлетворяетъ условію:

$$T = T_1 + T_2$$

IV. Примѣненіе выведенныхъ формулъ къ опытнымъ даннымъ.

Примѣнимъ формулы:

$$2) \quad N = p b V (\bar{a} - a_1) r$$

и

$$4) \quad T = p V \log nat \frac{a}{a_1}$$

къ результатамъ опытовъ, при которыхъ были произведены измѣренія давленія прокатываемаго металла на валки и работы, затраченной при одномъ пропускѣ металла. Такимъ образомъ мы можемъ проверить, насколько согласуются съ результатами опытовъ эти выведенныя теоретически формулы.

Прежде всего я воспользуюсь для этой цѣли лабораторными опытами Кодрона, произведенными надъ свинцовыми брусками. Эти опыты приведены въ его трудѣ: „Procédés de forgeage“, 1896, т. I, стр. 330. Такъ какъ я считаю весьма важнымъ выяснитъ соответствие между формулами и практическими результатами, то я разсмотрю всѣ опыты Кодрона, при которыхъ было извѣстно давленіе на валки.

Въ нижеслѣдующей таблицѣ я привожу тѣ изъ данныхъ Кодрона, которые нужны для нашихъ вычисленій, и результаты вычисленій по формуламъ 2-ой и 4-ой.

Таблица № 1.

№№ пропусковъ между валками.	БРУСОКЪ.	Размѣры, которые принималъ послѣ- довательно брусокъ.			Удѣльное давленіе въ кв. мм. вычис- ленное по формулѣ: $p = \frac{N}{b\sqrt{(a-a_1)r}}$	Полезная работа по дан- нымъ Кодрона при од- номъ пропускѣ въ килогр.—метр.	Полезная работа, вычи- сленная по формулѣ: $T = p \sqrt{\log \frac{a}{a_1}}$ въ килогр.—метр.
		Длина въ мм.	Ширина въ мм.	Толщина въ мм.			
№ 2.							
0	Брусокъ свинца, прока-	1000	20	20	—	—	—
1	танный между валками	1125	20,6	17,2	2	119	121
2	въ 100 мм. діаметромъ	1290	21,1	14,7	2,06	130	129
3	при постоянномъ да-	1482	21,6	12,5	2,14	142	139
4	вленіи въ 480 килогр.	1690	22	10,7	2,32	153	144
5		1970	22,5	9,0	2,34	167	162
6		2420	22,9	7,4	2,36	190	185
7		2860	23,4	5,9	2,39	203	216
8		3650	23,8	4,6	2,52	238	252
9		4880	24,1	3,4	2,58	281	312
№ 3.							
0	Брусокъ свинца, прока-	1000	20	20	—	—	—
1	танный между валками	1070	20,4	18,5	2,00	72	62,4
2	въ 100 мм. діаметромъ	1120	20,8	17,1	2,04	75	63,6
3	при постоянномъ да-	1200	21,1	15,8	2,08	81	65,8
4	вленіи въ 350 килогр.	1290	21,3	14,5	2,04	84	70,0
5		1382	21,8	13,2	2,02	91	75,0
6		1520	22,0	12,0	2,06	96	78,5
7		1660	22,3	10,8	2,04	99	86,0
8		1850	22,6	9,6	2,01	106	94,5
9		2070	22,9	8,4	1,98	116	106
10		2350	23,2	7,3	2,04	128	115
11		2700	23,4	6,3	2,12	135	125
12		3130	23,6	5,4	2,21	150	136
13		3700	23,8	4,5	2,20	177	160
№ 5.							
0	Брусокъ свинца, прока-	1000	20	20	—	—	—
1	танный между валками	1120	21	17	2,86	171	186
2	въ 167 мм. діаметромъ	1270	21,7	14,5	3,02	171	193

№№ пропусковъ между валками.	БРУСОКЪ.	Размѣры, которые принималъ послѣдовательно брусокъ.			Удѣльное давленіе въ кил. на кв. мм. вычисленное по формулѣ: $p = \frac{N}{b \sqrt{(a-a_1) r}}$	Полезная работа по данному Кодоуна при одномъ пропускѣ въ килгр.—метр.	Полезная работа, вычисленная по формулѣ: $T = p \sqrt{\log \frac{a}{a_1}}$ въ кил.—метр.
		Длина въ мм.	Ширина въ мм.	Толщина въ мм.			
	№ 5						
3	при постоянномъ давленіи въ 930 килогр.	1450	22,3	12,3	3,12	186	206
4		1680	23,1	10,3	3,18	222	226
5		2060	23,7	8,2	3,00	253	274
6		2480	24,3	6,6	3,36	280	292
7		3130	25,0	5,2	3,49	323	333
8		4000	25,5	3,9	3,54	382	407
9		5480	26,0	2,8	3,78	454	500
10		7900	26,5	1,9	4,05	572	628
11		12420	26,9	1,2	4,55	620	836
12		16300	27,2	0,9	6,90	624	790
13		24200	27,4	0,6	8,35	740	1350
14		36400	27,6	0,4	8,30	800	1340
15		48000	27,7	0,3	11,7	734	1340
16		72000	27,8	0,2	11,6	825	1880
17		143000	27,9	0,1	11,6	1368	3220
18		286000	28,0	0,05	16,3	1640	4520
	№ 6						
0	Брусокъ свинца, прока- танный между валками въ 167 мм. діаметромъ при постоянномъ да- вленіи въ 350 килогр.	1000	20	20	—	—	—
1		1032	20,2	19,1	2,01	30	37
2		1080	20,3	18,3	2,14	32	36,6
3		1110	20,4	17,6	2,25	32	35
4		1150	20,5	16,9	2,24	34	36,4
5		1194	20,6	16,3	2,41	34	35
6		1230	20,7	15,7	2,40	35	36
7		1270	20,8	15,1	2,38	36	37
8		1310	20,9	14,6	2,60	36	35
9		1350	21,0	14,1	2,58	37	36
10		1400	21,1	13,6	2,57	37	37
11		1440	21,2	13,1	2,56	40	38,4

№№ пропусковъ между валками.	БРУСОКЪ.	Размѣры, которые принимаютъ послѣдовательно брусокъ.			Удѣльное давленіе въ кил. на кв. мм., вычисленное по формулѣ: $p = \frac{N}{b \sqrt{(a-a_1) r}}$	Полезная работа по дан-нымъ Кодрона при од-номъ пропускѣ въ килогр.—метр.	Полезная работа вычи-сленная по формулѣ: $T = p \sqrt[3]{\log \frac{a}{a_1}}$ въ кил.—метр.
		Длина въ мм.	Ширина въ мм.	Толщина въ мм.			
12	№ 6.	1490	21,3	12,6	2,55	41	39,6
13		1540	21,4	12,1	2,54	42	41,1
14		1590	21,5	11,6	2,52	43	42,5
15		1660	21,6	11,1	2,52	45	44,5
16		1720	21,7	10,7	2,80	44	41,1
17		1780	21,8	10,3	2,79	45	42,5
18		1830	21,9	9,9	2,78	46	44
19		1910	22,0	9,5	2,76	49	45,5
20		2050	22,1	9,1	2,74	52	47,2
21		2060	22,2	8,7	2,73	53	49,1
22		2150	22,3	8,3	2,72	55	51,2
23		2250	22,4	7,9	2,72	58	53,6
24		2370	22,5	7,5	2,70	60	56,0
25		2490	22,6	7,1	2,69	63	59,0
26		2630	22,7	6,7	2,67	67	62,0
27		2780	22,8	6,3	2,67	71	65,7
28		2940	22,9	5,9	2,65	75	69,5
29		3150	23,0	5,5	2,64	80	74,2
30		3380	23,1	5,1	2,63	86	79,5
31		3670	23,2	4,7	2,62	93	85,6
32		3950	23,3	4,3	2,60	101	92,5
33		4350	23,4	3,9	2,59	111	101
34		4820	23,5	3,5	2,58	123	112
35		5400	23,6	3,1	2,58	138	125
36		6040	23,7	2,8	2,95	142	120
37		6670	23,8	2,5	2,94	144	133
38		7540	23,9	2,2	2,93	162	150
39		8890	24,0	1,9	2,92	192	171

Изъ приведенныхъ данныхъ мы видимъ, что количество полезной работы, определенное по формулѣ 4-ой, достаточно хорошо согласуется съ числами, данными Кодономъ въ его таблицахъ, пока длина прокатываемаго бруска не слишкомъ велика. Когда же длина прокатываемаго бруска достигаетъ значительныхъ размѣровъ, что имѣетъ мѣсто въ опытахъ съ брускомъ № 5, результаты моихъ вычислений и вычислений Кодоны начинаютъ расходиться все болѣе и болѣе. Для объясненія этого обстоятельства слѣдуетъ принять во вниманіе, что числа Кодоны получены такимъ образомъ: Кодоны определялъ непосредственно изъ опыта всю работу, затрачиваемую при одномъ пропускѣ бруска между валками, вычислялъ работу силы тренія, принимая силу тренія на поверхности цапфы валка приблизительно равную $\frac{1}{7}$ давленія N на валки, и находилъ полезную работу, вычитая изъ всей работы вычисленную имъ работу тренія. Но при возрастаніи длины бруска (или при уменьшеніи его толщины), въ случаѣ постоянного давленія на валки, движущая сила F , какъ мы видимъ, изъ таблицъ Кодоны, уменьшается. Соответственно этому уменьшается разность $F - fN$ (представляющая движущую силу, соответствующую полезной работѣ), а потому небольшая процентная ошибка въ опредѣленіи коэффициента тренія f можетъ вызвать очень большое процентное отклоненіе разности $F - fN$. Въ тѣхъ случаяхъ, гдѣ ошибка въ опредѣленіи коэффициента тренія не могла значительно отразиться на вычисленіи полезной работы у Кодоны, его числа довольно близки къ моимъ. Его числа расходятся съ моими только тогда, когда небольшая ошибка въ опредѣленіи коэффициента тренія должна была замѣтно отразиться на его вычисленіи полезной работы. Такіе случаи мы и имѣемъ въ послѣднихъ пропускахъ бруска № 5. Для 18-го пропуска, напримѣръ, вмѣсто 1640 кил.—метр. по Кодоны, формула 4-ая даетъ 4520 кил.—метр. Но если исходить при вычисленіи изъ количества полезной работы, получаемой по формулѣ 4-ой, то оказывается, что сила тренія должна равняться 62 килогр. вмѣсто 72 килогр.—величины силы тренія

принимаемой Кодоны. Такъ какъ и при всѣхъ остальныхъ пропускахъ этого бруска полезная работа, вычисленная Кодоны, оказывается слишкомъ малою въ сравненіи съ величиною, даваемою формулою 4-ою, то можно полагать, что въ данномъ случаѣ Кодоны ошибочно принялъ коэффициентъ тренія слишкомъ большимъ.

Это предположеніе находитъ себѣ подтвержденіе въ изслѣдованіяхъ тренія между смазанными частями машинъ. Такъ, Н. П. Петровъ при изслѣдованіи законовъ тренія между хорошо смазанными частями машинъ пришелъ между прочимъ къ выводу, что сила тренія пропорціональна корню квадратному изъ полныхъ давленій между трущимися поверхностями. (Н. П. Петровъ. Описаніе и результаты опытовъ надъ треніемъ жидкостей и машинъ 1886 г.) Иначе говоря, коэффициентъ тренія обратно пропорціоналенъ корню квадратному изъ давленія. По опытамъ Деттмара (*Elektrotechn. Zeitschr.* 1899, стр. 380) коэффициентъ тренія для цапфъ въ извѣстныхъ предѣлахъ, именно при давленіи отъ 30 до 44 кил. на кв. сант., даже обратно пропорціоналенъ давленію. Кодоны же при своихъ вычисленіяхъ принимаетъ коэффициентъ тренія почти постояннымъ. Отсюда вытекаетъ, что для большихъ давленій значеніе силы тренія у него должно оказаться слишкомъ большимъ, что согласуется съ сказаннымъ раньше.

Въ итогѣ, принимая въ вниманіе оговорку относительно послѣднихъ пропусковъ бруска № 5, мы должны заключить, что опыты Кодоны подтверждаютъ правильность формулы 4-ой. Результаты вычислений по другимъ, приведеннымъ въ главѣ 1-ой, формуламъ болѣе удалены отъ данныхъ Кодоны. Для примѣра я примѣню формулу F) (глава 1-ая), вытекающую изъ формулы, приведенной въ курсѣ проф. Гавриленко (*Механ. Технол. метал.*, ч. III, стр. 124) къ опытамъ Кодоны надъ брусками № 2 и № 3. Результаты для сравненія привожу рядомъ съ данными Кодоны и числами, полученными по форм. 4-ой. Въ приводимыхъ формулахъ p и q имѣютъ одно и то-же значеніе.

Полезная работа въ кил.—метр.

Брусокъ № 2 Пропуски.	по Кодрону.	по формулѣ 4-ой: $T = \rho \sqrt{\log \frac{a}{a_1}}$	по формулѣ $T = q (c_0 - c_1) l_1$
1	119	121	112,5
2	130	129	119,8
3	142	139	127
4	153	141	129,2
5	167	162	157
6	190	185	211
7	203	216	177
8	238	252	276
9	281	312	353
Брусокъ № 3			
Пропуски			
1	72	62,4	65
2	75	63,6	52,5
3	81	65,8	55
4	84	70,0	63
5	91	75,0	61,5
6	96	78,5	75
7	99	86,0	74,5
8	106	94,5	93
9	116	106	98,5
10	128	115	110
11	135	125	126
12	150	136	138
13	177	160	163

Формула проф. Геррманна, приведенная въ главѣ 1-ой, даетъ для T удвоенныя значенія сравнительно съ формулою 4-ой.

Примѣненіе нашихъ формулъ 2-ой и 4-ой къ опытамъ, произведеннымъ надъ прокаткою листового

Зап. Горн. Инст., т. VI, вып. 2.

железа на заводѣ Schulz, Knautt и С^о въ Эссенѣ и описаннымъ въ статьѣ проф. И. А. Тиме: „Индикаторные опыты надъ прокаткою стальныхъ рельсовъ и балокъ“ (Горный Журналъ, 1883 г.) и въ статьѣ Е. Бласса: „Zur Theorie des Walzprocesses“ (Stahl und Eisen, 1882, № 7) дали также удовлетворительные результаты (См. мою статью: „Къ вопросу объ опредѣленіи работы при прокаткѣ“. Зап. Горн. Инст. Т. VI, вып. 1).

Далѣе, какъ уже было сказано въ вступленіи къ нашему изслѣдованію, весьма обширные опыты относительно работы и давления при прокаткѣ были произведены инженеромъ Нунне. Но первый рядъ его весьма обстоятельныхъ опытовъ, описанныхъ въ книгѣ: „Versuche zur Ermittlung des Kraftbedarfs an Walzwerken“, опытовъ, измѣренія при которыхъ были произведены посредствомъ очень точныхъ приборовъ, не содержитъ въ себѣ данныхъ относительно давления на валки. Такимъ образомъ при этихъ опытахъ, удѣльное давление p непосредственно на основаніи опыта не опредѣляется. Второй же рядъ опытовъ на которомъ мы впоследствии остановимся при разсмотрѣніи вопроса объ удѣльномъ давленіи при прокаткѣ, содержитъ въ себѣ данныя, относящіяся исключительно къ давленію на валки при прокаткѣ болванокъ, и только въ двухъ опытахъ опредѣлена работа при каждомъ пропускѣ болванки. По этому къ опытамъ Нунне мы обратимся лишь тогда, когда разсмотримъ вопросъ объ удѣльномъ давленіи при прокаткѣ.

Кромѣ того числа, данныя въ книгѣ Нунне въ въ графѣ подъ названіемъ: „чистая работа прокатки“, (reine Walzarbeit) представляютъ не одну работу деформаци, а сумму этой работы съ работою тренія цапфъ вследствие увеличеннаго при пропускѣ металла давленія на валки. Поэтому намъ надо будетъ ранѣе разбора опытовъ Нунне разсмотрѣть вопросъ о работѣ тренія цапфъ и о другихъ видахъ вредныхъ сопротивленій при прокаткѣ.

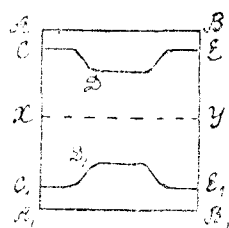
Во всякомъ случаѣ, если мы будемъ сейчасъ смотрѣть на опыты съ точки зрѣнія проверки нашихъ формулъ, то можно признать, что условія лабораторныхъ опытовъ болѣе благоприятствуютъ точности полученныхъ результатовъ, нежели условія заводскихъ опытовъ. Нунне въ своей уже неоднократно упомянутой книгѣ: „Versuche zur Ermittlung des Kraftbedarfs an Walzwerken“ на стр. 29 говорить: „... Die Grösse der Umformungsarbeit wird sich durch Messung an Walzstrassen überhaupt kaum völlig einwandfrei durchführen lassen. . . . die Kräfte, welche durch die Vermehrung der Kammwalzen und Lagerreibung bezw. auch noch durch Seilreibung verzehrt werden . . . entziehen sich vorläufig noch

völlig unserer Kenntniss“. Поэтому я и остановился въ этой главѣ такъ долго на опытахъ Кодрона, желая выяснить соответствие нашихъ формулъ даннымъ опыта.

V. Полезная работа прокатки при одномъ пропускѣ въ случаѣ болѣе сложныхъ профилей.

Пусть ABB_1A_1 (см. черт. 2) будетъ одинъ профиль, $CDEE_1D_1C_1$ —другой, непосредственно слѣдующій за первымъ. Пусть XU будетъ ось симметрии

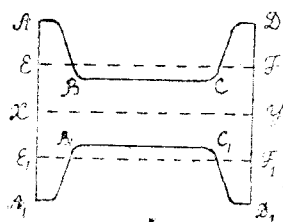
Черт. 2.



каждаго изъ этихъ профилей, и положимъ, что ширина того и другого профиля одна и таже. Такимъ образомъ при пропускѣ между валками поверхность металла отъ первоначальнаго положенія, опредѣляемаго линіею AB , перейдетъ въ положеніе, опредѣляемое линіею CDE . Опредѣлимъ работу при разсматриваемой деформациіи металла, т. е. при переходѣ отъ профиля ABB_1A_1 къ профилю $CDEE_1D_1C_1$.

Разсѣчемъ прокатываемую болванку плоскостью, перпендикулярною къ оси болванки, и разсмотримъ измѣненіе этого сѣченія при проходѣ болванки между валками. Пусть, какъ и раньше, XU есть ось сим-

Черт. 3.



гдѣ L_1 —длина болванки до пропуска и L_2 —длина послѣ пропуска, приметъ видъ:

$$14) \quad T = p V \log \frac{L_2}{L_1}$$

Если ширина b измѣняется, то, обозначивъ ширину до пропуска черезъ b_1 и послѣ пропуска—черезъ b_2 , мы получимъ на основаніи равенства:

$$15) \quad \xi_1 L_1 b_1 = \xi_2 L_2 b_2$$

формулу:

$$16) \quad T = p V \log \frac{L_2 b_2}{L_1 b_1}$$

Наконецъ съ небольшимъ видоизмѣненіемъ въ доказательствѣ можно вывести тѣ же формулы 14-ую и 16-ую и для того случая, когда профиль не симметриченъ относительно оси валковъ. Именно, въ этомъ случаѣ ось симметріи просто замѣнится прямою, проходящею черезъ центр тяжести сѣченія.

