Записки Ленинградского Горного Института. Том XI, вып. 3, 1938
Annales de l'Institut des Mines à Léningrad. Vol. XI, liv. 3, 1938

Случаи точного определения основных параметров трехпериодной тахограммы рудничного подъема [1])

Проф. Ф. Н. Шклярский

Cases of exact determination of the fundamental parameters of the three-period tachogram of mine hoisting [1])

Prof. F. N. Szklarski

Вполне точное определение отдельных параметров трехпериодной тахограммы рудничного подъема, как известно, имеет место при тахограмме, представляющей собою трапецию с прямолинейными боками. Во всех остальных случаях принято определять элементы тахограммы, пользуясь методом подбора величины периода полного хода t_2 на основании условий:

$$t_2 < 2\,\frac{H}{V} - T$$

для системы подъема с тяжелым хвостовым канатом [2]);

$$t_2 > 2\,\frac{H}{V} - T$$

для неуравновешенной системы подъема [2]).

Ниже предлагаются точные методы определения элементов тахограммы для двух упомянутых выше систем подъема, при наличии прямолинейных сторон для периода пуска t_1 и соответственных криволинейных сторон для периода замедления t_3. На практике подобные тахограммы могут иметь место в качестве расчетных для случая асинхронного подъемного двигателя, при наличии *контакторного* управления с применением соответственно отрегулированных *реле времени*.

Заданными являются величины: 1) высота подъема H *м*, 2) полный период подъема T *сек*, 3) скорость полного хода V *м/сек*. Кроме того, в *период замедления* предполагается один из трех возможных режимов, а именно: a) свободный выбег, b) движение при включенном двигателе, развивающем постоянное движущее усилие, c) применение тормоза, развивающего постоянное тормозное усилие.

Искомой величиной в данном случае является период пуска t_1.

---

[1]) Настоящее исследование не относится к тахограмме с параболическими боками.

[2]) Проф А. П. Герман, Шахтный подъем, 1932, стр. 50 и 44. Значения H, V и T см. ниже.

I. Система подъема с тяжелым хвостовым канатом

На рис. 1 изображена тахограмма, сторона которой *Oa*, соответствующая периоду пуска t_1, представляет прямую линию; сторона *bc* является *синусоидой*, определяющей изменение скорости в период замедления t_3, в предположении наличия одного из трех указанных выше режимов завершения подъема.

Исходным является условие, согласно которому сумма путей, проходимых подъемными сосудами в отдельные периоды движения, равна полной высоте подъема.

В применении к тахограмме на рис. 1 это условие может быть выражено следующим образом:

$$\frac{1}{2}Vt_1+Vt_2+h_3=H, \tag{1}$$

где h_3 — путь, проходимый подъемными сосудами в период замедления t_3.

Скорость V в зависимости от величины периода t_3, в предположении режима *свободного выбега* в этот период, определяется из выражения [1]):

$$V=\frac{kQ+\Delta H}{\sqrt{2\Delta m}}\sin\left(\sqrt{\frac{2\Delta}{m}}\,t_3\right), \tag{2}$$

где k — коэфициент, учитывающий вредные сопротивления, Q — полезный за раз поднимаемый груз, Δ — разность погонных весов хвостового и головного каната, m — масса всех движущихся частей подъемного устройства, приведенная к окружности барабана. Все указанные величины, входящие в последнее выражение, должны быть даны или определены тем или иным способом и, как таковые, считаются известными.

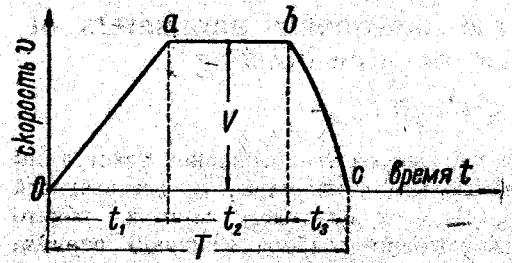


Рис. 1.

Решая выражение (2) относительно t_3, получаем:

$$t_3=\sqrt{\frac{m}{2\Delta}}\,\text{arc sin}\,\frac{V\sqrt{2\Delta m}}{kQ+\Delta H}. \tag{3}$$

Зная t_3, можем определить величину h_3 (абсолютное значение) из выражения [2]):

$$h_3=\frac{kQ+\Delta H}{2\Delta}\left[1-\cos\left(\sqrt{\frac{2\Delta}{m}}\,t_3\right)\right]. \tag{4}$$

Подставляя в последнее выражение вместо t_3 его значение из выражения (3), получаем:

$$h_3=\frac{kQ+\Delta H}{2\Delta}\left(1-\cos\,\text{arc sin}\,\frac{V\sqrt{2\Delta m}}{kQ+\Delta H}\right). \tag{5}$$

Или, принимая во внимание, что

$$\cos\,\text{arc sin}\,\frac{V\sqrt{2\Delta m}}{kQ+\Delta H}=\sqrt{1-\left(\frac{V\sqrt{2\Delta m}}{kQ+\Delta H}\right)^2}=\sqrt{1-\frac{V^2\cdot 2\Delta m}{(kQ+\Delta H)^2}},$$

окончательно имеем:

$$h_3=\frac{kQ+\Delta H}{2\Delta}\left[1-\sqrt{1-\frac{V^2\cdot 2\Delta m}{(kQ+\Delta H)^2}}\right]. \tag{6}$$

Последнее выражение дает возможность определять величину пути h_3 без предварительного определения периода замедления t_3.

Период полного хода:

$$t_2=T-t_1-t_3. \tag{7}$$

---

[1]) Ф. Н. Шклярский, Горная электромеханика, т. II, Рудничный электрический подъем, ч. 2, Физико-механические основы, 1937, стр. 26 выражение (50а).

[2]) Ф. Н. Шклярский, ibid., стр. 26, выражение (49а).

Подставляя в выражение (1) значение t_2 из выражения (7) и значение h_3 из выражения (4), получаем:

$$V(T-t_3)-\frac{1}{2}Vt_1+\frac{kQ+\Delta H}{2\Delta}\left[1-\cos\left(\sqrt{\frac{2\Delta}{m}}\,t_3\right)\right]=H. \qquad (8)$$

Отсюда:

$$t_1=2\left(T-\frac{H}{V}-t_3\right)+\frac{kQ+\Delta H}{\Delta V}\left[1-\cos\left(\sqrt{\frac{2\Delta}{m}}\,t_3\right)\right]. \qquad (9)$$

Или, принимая во внимание выражение (3), получаем:

$$t_1=2\left(T-\frac{H}{V}-\sqrt{\frac{m}{2\Delta}}\ \arcsin\frac{V\sqrt{2\Delta m}}{kQ+\Delta H}\right)+$$

$$+\frac{kQ+\Delta H}{\Delta V}\left(1-\cos\arcsin\frac{V\sqrt{2\Delta m}}{kQ+\Delta H}\right). \qquad (10)$$

Имея в виду, что, согласно вышеуказанному,

$$\cos\arcsin\frac{V\sqrt{2\Delta m}}{kQ+\Delta H}=\sqrt{1-\frac{V^2\cdot 2\Delta m}{(kQ+\Delta H)^2}},$$

окончательно имеем:

$$t_1=2\left(T-\frac{H}{V}-\sqrt{\frac{m}{2\Delta}}\ \arcsin\frac{V\sqrt{2\Delta m}}{kQ+\Delta H}\right)+$$

$$+\frac{kQ+\Delta H}{\Delta V}\left(1-\sqrt{1-\frac{V^2\cdot 2\Delta m}{(kQ+\Delta H)^2}}\right). \qquad (11)$$

Последнее выражение дает возможность определять период пуска t_1 без предварительного определения периода замедления t_3.

Зная отдельные периоды движения, нетрудно определить величины ускорения и замедления, а также усилия, развиваемые в указанные периоды подъемным двигателем.

Пример 1. $Q=3500$ *кг*; $H=300$ *м*; $\Delta=2$ *кг/м*; $m=4000$ *кг·м*$^{-1}$·*сек*^{2}; $k=1{,}15$; $V=10$ *м/сек*; $T=45$ *сек*.