VI. Работа, затрачиваемая на преодоленіе тренія между валками и поверхностью прокатываемаго металла.

Разсмотримъ пропускъ между валками болванки съ прямоугольнымъ сѣченіемъ, причемъ имѣетъ мѣсто только прямое давленіе. Обозначимъ по прежнему ширину болванки черезъ b , радіусъ валковъ—черезъ r , коэффициентъ тренія между поверхностями

ственно дѣйствующая на болванку и заставляющая ее проходить между валками, преодолевая сопротивление сжатію и силу инерціи, есть сила тренія между поверхностями валковъ и металла. Легко найти соотношеніе между величиною коэффициента тренія и угла, соответствующаго дугѣ захвата. Для этого напомнимъ условіе статическаго равновѣсія, приравнявъ 0 сумму проекцій на направленіе прокатки силъ, дѣйствующихъ на болванку. Сила тренія, дѣйствующая на элементъ поверхности болванки, соответствующій всей ширинѣ болванки b и бесконечно-малому углу $d\alpha$, выразится черезъ

$$f p b d\alpha$$

гдѣ p означаетъ удѣльное давленіе на прокатываемый металл. Давленіе на тотъ же элементъ по нормальному къ поверхности валка направленію выразится черезъ

$$p r d\alpha$$

Сила инерціи, дѣйствующая на частицу металла съ массою m , равна— $m \frac{d^2x}{dt^2}$, гдѣ x означаетъ разстояніе этой частицы отъ нѣкоторой постоянной плоскости перпендикулярной къ направленію прокатки. Отсюда упомянутое условіе равновѣсія выразится уравненіемъ:

$$17) \quad \int_0^{\alpha_0} f p r \cos \alpha d\alpha = \int_0^{\alpha_0} p r \sin \alpha d\alpha + \sum m \frac{d^2x}{dt^2}$$

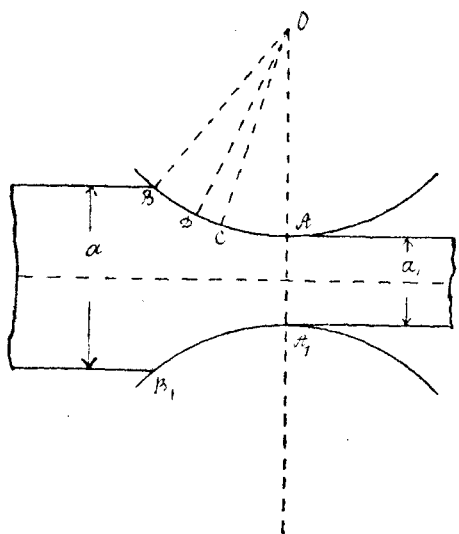
Если вращеніе валковъ во время пропуска остается равномернымъ, слѣдовательно, скорость металла послѣ выхода изъ валковъ остается постоянною, также какъ и скорость передъ входомъ въ валки, то знакъ суммы распространяется лишь на объемъ болванки, ограниченный плоскостями AA_1 и BB_1 (см. черт. 4) Легко видѣть, что величина этой силы незначительна въ сравненіи съ другими членами уравненія. Если мы пренебрежемъ на этомъ основаніи послѣднимъ членомъ, то уравненіе приметъ видъ:

$$18) \quad \int_0^{\alpha_0} f p r \cos \alpha d\alpha = \int_0^{\alpha_0} p r \sin \alpha d\alpha$$

Коэффициентъ f въ лѣвой части уравненія будетъ или положительнымъ для всей поверхности сопротивления прокатываемаго металла съ валкомъ, если опереженіе равно 0 или если скорость выхода металла изъ валковъ меньше скорости валковъ, или же этотъ коэффициентъ для части поверхности надо взять отрицательнымъ—именно тогда, когда имѣетъ мѣсто опереженіе.

Изъ предыдущаго вытекаетъ, что условіе, при

Черт. 4.



валка и прокатываемаго металла—черезъ f , уголъ AOB (см. черт. 4), соответствующій дугѣ захвата,—черезъ α_0 и уголъ AOC —черезъ α . Сила, непосред-

которомъ процессъ прокатки возможенъ, выразится формулою:

$$19) \quad \int_0^{\alpha_0} f p r \cos \alpha d\alpha \geq \int_0^{\alpha_0} p r \sin \alpha d\alpha$$

причемъ f мы беремъ для всей поверхности положительнымъ, т. е. предполагаемъ отсутствіе опереженія.

Если принять для p нѣкоторое среднее значеніе, то изъ условія 19-го послѣ интегрированія и сокращенія получимъ

$$f \sin \alpha_0 \geq 1 - \cos \alpha_0$$

или

$$20) \quad f \geq \operatorname{tg} \frac{\alpha_0}{2}$$

Если $f > \operatorname{tg} \frac{\alpha_0}{2}$, то въ силу уравненія 18-го для части поверхности соприкосновенія f надо взять съ минусомъ, т. е. будетъ имѣть мѣсто опереженіе, притомъ въ тѣмъ большей степени, чѣмъ сильнѣе это неравенство. Однако, не останавливаясь подробно на вопросѣ объ опереженіи, я замѣчу только, что величина его зависитъ также и отъ другихъ условій, и между прочимъ, очевидно, отъ отношенія $\frac{a}{a_1}$, гдѣ a и a_1 по прежнему означаютъ толщину болванки передъ пропускомъ и послѣ проуска.

Если значеніе f близко къ $\operatorname{tg} \frac{\alpha_0}{2}$, то опереженія не будетъ. При достаточно большомъ значеніи α_0 можетъ имѣть мѣсто скольженіе металла, которое будетъ тѣмъ сильнѣе, чѣмъ больше уголъ α_0 , пока, наконецъ, при слишкомъ большомъ значеніи α_0 , процессъ прокатки не станетъ совершенно невозможнымъ.

Для примѣра рассмотримъ нѣкоторые данныя въ книгѣ Нунне: „Versuche zur Ermittlung des Kraftbedarfs an Walzwerken“, табл. 56, пропускъ 8-ой. Средній радіусъ прокатного вала $r=375$ мм., $a=220$ мм., $a_1=134$ мм. Продолжительность проуска $t=7,79$ сек. Длина болванки послѣ проуска $l=5445$ мм. Среднее число оборотовъ вала въ минуту $n=23,4$. Скорость выхода металла изъ валковъ мы находимъ по формулѣ:

$$V = \frac{l}{t} = 700 \text{ мм.}$$

Среднюю скорость на поверхности валковъ—по формулѣ:

$$V_1 = \frac{\pi r_1 n}{30}$$

причемъ r_1 принимаемъ равнымъ $r - \frac{a_1}{2} = 308$ мм.

Находимъ $V_1=755$ мм.

Слѣдовательно, въ этомъ случаѣ металлъ движется медленнѣе, нежели поверхность валковъ, т. е. имѣетъ мѣсто скольженіе, что объясняется большою дугою захвата. Уголъ захвата, опредѣляемый по формулѣ

$$1 - \cos \alpha_0 = \frac{a - a_1}{2r}$$

равенъ $30^{\circ}40'$, а $\operatorname{tg} \frac{\alpha_0}{2} = 0,27$. Отсюда можно заключить на основаніи приведенныхъ выше соображеній, что коэффициентъ тренія f имѣетъ въ данномъ случаѣ значеніе, близкое къ 0,27.

Если мы приближенно замѣнимъ $\operatorname{tg} \frac{\alpha_0}{2}$ черезъ

$\sin \frac{\alpha_0}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{a - a_1}{r}}$, то формулу 20-ую можно представить въ видѣ:

$$21) \quad f \geq \frac{1}{2} \sqrt{\frac{a - a_1}{r}}$$

Съ другой стороны изъ выведенной мною въ статьѣ: „Сопротивленіе металла сжатію между двумя валками при прокаткѣ“ (Зап. Горн. Инст. т. V, вып. II) формулы 16-ой (стр. 83), выражающей удѣльное давленіе на металлъ при прокаткѣ:

$$p = \frac{q}{1 - \sqrt{r(a - a_1)}} \frac{1}{3a_1}$$

гдѣ q означаетъ собственное сопротивленіе металла сжатію, а остальные буквы имѣютъ тѣ же значенія, что и въ настоящей главѣ, мы находимъ условіе для возможности процесса прокатки:

$$1 - \frac{2}{3a_1} \sqrt{r(a - a_1)} f > 0$$

или

$$22) \quad f < \frac{3a_1}{2 \sqrt{r(a - a_1)}}$$

Сопоставляя условія 21-ое и 22-ое, мы получаемъ:

$$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{a - a_1}{r}} < \frac{3a_1}{2 \sqrt{r(a - a_1)}}$$

или

$$a - a_1 < 3a_1$$

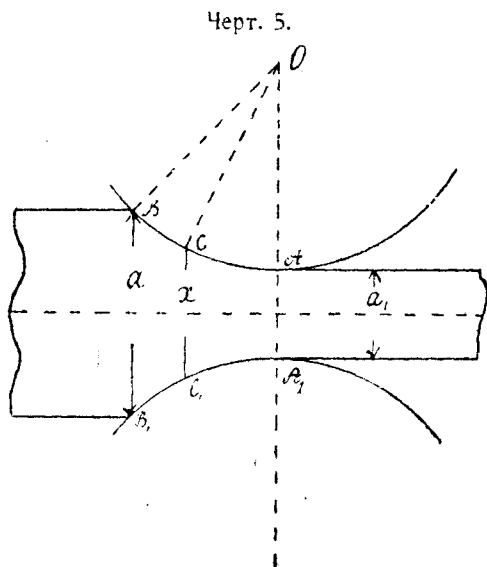
Откуда имѣемъ:

$$23) \quad \frac{a - a_1}{a} < \frac{3}{4}$$

Слѣдовательно, теоретически давленіе (въ томъ смыслѣ, въ какомъ это слово примѣняется въ калибровкѣ) не можетъ превосходить 75% .

Вычислимъ теперь работу тренія при скольженіи

валковъ по поверхности болванки при отсутствіи бокового давленія. Обозначимъ черезъ v скорость выхода металла изъ валковъ, черезъ v_1 — скорость поверхности валковъ. Пусть $v_1 > v$. Обозначимъ черезъ x толщину болванки въ какомъ-нибудь промежуточномъ между входомъ и выходомъ сѣченіи



СС₁ (см. черт. 5) Обозначимъ проекцію средней скорости движенія металла въ сѣченіи СС₁ на направление прокатки черезъ u . Очевидно мы имѣемъ:

$$u = \frac{va_1}{x}$$

Если допустить, что u есть величина постоянная для всехъ точекъ сѣченія СС₁, то скорость точки С, принадлежащей поверхности металла, направленная по касательной къ окружности сѣченія валка плоскостью, перпендикулярною къ его оси, будетъ равна $\frac{u}{\cos \alpha}$, гдѣ α есть центральнй уголъ соответствующій дугѣ АС. Скорость же поверхности валковъ въ этой точкѣ равна v_1 .

Поэтому относительная скорость движенія валковъ по прокатываемому металлу въ точкѣ С будетъ равна

$$v_1 - \frac{va_1}{x \cos \alpha}$$

Замѣтимъ, что допущеніе относительно постоянства u для всего сѣченія СС₁ несогласно съ дѣйствительностью. На самомъ дѣлѣ частицы на поверхности металла увлекаемыя поверхностью валка, опережаютъ частицы, лежащія внутри. При этомъ увеличивается внутреннее треніе. Такимъ образомъ,

дѣлая наше допущеніе, мы отчасти замѣняемъ внутреннее треніе, воображаемымъ вѣшнимъ и получаемъ, конечно, лишь приближенное рѣшеніе вопроса.

Продолжая разсматривать вопросъ этимъ упрощеннымъ способомъ, мы находимъ, что сила тренія, приложенная къ элементу поверхности болванки, соответствующему всей ширинѣ ея b и углу $d\alpha$ выразится формулою:

$$dF = f p b r d\alpha$$

Тогда работа этой силы въ промежутокъ времени dt выразится формулою:

$$\begin{aligned} dT &= f p b r d\alpha \left[v_1 - \frac{v_1}{x \cos \alpha} \right] dt \\ &= f p b r d\alpha \left[\frac{v_1}{x} - \frac{1}{x \cos \alpha} \right] v dt \end{aligned}$$

Принимая во вниманіе, что

$$v dt = dl$$

гдѣ l есть длина болванки послѣ проуска между валками, получаемъ

$$dT = f p b r \left[\frac{v_1}{x} - \frac{1}{x \cos \alpha} \right] d\alpha dl$$

Вся же работа силы тренія при проускѣ болванки выразится формулою:

$$\begin{aligned} T &= \int_0^l \int_0^{\alpha_0} f p b r \left[\frac{v_1}{x} - \frac{1}{x \cos \alpha} \right] d\alpha dl \\ &= f p b r l \int_0^{\alpha_0} \left(\frac{v_1}{x} - \frac{1}{\cos \alpha} \right) d\alpha \\ &= f p b r l \left[\frac{v_1}{x} \alpha - \int_0^{\alpha_0} \frac{1}{\cos \alpha} d\alpha \right] \end{aligned}$$

Принимая во вниманіе, что

$$x = a_1 + 2r (1 - \cos \alpha)$$

имѣемъ:

$$\int_0^{\alpha_0} \frac{1}{x \cos \alpha} d\alpha = \int_0^{\alpha_0} \frac{a_1 d\alpha}{[1 + 2r (1 - \cos \alpha)] \cos \alpha}$$

Этотъ интегралъ можно представить въ видѣ:

$$K \int_0^{\alpha_0} \frac{a_1 d\alpha}{1 + 2r (1 - \cos \alpha)}$$

гдѣ K есть число, заключающееся между 1 и $\frac{1}{\cos \alpha_0}$ слѣдовательно, большее 1 и близкое къ 1, такъ какъ значеніе угла α_0 не велико. Вслѣдствіе послѣдняго обстоятельства мы можемъ замѣнить подъ знакомъ

интеграла $1 - \cos \alpha$ черезъ $\frac{\alpha^2}{2}$. Тогда послѣдній интегралъ приметъ видъ:

$$K \int_0^{\alpha_0} \frac{a_1 d\alpha}{a_1 + r \alpha^2} = K \sqrt{\frac{a_1}{r}} \arctg \sqrt{\frac{r}{a_1}} \alpha_0$$

Слѣдовательно, мы имѣемъ:

$$24) T = f p b r l \left[\frac{v_1 \alpha_0}{v} - k \sqrt{\frac{a_1}{r}} \arctg \sqrt{\frac{r}{a_1}} \alpha_0 \right]$$

Такъ какъ α_0 близко къ

$$2 \sin \frac{\alpha_0}{2} = \sqrt{\frac{a - a_1}{r}}$$

и, слѣдовательно, $\sqrt{\frac{r}{a_1}} \alpha_0$ близко къ $\sqrt{\frac{a - a_1}{a_1}}$ т. е. обыкновенно меньше 1, то мы можемъ принять:

$$\arctg \sqrt{\frac{r}{a_1}} \alpha_0 = \sqrt{\frac{r}{a_1}} \alpha_0 - \frac{1}{3} \frac{r}{a_1} \sqrt{\frac{r}{a_1}} \alpha_0^3.$$

Тогда, замѣнивъ кромѣ того k —число близкое къ 1—просто 1-цею, мы получимъ вмѣсто 24-ой формулы:

$$25) T = f p b r l \left[\frac{(v_1 - v) \alpha_0}{v} + \frac{1}{3} \frac{r \alpha_0^3}{a_1} \right]$$

Если мы положимъ $v = v_1$ т. е. рассмотримъ тотъ случай, когда опереженіе равно 0, то получимъ.

$$26) T = \frac{1}{3a_1} f p b r^2 l \alpha_0^3$$

Послѣдняя формула легко можетъ быть получена, какъ слѣдствіе формулъ, данныхъ мною въ статьѣ: „Сопротивленіе металла сжатію между двумя валками при прокаткѣ“ (Зап. Горн. Инт., т. V, вып. II, стр. 80). Дѣйствительно, мы нашли тамъ (стр. 81, форм. 5) для выраженія работы силы тренія, приложенной къ поверхности, ширина которой равна 1, при поворотѣ валка на уголъ $d\phi$ и при условіи, что опереженіе равно 0, формулу:

$$f p r^2 \int_0^{\alpha_0} \frac{r (1 - \cos \alpha) d\alpha}{\left[\frac{a_1}{2} + r (1 - \cos \alpha) \right] \cos \alpha}$$

Послѣ интегрированья и нѣкоторыхъ упрощеній эта формула приводится къ виду (форм. 14, стр. 82 той же статьи):

$$\frac{1}{6m} f p r^2 \alpha_0^3 d\phi = \frac{1}{3a_1} f p r^3 \alpha_0^3 d\phi.$$

Если ширина болванки равна b , то соответствующая работа для всей ширины выразится формулою

$$dT = \frac{1}{3a_1} f p b r^3 \alpha_0^3 d\phi.$$

Но

$$r d\phi = dl$$

гдѣ l есть длина болванки послѣ пропуска. Отсюда:

$$dT = \frac{1}{3a_1} f p b r^2 \alpha_0^3 dl.$$

И мы снова получаемъ формулу 26-ую:

$$T = \frac{1}{3a_1} f p b r^2 \alpha_0^3 l.$$

Если мы обозначимъ величину поверхности соприкосновенія болванки съ валкомъ черезъ S , то имѣемъ.

$$S = b r \alpha_0.$$

Тогда формула 25-ая представится въ видѣ:

$$27) T = f p S l \left(\frac{v_1 - v}{v} + \frac{1}{3a_1} r \alpha_0^2 \right).$$

Ввиду небольшого значенія угла α_0 замѣнимъ его черезъ

$$2 \sin \frac{\alpha_0}{2} = \sqrt{\frac{a - a_1}{r}}.$$

Тогда формула 27-ая приметъ видъ:

$$28) T = f p S l \left(\frac{v_1 - v}{v} + \frac{a - a_1}{3a} \right).$$

Если второй членъ въ скобкахъ незначителенъ въ сравненіи съ первымъ, то его можно отбросить. Формула приметъ тогда видъ:

$$29) T = f p S l \frac{v_1 - v}{v}.$$

Въ такомъ приближенномъ видѣ формулу 29-ую можно вывести слѣдующимъ простымъ способомъ, который распространяется и на другой видъ сѣченія прокатываемаго металла (мы разсматривали болванку съ прямоугольнымъ сѣченіемъ). Если v_1 —средняя скорость поверхности валка, v —средняя скорость прокатываемаго металла, то средняя скорость скольженія валка по металлу будетъ $v_1 - v$. Сила тренія между валкомъ и прокатываемымъ металломъ выразится формулою:

$$F = f p S.$$

Работа этой силы при пропускѣ будетъ

$$T = f p S (v_1 - v) t$$

гдѣ t есть продолжительность пропуска. Но такъ какъ

$$t = \frac{l}{v}$$

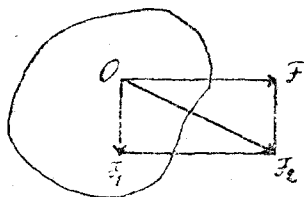
то находимъ

$$T = f p S l \frac{v_1 - v}{v}.$$

Особенно сильно замедляется движеніе металла

сравнительно съ движеніемъ поверхности валковъ въ тѣхъ случаяхъ, когда при пропускѣ имѣетъ мѣсто перемѣщеніе металла въ поперечномъ сѣченіи. Обстоятельство это можетъ быть объяснено слѣдующимъ образомъ. Сила, приложенная къ неподвижному тѣлу, не можетъ привести его въ движеніе по поверхности другого тѣла, если только эта сила не превосходитъ силы возникающаго тренія. Но если тѣло движется по нѣкоторой поверхности, то всякая сила, какъ бы она ни была мала, приложенная къ тѣлу въ направленіи, перпендикулярномъ къ направленію движенія, сообщить ему составляющее движеніе въ этомъ направленіи. Дѣйствительно, пусть тѣло движется по нѣкоторому направленію. Это движеніе вызывается силою F , приложенною къ точкѣ O и превосходящею силу тренія (см. черт. 6). При-

Черт. 6.



ложимъ къ той же точкѣ O силу F_1 , перпендикулярную къ направленію силы F . Какъ бы мала ни была сила F_1 , равнодѣйствующая F_2 силъ F и F_1 будетъ превосходить силу тренія и сообщить тѣлу движеніе по направленію OF_2 . Слѣдовательно, тѣло получитъ составляющее движеніе въ направленіи перпендикулярномъ къ OF .

Въ видѣ примѣра рассмотримъ таблицу 58, пропускъ 9 въ упомянутой уже книгѣ Пуппе. Средній радіусъ валка примемъ равнымъ 293 мм. Въ такомъ случаѣ средняя скорость поверхности валка будетъ

$$v_1 = \frac{\pi m}{30} = 1240 \text{ мм. въ сек.}$$

Средняя скорость выхода металла изъ валковъ

$$v = \frac{l}{t} = 677 \text{ мм. въ сек.}$$

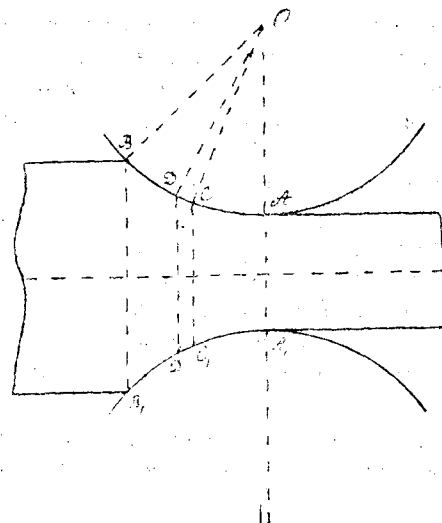
Разность между скоростями здѣсь весьма значительна. Слѣдовательно, должна имѣть мѣсто большая работа тренія между металломъ и поверхностью валка, что и подтверждается данными Пуппе.

VII. Работа, затрачиваемая на преодоленіе тренія между валками и боковой поверхностью прокатываемаго металла.

Въ тѣхъ случаяхъ, когда прокатка идетъ съ боковымъ давленіемъ, имѣетъ мѣсто работа тренія на

боковыхъ поверхностяхъ. На эту часть работы при прокаткѣ нѣкоторыхъ сортовъ желѣза, какъ, напримѣръ, двутавровыхъ балокъ, тратится, какъ показываетъ опытъ, весьма значительное количество энергіи. Попытаемся вычислить эту работу, хотя приблизительно. Пусть дуги AB и A_1B_1 (см. черт. 7)

Черт. 7.



ограничиваютъ боковую поверхность при проходѣ металла между валками. Обозначимъ черезъ a ширину боковой поверхности прокатываемаго металла до пропуска и черезъ a_1 — ширину послѣ пропуска. Для упрощенія вычисленій допустимъ, что треніе имѣетъ мѣсто на поверхности, ограниченной дугами AB и A_1B_1 и прямыми AA_1 и BB_1 . Разсмотримъ элементъ этой поверхности, ограниченный прямыми CC_1 и DD_1 , перпендикулярными къ направленію прокатки и дугами CD и C_1D_1 , соответствующими углу $d\alpha$. Площадь такого элемента равна

$$dS = CC_1 r \cos \alpha d\alpha$$

гдѣ r есть радіусъ валка, и α — уголъ AOC .

Обозначивъ CC_1 черезъ x , получимъ:

$$dS = x r \cos \alpha d\alpha$$

причемъ

$$x = a_1 + 2r(1 - \cos \alpha)$$

Если мы обозначимъ давленіе на единицу боковой поверхности черезъ p , то давленіе на рассматриваемый элементъ поверхности будетъ равно

$$dP = p x r \cos \alpha d\alpha$$

Сила тренія, дѣйствующая на этотъ элементъ поверхности, выразится формулою:

$$dF = f p x r \cos \alpha d\alpha$$

гдѣ f есть коэффициентъ тренія.

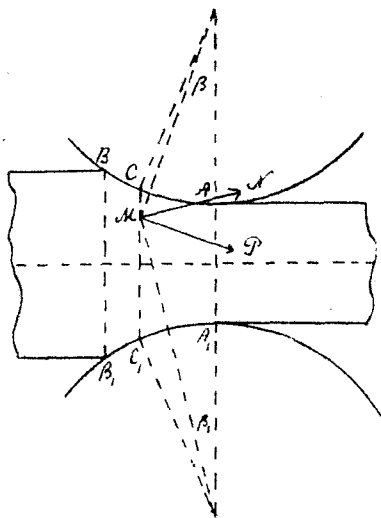
Если мы обозначимъ среднюю относительную скорость перемѣщенія точки поверхности валковъ по поверхности этого элемента черезъ u , то работа силы тренія, приложенной къ этому элементу поверхности, въ промежутокъ времени dt выразится формулою:

$$30) dT = fprucos\alpha d\alpha dt.$$

Для вычисленія относительной скорости u мы допустимъ, во первыхъ, что опереженіе равно 0, т. е. что скорость выхода металла равна средней скорости на поверхности валковъ v_1 . Далѣе допустимъ, что всѣ точки элемента CC_1D_1D имѣютъ одну и ту же проекцію скорости на направленіе прокатки, равную v . Такъ какъ скорости точекъ боковой поверхности прокатываемаго металла направлены къ оси прокатки подъ углами, измѣняющимися отъ 0 до сравнительно небольшой величины, и, слѣдовательно, мало отличаются отъ своихъ проекцій на ось прокатки, то можно принять, что значеніе самой скорости равно v .

Далѣе надо принять во вниманіе, что условія скольженія валковъ по боковой поверхности металла

Черт. 8.



бываютъ различны. Такъ, при прокаткѣ двутавровыхъ балокъ половина полки заключена между поверхностями двухъ валковъ, а другая ограничена поверхностью одного и того же вала. Для первой половины, легко видѣть, должна имѣть мѣсто болѣе значительная работа тренія, нежели для второй.

Въ первомъ случаѣ уголъ между скоростями двухъ валковъ въ рассматриваемой точкѣ М (см. черт. 8) равенъ $\beta + \beta_1$, причемъ значеніе $\beta + \beta_1$ близко къ 2α , гдѣ α обозначаетъ уголъ АОС. Мы можемъ

принять уголъ между этими скоростями, выраженными отрезками MN и MP, равнымъ 2α . Уголъ же между скоростью точки поверхности вала и скоростью точки поверхности прокатываемаго металла примемъ равнымъ α . Тогда мы получимъ

$$u = \sqrt{v_1^2 + v^2 - 2vv_1 \cos \alpha}.$$

Слѣдовательно, для элемента поверхности, относящагося къ одной половинѣ полки, получимъ на основаніи формулы 30-ой

$$31) dT_1 = \frac{1}{2} fprc\cos\alpha d\alpha \sqrt{v_1^2 + v^2 - 2vv_1 \cos \alpha} dt.$$

Полагая

$$x = \frac{v_1 a_1}{v}$$

найдемъ

$$dT_1 = \frac{1}{2} fprc\cos\alpha \sqrt{x^2 + a_1^2 - 2xa_1 \cos\alpha} d\alpha dt.$$

Такъ какъ

$$v dt = dl$$

гдѣ l — длина прокатываемаго металла послѣ пропуска, то получаемъ

$$dT_1 = \frac{1}{2} fprc\cos\alpha \sqrt{x^2 + a_1^2 - 2xa_1 \cos\alpha} d\alpha dl.$$

Подставляя

$1 - \frac{a^2}{2}$ вмѣсто $\cos\alpha$ и $a_1 + r\alpha^2$ — вмѣсто x , находимъ:

$$dT_1 = \frac{1}{2} fpr \left(\alpha - \frac{\alpha^3}{2} \right) \sqrt{(r^2 + ar) \alpha^2 + a_1^2} d\alpha dl.$$

Вслѣдствіе незначительности $\frac{\alpha^3}{2}$ въ сравненіи съ α можемъ принять:

$$dT_1 = \frac{1}{2} fpr\alpha \sqrt{(r^2 + ar) \alpha^2 + a_1^2} d\alpha dl.$$

Откуда для одной стороны одной половины полки имѣемъ:

$$T_1 = \frac{1}{2} fpr \int_0^l \int_0^{\alpha_0} \alpha \sqrt{(r^2 + ar) \alpha^2 + a_1^2} d\alpha dl \\ = \frac{1}{2} fprl \int_0^{\alpha_0} \alpha \sqrt{(r^2 + ar) \alpha^2 + a_1^2} d\alpha.$$

По формулѣ

$$\int \alpha \sqrt{m\alpha^2 + n} d\alpha = \left(\frac{1}{3} \alpha^2 + \frac{n}{3m} \right) \sqrt{m\alpha^2 + n} + C$$

находимъ

$$T_1 = \frac{1}{2} f p r l \left[\left(\frac{a_0^2}{3} + 3 \frac{a_1^2}{r^2 + r a_1} \right) \sqrt{(r^2 + r a_1) a_0^2 + a_1^2} - \frac{a_1^3}{3(r^2 + r a_1)} \right].$$

Подставляя вмѣсто a_0 приближенное его значение: $\sqrt{\frac{a - a_1}{r}}$, получимъ.

$$32) T_1 = \frac{1}{2} f p l \left[\frac{a - a_1}{3} \sqrt{(r + a_1)(a - a_1) + a_1^2} + \frac{a_1^2}{3(r + a_1)} \left\{ \sqrt{(r + a_1)(a - a_1) + a_1^2} - a_1 \right\} \right].$$

Теперь перейдемъ къ разсмотрѣнью работы тренія на той половинѣ полки, которая соприкасается съ обѣихъ сторонъ съ поверхностью одного и того же вала. Въ этомъ случаѣ для точекъ, лежащихъ вдоль дуги АВ (см. черт. 8) скорость направлена по касательной къ этой дугѣ, для точекъ, лежащихъ на оси прокатываемаго металла, скорость направлена по этой оси. Отсюда уголъ между направленими скоростей поверхности вала и поверхности прокатываемаго металла для выше опредѣленнаго элемента боковой поверхности, соответствующаго углу α , будетъ мѣняться отъ 0 (на дугѣ АВ) до угла β (на оси прокатки) близкаго къ α . Для упрощенія вычисленія мы можемъ взять для этого угла нѣкоторое общее значеніе, промежуточное между 0 и β ; примемъ его равнымъ $\frac{\alpha}{2}$. Тогда аналогично, по предыдущему получимъ для работы силы тренія дѣйствующей на элементъ второй половины полки, формулу

$$dT_2 = \frac{1}{2} f p r \alpha \sqrt{\left(r^2 + \frac{a_1 r}{4} \right) \alpha^2 + \frac{a_1^2}{4}} d\alpha dl.$$

Откуда послѣ интегрированія и преобразованій такихъ же, какъ въ предыдущемъ случаѣ, получимъ:

$$33) T_2 = \frac{1}{2} f p l \left[\frac{a - a_1}{3} \sqrt{\left(r + \frac{a_1}{4} \right) (a - a_1) + \frac{a_1^2}{4}} + \frac{a_1^2}{12 \left(r + \frac{a_1}{4} \right)} \left\{ \sqrt{\left(r + \frac{a_1}{4} \right) (a - a_1) + \frac{a_1^2}{4}} - \frac{a_1^2 - a_1}{2} \right\} \right]$$

Работа тренія для одной стороны одной полки выразится черезъ

$$T_1 + T_2$$

а для всей поверхности обѣихъ полокъ двутавровой балки черезъ

$$4. (T_1 + T_2).$$

Эти же формулы могутъ быть примѣнены при прокаткѣ нѣкоторыхъ другихъ сортовъ желѣза.

Зап. Горн. Инст., т. VI, вып. 2.

VIII. Работа тренія цапфъ и полная работа при пропускѣ металла между валами.

По формулѣ 1-ой главы II-ой мы имѣемъ слѣдующую зависимость между вертикальнымъ давленіемъ на валокъ и давленіемъ на единицу поверхности металла:

$$N = p b \left[\sqrt{(a - a_1) \left(r - \frac{a - a_1}{4} \right)} + f \frac{(a - a_1)}{2} \right].$$

или въ упрощенномъ видѣ по формулѣ 2-ой той же главы:

$$N = p b \sqrt{(a - a_1) r}$$

причемъ эти формулы относятся къ прокаткѣ болванки съ прямоугольнымъ сѣченіемъ. Чтобы распространить вторую изъ этихъ формулъ на другіе случаи прокатки, надо, какъ легко видѣть, вмѣсто

$b \sqrt{(a - a_1) r}$ подставить S —горизонтальную проекцію

поверхности соприкосновенія между валкомъ и прокатываемымъ металломъ.

N обозначаетъ въ вышеприведенныхъ формулахъ вертикальную проекцію всего давленія металла на валокъ. Слѣдовательно, если мы назовемъ черезъ α уголъ, составляемый направлениемъ этого давленія съ вертикальной прямой, то величина всего давленія выразится формулою $\frac{N}{\cos \alpha}$. Такъ какъ уголъ α довольно малъ, то мы можемъ принять, что все давленіе равно N . Если мы обозначимъ вѣсъ одного вала черезъ G , то давленіе, передаваемое верхнимъ валкомъ на подшипники, равно $N - G$, давленіе, передаваемое нижнимъ валкомъ, равно $N + G$. Тогда работа силы тренія цапфъ при пропускѣ металла выразится для верхняго вала формулою:

$$T' = f_1 (N - G) L$$

гдѣ f_1 означаетъ коэффициентъ тренія цапфъ, а L —путь, который пройдетъ точка поверхности цапфы при пропускѣ металла между валами. Для нижняго вала та же работа выразится формулою:

$$T'' = f_1 (N + G) L.$$

Отсюда работа тренія обѣихъ цапфъ выразится формулою:

$$T_f = 2 f_1 N L.$$

Подставивъ вмѣсто N его значеніе изъ формулы 2-ой, получимъ

$$T_f = 2 f_1 p b L \sqrt{(a - a_1) r}$$

Если обозначимъ длину прокатываемаго металла

послѣ проуска черезъ l , радіусъ цапфы черезъ R и отношеніе $\frac{R}{r}$ черезъ m , то будемъ имѣть:

$$L = ml$$

и

$$Tf_1 = 2m f_1 p b l \sqrt{(a-a_1)r}$$

Вся работа, затрачиваемая въ прокатныхъ валахъ при пропускѣ металла, составляется изъ 1) работы деформаци, 2) работы тренія между поверхностью прокатываемаго металла и валковъ и 3) работы тренія цапфъ. При отсутствіи бокового давления и при опереженіи, равномъ 0, вторая часть работы для болванки съ прямоугольнымъ сѣченіемъ выразится формулою 26-ой главы VI-ой:

$$Tf = \frac{1}{3a_1} f p b r^2 l \alpha_0^3$$

которая послѣ подстановки вмѣсто α_0 приближеннаго его значения:

$$\sqrt{\frac{a-a_1}{r}}$$

приметь видъ:

$$Tf = \frac{1}{3a_1} f p b l (a-a_1) \sqrt{r(a-a_1)}$$

Въ такомъ случаѣ вся работа, затрачиваемая въ прокатномъ станѣ, выразится формулою:

$$34) \quad T = p \left[V \log \frac{a}{a_1} + \frac{2}{3a_1} f b l (a-a_1) \sqrt{r(a-a_1)} + 2m f_1 b l \sqrt{(a-a_1)r} \right]$$

Въ томъ случаѣ, когда имѣть мѣсто опереженіе, работа, затрачиваемая вслѣдствіе тренія между поверхностью прокатываемаго металла и валковъ, будетъ меньше, нежели это даетъ средній членъ формулы 34-ой. А такъ какъ и при опереженіи, равномъ 0, въ обыкновенныхъ случаяхъ, какъ показываютъ вычисленія, эта часть работы невелика, то среднимъ членомъ часто можно пренебречь. Тогда вмѣсто формулы 34-ой получимъ формулу.

$$35) \quad T = p \left(V \log \frac{a}{a_1} + 2m f_1 b l \sqrt{(a-a_1)r} \right)$$

Зная величину T , по формуламъ 34-ой или 35-ой можно опредѣлить удѣльное давление p и полное давление на валки N .

Примѣнимъ эти формулы къ упомянутымъ уже въ главѣ IV опытамъ Кодрона надъ прокаткою свинцовыхъ брусковъ (Procédés de forgeage, 1896, т. I, стр. 330). Разсмотримъ опыты съ брусками № 1 и № 4. Такъ въ этомъ случаѣ, какъ видно изъ данныхъ Кодрона, имѣло мѣсто опереженіе, то мы будемъ пользоваться формулою 35-ой. Коэффициентъ тренія цапфъ примемъ равнымъ 0,07.

№ 1. Брусокъ свинца прокатанный между валками въ 100 мм. діаметромъ.	Размѣры, которые принималъ послѣдовательно брусокъ.			Работа движущей силы T въ кил. - метр.	Удѣльное давление, опредѣленное по формулѣ $p = \frac{V \log \frac{a}{a_1} + 2m f_1 b l \sqrt{(a-a_1)r}}{V}$	Полное давление на валки N въ килогр.
	Длина	Ширина	Толщина			
	въ мм.	въ мм.	въ мм.			
0	1000	20	20			
1	1170	21	16,3	278	2,2	615
2	1430	22,2	12,6	373	2,35	690
3	1890	23,7	8,9	540	2,48	775
4	3070	25,0	5,2	965	2,75	910
№ 4						
0	1000	20	20			
1	1140	21,5	16,3	287	2,48	825
2	1380	23	12,6	400	2,73	1070
3	1830	24,5	8,9	590	2,95	1237
4	2900	26,5	5,2	1080	3,39	1520
5	9200	29	1,5	3940	4,6	2250

IX. Давленіе на единицу поверхности металла при его сжатіи.

Изъ примѣровъ, приведенныхъ въ главѣ IV и относящихся къ прокаткѣ свинца, а также изъ приводимыхъ ниже и относящихся къ прокаткѣ желѣза, видно, что давленіе на единицу поверхности металла при его сжатіи представляетъ величину, измѣняющуюся въ весьма значительныхъ предѣлахъ. Такъ изъ таблицъ главы IV мы видимъ, что это давленіе для свинца мѣняется отъ 2 килогр. до 16,3 килогр. на кв. мм. Опыты надъ прокаткою листового желѣза, разсмотрѣнные мною въ статьѣ: „Къ вопросу объ опредѣленіи работы при прокаткѣ“ (Записки Горн. Инст. т. VI, вып. I) даютъ для p значенія отъ 11,7 до 24 килогр. на кв. мм. Изъ приводимыхъ ниже опытовъ Пуини надъ прокаткою болванокъ вытекаетъ, что давленіе p (среднее) мѣняется въ этомъ случаѣ отъ 3,8 до 10 килогр. на кв. мм.

Измѣняющаяся въ столь широкихъ предѣлахъ величина p зависитъ отъ различныхъ условій: отъ температуры прокатки—при прокаткѣ желѣза—, отъ скорости прокатки, отъ величины обжатія и толщины металла послѣ выхода изъ валковъ и отъ діаметра валковъ. Эта послѣдняя зависимость обнаруживается, напримѣръ, если мы сравнимъ N. 2 и 5 опытовъ Кодрона надъ прокаткою свинцовыхъ брусковъ между валками діаметромъ въ 100 и 167 мм.

Разсмотримъ вліяніе этихъ различныхъ условій на удѣльное давленіе. Сперва мы остановимся на вопросѣ о вліяніи величины обжатія и толщины металла послѣ выхода изъ валковъ.

Однако раньше, чѣмъ приступить къ изслѣдованію вопроса о зависимости удѣльнаго давленія на металлъ отъ толщины и обжатія бруска при пропускѣ между валками, мы займемся такимъ же вопросомъ, но относящимся къ сжатію металла между параллельными плоскостями. Этотъ послѣдній вопросъ является болѣе простымъ, а рѣшеніе его должно уяснить намъ до нѣкоторой степени и соответствующій вопросъ о прокатныхъ валкахъ.

X. Давленіе на единицу поверхности металла при сжатіи между двумя параллельными плоскостями.

Этотъ вопросъ разсмотрѣнъ въ моей статьѣ: „Сопротивленіе ковкого металла сжатію между двумя параллельными плоскостями“ (Зап. Горн. Инст. т. V, вып. II). Поэтому здѣсь я ограничусь лишь нѣ-

которыми добавленіями къ изложенному въ упомянутой статьѣ.

Итакъ, мы разсматриваемъ тѣло, сжимаемое между двумя параллельными плоскостями. Если мы допустимъ, что при сдвигиваніи тѣла объемъ его не измѣняется, то для движенія этого тѣла мы будемъ имѣть известное уравненіе непрерывности:

$$(36) \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

(См. Lamb. Treatise on the Mathematical Theory of the Motion of Fluids. Нѣмецкій переводъ: Lamb. Lehrbuch der Hydrodynamik, 1907. Стр. 7), гдѣ u , v , w означаютъ проекціи скорости частицы тѣла на координатныя оси OX, OY и OZ.

Если сжимаемое тѣло имѣетъ форму цилиндра, то, вѣдствие необходимой симметріи движенія частицъ тѣла относительно оси цилиндра, это уравненіе можетъ быть приведено къ болѣе удобному виду при помощи введенія цилиндрическихъ координатъ r и θ .