В период замедления предполагается режим *свободного выбега*.

Согласно выражению (3), получаем:

$$t_3=\sqrt{\frac{4000}{2\cdot 2}}\ \arcsin\frac{10\sqrt{2\cdot 2\cdot 4000}}{1{,}15\cdot 3500+2\cdot 300};$$

$$t_3=6{,}88\ \textit{сек}.$$

Согласно выражению (9):

$$t_1=2\left(45-\frac{300}{10}-6{,}88\right)+\frac{1{,}15\cdot 3500+2\cdot 300}{2\cdot 10}\left[1-\cos\left(\sqrt{\frac{2\cdot 2}{4000}}\cdot 6{,}88\right)\right];$$

$$t_1=21{,}67\ \textit{сек}.$$

Значение для периода t_1 можно получить также на основании выражения (11), без предварительного определения величины t_3:

$$t_1=2\left(45-\frac{300}{10}\sqrt{\frac{4000}{2\cdot 2}}\ \arcsin\frac{10\sqrt{2\cdot 2\cdot 4000}}{1{,}15\cdot 3500+2\cdot 300}\right)+$$

$$+\frac{1{,}15\cdot 3500+2\cdot 300}{2\cdot 10}\left[1-\sqrt{1-\frac{10^2\cdot 2\cdot 2\cdot 4000}{(1{,}15\cdot 3500+2\cdot 300)^2}}\right];$$

$$t_1=21{,}67\ \textit{сек}.$$

Согласно выражению (7):

$$t_2 = 45 - 21{,}67 - 6{,}88;$$

$$t_2 = 16{,}45 \text{ сек.}$$

Как показывают расчеты, в рассматриваемой системе при режиме свободного выбега период пуска t_1 получается значительно продолжительнее периода замедления t_3. В случае необходимости сократить t_1 за счет увеличения продолжительности t_3, пришлось бы движение в последний период осуществлять при *включенном* подъемном *двигателе*, развивающем при этом некоторую постоянную силу F_3 [1]). Тогда при пользовании выражениями (2), (3), (4), (6), (9) и (11) необходимо было бы в них вместо члена $kQ+\Delta H$ подставить $kQ+\Delta H-F_3$.

При этом можно исходить из следующих двух положений:

1) задаться некоторой величиной силы F_3, развиваемой двигателем; тогда период замедления t_3, по аналогии с выражением (3), определится из выражения:

$$t_3 = \sqrt{\frac{m}{2\Delta}} \operatorname{arc}\sin \frac{V\sqrt{2\Delta m}}{kQ+\Delta H-F_3}; \qquad (12)$$

2) задаться периодом замедления t_3; тогда по аналогии с выражением (2) получаем:

$$V = \frac{kQ+\Delta H-F_3}{\sqrt{2\Delta m}} \sin\left(\sqrt{\frac{2\Delta}{m}}\, t_3\right), \qquad (13)$$

откуда:

$$F_3 = kQ+\Delta H - \frac{V\sqrt{2\Delta m}}{\sin\left(\sqrt{\frac{2\Delta}{m}}\, t_3\right)}. \qquad (14)$$

В обоих указанных случаях искомая величина периода пуска определяется по аналогии с (9) и (11) на основании выражений:

$$t_1 = 2\left(T - \frac{H}{V} - t_3\right) + \frac{kQ+\Delta H-F_3}{\Delta V}\left[1-\cos\left(\sqrt{\frac{2\Delta}{m}}\, t_3\right)\right] \qquad (15)$$

$$t_1 = 2\left(T - \frac{H}{V} - \sqrt{\frac{m}{2\Delta}} \operatorname{arc}\sin \frac{V\sqrt{2\Delta m}}{kQ+\Delta H-F_3}\right) +$$

$$+ \frac{kQ+\Delta H-F_3}{\Delta V}\left[1-\sqrt{1-\frac{V^2\cdot 2\Delta m}{(kQ+\Delta H-F_3)^2}}\right]. \qquad (16)$$

Пример 2. Кроме численных данных примера 1 дается период замедления $t_3 = 15$ *сек*, в течение которого двигатель развивает некоторое постоянное усилие F_3.