Именно если мы обозначимъ черезъ u проекцію скорости частицы тѣла на плоскость, перпендикулярную къ оси цилиндра, черезъ v —проекцію той же скорости на ось цилиндра и черезъ θ —уголъ, составляемый скоростью V съ осью OX, то будемъ имѣть слѣдующія уравненія:

$$(37) \quad \begin{cases} u = V \cos \theta \\ v = V \sin \theta \\ r^2 = x^2 + y^2 \\ \theta = \arctg \frac{y}{x} \end{cases}$$

Замѣною переменныхъ x , y , u и v при помощи системы уравненій 37 переменными r , V и θ мы преобразуемъ уравненіе 36-ое въ уравненіе

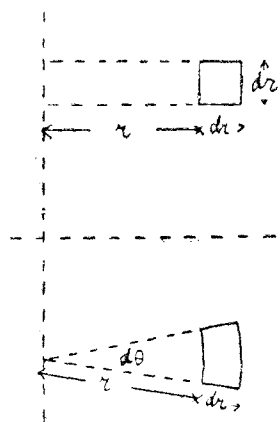
$$(38) \quad \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{V}{r} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

Уравненіе 38-ое можетъ быть выведено также непосредственно слѣдующимъ образомъ.

Если мы выдѣлимъ элементъ объема (см. чертѣжъ 9, въ которомъ верхняя часть представляетъ разрѣзъ черезъ ось цилиндра, а нижняя проекцію на перпендикулярную къ этой оси плоскость), ограниченный двумя плоскостями, перпендикулярными къ оси цилиндра и отстоящими одна отъ другой на разстояніи dz , двумя плоскостями, проходящими черезъ ось цилиндра и составляющими между собою уголъ $d\theta$ и, наконецъ, двумя цилиндрическими поверхностями, имѣющими своею осью ось сжимаемого цилиндра и отстоящими одна отъ другой на разстояніи dr , то найдемъ, что объемъ вещества, входящаго въ этотъ элементъ черезъ плоскости, пер-

пендикулярны къ OZ, равенъ $r d\theta dr \frac{\partial w}{\partial z} dz$, — черезъ элементъ поверхности, перпендикулярный къ радиусу, равенъ $d\theta dz \frac{\partial(Vr)}{\partial r} dr = \left(r \frac{\partial V}{\partial r} + V\right) d\theta dz dr$, — черезъ плоскость, проходящую черезъ ось цилиндра, равенъ 0. Приравнивая сумму этихъ объемовъ 0,

Черт. 9.



получимъ вышеприведенное уравненіе 38-ое которое можно написать также въ видѣ:

$$39) \quad \frac{1}{r} \frac{\partial(Vr)}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

Допустимъ, что при сжатіи тѣла частицы его, находяшіяся въ одной плоскости, перпендикулярной къ оси цилиндра, остаются, въ такой же плоскости. Это допущеніе равносильно предположенію, что w есть функція одного z .

Положимъ

$$w = f(z)$$

Въ такомъ случаѣ уравненіе 39-ое приметъ видъ

$$40) \quad \frac{1}{r} \frac{\partial(Vr)}{\partial r} + f'(z) = 0$$

и, слѣдовательно, мы получаемъ:

$$41) \quad Vr = -\frac{r^2 f''(z)}{2} + \varphi(z)$$

Откуда

$$42) \quad V = -\frac{r f''(z)}{2} + \frac{1}{r} \varphi(z)$$

Такъ какъ при $r = 0$ очевидно V должно равняться 0, то отсюда вытекаетъ, что $\varphi(z)$ тождественно равно 0, и что

$$43) \quad V = -\frac{r f''(z)}{2}$$

Если при сдавливаньи тѣло сохраняетъ цилиндрическую форму, то $f'(z)$ должно быть постоянною

величиною, такъ какъ V въ этомъ случаѣ отъ z зависѣть не будетъ. Положимъ, что $f'(z) = -k$, тогда имѣемъ

$$44) \quad w = -kz + C$$

Если за плоскость $z = 0$ примемъ неподвижную нижнюю изъ параллельныхъ сжимающихся плоскостей, то получимъ:

$$45) \quad w = -kz$$

Изъ 43-го уравненія получимъ въ такомъ случаѣ

$$46) \quad V = \frac{1}{2} kr$$

При этихъ допущеніяхъ перемѣщеніе частицы тѣла отъ оси къ цилиндрической поверхности въ безконечно-малый промежутокъ времени dt будетъ равно

$$47) \quad dr = V dt = \frac{1}{2} k r dt$$

слѣдовательно, будетъ пропорціонально r .

Опыты показываютъ, что при сжатіи ковкого металла подъ прессомъ, причемъ скорость сжатія остается постоянною, давленіе на единицу поверхности металла увеличивается по мѣрѣ уменьшенія толщины сжимаемаго металла. Слѣдовательно, есть зависимость между этимъ давленіемъ и толщиной сжимаемаго металла. Затѣмъ, если будетъ брать цилиндры съ различными радиусами основаній, то давленіе на единицу поверхности будетъ больше при большемъ радиусѣ основанія при прочихъ равныхъ условіяхъ.

Легко видѣть, что эта зависимость между давленіемъ на единицу поверхности и размѣрами сжимаемаго цилиндра обусловливается треніемъ, возникающимъ при расширеніи цилиндра, связанномъ съ уменьшеніемъ его высоты. Треніе это имѣетъ мѣсто, во-первыхъ, между поверхностью сжимаемаго цилиндра и давящею плоскостью и, во-вторыхъ, между частицами внутри сжимаемаго тѣла (внутреннее треніе). Какой изъ этихъ двухъ видовъ тренія имѣемъ главнымъ образомъ мѣсто—это зависитъ отъ механическихъ свойствъ сжимаемаго тѣла. Чѣмъ тѣло по своимъ свойствамъ ближе къ вязкой жидкости, тѣмъ болѣе значительную роль играетъ внутреннее треніе. Чѣмъ болѣе твердостью обладаетъ тѣло, тѣмъ болѣе значительную роль играетъ, наоборотъ, виѣшнее треніе между поверхностью сжимаемаго тѣла и давящей плоскостью. Въ частности можно полагать, что при сдавливаньи, наиримѣръ, мѣднаго цилиндра проявляется главнымъ образомъ виѣшнее треніе. Это вытекаетъ изъ вида деформированнаго цилиндра—именно изъ незначительности

разности между діаметрами средняго его сѣченія и основанія, особенно при небольшомъ сравнительно сжатіи, и изъ того, что края при такомъ сжатіи остаются острыми. Такъ при произведенныхъ мною въ Механической Лабораторіи Горнаго Института опытахъ, о которыхъ ниже я буду говорить подробнѣе, мѣдный цилиндръ, первоначальные размѣры котораго были: діаметръ=10,2 мм. и высота=10,1 мм. былъ сжатъ подъ прессомъ до высоты въ 8,1 мм. При этомъ діаметръ средняго сѣченія оказался равнымъ 11,5 мм., а діаметръ основанія—равнымъ 11,4 мм.

Нагрѣтое до температуры прокатки иликовки жельзо обладаетъ большею пластичностью, нежели мѣдь при обыкновенной температурѣ, и значительно меньшею твердостью, и потому для жельза въ болѣе мѣрѣ, согласно вышесказанному, должно проявляться внутреннее треніе.

Въ упомянутой выше моей статьѣ: „Сопротивленіе ковкаго металла сжатію между двумя параллельными плоскостями“ я разсмотрѣлъ вопросъ о зависимости удѣльнаго давленія отъ размѣровъ сжимаемаго цилиндра, предполагая, что при этомъ сжатіи имѣетъ мѣсто работа вѣшняго тренія. Основнымъ для рѣшенія вопроса является уравненіе, выражающее, что вся работа сжатія слѣгается изъ работы, расходуемой на преодоленіе собственнаго сопротивленія металла сжатію, и работы, расходуемой на преодоленіе силы тренія вслѣдствіе скольженія металла вдоль сжимающихъ плоскостей. Рѣшая это уравненіе, мы приходимъ къ формулѣ:

$$48) \quad p = \frac{q}{1 - \frac{2fr}{3c}}$$

(См. „Сопротивленіе ковкаго металла сжатію“ Зап. Горн. Инст. т. V, вып. II, стр. 78, форм. Q). Въ этой формулѣ q означаетъ собственное сопротивленіе металла сжатію (для ковкаго металла его можно считать равнымъ или, по крайней мѣрѣ, близкимъ къ сопротивленію металла разрыву), f —коэффициентъ тренія, r —радіусъ основанія и c —высоту цилиндра. Формула 48-ая показываетъ, что при сжатіи цилиндра подъ прессомъ удѣльное давленіе должно постепенно возрастать вслѣдствіе увеличенія отношенія $\frac{r}{c}$, если при этомъ q и f будутъ величинами постоянными. Однако надо замѣтить, что q вообще нельзя считать величиною, остающеюся постоянною во время опыта, такъ какъ при механической обработкѣ сопротивленіе металловъ разрыву и сжатію до извѣстной степени увеличивается. Но если мы, приотставивъ опытъ, будемъ подвергать сжатый цилиндръ отжигу, то механическія свойства

металла будутъ восстанавливаться и q будетъ принимать прежнее значеніе. По отношенію къ f надо отмѣтить, что въ томъ случаѣ, для котораго формула выведена, т. е. когда возрастаніе удѣльнаго давленія вызывается главнымъ образомъ работою вѣшняго тренія или, иначе говоря, непосредственнымъ скольженіемъ поверхности металла вдоль сжимающей плоскости, f можно считать величиною постоянною. Это имѣетъ мѣсто, какъ было сказано выше, при сравнительно небольшомъ сжатіи цилиндра. При дальнѣйшемъ сжатіи будетъ происходить, все въ болѣе степенн, сдвигъ частицъ внутри сжимаемаго цилиндра. Это обнаруживается переходомъ сжимаемаго тѣла изъ формы цилиндра въ форму боченкообразную. Если мы и въ этомъ случаѣ примѣнимъ формулу 48-ую, то f будетъ представлять коэффициентъ вѣшняго тренія, дѣйствіе котораго на возрастаніе p было бы равносильно имѣющему мѣсто дѣйствію внутренняго тренія. Такъ какъ многія твердыя тѣла, находясь подъ большимъ давленіемъ, по своимъ свойствамъ начинаютъ приближаться къ жидкимъ, то можно ожидать, что при продолженіи сжатія коэффициентъ f , опредѣленный согласно формулѣ 48-ой, будетъ уменьшаться, что и подтверждается опытомъ.

Въ моей статьѣ: „Сопр. ковк. мет. сжатію“ я привожу данныя опыта Кодрова надъ сжатіемъ мѣднаго цилиндра. Примѣнивъ къ нимъ формулу 48-ую я нашелъ $f=0,217$ и $q=33,8$ кил. на кв. мм. Здѣсь я приведу результаты нѣсколькихъ опытовъ, произведенныхъ мною въ Механической Лабораторіи Горнаго Института надъ сжатіемъ мѣдныхъ цилиндровъ посредствомъ прессы князя Гагарина.

Опытъ 1-ый

Цилиндръ изъ неотоженной мѣди. Первоначальные размѣры: діаметръ=10, мм., высота=10,1 мм. Послѣ сжатія: діаметръ средняго сѣченія=11,5 мм. діаметръ основанія=11,4 мм., высота=8,1 мм.

Данныя изъ діаграммы.

	Пониженіе верхней доски (Нажимнаго винта)	Давленіе Р
	въ мм.	въ кил.
1.	0,75	2500
2.	1,18	3000
3.	1,58	3500
4.	1,96	4000
5.	2,31	4500
6.	2,65	4840

При отсутствіи деформаци въ частях пресса при сжатіи получились бы для высоты цилиндра слѣдующія величины: 1) 9,35; 2) 8,22; 3) 8,52; 4) 8,14; 5) 7,79; 6) 7,45 мм. Въ дѣйствительности, окончательная высота цилиндра равна 8,1 мм. слѣдовательно упругая деформация частей пресса, соответствующая давлению въ 4840 кил., составляет 0,65 мм. Отсюда мы можемъ опредѣлить упругія деформации, соответствующія другимъ приведеннымъ давлениямъ и найти дѣйствительныя значенія высоты цилиндра. По извѣстнымъ объему и высотѣ цилиндра мы вычисляемъ среднюю площадь сѣченія и средний діаметръ и такимъ путемъ получаемъ слѣдующую таблицу.

Таблица 1.

	Высота h въ мм.	Площадь S сѣченія въ кв. мм.	Діаметръ d въ мм.	Все давлѣ- ніе P въ кил.	Удѣльное давленіе p въ кил. на кв. мм.
	10,1	81,7	10,2	—	—
1	9,68	85,2	10,4	2500	29,3
2	9,32	88,5	10,6	3000	38,9
3	8,99	91,7	10,8	3500	38,2
4	8,68	95,0	11,0	4000	42,1
5	8,39	98,4	11,2	4500	45,7
6	8,10	102,0	11,4	4840	47,4

Опытъ 2-ой.

Цилиндръ изъ не отожженной мѣди. Начальные размѣры: діаметръ = 10 мм., высота = 5,1 мм. После сжатія: діаметръ = 11,1 мм., высота = 4,2 мм. Въ этомъ примѣрѣ после сжатія образчикъ оказался сохранившимъ правильную цилиндрическую форму. Но крайней мѣрѣ, при помощи штанген-циркуля, дающаго отчеты съ точностью до 0,1 мм. нельзя было отмѣнить разницы между діаметромъ средняго сѣченія и діаметромъ основанія.

Данныя изъ диаграммы.

	Пониженіе верхней доски (Нажимнаго винта)	Давленіе P
	въ мм.	въ кил.
1.	53	2500
2.	70	3000
3.	92	3500
4.	115	4000
5.	135	4500
6.	150	4780

На основаніи этихъ данныхъ подобно предыдущему получаемъ слѣдующую таблицу:

Таблица 2.

	Высота h въ мм.	Площадь сѣченія S въ кв. мм.	Діаметръ d въ мм.	Все давлѣ- ніе P въ кил.	Удѣльное давленіе p въ кил. на кв. мм.
—	5,1	78,5	10	—	—
1	4,88	82,0	10,2	2500	30,5
2	4,68	85,5	10,4	3000	35,1
3	4,57	87,6	10,6	3500	40,0
4	4,45	90,0	10,7	4000	44,4
5	4,31	92,9	10,9	4500	48,5
6	4,2	95,0	11,1	4780	49,8

При этихъ опытахъ возрастаніе удѣльнаго давленія p въ значительной степени вызывается возрастаніемъ q , такъ какъ p возрастаетъ быстро въ сравненіи съ измѣненіемъ отношенія $\frac{2}{3} \frac{r}{x}$ (см. формулу 48-ую). Въ томъ, что при второмъ опытѣ p возрастаетъ быстрее, чѣмъ въ первомъ, проявляется вліяніе отношенія $\frac{2}{3} \frac{r}{x}$.

Опытъ 3-ій.

Мѣдный цилиндръ отожженный передъ сжатіемъ. Начальные размѣры: діаметръ = 5 мм., высота = 3 мм. После сжатія: діаметръ = 6 мм., высота = 2,1 мм. На основаніи диаграммы получена слѣдующая таблица:

Таблица 3.

	Высота h въ мм.	Площадь сѣченія s въ кв. мм.	Диаметръ d въ мм.	Все давле- ніе P въ кил.	Удельное давление p на въ кв. мм.
	3	19,6	5	—	—
1	2,64	22,3	5,3	500	22,4
2	2,42	24,3	5,6	1000	41,1
3	2,18	27,0	5,9	1500	55,5
4	2,10	28,0	6,0	1700	60,7

Послѣ того какъ нагрузка достигла 1700 кил. цилиндръ былъ снова отожденъ и подвергнутъ даль-
нѣйшему сжатію. Получились слѣдующіе результаты

Таблица 4.

	Высота h въ мм.	Площадь сѣченія s въ кв. мм.	Диаметръ d въ мм.	Все давле- ніе P въ кил.	Удельное давление p на въ кв. мм.
	2,1	28,0	6,0	—	—
1	1,84	32,0	6,4	1000	31,9
2	1,72	34,2	6,6	1500	43,8
3	1,62	36,4	6,8	2000	55,0
4	1,52	38,8	7,0	2500	64,5
5	1,50	39,2	7,1	2570	65,5

Изъ сравненія данныхъ двухъ послѣднихъ таб-
лицъ мы видимъ, что для равныхъ относительныхъ
сжатій значенія p во второмъ случаѣ будутъ больше
соотвѣственно большему значенію отношенія $\frac{d}{h}$

Опытъ 4-ый.

Мѣдный цилиндръ. Начальные размѣры: ди-
аметръ = 5,0 мм., высота = 5,1 мм. Послѣ сжатія:
диаметръ = 6,0 мм., высота = 3,6 мм. Передъ опы-
томъ мѣдь была отождена. Результаты представлены
въ слѣдующей таблицѣ:

Таблица 5.

	Высота h въ мм.	Площадь сѣченія s въ кв. мм.	Диаметръ d въ мм.	Все давле- ніе P въ кил.	Удельное давление p на въ кв. мм.
	5,1	19,6	5,0	—	—
1	4,69	21,3	5,21	480	22,5
2	4,27	23,4	5,46	910	40,0
3	3,85	26,0	5,76	1350	52,0
4	3,6	27,8	5,95	1650	59,4

Послѣ сжатія до высоты въ 3,6 мм. мѣдь была
снова отождена и сжата до размѣровъ: диаметръ
(средняго сѣченія) = 7,6 мм., высота = 2,3 мм. Для
этого сжатія получилась слѣдующая таблица:

Таблица 6.

	Высота h въ мм.	Площадь сѣченія s въ кв. мм.	Диаметръ d въ мм.	Все давле- ніе P въ кил.	Удельное давление p на въ кв. мм.
	3,6	27,8	6	—	—
1	3,27	30,6	6,24	1010	33,0
2	2,89	34,6	6,64	1740	50,3
3	2,52	39,7	7,11	2550	64,2
4	2,3	43,5	7,44	3000	69,2

Затѣмъ опытъ былъ прерванъ, мѣдь снова была
отождена и тогда подвергнута дальнѣйшему сжатію
до высоты въ 1,5 мм. Получились слѣдующіе ре-
зультаты:

Таблица 7.

	Высота h въ мм.	Площадь сѣченія s въ кв. мм.	Диаметръ d въ мм.	Все давле- ніе P въ кил.	Удельное давление p на въ кв. мм.
	2,3	43,5	7,45	—	—
1	2,02	49,6	7,95	1570	31,7
2	1,74	57,5	8,56	3010	52,4
3	1,5	64,7	9,22	4920	73,6

Опыты 5-ый и 6-ой.

Слѣдующіе два опыта имѣли цѣлью выяснитъ вліяніе скорости сжатія на величину удѣльнаго давления. Для этого были взяты 2 мѣдныхъ цилиндра почти одинаковыхъ размѣровъ: цилиндръ № 5 съ діаметромъ, равнымъ 10,1 мм. и высотой, равною 10,2 мм., и цилиндръ № 6 съ діаметромъ въ 10,1 мм. и высотой въ 10,1 мм. Передъ сжатіемъ оба цилиндра были выѣтъ отожджены приблизительно при одинаковыхъ условіяхъ. Результаты сжатія представлены въ слѣдующихъ таблицахъ.

Таблица 8.

Цилиндръ № 5. Скорость опусканія нажимнаго винта 0,08 мм. въ минуту.					
	Высота h въ мм.	Площадь сѣченія s въ кв. мм.	Діаметръ d въ мм.	Все давлѣ- ніе P въ кил.	Удѣльное давлѣніе p въ кил. на кв. мм.
	10,2	80,1	10,1		
1	9,95	82,2	10,2	1550	18,6
2	9,57	85,4	10,4	2250	26,4
3	9,16	89,2	10,6	2850	32,0
4	8,78	93,0	10,9	3590	38,6
6	8,6	95,0	11,0	4000	42,1

Таблица 9.

Цилиндръ № 6. Скорость опусканія нажимнаго винта—0,20 мм. въ минуту.					
	Высота h въ мм.	Площадь сѣченія s въ кв. мм.	Діаметръ d въ мм.	Все давлѣ- ніе P въ кил.	Удѣльное давлѣніе p въ кил. на кв. мм.
	10,1	80,1	10,1		
1	9,83	82,3	10,2	1500	18,2
2	9,46	85,5	10,4	2340	27,4
3	9,07	89,2	10,6	3100	34,8
4	8,65	93,5	10,9	3830	41,0
5	8,5	95,2	11,0	4270	44,9

Изъ сравненія таблицъ 8-ой и 9-ой мы видимъ, что большей скорости сжатія соответствуетъ и большее удѣльное давлѣніе при одинаковомъ относительномъ сжатіи.