Согласно выражению (14) получаем:

$$F_3 = 1{,}15\cdot 3\,500 + 2\cdot 300 - \frac{10\sqrt{2\cdot 2\cdot 4\,000}}{\sin\left(\sqrt{\frac{2\cdot 2}{4\,000}}\cdot 15\right)};$$

$$F_3 = 1\,855 \text{ кг}.$$

---

[1]) Здесь следует иметь в виду, что в случае контакторного управления контакторы, осуществляющие период пуска, оказались бы недостаточными для выполнения периода замедления с включенным двигателем, ввиду чего представилось бы необходимым иметь дополнительную систему контакторов, дающих возможность включать добавочные ступени реостата, с целью получения постоянного движущего усилия F_3; при этом реле времени, автоматизирующие пуск, в период замедления должны были бы быть выключены.

На основании выражения (15) получаем:

$$t_1 = 2\left(45 - \frac{300}{10} - 15\right) + \frac{1{,}15 \cdot 3500 + 2 \cdot 300 - 1855}{2 \cdot 10}\left[1 - \cos\left(\sqrt{\frac{2 \cdot 2}{4000}} \cdot 15\right)\right];$$

$$t_1 = 15{,}24 \text{ сек.}$$

Таким образом, в результате завершения подъема при включенном двигателе получилось уменьшение периода пуска t_1 и увеличение периода замедления t_3, по сравнению со значениями этих периодов, полученными в примере 1; тахограмма при этом получилась, примерно, равнобокой ($t_1 = 15{,}24$ *сек* $\cong t_3 = 15$ *сек*).

Если бы представилось необходимым в период замедления применить тормоз, развивающий некоторое постоянное усилие F_b, то при пользовании выражениями (2), (3), (4), (6), (9) и (11) необходимо было бы в них вместо члена $kQ + \Delta H$ подставить $kQ + \Delta H + F_b$.

Здесь следует отметить, что случай задания величины периода пуска t_1, с целью определения периода замедления t_3, при изменении скорости в последний период по закону синуса (рис. 1), приводит к получению неразрешимого трансцендентного уравнения, которое не может быть приведено к алгебраическому виду.

В самом деле, предполагая для простоты в период замедления режим свободного выбега и принимая период пуска t_1 заданным, из выражения (8) получаем:

$$t_3 + \frac{kQ + \Delta H}{2\Delta V}\cos\left(\sqrt{\frac{2\Delta}{m}}\, t_3\right) - \left(\frac{kQ - \Delta H}{2\Delta V} + T - \frac{1}{2}\, t_1\right) = 0. \qquad (17)$$

Последнее уравнение не представляется возможным разрешить относительно неизвестного t_3.

Аналогичные уравнения получаются также в случае действия в период замедления постоянного усилия, развиваемого двигателем или тормозом.

Равным образом, получаются неразрешимые трансцендентные уравнения в случае трехпериодной тахограммы с обеими сторонами, представляющими изменение скорости в периоды пуска t_1 и замедления t_3 по закону соответственных синусоид.

II. Неуравновешенная система подъема

На рис. 2 изображена тахограмма, сторона которой Oa, соответствующая периоду пуска t_1, представляет прямую линию; сторона bc является *гиперболической синусоидой*, определяющей изменение скорости в период замедления t_3.

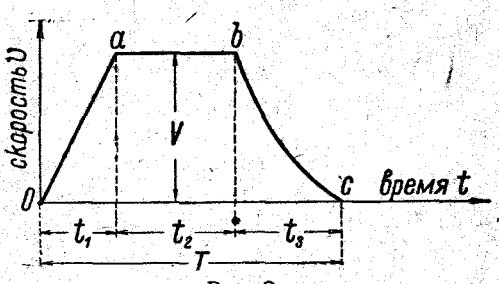


Рис. 2.

Скорость V в зависимости от величины периода t_3, в предположении режима *свободного выбега* в этот период, определяется из выражения [1]):

$$V = \frac{kQ - pH}{\sqrt{2pm}} \sinh\left(\sqrt{\frac{2p}{m}}\, t_3\right), \qquad (18)$$

где k — коэфициент, учитывающий вредные сопротивления, Q — полезный за раз поднимаемый груз, p — погонный вес головного каната, m — масса всех движущихся частей подъемного устройства, приведенная к окружности барабана. Все указанные величины, входящие в последнее выражение, должны быть даны или определены тем или иным способом и, как таковые, считаются известными.