XI. Опредѣленіе заботы, затрачиваемой на сжатіе цилиндра между параллельными плоскостями.

Если мы примемъ, что удѣльное давлѣніе определяется формулою 48-ою.

$$p = \frac{q}{1 - \frac{2fr}{3x}}$$

то работа, затрачиваемая на сжатіе цилиндра отъ высоты a до высоты a_1 , опредѣлится слѣдующимъ образомъ.

Обозначимъ работу черезъ T , площадь основанія цилиндра—черезъ S и высоту цилиндра—черезъ x ; тогда имѣемъ:

$$dT = -pSdx$$

или на основаніи формулы 48-ой:

$$49) dT = -\frac{qSdx}{1 - \frac{2fr}{3x}}$$

Если объемъ цилиндра обозначимъ черезъ V , то, принимая во вниманіе, что

$$V = \pi r^2 x = Sx$$

изъ 49-го получимъ

$$50) dT = -\frac{3V\pi Vqx^{1/2}dx}{3V\pi x^{3/2} - 2fV/V}$$

Откуда вся работа при сжатіи цилиндра отъ высоты a до высоты a_1 выразится формулою:

$$51) T = -\int_a^{a_1} \frac{3V\pi Vqx^{1/2}dx}{3V\pi x^{3/2} - 2fV/V}$$

Если примемъ q и f постоянными, то получимъ для выраженія работы формулу:

$$52) T = \frac{2}{3} qV \log \frac{3V\pi a^{3/2} - 2fV/V}{3V\pi a_1^{3/2} - 2fV/V}$$

Если положимъ f равнымъ 0, то изъ формулы 52-ой получимъ формулу:

$$53) T = qV \log \frac{a}{a_1}$$

найденную Финкомъ въ его уже упомянутой работѣ: „Theorie der Walzen—Arbeit“ (Z. für das Berg-, Hütten- und Salinen wesen, Band 22, 1874) и совпадающую съ формулою 4-ою, выражающею ра-

боту деформации при пропускѣ болванки между валками.

Можно отмѣтить, что какъ формула 53-ья или 4-ая, такъ и формула 52-ая согласуются съ такъ называемымъ закономъ подобія, найденнымъ Кикомъ въ его работѣ, напечатанной въ *Dingler's Polytechnisches Journal*, т. CCXXIV, стр. 465 и т. CCXXXIV стр. 257 и 345, подъ заглавіемъ: „*Beiträge zur Kenntniss der Mechanik weicher Körper*“. При своихъ изслѣдованіяхъ Кикъ чисто опытнымъ путемъ приходитъ къ слѣдующему выводу: „количества работы, потребныя для одинаковаго и съ одинаковою скоростью происходящаго измѣненія формы двухъ геометрически подобныхъ и изъ одинаковаго матеріала тѣлъ, относятся какъ объемы или вѣса этихъ тѣлъ“.

Въ статьѣ: „*Neuere Bestätigungen des Gesetzes der proportionalen Widerstände*“ (*Dingler's Polytechnisches Journal*, т. 272, стр. 500) Кикъ дѣлаетъ дополненіе къ приведенной выше формулировкѣ, излагая найденный имъ законъ слѣдующимъ образомъ: „Количества работы, потребныя для соответственнаго измѣненія формы двухъ геометрически подобныхъ и изъ одинаковаго матеріала тѣлъ, относятся какъ объемы или вѣса этихъ тѣлъ, давления же относятся какъ соответствующія сѣченія или поверхности этихъ тѣлъ. Подъ соответственнымъ измѣненіемъ формы здѣсь понимается такое, которое приводитъ два тѣла геометрически одинаковой начальной формы къ одинаковой конечной формѣ, причемъ имѣетъ мѣсто приблизительно одинаковая скорость и подобное дѣйствіе вѣшнихъ силъ“.

Съ этимъ добавленіемъ согласуется формула 48-ая

$$p = 1 - \frac{q}{2fr}$$

изъ которой вытекаетъ, что все давление будетъ

$$P = \frac{qS}{1 - \frac{2fr}{3x}}$$

гдѣ S есть площадь основанія цилиндра.

XII. Давленіе на единицу поверхности при прокаткѣ металла.

При сжатіи металла между двумя валками при прокаткѣ происходятъ явленія, аналогичныя имѣющимъ мѣсто при сжатіи металла подъ прессомъ. Именно сжимаемый металлъ скользитъ вдоль поверхности валковъ отчасти въ ширину, а главнымъ образомъ въ длину по оси прокатки. Возникающая при этомъ сила тренія, увеличивающая сопротивленіе металла сжатію, будетъ вліять на величину

удѣльнаго давления. Именно вліяніемъ главнымъ образомъ этой силы тренія я объясняю измѣненіе удѣльнаго давления при прокаткѣ свинцовыхъ брусковъ при опытахъ Кодрона, какъ уже было указано въ главѣ IX, отъ 2 до 16,3 кил. на кв. мм.

Несомнѣнно, что при пропускѣ нагрѣтаго жельза или свинца между валками будетъ имѣть мѣсто относительное перемѣщеніе частицъ металла, при которомъ частицы, лежащія возлѣ поверхности валка, увлекаемыя движеніемъ этой поверхности будутъ опережать частицы, лежащія внутри. Это подтверждается опытами Холленберга (*Hollenberg, Bemerkungen zu den Vorgängen beim Walzen von Eisen, „Stahl und Eisen“, 1883, стр. 121*), которые показали, что слой металла, перпендикулярный къ оси бруска, при пропускѣ между валками изгибается, причемъ края этого слоя, соприкасающіеся съ поверхностью валка, опережаютъ среднюю часть. Это обстоятельство показываетъ, что при прокаткѣ, кромѣ вѣшняго тренія, происходящаго вслѣдствіе скольженія поверхности металла вдоль поверхности валковъ, играетъ роль также и треніе вслѣдствіе относительнаго перемѣщенія частицъ внутри металла.

Однако аналогично тому, какъ мы разсматривали вопросъ о зависимости между удѣльнымъ давлениемъ и размѣрами сжимаемаго между двумя параллельными плоскостями цилиндра, можно и здѣсь разсматривать явленіе такъ, какъ будто слои металла, перпендикулярные къ оси прокатки, остаются при своемъ перемѣщеніи перпендикулярными къ этой оси. При такомъ допущеніи намъ придется разсматривать только вѣшнее треніе, имѣющее мѣсто вслѣдствіе скольженія металла вдоль поверхности валковъ. Такимъ именно образомъ я разсматриваю вопросъ о зависимости удѣльнаго давления на металлъ при прокаткѣ бруска съ прямоугольнымъ сѣченіемъ отъ толщины бруска до и послѣ пропуску и отъ радіуса валковъ въ моей статьѣ: „Сопротивленіе металла сжатію между двумя валками при прокаткѣ“ (*Зав. Горн. Инст., т. V, вып. II, стр. 77*), къ которой я и отсылаю читателей за подробностями. Здѣсь же я приведу лишь окончательный результатъ, полученный въ упомянутый статьѣ.

Исходя изъ того соображенія, что работа при сжатіи металла идетъ, во-первыхъ, на преодоленіе собственнаго сопротивленія металла сжатію, во-вторыхъ, на преодоленіе силы тренія при скольженіи металла вдоль поверхности валковъ, я прихожу къ формулѣ:

$$54) p = \frac{q}{1 - \frac{2\sqrt{r(a-a_1)}}{3a_1}} f.$$

(Сопротивление металла сжатию между двумя валками при прокаткѣ. Зап. Горн. Инст., т. V, вып. II, стр. 83, форм. 16-ая). При этомъ я пренебрегаю работою, затрачиваемою на увеличеніе живой силы прокатываемаго металла, такъ какъ эта часть работы незначительна, какъ неоднократно было отмѣчено въ литературѣ (см. напр. Верещагинъ. „Опредѣленіе работы при продольной прокаткѣ“, 1911, стр. 16).

Такъ какъ по формулѣ 4-ой

$$T = pV \log \frac{a}{a_1}$$

работа деформациі при пропускѣ болванки прямо пропорціональна удѣльному давленію, то формула 54-ая приводитъ насъ къ заключенію, что работа, затрачиваемая при пропускѣ болванки, зависитъ отъ радіуса валковъ и возрастаетъ вмѣстѣ съ этимъ радіусомъ. Если мы обозначимъ коэффициентъ уменьшенія ручьевъ черезъ k , то можемъ формулу 54-ую представить въ видѣ

$$p = \frac{q}{1 - \frac{2\sqrt{1-k}}{3k} \sqrt{\frac{r}{a} f}}$$

откуда вытекаетъ, что при постоянномъ коэффициентѣ уменьшенія ручьевъ работа при пропускѣ болванки между валками увеличивается вмѣстѣ съ отношеніемъ діаметра валка къ толщинѣ болванки. Этотъ выводъ согласуется съ заключеніемъ, которое дѣлаетъ Пуппе на основаніи своихъ изслѣдованій (Puppe. Versuche zur Ermittlung des Kraftbetrags an Walzwerken, 1909, стр. 31): „...zeigt sich dass der Energieverbrauch ein weit grösserer ist bei Walzstrassen mit relativ grossen Durchmesser und kleinen Block- bzw. Stabhöhen als wie bei solchen mit grossen Blockhöhen und relativ kleinem Walzendurchmesser“.

По поводу коэффициента тренія f здѣсь надо повторить то, что было сказано относительно этого же коэффициента въ главѣ X-ой при разсмотрѣніи вопроса о сжатіи металла между двумя параллельными плоскостями.

Въ своей статьѣ: „Къ вопросу объ опредѣленіи работы при прокаткѣ“ (Зап. Горн. Инст. т. VI, вып. 1) примѣняя формулу 54-ую къ опытамъ надъ прокаткою листового желѣза, я получилъ для f значеніе, равное 0,28. Въ упомянутой выше статьѣ: „Сопротивленіе металла сжатию между двумя валками при прокаткѣ“ я примѣнилъ эту же формулу къ опытамъ Кодрона (см. гл. IV) надъ брускомъ № 2 и получилъ $f=0,102$ и $q=2,18$ кил. на кв. мм. Но болѣе подробный разборъ опытовъ Ко-

дрона привелъ меня къ нѣсколькимъ инымъ результатамъ. Только что упомянутое значеніе f найдено по формулѣ

$$A) \quad f = \frac{p_2 - p_1}{k_2 p_2 - k_1 p_1}$$

(Сопротивленіе металла сжатию между двумя валками при прокаткѣ. Зап. Горн. Инст., т. V, вып. II, стр. 83), гдѣ p_1 и p_2 означаютъ удѣльные давленія при двухъ разсматриваемыхъ пропускахъ, а k_1 и k_2 представляютъ значенія

$$k = \frac{2\sqrt{r(a-a_1)}}{3a_1}$$

для этихъ пропусковъ. Значеніе $f=0,102$ получилось при примѣненіи формулы A къ пропускамъ 5-му и 9-му бруска № 2 при опытахъ Кодрона. Но при этомъ разности $p_2 - p_1$ и $k_2 p_2 - k_1 p_1$ представляютъ малыя величины въ сравненіи съ значеніями p и kp , а потому не большое отклоненіе въ значенія p должно вызывать большое измѣненіе получаемого значенія f ; слѣдовательно, найденный результатъ является весьма неточнымъ. Поэтому мы возьмемъ теперь для бруска № 2 пропуски 1-ый и 9-ый, для которыхъ имѣемъ: $p_1=2,0$, $p_2=2,58$ кил. на кв. мм., $k_1=0,46$, $k_2=1,55$. Тогда получимъ $f=0,187$ и $q=1,84$ кил. на кв. мм.

Въ опытахъ съ брускомъ № 3 вліяніе значеній k вслѣдствіе медленнаго ихъ измѣненія, совершенно покрывается вліяніемъ другихъ условій; это видно изъ того, что съ перваго по десятый пропускъ давленіе на единицу поверхности въ общемъ не возрастаетъ.

Въ опытахъ съ брускомъ № 5 p возрастаетъ весьма быстро соотвѣтственно быстрому возрастанію k . Изъ 1-го и 6-го пропуска, для которыхъ $p_1=2,86$ и $p_2=3,36$ кил. на кв. мм., $k_1=0,62$ и $k_2=1,16$, найдемъ: $f=0,234$ и $q=2,44$ кил. на кв. мм. Для слѣдующихъ пропусковъ подобное вычисленіе даетъ меньшее значеніе f соотвѣтственно сдѣланному въ главѣ X замѣчанію о зависимости f отъ величины удѣльнаго давленія.

Въ опытахъ съ брускомъ № 6 удѣльное давленіе возрастаетъ отъ 2,01 кил. на кв. мм. при 1-мъ пропускѣ до 2,92 кил. на кв. мм. при 39-мъ пропускѣ. Для 1-го пропуска имѣемъ $k_1=0,01$, для 39-го— $k_2=1,75$, откуда находимъ: $f=0,2$, $q=1,89$. Сопоставляя всѣ эти результаты, мы можемъ считать ихъ достаточно согласующимися между собою.

По поводу формулы A) замѣтимъ, что она получается изъ формулы 54-ой при допущеніи, что значеніе q для двухъ разсматриваемыхъ пропусковъ остается одно и то же. Въ дѣйствительности q за-

виситъ также отъ скорости обжатія, о чемъ рѣчь будетъ дальше, а также возрастаетъ вслѣдствіе механической обработки. При опытахъ проф. Н. С. Курнакова и С. Ф. Жемчужнаго надъ истеченіемъ пластическихъ тѣлъ оказалось, что „повторными сжатіями одного и того образца можно было повысить давленіе истечения свинца съ 8,8 до 17,4 кил. на кв. мм.“ (Н. С. Курнаковъ и С. Ф. Жемчужный. Давленіе истечения и твердость пластическихъ тѣлъ. Изв. Петрогр. Пол. Инст., 1913, стр. 335). Но при разсматриваемыхъ опытахъ Кодрона вліяніе механической обработки на значеніе q должно быть мало, особенно при сравнительно небольшомъ обжатіи, какъ показываютъ, напримѣръ, опыты надъ брускомъ № 3.

ХІІІ. Собственное сопротивленіе металла сжатію.

Остановимся нѣсколько на величинѣ q , которую мы назвали собственнымъ сопротивленіемъ металла сжатію. Эта величина для данного металла зависитъ, какъ показываетъ опытъ, отъ скорости прокатки или, при сжатіи подъ прессомъ, отъ скорости сжатія, въ случаѣ же прокатки при высокой температурѣ, конечно, и отъ температуры нагрева. При уменьшеніи скорости обжатія величина эта для данного металла уменьшается, стремясь къ нѣкоторому предѣлу. Этотъ предѣлъ для вязкаго металла надо считать близкимъ къ временному сопротивленію металла разрыву, причемъ однако надо замѣтить, что послѣдняя величина также зависитъ отъ скорости растяженія металла. Такъ для свинца изъ опытовъ Кодрона надъ прокаткою (см. гл. IV) мы получаемъ для q значеніе близкое къ 2 килогр. на кв. мм., между тѣмъ какъ абсолютное сопротивленіе свинца разрыву по опытамъ Вертгейма (привожу по Хвольсону, Физика, т. I, стр. 591) при медленномъ разрывѣ равно 1,25 и при быстромъ 2,21 кил. на кв. мм. Для мѣди

изъ опытовъ Кодрона надъ сжатіемъ подъ прессомъ (см. гл. X) мы получаемъ для q значеніе, близкое къ 30 кил. на кв. мм., по опытамъ же Вертгейма абсолютное сопротивленіе мягкой мѣди разрыву составляетъ 31 кил. на кв. мм. Для разсмотрѣнія того же вопроса по отношенію къ нагрѣтому желѣзу воспользуемся опытами Кольмана, изложенными въ его трудѣ: „Ueber die Festigkeit des erhitzten Eisens“. Berlin. 1880. На стр. 23 онъ приводитъ данныя относительно абсолютнаго сопротивленія желѣза разрыву при различной температурѣ. Изъ этихъ данныхъ я приведу относящіеся къ болѣе высокимъ температурамъ.

Бессемеровская сталь.

Температура въ въ градусахъ Цельсія.	Абсолютное со- противленіе раз- рыву въ кил. на кв. мм.	Продолжитель- ность опыта въ минутахъ.
800	7,91	0,4
830	7,24	0,4
850	6,50	0,6
870	6,00	0,5
900	5,42	0,5
940	4,80	0,5
980	3,91	0,6
1050	3,62	0,6
1080	3,31	0,4

Далѣе на страницѣ 27-ой той же книги мы находимъ таблицу съ данными относительно давленія при прокаткѣ нагрѣтаго до различной температуры желѣза. Эту таблицу я дополняю значеніями удѣльнаго давленія p , вычисленнаго по формулѣ 2-ой.

Бессемеровское литое желѣзо.

Диаметръ валковъ 321 и 316 мм.

№ Пробы.	Температура прокатки въ град. Ц.	Размѣры бруска передъ опытомъ въ мм.	Вся нагрузка въ кил.	Размѣры послѣ пропуска между валками въ мм.	Уменьшеніе толщины въ мм.	Расширеніе въ мм.	Продолжительность опыта въ мин.	Удѣльное давленіе p въ кил. на кв. мм.
1	1320	25,65×25,65	1940	22,6×26,4	3,05	0,75	0,4	3,4
2	1200	25,60×25,60	2190	24,0×25,7	1,60	0,10	0,5	5,35
3	1230	25,65×25,65	1690	24,1×25,95	1,55	0,30	0,4	4,16
4	1150	35,3×35,2	3560	31,8×35,55	3,50	0,35	0,5	4,27
5	1100	35,0×35,0	3560	33,15×35,15	1,85	0,15	0,4	5,92
6	1050	35,1×35,1	3560	33,70×35,45	1,40	0,35	0,6	6,65
7	1160	25,6×39,7	3315	23,8×39,9	1,80	0,20	0,5	4,92
8	1150	26,1×40,2	1690	24,65×40,8	1,45	0,60	0,6	2,74
9	1080	26,05×40,0	1690	25,60×40,3	0,45	0,30	0,6	4,95

Опредѣлимъ для этихъ опытовъ значенія k по формулѣ

$$k = \frac{2\sqrt{r(a-a_1)}}{3a_1}$$

и принявъ коэффициентъ тренія f равнымъ 0,28, вычислимъ q по формулѣ:

$$q = p(1 - kf).$$

Результаты этихъ вычисленій представлены въ слѣдующей таблицѣ:

№ Пробы.	Температура прокатки въ град. Ц.	$k = \frac{2\sqrt{r(a-a_1)}}{3a_1}$	q въ кил. на кв. мм.
1	1320	0,65	2,78
2	1200	0,443	4,68
3	1230	0,432	3,66
4	1150	0,493	3,68
5	1100	0,346	5,35
6	1050	0,296	6,10
7	1160	0,475	4,27
8	1150	0,412	2,42
9	1080	0,22	4,65

Путемъ подобныхъ же вычисленій на основаніи таблицы V того же труда Кольманна („Ueber die Festigkeit des erhitzten Eisens“, стр. 28) находимъ для бессемеровскаго литого желѣза при прокаткѣ при болѣе низкихъ температурахъ слѣдующія значенія для q :

№ Пробы.	Температура прокатки въ град. Ц.	q въ кил. на кв. мм.
1	1020	6,23
2	995	6,95
3	980	7,25
4	920	7,45
5	890	8,35
6	880	8,91
7	870	9,10
8	910	9,13

Въ слѣдующей таблицѣ мы сопоставляемъ между собою сопротивленія нагрѣтаго желѣза, разрыву и его сопротивленія сжатію— q .

Температура въ град. Ц.	Абсолютное сопротивленіе разрыву.	
	въ кил. на кв. мм.	
870	6,00	9,10
880	—	8,91
890	—	8,35
900	5,4	—
910	—	9,13
920	—	7,45
940	4,8	—
980	3,91	7,25
995	—	6,95
1020	—	6,23
1050	3,62	6,10
1080	3,31	4,62

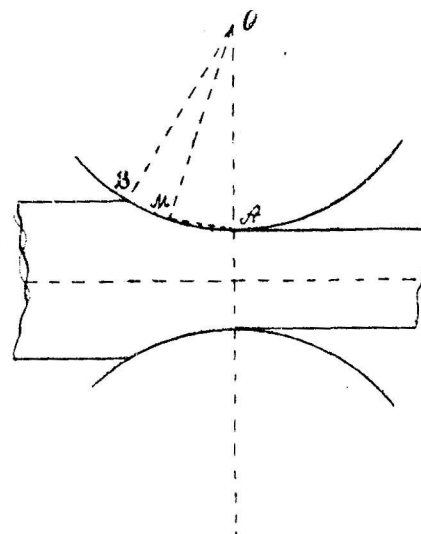
При уменьшеніи скорости прокатки или скорости обжатія q должно уменьшаться. Поэтому и въ данномъ случаѣ можно сказать, что предѣлъ, къ которому стремится q при уменьшеніи скорости прокатки до 0, близокъ къ абсолютному сопротивленію металла разрыву.

ХІV. Скорость обжатія и ея вліяніе на удѣльное давленіе при прокаткѣ.

Допустимъ, какъ это мы дѣлали и раньше, что металлъ выходитъ изъ валковъ со скоростью равною скорости v движенія точки поверхности валковъ. Если мы представимъ, что всей системѣ, состоящей изъ валковъ и прокатываемаго металла придана скорость v въ направленіи, обратномъ направленію прокатки, то относительное движеніе валковъ и металла останется то же самое, но прокатанная часть металла будетъ неподвижна, а валки будутъ катиться по поверхности металла. Каждая точка поверхности валковъ при этомъ относительно движенія будетъ описывать циклоиду. Точка А (см. черт. 10) будетъ мгновеннымъ центромъ вращения круга О, представляющаго сѣченіе прокатного валка. Скорость точки М будетъ направлена

по перпендикуляру къ хордѣ АМ. Эта скорость если мы будемъ проводить аналогію между прокат-

Черт. 10,



кою и сжатіемъ металла подъ прессомъ, соответствуетъ скорости, съ которою металлъ сжимается подъ прессомъ. Это аналогія отмѣчена Р. Р. Тонковымъ въ его работѣ: „Прокатка и калибровка“ (Горный Журналъ, 1901, т. III, стр. 63). Разсмотрѣнные въ слѣдующей главѣ опыты Цуппе показываютъ, что есть очевидная зависимость между среднею скоростью точекъ дуги АВ или, иначе говоря, среднею скоростью обжатія и удѣльнымъ давленіемъ при прокаткѣ. По этому мы сейчасъ нѣсколько остановимся на вопросѣ относительно средней скорости обжатія

Если угловая скорость вращенія окружности О около мгновеннаго центра А равна ω , то скорость точки М будетъ:

$$u = \omega \cdot \overline{AM}.$$

Если уголъ АОМ обозначимъ черезъ α , а радиусъ валка—черезъ r , то получимъ:

$$55) u = 2\omega r \sin \frac{\alpha}{2}.$$

Но $\omega = \frac{v}{r}$, слѣдовательно, изъ 55-го получаемъ:

$$56) u = 2v \sin \frac{\alpha}{2}.$$

Эта формула выведена инымъ путемъ Р. Р. Тонковымъ въ упомянутой выше его работѣ: „Прокатка и калибровка“ на стр. 61-ой.

Скорость u измѣняется для точекъ дуги захвата АВ отъ наибольшаго значенія $2v \sin \frac{\alpha_0}{2}$, гдѣ α_0

есть уголъ АОВ, въ точкѣ В до О въ точкѣ А. Среднюю скорость точки на дугѣ захвата можно принять равной $v \sin \frac{\alpha_0}{2}$, такъ какъ при небольшой величинѣ угла захвата уголъ α можно считать пропорціональнымъ $\sin \frac{\alpha}{2}$. Инымъ путемъ среднюю скорость можно получить по формулѣ:

$$U_{cp} = \frac{2v}{\alpha_0} \int_0^{\alpha_0} \sin \frac{\alpha}{2} d\alpha = \frac{8v}{\alpha_0} \sin^2 \frac{\alpha_0}{4}.$$

Если замѣнимъ $\sin \frac{\alpha_0}{4}$ черезъ $\frac{\alpha_0}{4}$, то получимъ

$$57) U_{cp} = \frac{v\alpha_0}{2}.$$

Замѣнивъ же въ формулѣ 57-ой $\frac{\alpha_0}{2}$ черезъ

$\sin \frac{\alpha_0}{2}$, получимъ снова прежнюю формулу:

$$58) U_{cp} = v \sin \frac{\alpha_0}{2}.$$

Эта формула совпадаетъ съ формулою „средней скорости обжатія“, данной Р. Р. Тонковымъ въ упомянутой выше его работѣ на стр. 63.

Формулу 58-ую мы можемъ представить также въ видѣ:

$$59) U_{cp} = \frac{v}{2} \sqrt{\frac{a-a_1}{r}},$$

гдѣ a — толщина болванки до пропуска и a_1 — послѣ пропуска.

XV. Удѣльное давленіе и собственное сопротивленіе металла сжатію при прокаткѣ, вычисленныя на основаніи опытовъ Пуппе.

Для выясненія зависимости между удѣльнымъ давленіемъ и скоростью прокатки, а также температурою нагрѣва на основаніи опытныхъ данныхъ я воспользовался опытами Пуппе, изложенными въ его статьѣ: „Versuche über Walzdrucke an einem Blockwalzwerk“. (Stahl und Eisen, 1910, №№ 43 и 44). Въ этой статьѣ сообщаются результаты 10-ти опытовъ надъ прокаткою болванокъ, вѣсомъ около 2,5 тоннъ каждая. На основаніи этихъ результатовъ я и составляю ниже приводимыя 10 таблицъ, соответствующихъ 10 таблицамъ Пуппе.

Въ вычисленныхъ мною таблицахъ среднее удѣльное давленіе при каждомъ пропускѣ определено по формулѣ 2-ой:

$$p = \frac{N}{bV r (a - a_1)}.$$

Для b въ этой формулѣ я беру среднее значеніе между шириною болванки до пропуска и послѣ пропуска. N представляетъ среднее давленіе на валки, данное въ таблицахъ Пуппе для каждого пропуска. (При вычисленіи къ взятому изъ таблицы N надо прибавлять 15,5 тоннъ — вѣсъ верхняго валка).

Собственное сопротивленіе металла сжатію я вычисляю по формулѣ:

$$q = p (1 - kf)$$

гдѣ

$$k = \frac{2\sqrt{r(a-a_1)}}{3a_1}$$

$a f$ я принимаю равнымъ 0,28.

Средняя скорость прокатки определена по формулѣ

$$v = \frac{l}{t}$$

гдѣ l — длина прокатываемой болванки послѣ пропуска, а t — продолжительность пропуска. Среднюю скорость на поверхности валка я принимаю равной v . Можно вычислить среднюю скорость на поверхности валка по формулѣ:

$$v_1 = \frac{\pi n r}{30}$$

гдѣ n представляетъ среднее число оборотовъ валка въ минуту. Это число n также дается Пуппе для каждого пропуска. Вычисленная такимъ способомъ скорость v_1 въ общемъ нѣсколько меньше v , что указываетъ на опереженіе металла при прокаткѣ.

Средняя скорость обжатія вычислена по формулѣ 59-ой:

$$U_{cp} = \frac{v}{2} \sqrt{\frac{a-a_1}{r}}.$$

Радиусъ r для каждого ручья определенъ въ мм. по формулѣ $r = 550 - \frac{a_1}{2}$. (Диаметръ валка данъ равнымъ 1.100 мм.).

Кромѣ того въ таблицахъ приведены температуры каждого пропуска и важѣйшія основныя данныя, заимствованныя изъ таблицъ Пуппе.

Въ каждой таблицѣ я разсматриваю пропуски, начиная лишь съ 5-го, потому что въ предыдущихъ ручьяхъ болванка, первоначальная форма которой представляетъ усѣченную пирамиду, обжимается по длинѣ неравномѣрно.

Таблица 1.

№ пропуска.	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Продолжительность пропуска t въ сек.	3,61	3,51	4,30	4,45	4,33	5,35	4,13	4,15	7,85	6,48	7,11	8,31	10,00	16,38	14,70
Размѣры ручья:															
высота a въ мм.	363	333	303	273	378	338	298	260	220	172	213	171	153	131	135
ширина b въ мм.	403	408	413	418	277	281	285	289	264	268	176	180	175	179	135
Уменьшеніе высоты сѣченія $a-a_1$ въ мм.	31	30	30	30	40	40	40	38	69	48	55	42	27	22	44
Длина болванки. l въ метр.	2,235	2,406	2,613	2,865	3,123	3,442	3,850	4,351	5,629	7,093	8,722	10,622	12,211	13,943	17,940
Среднее давленіе на обѣ цапфы N въ тон.	264	290	271	290	218	220	277	302	321	336	239	216	196	148	205
Температура T въ град. Ц.	1086	1086	1086	1086	1100	1107	1144	1144	1144	1151	1151	1151	1125	1119	1100
Радиусъ r въ мм.	368	383	398	413	361	381	401	420	440	464	443	464	473	484	482
Среднее удѣльное давленіе p въ кил. на кв. мм.	6,50	7,03	6,36	6,60	7,95	6,82	8,14	8,68	7,34	8,58	9,45	9,28	10,5	8,92	11,4
Собственное сопро- тивленіе металла сжатію q въ кил. на кв. мм.	6,14	6,60	5,93	6,10	7,48	6,35	7,50	7,90	6,25	7,18	8,15	7,85	9,05	7,60	9,05
Средняя скорость прокатки V въ мм. въ сек.	620	680	550	640	720	640	930	1050	715	1090	1220	1280	1220	850	1220
Средняя скорость обжатія u въ мм. въ сек.	90	95	75	86	120	103	147	158	141	175	224	193	145	90	184

Таблица 2.

№ пропуска.	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
t въ сек.	3,68	2,94	3,14	3,16	3,60	3,68	3,36	4,06	5,40	5,16	6,98	6,20	8,76	12,00	12,90
a_1 въ мм.	363	333	303	273	378	338	298	260	223	179	212	173	152	131	135
b въ мм.	403	408	413	418	277	281	285	289	264	268	183	187	177	181	135
$a-a_1$ въ мм.	31	30	30	30	40	40	40	38	63	47	56	39	35	21	46
l въ метр.	2,235	2,406	2,613	2,865	3,123	3,442	3,850	4,351	5,480	6,816	8,427	10,107	12,153	13,789	17,940
N въ тоннахъ	184	253	244	280	216	229	247	224	302	304	206	215	163	136	170
T въ град. Ц.	1165	1165	1179	1179	1179	1186	1193	1193	1193	1200	1200	1200	1193	1193	1179
r въ мм.	368	383	398	413	361	381	401	420	437	460	444	463	474	484	482
p въ кил. на кв. мм.	4,65	6,15	5,77	6,38	6,95	7,03	7,25	6,55	7,24	8,10	7,66	9,23	7,9	8,36	9,35
q въ кил. на кв. мм.	4,40	5,78	5,38	5,90	6,55	6,55	6,68	5,96	6,25	6,86	6,60	7,90	6,65	7,15	7,42
v въ мм. въ сек.	600	820	830	910	870	940	1140	1070	1020	1320	1200	1630	1390	1150	1390
u въ мм. въ сек.	88	114	114	122	144	152	180	161	193	211	213	236	188	120	214

Таблица 3.

№ пропуска.	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
t въ сек.	2,94	3,66	4,04	3,46	4,03	4,43	3,77	4,27	6,74	6,01	8,09	6,35	7,85	12,45	13,94
a_1 въ мм.	363	333	303	273	378	338	298	260	220	172	206	172	154	131	135
b въ мм.	403	408	413	418	277	281	285	289	264	268	176	180	176	180	135
$a - a_1$ въ мм.	31	30	30	30	40	40	40	38	69	48	62	34	26	23	45
l въ метр.	2,249	2,421	2,629	2,883	3,142	3,464	3,873	4,378	5,664	7,136	9,073	10,625	12,137	13,951	18,050
N въ тоннахъ.	229	218	237	276	232	208	231	236	281	288	209	193	166	145	170
T въ град. Ц.	1151	1151	1151	1151	1151	1165	1179	1179	1179	1179	1172	1165	1151	1151	1151
r въ мм.	368	383	398	413	361	381	401	420	440	464	447	464	473	484	482
p въ кил. на кв. мм.	5,70	5,36	5,62	6,30	7,47	6,47	6,85	6,92	6,47	7,64	7,73	9,31	9,37	8,50	9,43
q въ кил. на кв. мм.	5,38	5,05	5,25	5,81	7,03	6,03	6,30	6,30	5,51	6,40	6,55	8,05	8,10	7,23	7,50
v въ мм. въ сек.	770	660	650	830	780	780	1020	1020	840	1180	1120	1670	1550	1110	1290
u въ мм. въ сек.	112	92	89	112	130	126	161	153	166	190	208	225	180	121	192

Таблица 4.

№ пропуска.	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
t въ сек.	2,29	3,06	2,79	3,22	4,00	3,42	4,42	4,27	6,36	5,36	8,00	7,04	7,98
a_1 въ мм.	360	328	300	273	374	339	298	259	228	171	215	186	146
b въ мм.	403	408	413	418	277	281	285	289	263	267	175	179	190
$a - a_1$ въ мм.	31	32	28	27	44	35	41	39	61	57	52	29	33
l въ метр.	2,165	2,347	2,535	2,753	3,032	3,297	3,698	4,197	5,238	6,880	8,348	9,434	11,323
N въ тоннахъ.	218	223	212	224	191	195	206	217	261	280	185	154	162
T въ град. Ц.	1186	1186	1186	1179	1179	1179	1179	1186	1186	1186	1179	1172	1179
r въ мм.	370	386	400	413	363	380	401	420	436	464	442	457	477
p въ кил. на кв. мм.	5,43	5,28	5,23	5,45	5,92	6,53	6,10	6,31	6,48	6,85	7,63	8,30	7,50
q въ кил. на кв. мм.	5,13	4,95	4,89	5,06	5,55	6,12	5,62	5,73	5,62	5,63	6,63	7,33	6,30
v въ мм. въ сек.	940	770	910	850	760	960	840	980	820	1280	1040	1340	1420
u въ мм. въ сек.	144	110	120	108	132	145	134	149	153	224	178	169	187

Таблица 5.

№ пропуса.	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
t въ сек.	2,91	2,48	2,80	3,02	3,66	3,00	3,26	3,88	6,01	5,59	6,31	8,25	9,72
a_1 въ мм.	363	333	300	271	374	338	298	260	229	171	218	188	145
b въ мм.	403	408	413	418	275	279	283	287	264	268	175	179	192
$a-a_1$ въ мм.	30	30	33	29	44	36	40	38	58	58	50	30	34
l въ метр.	2,103	2,265	2,483	2,716	2,992	3,263	3,648	4,123	5,082	6,714	8,065	9,143	11,052
N въ тоннахъ.	146	196	201	204	189	171	191	200	215	239	151	123	139
T въ град. Ц.	1207	1267	1207	1200	1200	1214	1214	1214	1214	1214	1214	1193	1193
r въ мм.	368	383	400	414	363	381	401	420	435	464	441	456	477
p въ кил. на кв. мм.	3,82	4,84	4,57	4,81	5,90	5,73	5,77	5,98	5,52	5,81	6,70	6,67	6,35
q въ кил. на кв. мм.	3,48	4,55	4,23	4,45	5,53	5,35	5,32	5,43	4,81	4,78	5,85	5,90	5,31
c въ мм. въ сек.	720	910	890	900	800	1090	1120	1060	840	1200	1280	1110	1140
u въ мм. въ сек.	103	127	128	119	139	168	177	159	153	212	215	142	152

Таблица 6.

№ пропуса.	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
t въ сек.	2,12	2,50	2,70	3,14	3,28	3,92	5,13	4,85	6,23	6,38	7,45	9,00	10,06
a_1 въ мм.	363	333	303	273	372	336	296	260	216	171	223	189	145
b въ мм.	403	408	413	418	277	281	285	289	264	268	175	179	193
$a-a_1$ въ мм.	30	30	30	30	46	36	40	36	73	45	45	34	34
l въ метр.	2,150	2,315	2,513	2,756	3,052	3,331	3,728	4,186	5,516	6,863	8,060	9,297	11,239
N въ тоннахъ.	295	247	297	294	310	239	241	276	317	425	213	213	199
T въ град. Ц.	1214	1214	1214	1214	1214	1200	1200	1200	1200	1193	1186	1172	1179
r въ мм.	368	383	398	413	364	382	402	420	442	464	438	455	477
p въ кил. на кв. мм.	4,97	4,98	4,71	4,50	6,03	5,71	5,05	5,70	5,20	6,93	7,59	7,40	6,45
q въ кил. на кв. мм.	4,70	4,68	4,40	4,15	5,64	5,34	4,65	5,20	4,40	5,83	6,70	6,50	5,39
c въ мм. въ сек.	1010	920	930	880	930	850	730	860	890	1070	1080	1030	1060
u въ мм. въ сек.	144	132	127	118	165	130	115	126	181	167	173	141	141

Таблица 7.

№ пропуска.	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
t въ сек.	3,08	2,61	2,39	3,10	3,77	3,25	3,38	3,44	5,82	5,90	6,10	5,98	8,50
a_1 въ мм.	363	333	303	273	372	336	296	260	222	172	220	186	145
b въ мм.	403	408	413	418	277	281	285	289	264	268	176	180	190
$a-a_1$ въ мм.	30	30	30	30	46	36	40	36	67	50	48	34	35
l въ метр.	2,185	2,352	2,554	2,801	3,101	3,385	3,787	4,253	5,453	6,933	8,254	9,545	11,600
X въ тоннахъ.	204	275	330	263	239	205	257	253	313	329	220	207	191
T въ град. Ц.	1151	1151	1151	1172	1186	1186	1186	1186	1165	1165	1165	1151	1151
r въ мм.	368	383	398	413	364	382	402	420	439	464	440	457	477
p въ кил. на кв. мм.	5,22	6,67	7,69	6,03	7,17	6,73	7,65	7,61	7,32	8,49	9,29	10,05	8,50
q въ кил. на кв. мм.	4,94	6,27	7,17	5,57	6,70	6,30	7,04	6,95	6,27	7,08	8,13	8,80	7,08
c въ мм. въ сек.	710	900	1070	900	820	1040	1120	1230	940	1170	1350	1620	1250
u въ мм. въ сек.	101	125	146	121	145	159	176	180	184	192	224	220	169

Таблица 8.

№ пропуска.	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
t въ сек.	2,69	2,68	3,55	3,50	3,86	3,68	3,87	4,60	8,50	7,30	7,40	9,81	10,34
a_1 въ мм.	363	333	303	273	376	336	296	260	216	170	225	186	145
b въ мм.	403	408	413	418	277	281	285	289	264	268	174	178	190
$a-a_1$ въ мм.	30	30	30	30	42	40	40	36	73	46	43	39	33
l въ метр.	2,191	2,359	2,561	2,809	3,078	3,395	3,800	4,266	5,621	7,036	8,188	9,682	11,635
X въ тоннахъ.	264	281	293	310	238	239	260	225	309	346	232	195	190
T въ град. Ц.	1144	1144	1144	1144	1144	1165	1165	1165	1151	1153	1144	1144	1144
r въ мм.	368	383	398	413	362	382	402	420	442	465	437	457	477
p въ кил. на кв. мм.	6,60	6,80	6,87	7,05	7,48	7,37	7,65	6,81	6,89	9,27	10,6	8,93	9,01
q въ кил. на кв. мм.	6,24	6,39	6,41	6,51	7,02	6,86	7,04	6,21	5,82	7,79	9,40	7,76	7,55
c въ мм. въ сек.	810	800	720	800	800	920	980	930	660	960	1110	990	1120
u въ мм. въ сек.	115	123	99	107	136	149	154	136	134	151	174	145	147

Таблица 9.