Решая выражение (18) относительно t_3, получаем:

$$t_3 = \sqrt{\frac{m}{2p}}\, \text{Ar sinh}\, \frac{V\sqrt{2pm}}{kQ - pH}. \qquad (19)$$

[1]) Ф. Н. Шклярский, Горная электромеханика, т II, Рудничный электрический подъем, ч. 2, Физико-механические основы, 1937, стр. 47, выражение (97с).

Зная t_3, можем определить величину h_3 (абсолютное значение) из выражения [1]):

$$h_3 = \frac{kQ - pH}{2p}\left[\cosh\left(\sqrt{\frac{2p}{m}}\, t_3\right) - 1\right]. \tag{20}$$

Подставляя в последнее выражение вместо t_3 его значение из выражения (19), получаем:

$$h_3 = \frac{kQ - pH}{2p}\left(\cosh \operatorname{Ar}\sinh \frac{V\sqrt{2pm}}{kQ - pH} - 1\right). \tag{21}$$

Или, принимая во внимание, что

$$\cosh \operatorname{Ar}\sinh \frac{V\sqrt{2pm}}{kQ - pH} =$$

$$= \sqrt{1 + \left(\frac{V\sqrt{2pm}}{kQ - pH}\right)^2} = \sqrt{1 + \frac{V^2 \cdot 2pm}{(kQ - pH)^2}},$$

окончательно имеем:

$$h_3 = \frac{kQ - pH}{2p}\left[\sqrt{1 + \frac{V^2 \cdot 2pm}{(kQ - pH)^2}} - 1\right]. \tag{22}$$

Последнее выражение дает возможность определять величину пути h_3 без предварительного определения периода замедления t_3.

Подставляя в выражение (1) [2]) значение t_2 из выражения (7) [2]) и значение h_3 из выражения (20), получаем:

$$V(T - t_3) - \frac{1}{2} V t_1 + \frac{kQ - pH}{2p}\left[\cosh\left(\sqrt{\frac{2p}{m}}\, t_3\right) - 1\right] = H. \tag{23}$$

Отсюда:

$$t_1 = 2\left(T - \frac{H}{V} - t_3\right) + \frac{kQ - pH}{Vp}\left[\cosh\left(\sqrt{\frac{2p}{m}}\, t_3\right) - 1\right]. \tag{24}$$

Или, принимая во внимание выражение (19) получаем:

$$t_1 = 2\left(T - \frac{H}{V} - \sqrt{\frac{m}{2p}} \operatorname{Ar}\sinh \frac{V\sqrt{2pm}}{kQ - pH}\right) +$$

$$+ \frac{kQ - pH}{Vp}\left(\cosh \operatorname{Ar}\sinh \frac{V\sqrt{2pm}}{kQ - pH} - 1\right). \tag{25}$$

Имея в виду, что, согласно вышеуказанному,

$$\cosh \operatorname{Ar}\sinh \frac{V\sqrt{2pm}}{kQ - pH} = \sqrt{1 + \frac{V^2 \cdot 2pm}{(kQ - pH)^2}},$$

окончательно имеем:

$$t_1 = 2\left(T - \frac{H}{V} - \sqrt{\frac{m}{2p}} \operatorname{Ar}\sinh \frac{V\sqrt{2pm}}{kQ - pH}\right) +$$

$$+ \frac{kQ - pH}{Vp}\left(\sqrt{1 + \frac{V^2 \cdot 2pm}{(kQ - pH)^2}} - 1\right). \tag{26}$$

Последнее выражение дает возможность определять период пуска t_1 без предварительного определения периода замедления t_3.

Зная отдельные периоды движения, нетрудно определить величины ускорения и замедления, а также усилия, развиваемые в указанные периоды подъемным двигателем.

---

[1]) Ф. Н. Шклярский, ibidem, стр. 47, выражение (96c).