№ пропуска.	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
l въ сек.	3,40	2,88	3,14	2,96	3,73	3,90	3,73	4,61	6,62	5,84	6,52	5,31	7,18
a_1 въ мм.	363	333	303	273	376	336	296	260	222	172	220	186	145
b въ мм.	403	408	413	418	277	281	285	289	264	268	176	180	190
$a-a_1$ въ мм.	30	30	30	30	42	40	40	36	67	50	48	34	35
l въ метр.	2,16	2,33	2,53	2,77	3,04	3,53	3,75	4,21	5,40	6,86	8,17	9,46	11,86
N въ тоннахъ	185	290	272	304	261	248	251	231	280	310	207	202	189
T въ град. Ц.	1151	1151	1151	1151	1151	1158	1172	1172	1179	1179	1179	1179	1186
r въ мм.	368	383	398	413	362	382	402	420	439	464	440	457	477
p въ кил. на кв. мм. . .	4,74	7,00	6,40	6,92	8,13	7,65	7,41	7,96	6,56	8,04	8,78	9,82	8,40
q въ кил. на кв. мм. . .	4,48	6,59	5,97	6,40	7,63	7,12	6,82	7,26	5,62	6,71	7,70	8,60	7,00
c въ мм. въ сек.	630	810	810	940	810	900	1000	910	810	1170	1250	1780	1600
u въ мм. въ сек.	90	116	111	127	129	145	158	133	158	192	206	242	216

Таблица 10.

№ пропуска.	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
l въ сек.	3,77	2,54	3,00	3,10	4,62	3,68	4,15	4,16	5,45	5,85	6,40	5,36	7,32
a_1 въ мм.	363	333	303	273	376	336	296	260	222	172	220	186	145
b въ мм.	403	408	413	418	277	281	285	289	264	268	176	180	190
$a-a_1$ въ мм.	30	30	30	30	42	40	40	36	67	50	48	34	35
l въ метр.	2,09	2,26	2,45	2,68	2,94	3,24	3,63	4,08	5,23	6,65	7,91	9,15	11,12
N въ тоннахъ	143	242	219	238	183	206	212	211	240	281	184	177	161
T въ град. Ц.	1186	1186	1179	1179	1179	1186	1186	1193	1193	1193	1193	1200	1200
r въ мм.	368	383	398	413	362	382	402	420	439	464	440	457	477
p въ кил. на кв. мм. . . .	3,75	5,93	5,27	5,47	5,94	6,44	6,32	6,40	5,67	7,30	7,90	8,50	7,29
q въ кил. на кв. мм. . . .	3,55	5,58	4,92	5,05	5,58	6,00	5,81	5,83	4,86	6,10	6,93	8,00	6,07
c въ мм. въ сек.	550	890	820	860	740	890	870	980	960	1130	1240	1710	1520
u въ мм. въ сек.	79	124	112	116	126	144	138	143	181	186	204	233	205

XVI. Зависимость q отъ температуры прокатки и отъ средней скорости обжатія.

Введенное нами и вычисленное для опытовъ Пуинье собственное сопротивление металла сжатію зависитъ очевидно отъ температуры нагрѣва металла и отъ скорости прокатки или отъ скорости обжатія. Мы попытаемся на основаніи опытовъ Пуинье выразить q формулою, состоящую изъ двухъ множителей U , $q\tau$, изъ которыхъ одинъ — $q\tau$ представляетъ значеніе q при данной температурѣ T и при скорости обжатія, равной U , а другой учитываетъ вліяніе скорости обжатія.

Исходя изъ высказаннаго раньше предположенія, что предѣлъ q при стремленіи скорости сжатія къ 0 совпадаетъ съ абсолютнымъ сопротивленіемъ металла разрыву, мы могли бы попытаться найти формулу для $q\tau$, исходя изъ опытовъ разрыва брусковъ при различныхъ температурахъ, если бы у насъ были въ достаточномъ числѣ вѣдѣжныя данныя такого рода. Но таковыхъ данныхъ у насъ не имѣется, такъ какъ при рассмотрѣнныхъ выше опытахъ Колламина, произведенныхъ еще въ 1880 году, температура, можно думать, была опредѣлена не точно. Но этому мы выведемъ нашу формулу, исходя непосредственно изъ опытовъ Пуинье.

Рассмотрѣніе таблицъ, данныхъ въ предыдущей главѣ, приводитъ къ заключенію, что зависимость q

отъ температуры выражается довольно удовлетворительно для температуръ, заключающихся между 1110° и 1214° , формулою:

$$60) \quad q\tau = 53,1 - 70,4 \tau + 23,3 \tau^2$$

гдѣ τ представляетъ температуру, выраженную въ тысячахъ градусовъ. Эта формула даетъ

$$\begin{array}{ll} \text{при } T = 1000^{\circ} & q = 6 \text{ кил. на кв. мм.} \\ \text{„ } T = 1200^{\circ} & q = 2,2 \text{ „ „ „ „} \\ \text{„ } T = 1500^{\circ} & q = 0 \text{ „ „ „ „} \end{array}$$

Эти числа согласуются съ опытами Геза (L. Gouze. *Traité du laminage du fer et de l'acier*, стр. 10. 1900), которые даютъ для сопротивленія стали разрыву слѣдующія величины:

6 кил. на кв. мм. при температурѣ въ 1050° и 2,2 кил. на кв. мм. при температурѣ въ 1200° .

Зависимости q отъ средней скорости обжатія на основаніи тѣхъ же таблицъ можно выразить формулою:

$$61) \quad q = q\tau (1 + 0,01 u).$$

Для примѣра сравнимъ значенія q , данныя въ нѣсколькихъ таблицахъ предыдущей главы, съ значеніями, вычисленными по формуламъ 60 и 61-ой.

Т а б л и ц а 5.

№ пропуска.	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Температура въ град. Ц.	1207	1207	1207	1200	1200	1214	1214	1214	1214	1214	1214	1193	1193
Средняя скорость обжатія u въ мм. въ сек.	103	127	128	119	139	168	177	159	153	212	215	142	152
q найденное въ главѣ XIV-ой, въ кил. на кв. мм.	3,48	4,55	4,23	4,45	5,53	5,35	5,32	5,43	4,81	4,78	5,85	5,90	5,31
q , вычисленное по формуламъ 60 и 61, въ кил. на кв. мм.	4,22	4,72	4,74	4,82	5,26	5,28	5,46	5,10	4,98	6,15	6,20	5,50	5,72

Таблица 6.

№ проуска.	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Температура въ град. Ц.	1214	1214	1214	1214	1214	1200	1200	1200	1200	1193	1186	1172	1179
Средняя скорость обжатія u въ мм. въ сек. .	144	132	127	118	165	130	115	126	181	167	173	141	141
q , найденное въ главѣ XIV-ой, въ кил. на кв. мм.	4,70	4,68	4,40	4,15	5,64	5,34	4,65	5,20	4,40	5,83	6,70	6,50	5,39
q , вычисленное по формуламъ 60 и 61, въ кил. на кв. мм.	4,81	4,57	4,47	4,30	5,22	5,06	4,73	4,97	6,18	6,06	6,50	6,26	6,00

Таблица 8.

№ проуска.	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Температура въ град. Ц.	1144	1144	1144	1144	1144	1165	1165	1165	1151	1153	1144	1144	1144
Средняя скорость обжатія u въ мм. въ сек. .	115	123	99	107	136	149	154	133	134	151	174	145	147
b , найденное въ главѣ XIV-ой, въ кил. на кв. мм.	6,24	6,39	6,41	6,51	7,02	6,86	7,04	6,21	5,82	7,79	9,40	7,76	7,55
b , вычисленное по формуламъ 60 и 61, въ кил. на кв. мм.	6,56	6,86	6,07	6,32	7,20	6,73	6,86	6,37	6,88	7,28	8,35	7,48	7,54

Таблица 9.

№ проуска.	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Температура въ град. Ц.	1151	1151	1151	1151	1151	1158	1172	1172	1179	1179	1179	117	1186
Средняя скорость обжатія u въ мм. въ сек. .	90	116	111	127	129	145	158	133	158	192	205	242	216
b , найденное въ главѣ XIV-ой въ кил. на кв. мм.	4,48	6,59	5,97	6,40	7,63	7,12	6,82	7,26	5,62	6,71	7,70	8,60	7,06
b , вычисленное по формуламъ 60 и 61, въ кил. на кв. мм.	5,58	6,35	6,20	6,67	6,73	6,91	6,71	6,66	6,43	7,27	7,63	8,52	7,52

Приведенныя числа относятся къ томасовскому металлу съ содержаніемъ около 0,35% С и съ сопротивленіемъ разрыву около 65 кил. на кв. мм. въ среднемъ.

ХVII. Примѣры приложенія выведенныхъ формулъ къ прокаткѣ двутавровой балки.

Примѣнимъ, въ видѣ примѣра, выведенныя раньше формулы работы къ одному опыту Нунне надъ прокаткою двутавровой балки (см. Versuche zur Ermittlung des Kraftbedarfs an Walzwerken, стр. 162, табл. 57). Такъ какъ величины, даваемыя Нунне въ графѣ подъ названіемъ „eine Walzarbeit“ содержать въ себѣ кромѣ работы деформациі еще работу тренія наифы и работу тренія между прокатываемымъ металломъ и поверхностью вала, то мы примѣнимъ въ этомъ случаѣ для выраженія работы въ ручьяхъ безъ бокового давленія формулу 35-ую главы VIII:

$$T = p \left(V \log \frac{a}{a_1} + 2 m f_1 l \right) (a - a_1) r$$

Примемъ m , т. е. отношеніе діаметра наифы къ діаметру вала, приблизительно равнымъ 0,7 и f_1 — равнымъ 0,05; отсюда $2 m f_1 = 0,07$. Объемъ болванки $V = 188000$ куб. сант. Примѣненіе этой формулы къ проускамъ отъ 5-го до 8-го въ обжимныхъ валахъ дастъ для p значенія, приведенныя въ слѣдующей таблицѣ, остальные числа которой представлять данныя, взятые изъ таблицъ Нунне.

№ проуска	a_1	$a - a_1$	r	h	l	Г въ кил. метр.	Р въ кил. на кв. мм.
	въ сантиметрахъ.						
5	26,5	4,5	24,3	23,4	26,5	22500	6,24
6	21,0	5,5	27,0	27,0	32,8	22100	4,32
7	19,7	3,6	23,3	21,2	29,8	26300	5,55
8	17,2	1,5	21,9	21,0	19,8	18200	5,12

Какъ мы видимъ, удѣльное давленіе, вычисленное такимъ путемъ, остается въ предѣлахъ значеній, найденныхъ нами въ главѣ XIV.

Разсмотримъ въ той же 57 таблицѣ упомянутой книги Нунне послѣдніе проуски (въ отдѣльныхъ валахъ), начиная съ 14. Въ этомъ случаѣ намъ надо принять во вниманіе треніе на боковыхъ поверхностяхъ, и для вычисленія работы мы будемъ имѣть формулу:

$$T = p \left[V \log \frac{b_1 l_1}{b l} + 2 m f_1 l_1 s \right] + 4 (T_1 + T_2)$$

гдѣ T_1 и T_2 выражаются формулами 32 и 33 главы VII. Послѣ подстановки вмѣсто T_1 и T_2 ихъ значеній мы будемъ имѣть:

$$62) T = p \left[V \log \frac{b_1 l_1}{b l} + 2 m f_1 l_1 s + \right.$$

$$\left. + 2 f l_1 \left\{ \left(\frac{a - a_1}{3} \right)^2 + \frac{a_1^2}{3(r + a_1)} \right\} \right]$$

$$+ \sqrt{(r + a_1)(a - a_1) + a_1^2} - \frac{a_1^2}{3(r + a_1)} + \left(\frac{a - a_1}{3} + \right.$$

$$\left. + \frac{a_1^2}{12(r + a_1)} \right) \sqrt{\left(r + \frac{a_1}{4} \right)(a - a_1) + \frac{a_1^2}{4}} -$$

$$- 24 \left(r + \frac{a_1}{4} \right) \left. \right]$$

Въ этой формулѣ $b_1 l_1$ и $h_1 l_1$ означаютъ высоту и длину прокатываемой балки до и послѣ проуска, m — отношеніе діаметра наифы къ діаметру вала, f_1 — коэффициентъ тренія наифы, s — проекцію поверхности соприкосновенія прокатываемого металла съ валкомъ на горизонтальную плоскость, a и a_1 — ширину полки балки до и послѣ проуска, f — коэффициентъ тренія между прокатываемымъ металломъ и валкомъ.

Пользуясь формулою 62 мы можемъ по даннымъ въ таблицѣ и въ выделенныхъ изъ этой таблицѣ

ние p для пропусков с 14-го по 17-й. Результаты даны в следующей таблице.

№ пропуска	a вь сант.	a_1 вь сант.	S вь кв. сант.	l_1 вь сант.	T вь кил. метр.	p вь кил. на кв. мм.
14	15,5	14,0	116	2404	1550000	12,2
15	14,0	12,5	96,6	3195	1613000	16,9
16	12,5	11,2	66,5	3545	1120000	15,6
17	11,2	9,8	54,6	4030	1360000	18,4

Удельное давление здесь получилось довольно значительное, как и должно быть в виду малой толщины прокатываемого металла.

XVIII. Уширение металла при прокатке.

При прохождении металла между вальками с цилиндрической поверхностью ширина полосы увеличивается. Известенъ фактъ, что вальки большего диаметра сильнее расширяют полосу, или, как говорить, вальки меньшого диаметра сильнее вытягивают металл. Это обстоятельство находитъ себѣ объяснение въ слѣдующемъ. Увеличение поперечнаго размера полосы при прокаткѣ или уширение полосы представляетъ явление, подобное расширенію металла при сдавливании между параллельными плоскостями, потому что относительное движение частицъ, рассматриваемое въ этомъ случаѣ, направлено вдоль образующихъ цилиндрической поверхности, параллельныхъ между собою. Поэтому рассмотримъ сначала сжатіе полосы металла между параллельными плоскостями.

Если возьмемъ брусокъ, длина котораго значительна въ сравненіи съ его шириною и толщиною, то можно предположить, что при сжатіи длина бруска мѣняется не будетъ. Дѣйствительно, изъ результатовъ, полученныхъ нами при изсѣдованіи сжатія цилиндра, ясно, что удлиненіе бруска при сдавливании его можетъ проходить только до тѣхъ поръ, пока отношеніе толщины бруска къ длинѣ

не достигнетъ опредѣленнаго значенія. Предположимъ, что сжимаемый брусокъ имѣетъ настолько значительную длину, что при сжатіи возрастаніи он не пронежится, а возрастаетъ лишь ширина бруска. Вычислимъ работу силы тренія при сдавливании бруска.

Обозначимъ длину основанія сжимаемого бруска черезъ l , ширину — черезъ $2y$, толщину бруска — черезъ u , давление на единицу поверхности — черезъ p . Тогда работа силы тренія, приложенной къ элементу основанія, ограниченному прямыми, параллельными данными сторонамъ основанія и отстоящими одна отъ другой на δy (см. черт. 11), при перемѣщеніи этого элемента на безконечно малое разстояніе δy выразится черезъ

$$f p l \delta y \delta y$$

гдѣ f означаетъ коэффициентъ тренія.

Отсюда безконечно-малая работа силы тренія, распространенная на всю площадь основанія, выразится формулою:

$$\delta T f = 2 \int_0^y f p l \delta y \delta y.$$

Принимая, что объемъ сдавливаемого металла не мѣняется, мы заключаемъ, что $\delta y = k y$, гдѣ k есть коэффициентъ пропорциональности (такъ какъ, очевидно, $\frac{\delta y}{y} = \text{const.}$). Отсюда предыдущая формула можетъ быть преобразована слѣдующимъ образомъ:

$$\delta T f = 2 \int_0^y k f p l y \delta y = k p l y^2$$

или послѣ подстановки въ найденное выраженіе δy вмѣсто $k y$:

$$63) \delta T f = f p l y \delta y.$$

Захвативъ въ этой формулѣ $2l y$ черезъ S , можемъ написать:

$$\delta T f = \frac{1}{2} f p S \delta y$$

или замѣнивъ знакъ δ знакомъ дифференціала:

$$64) dT f = \frac{1}{2} f p S dy.$$

Обозначимъ собственное сопротивление металла сжатію, отнесенное къ единицѣ поверхности, черезъ q , тогда изъ уравненія:

$$dT = dT_u + dT_f$$

гдѣ T означаетъ всю работу давленія, T_u — работу, затрачиваемую на преодоленіе собственного сопротивления металла сжатію, и T_f — работу тренія, получимъ:

$$-pSdx = -qSdx + f p S dy.$$

Откуда:

$$65) \quad p dx = q dx - f p dy.$$

Но

$$2dy = \frac{V}{x}$$

гдѣ V означаетъ объемъ бруска.

Отсюда:

$$66) \quad 2h dy = - \frac{V dx}{x^2}.$$

Включая изъ 65-го уравненія dy на основаніи 66-го, имѣемъ:

$$p dx = q dx + \frac{f p V dx}{2h x^2}$$

или

$$p dx = q dx + \frac{f p p dx}{x}$$

откуда

$$p = q + f p \cdot \frac{y}{x}$$

и

$$67) \quad p = \frac{q}{1 - f \cdot \frac{y}{x}}.$$

Слѣдовательно, расширеніе будетъ имѣть предѣлъ при

$$1 - f \cdot \frac{y}{x} = 0$$

или при

$$\frac{y}{x} = \frac{1}{f}$$

гдѣ $2y$ есть ширина бруска.

Изъ формулы 67-ой съ очевидностью вытекаетъ, что при прокаткѣ металла въ валкахъ большаго діаметра должно имѣть мѣсто и большее уширеніе, нежели при прокаткѣ въ валкахъ меньшаго діаметра. Дѣйствительно, если мы разсмотримъ сверху обработку металла молотомъ, то ясно, что на основаніи вышеизложеннаго молотъ съ узкимъ бойкомъ ударами, которыми онъ дѣлаетъ поперечныя борозды на полюсѣ металла, долженъ сильнѣе вытягивать металлъ и менѣе увеличивать ширину полюса, нежели молотъ съ широкимъ бойкомъ. Легко ви-

дѣть, что валки съ большимъ или малымъ діаметромъ будутъ дѣйствовать при прокаткѣ подобно молоту съ широкимъ или узкимъ бойкомъ. Слѣдовательно, валки съ меньшимъ діаметромъ будутъ сильнѣе вытягивать металлъ и давать прокатываемой полюсѣ меньшее уширеніе.

Изъ сопоставленія формулы 67-ой съ формулою 54-ю можно вывести слѣдующія заключенія:

Формула 67-ая

$$p = \frac{q}{1 - f \cdot \frac{y}{x}}$$

которая послѣ замѣны $2y$ черезъ b и x черезъ a приметъ видъ:

$$68) \quad p = \frac{q}{1 - \frac{f b}{2a}}$$

опредѣляла бы давленіе на полюсѣ, если бы послѣдній подѣ дѣйствіемъ валковъ имѣла возможность лишь расширяться, но не вытягиваться въ длину.

Формула 54-ая

$$p = \frac{q}{1 - \frac{2 \sqrt{r} (a - a_1)}{3 a_1} f}$$

опредѣляла бы давленіе на полюсѣ, если бы послѣдній подѣ дѣйствіемъ валковъ только вытягивалась въ длину, но не расширялась.

Изъ двухъ возможныхъ деформаций — вытяжки и расширенія — будетъ, очевидно, преимущественно происходить та, для которой по вышеприведеннымъ формуламъ опредѣляется меньшее давленіе. Отсюда мы можемъ заключить, что уширеніе будетъ тѣмъ значительнѣе, чѣмъ сильнѣе неравенство:

$$1 - \frac{f b}{2a} > 1 - \frac{2 \sqrt{r} (a - a_1)}{3 a_1} f$$

которое приводить къ неравенству:

$$69) \quad b < \frac{4a \sqrt{r} (a - a_1)}{3 a_1}$$

Слѣдовательно, уширеніе увеличивается вмѣстѣ съ разностью:

$$4a \frac{\sqrt{r} (a - a_1)}{3 a_1} - b.$$

Откуда вытекаетъ, что при прочих равныхъ условіяхъ уширеніе увеличивается при возрастаніи діаметра валковъ, при возрастаніи величины обжатія $a - a_1$, при возрастаніи отношенія $\frac{a}{a_1}$ и при уменьшеніи начальной ширины b , что согласуется съ результатами опытовъ.

Въ видѣ примѣра еще разъ рассмотримъ приведенные уже въ главѣ IV-ой опыты Кедрона надъ прокаткою свинцовыхъ брусковъ:

Брусокъ № 1. Диаметръ валковъ равенъ 100 мм.

№ пропуска.	$\frac{4a}{3a_1} \sqrt{r(a-a_1)}$ въ мм.	b въ мм.	$\frac{4a}{3a_1} \sqrt{r(a-a_1)}$ въ мм.	$b_1 - b$ въ мм.
1	22,2	20	2,25	1
2	23,5	21	2,50	1,2
3	25,7	22,2	3,45	1,5
4	31,0	23,7	6,3	1,3

Брусокъ № 3. Диаметръ валковъ равенъ 100 мм.

№ пропуска.	$\frac{4a}{3a_1} \sqrt{r(a-a_1)}$ въ мм.	b въ мм.	$\frac{4a}{3a_1} \sqrt{r(a-a_1)}$ въ мм.	$b_1 - b$ въ мм.
1	15,3	20	— 4,7	0,4
2	12,1	20,4	— 8,3	0,4
3	11,6	20,8	— 9,2	0,3
4	11,7	21,1	— 9,4	0,2
5	11,8	21,3	— 9,5	0,5
6	11,3	21,8	— 10,5	0,2
7	11,5	22,0	— 10,5	0,3
8	11,6	22,3	— 10,7	0,3
9	11,8	22,6	— 10,8	0,3
10	11,3	22,9	— 11,6	0,3
11	10,9	23,2	— 12,3	0,2
12	10,4	23,4	— 13,0	0,2
13	10,7	23,6	— 12,9	0,2

Брусокъ № 4. Диаметръ валковъ равенъ 167 мм.

№ пропуска.	$\frac{4a}{3a_1} \sqrt{r(a-a_1)}$ въ мм.	b въ мм.	$\frac{4a}{3a_1} \sqrt{r(a-a_1)}$ въ мм.	$b_1 - b$ въ мм.
1	28,8	20	8,8	1,5
2	30,3	21,5	8,8	1,5
3	33,2	23,0	10,2	1,5
4	40,1	24,5	15,6	2
5	81,3	26,5	54,8	3

Разматривая эти таблицы, мы видимъ, что съ опытомъ съ брусками № 1, въ общемъ, съ возраста-

нiемъ разности $\frac{4a}{3a_1} \sqrt{r(a-a_1)} - b$ возрастаетъ и

уширенiе. Исключенiе представляетъ лишь 4-ый пропускъ. Въ опытѣ съ брускомъ № 4 также возраста-

нiю разности $\frac{4a}{3a_1} \sqrt{r(a-a_1)} - b$ соответствуетъ воз-

растанiе уширенiя. Въ опытѣ съ брускомъ № 3 раз-
сматриваемая разность понижается отъ перваго про-
пуска къ послѣднему, и величина уширенiя также
въ общемъ понижается.

Разсмотримъ теперь тотъ же самый вопросъ
иначе, хотя по существу съ той же точки зрѣнiя.
Именно, примемъ во вниманiе, что при вытягиванii
прокатываемой полосы въ длину затрачивается ра-
бота на преодоленiе силы тренiя. Эту работу мы
можемъ опредѣлить по формулѣ, выведенной въ
упомянутой уже раньше моей статьѣ: „Сопротивле-
нiе металла сжатiю между двумя валками при про-
каткѣ“. (Записки Горн. Инст. Т. V, вып. 11, стр. 81,
форм. 5).

$$fpr^2 \int_0^{\alpha} \left[\frac{a_1}{2} + r(1 - \cos \alpha) \right] \cos \alpha \, d\alpha$$

Эта формула выражаетъ работу силы тренiя,
приложенной къ поверхности, ширина которой равна

1, при поворотѣ валка на уголъ $d\phi$. Если ширина полосы равна b , и если введемъ обозначеніе:

$$\int_a^{\alpha} \frac{r (1 - \cos \alpha) d\alpha}{\left[\frac{a_1}{2} + r (1 - \cos \alpha) \right] \cos \alpha} = X$$

то соответствующая работа тренія выразится формулою:

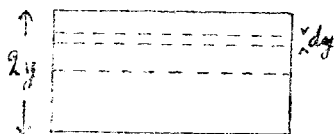
$$dT_1 = f p^2 b X d\phi$$

гдѣ по формулѣ 14-ой упомянутой статьи

$$X = \frac{\alpha^2}{6m} = \frac{r^2}{3a_1}$$

принемъ a обозначаетъ уголъ захвата.

Чер. 11.



Подставивъ $2 \sin \frac{\alpha}{2}$ вмѣсто a и принявъ во вниманіе, что

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{a - a_1}$$

получимъ:

$$X = \frac{(a - a_1) \sqrt{a - a_1}}{3a_1 \sqrt{r}}$$

и

$$dT_1 = f \frac{p r b (a - a_1) \sqrt{r (a - a_1)}}{3a_1} \cdot d\phi$$

Если мы обозначимъ черезъ l длину прокатанной полосы, то, такъ какъ

$$r d\phi = dl$$

получимъ

$$70) \quad dT_1 = f \frac{p b (a - a_1) \sqrt{r (a - a_1)}}{3a_1} dl$$

Далѣе изъ формулы 63-ей этой главы интегрируемъ мы получимъ:

$$71) \quad Tf = f p l \frac{y_1^2 - y^2}{2}$$

гдѣ $2y$ — ширина полосы до сжатія и $2y_1$ — ширина послѣ сжатія. Если мы замѣнимъ y и y_1 черезъ $\frac{b}{2}$ и $\frac{b_1}{2}$, то получимъ вмѣсто формулы 71-ой

$$72) \quad Tf = \frac{1}{8} f p l (b_1^2 - b^2)$$

Примѣнивъ эту формулу къ элементу полосы длиной dl и обозначивъ соответствующую этому

элементу работу силы тренія при расширеніи черезъ dT_2 , получимъ формулу:

$$73) \quad dT_2 = \frac{k}{8} f p (b_1^2 - b^2) dl$$

гдѣ k означаетъ коэффициентъ, меньшій 1, если $p l$ выражаетъ длину элемента прокатанной полосы:

Теперь примемъ во вниманіе, что металлъ при сжатіи между валками вытягивается въ длину, скользя вдоль поверхности валка перпендикулярно къ оси, и раздается въ ширину, скользя вдоль поверхности валка параллельно оси. Легко видѣть, что когда сопротивленіе при скольженіи металла по поверхности валка перпендикулярно къ оси валка слишкомъ велико, или, иначе говоря, когда работа силы тренія при этомъ скольженіи слишкомъ велика, металлъ долженъ сильно раздаваться въ ширину, т. е. въ большей степени будетъ преодолѣваться сопротивленіе силы тренія ушрению металла. Отсюда слѣдуетъ, что работа тренія при ушреніи металла должна возрастать вмѣстѣ съ работою тренія при вытяжкѣ металла, т. е. dT_2 возрастаетъ вмѣстѣ съ dT_1 .

Если мы примемъ, что эти величины пропорціональны, т. е. что

$$\frac{1}{8} k f p (b_1^2 - b^2) dl = \frac{1}{3a_1} k_1 f p b (a - a_1) \sqrt{r (a - a_1)} dl$$

то послѣ сокращенія получимъ:

$$74) \quad b_1^2 - b^2 = \frac{k_2}{a_1} b (a - a_1) \sqrt{r (a - a_1)}$$

Вмѣсто b во вторую часть уравненія 74-го можно

подставить $\frac{b_1 + b}{2}$, тогда мы получимъ

$$75) \quad b_1 - b = m \frac{(a - a_1) \sqrt{r (a - a_1)}}{a_1}$$

Послѣдняя формула приводитъ въ общемъ къ тѣмъ же заключеніямъ, къ которымъ мы пришли, рассматривая неравенство 69-ое. Для болѣе полного согласованія выводовъ надо однако допустить, что множитель m не постояненъ, а зависитъ отъ отношенія $\frac{b}{a}$. Кромѣ того, примѣненіе этой формулы къ результатамъ опытовъ, показываетъ, что m зависитъ также отъ отношенія $\frac{a - a_1}{a}$. Дополненная такимъ путемъ формула 75-ая даетъ, какъ я покажу на примѣрахъ, довольно точные результаты при вычисленіи ушреній при прокаткѣ. Изъ формулы 75-ой также можно вывести, что ушреніе, будучи

независимымъ отъ давленія, не будетъ, слѣдовательно, зависеть отъ температуры и скорости прокатки, которыми это давленіе опредѣляется.

Эти выводы согласуются съ частью результатовъ, къ которымъ пришелъ въ своемъ изслѣдованіи объ уширеніи при прокаткѣ Шельдъ. (Sheld, „Das Breiten beim Walzen“. Stahl und Eisen, 1910, стр. 415). Свои заключенія, выведенныя исключительно на основаніи опытовъ, Шельдъ формулируетъ слѣдующимъ образомъ:

Уширеніе не зависитъ:

- a) отъ температуры прокатки,
- b) отъ свойствъ прокатываемаго матеріала,
- c) отъ скорости на поверхности валковъ,
- d) отъ ширины прокатываемаго бруска.

Уширеніе опредѣляется формулою:

$$B/\bar{=}\frac{Qv \times \sin \alpha}{a_1}$$

гдѣ $B/\bar{}$ означаетъ уширеніе, Qv — произведеніе дуги касанія валковъ съ прокатываемымъ металломъ на разность высотъ бруска до пропуса и послѣ пропуса, α — центральный уголъ, соответствующій дугѣ касанія.

Однако со всѣми его заключеніями согласиться нельзя. Именно изъ заключеній, высказанныхъ въ отрицательной формѣ, то, въ которомъ говорится о независимости уширенія отъ ширины прокатываемаго бруска, не согласуется съ фактами, какъ мы увидимъ далѣе. Что касается заключеній, высказанныхъ имъ въ утвердительной формѣ, — заключеній, которыя спѣ окончательно выражаетъ вышеприведенною формулою, то и съ ними нельзя согласиться вполне. Чтобы разобрать этотъ вопросъ, я придамъ его формулѣ болѣе удобный видъ. Именно, при нашихъ прежнихъ обозначеніяхъ: a — высота бруска передъ пропускомъ, a_1 — высота бруска послѣ пропуса, r — радіусъ валка, b — ширина бруска передъ пропускомъ, b_1 — ширина бруска послѣ пропуса, мы получимъ для Qv приближенное выраженіе:

$$Qv = (a - a_1) \sqrt{r(a - a_1)}$$

такъ какъ дуга касанія можетъ быть вслѣдствіе небольшой величины угла α замѣнена хордою, т. е. выражена формулою:

$$\sqrt{r(a - a_1)}$$

Далѣе изъ формулы:

$$1 - \cos \alpha = \frac{(a - a_1)}{2r}$$

получаемъ:

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{(a - a_1)}{r} - \frac{(a - a_1)^2}{4r^2}}$$

откуда формула Шельда принимаетъ видъ:

$$76) \quad b_1 - b = \frac{(a - a_1)^2}{a_1} \sqrt{1 - \frac{a - a_1}{4r}}$$

Такъ какъ значеніе $\frac{a - a_1}{4r}$ мало въ сравненіи съ

1, то послѣдняя формула можетъ быть замѣнена болѣе простою:

$$77) \quad b_1 - b = \frac{(a - a_1)^2}{a_1}$$

Такимъ образомъ формула Шельда не учитываетъ вліянія діаметра валковъ на уширеніе или, если принять во вниманіе формулу 76-ую, учитываетъ неправильно. Между тѣмъ значительное вліяніе діаметра валковъ на уширеніе давно установлено опытами. Кромѣ того, изъ сравненія вычисленій съ результатами опытовъ видно, что въ этой формулѣ преувеличено вліяніе разности высотъ бруска (давленія).

Формула Шельда подверглась въ „Stahl und Eisen“ критикѣ инженера Фалька, который въ своей статьѣ: „Die Breitung des Eisens in Glattwalzen“ (Stahl und Eisen, 1910, стр. 1986) предлагаетъ для опредѣленія ширины бруска послѣ пропуса свою формулу слѣдующаго вида:

$$b_1 = \sqrt{\frac{0,5db(h + h_1)}{h_1} + b^2} + (1 - 3,84z_1) \frac{(bh - \sqrt{\frac{0,5db(h + h_1)}{h_1} + b^2} \cdot h_1)(h + h_1)}{h_1(b + \sqrt{\frac{0,5db(h + h_1)}{h_1} + b^2})}$$

Здѣсь d означаетъ „давленіе“ т. е. уменьшеніе высоты бруска, h и h_1 — высоту бруска передъ пропускомъ и послѣ пропуса, z_1 — центральный уголъ, соответствующій дугѣ захвата при „давленіи“ равномъ 100°, т. е. при условіи $h_1 = 0$ (уголъ, разсматриваемый, конечно, только теоретически).

Кромѣ этой формулы Фалькъ предлагаетъ другую сокращенную формулу, дающую по его вычисленіямъ почти тѣ же результаты:

$$b_1 = \sqrt{\frac{0,161db(h + h_1)}{h_1 a_1} + b^2}$$

Легко убедиться, что по этой формулѣ начальная ширина прокатываемой полосы почти не вліяетъ на уширеніе. Дѣйствительно, мы можемъ последнюю формулу Фалька представить въ видѣ:

$$b_1^2 - b^2 = \frac{0,161bd\delta (h + h_1)}{h_1x_1}$$

или

$$h_1 - h = \frac{0,161\delta (h + h_1)}{2h_1x_1} \cdot \frac{2b}{b + b_1}$$

Но

$$\frac{2b}{b + h_1} = 1 - \frac{b_1 - b}{h_1 + b}$$

и такъ какъ отношеніе $\frac{b_1 - b}{h_1 + b}$ всегда, какъ показываетъ опытъ, мало въ сравненіи съ единицею, то этотъ множитель всегда мало отличается отъ единицы. Однако опыты подтверждаютъ выведенное нами раньше заключеніе, что начальная ширина полосы вліяетъ на уширеніе меньше. Такъ формула Фалька для широкихъ полосъ въ нѣсколькихъ его опытахъ даетъ результаты, расходящіеся съ данными опытовъ. Привожу эти данныя въ слѣдующей таблицѣ:

№ опыта.					$b_1 - b$ практиче- ский резуль- татъ.	$b_1 - b$ по формѣ. Фалька.
	h	b_1	b	b_1		
	Въ мм.					
1	3,3	2,1	39,5	40,5	1	1,58
2	3,9	2,5	67,6	68,5	0,9	1,9
4	5,1	3,3	109,7	110,5	0,8	2,4
8	6,2	4,2	199,7	200,6	0,9	2,3

Во всѣхъ этихъ случаяхъ уширеніе, вычисленное по формулѣ Фалька, оказывается значительно больше найденнаго Фалькомъ изъ опыта. Правда Фалькъ приводитъ также нѣсколько опытовъ, въ которыхъ его формула для широкихъ полосъ даетъ удовлетворительные результаты, но число этихъ опытовъ невелико. Между тѣмъ опыты, о которыхъ сообщаетъ въ Stahl und Eisen, 1910, № 53 Тафель (Tafel. Das Breiten beim Walzen) также показываютъ, что при прокаткѣ болѣе широкихъ полосъ получается меньшее уширеніе. Привожу данныя Тафеля въ слѣдующей таблицѣ:

Диаметры валковъ—324 и 319 мм.

№	Размѣры передъ опытомъ.	Размѣры послѣ опыта	Уменьше- ніе толщины.	Уши- реніе.	№	Размѣры передъ опытомъ	Размѣры послѣ опыта	Уменьше- ніе толщины.	Уши- реніе.
ВЪ ММ.					ВЪ ММ.				
1	59,1 × 7,9	62,2 × 4,1	3,8	3,1	9	29,6 × 7,9	34,6 × 3,8	4,1	5,0
2	59,3 × 7,9	62,7 × 4,1	3,8	3,4	10	29,6 × 7,9	34,4 × 3,8	4,1	4,8
3	59,2 × 6,9	61,9 × 4,0	2,9	2,7	11	29,7 × 6,9	33,4 × 3,9	3,0	3,7
4	59,2 × 6,9	61,8 × 4,1	2,8	2,6	12	29,7 × 6,9	33,1 × 3,8	3,1	3,4
5	59,2 × 6,0	60,5 × 3,9	2,1	1,3	13	29,8 × 5,9	31,5 × 3,6	2,3	1,7
7	59,3 × 6,0	60,6 × 3,9	2,1	1,3	14	29,8 × 5,9	31,5 × 3,8	2,1	1,7
8	59,7 × 4,8	59,9 × 3,8	1,0	0,2	15	29,7 × 4,8	30,4 × 3,7	1,1	0,7
9	59,8 × 4,9	60,0 × 3,7	1,2	0,2	16	29,5 × 4,7	30,1 × 3,5	1,2	0,6
17	59,4 × 8,0	63,7 × 3,8	4,2	4,4	18	29,7 × 8,0	35,9 × 3,8	4,2	6,3

Наконецъ, къ такому же заключенію относительно вліянія ширины бруска на уширеніе приводитъ разсмотрѣніе опытовъ Кодрона надъ прокаткою свинцовыхъ брусковъ.

Вернемся теперь къ нашей формулѣ 75. Примѣняя ее къ опытамъ Фальки, я убѣдился, что при квадратномъ сѣченіи бруска множитель m зависитъ отъ отношенія $\frac{a-a_1}{a}$, причемъ m возрастаетъ при уменьшеніи $\frac{a-a_1}{a}$. Поэтому можно попытаться пред-

ставить m въ видѣ $m = m_1 - m_2 \frac{a-a_1}{a}$. По моимъ вычисленіямъ можно принять $m_1 = 0,47$ и $m_2 = 0,68$. Тогда формула даетъ хорошіе результаты въ предѣлахъ значеній $\frac{a-a_1}{a}$ отъ 0 до 0,5. Формула 75-ая въ такомъ случаѣ приметъ видъ:

$$78) p - p = \left(0,47 - 0,68 \frac{a-a_1}{a}\right) \frac{(a-a_1)\sqrt{(a-a_1)}}{a^2}$$

Примѣнимъ эту формулу къ опытамъ Фалька надъ брусками квадратнаго сѣченія:

№ бруска.	Уширеніе $b_1 - b$ въ мм.		
	Изъ опыта.	По формулѣ 78-ой.	По сокращенной формулѣ Фалька.
11	2,1	2,1	2,0
12	3,1	3,0	2,58
13	3,5	3,4	3,2
14	1,9	2,1	1,78
15	3,6	3,1	2,45
16	2,5	2,2	1,9
18	1,6	1,6	1,6
20	3,1	3,3	2,75
22	3,6	3,5	3,03
25	2,6	3,1	2,74
27	3,2	3,3	2,87
29	3,1	3,0	3,65
30	3,1	3,0	2,6
36	3,8	4,4	3,84
38	4,85	5,27	4,61
39	5,6	5,6	5,1
40	5,25	5,17	4,47

Средняя абсолютная ошибка при вычисленіи по моей формулѣ получается въ 2,0 мм. и по формулѣ Фалька въ 0,34 мм.

Примѣненіе формулы 78-ой къ нѣскольکو разъ уже упомянутымъ опытомъ Кодрона надъ прокаткою свинцовыхъ брусковъ даетъ также удовлетворительные результаты, какъ показываетъ слѣдующая таблица:

1-й пропускъ бруска №	$b_1 - b$ въ мм	
	Изъ опыта.	По формулѣ 78-й.
1	1,9	1,06
2	0,6	0,62
3	0,4	0,27
4	1,5	1,37
5	1,0	1,03
6	0,2	0,17

Такимъ образомъ, можно считать установленнымъ, что формула 78-ая вполне примѣнима при вычисленіи уширенія при прокаткѣ бруска съ квадратнымъ сѣченіемъ.

Чтобы получить формулу, учитывающую вліяніе начальной ширины на уширеніе, можно въ формулу 78-ую внести множитель n , представляющій функцію отъ $\frac{b}{a}$. Эта функція должна обладать слѣдующими свойствами: ея значеніе уменьшается при возрастаніи $\frac{b}{a}$, при $\frac{b}{a} = 1$ ея значеніе $= 1$, при $\frac{b}{a} = \infty$ ея значеніе равно 0. Поэтому искомый множитель можетъ имѣть такой видъ:

$$n = e^{n_1} \left[1 - \left(\frac{b}{a} \right)^{n_2} \right].$$
 Изученіе опытовъ Кодрона надъ свинцовыми брусками показало мнѣ, что для n_1 и n_2 можно найти значенія, при которыхъ формула 78-ая, дополненная множителемъ n , даетъ результаты, удовлетворительно согласующіеся съ данными Кодрона. Но въ виду недостаточнаго числа опытовъ надъ широкими желѣзными полосами, я не буду приводить здѣсь численныхъ значеній для n_1 и n_2 , а ограничусь сдѣланнымъ указаніемъ.