[2]) Выражения (1) и (7) имеют место также для случая рис. 2.

Пример 3. $Q=2200$ *кг*; $H=300$ *м*; $p=4$ *кг/м*; $m=2500$ *кг*$\cdot$*м*$^{-1}\cdot$*сек*^{2}; $k=1{,}15$; $V=10$ *м/сек*; $T=45$ *сек*.

В период замедления предполагается режим *свободного выбега*.

Согласно выражению (19), получаем:

$$t_3=\sqrt{\frac{2500}{2\cdot4}}\ \operatorname{Ar\,sinh}\ \frac{10\sqrt{2\cdot4\cdot2500}}{1{,}15\cdot2200-4\cdot300};$$

$$t_3=16{,}35\ \textit{сек}.$$

Согласно выражению (24):

$$t_1=2\left(45-\frac{300}{10}-16{,}35\right)+\frac{1{,}15\cdot2200-4\cdot300}{10\cdot4}\left[\cosh\left(\sqrt{\frac{2\cdot4}{2\,500}}\cdot16{,}35\right)-1\right];$$

$$t_1\cong12{,}6\ \textit{сек}.$$

Значение для периода t_1 можно получить также на основании выражения (26), без предварительного определения величины t_3:

$$t_1=2\left(45-\frac{300}{10}-\sqrt{\frac{2500}{2\cdot4}}\ \operatorname{Ar\,sinh}\ \frac{10\sqrt{2\cdot4\cdot2500}}{1{,}15\cdot2200-4\cdot300}\right)+$$

$$+\frac{1{,}15\cdot2200-4\cdot300}{10\cdot4}\left(\sqrt{1+\frac{10^2\cdot2\cdot4\cdot2500}{(1{,}15\cdot2200-4\cdot300)^2}}-1\right);$$

$$t_1\cong12{,}6\ \textit{сек}.$$

Согласно выражению (7):

$$t_2=45-12{,}6-16{,}35;$$

$$t_2=16\ \textit{сек}.$$

Необходимо при этом иметь в виду, что если бы в результате производства указанных расчетов получилось значение периода t_1, при котором величина пускового усилия, развиваемого подъемным двигателем, оказалась превосходящей его значение, допускаемое условиями перегрузки, то представилось бы необходимым сократить период замедления t_3 за счет увеличения продолжительности периода пуска t_1, с каковой целью в период замедления пришлось бы применить *тормоз*, развивающий некоторую постоянную силу F_b. Тогда, при пользовании выражениями (18), (19), (20), (22), (24) и (26) необходимо было бы в них вместо члена $kQ-pH$ подставить $kQ+F_b-pH$.

При этом можно исходить из следующих двух положений:

1) задаться некоторой величиной силы F_b, развиваемой тормозом; тогда период замедления t_3, по аналогии с выражением (19), определится из выражения:

$$t_3=\sqrt{\frac{m}{2p}}\ \operatorname{Ar\,sinh}\ \frac{V\sqrt{2pm}}{kQ+F_b-pH};\qquad(27)$$

2) задаться периодом замедления t_3; тогда, по аналогии с выражением (18), получаем:

$$V=\frac{kQ+F_b-pH}{\sqrt{2pm}}\ \sinh\left(\sqrt{\frac{2p}{m}}\ t_3\right),\qquad(28)$$

откуда:

$$F_b=\frac{V\sqrt{2pm}}{\sinh\left(\sqrt{\frac{2p}{m}}\ t_3\right)}-(kQ-pH).\qquad(29)$$

В обоих указанных случаях искомая величина периода пуска t_1 определяется, по аналогии с (24) и (26), на основании выражений:

$$t_1 = 2\left(T - \frac{H}{V} - t_3\right) + \frac{kQ + F_b - pH}{Vp}\left[\cosh\left(\sqrt{\frac{2p}{m}}\, t_3\right) - 1\right]. \qquad (30)$$

$$t_1 = 2\left(T - \frac{H}{V} - \sqrt{\frac{m}{2p}}\ \text{Ar sinh}\ \frac{V\sqrt{2pm}}{kQ + F_b - pH}\right) +$$

$$+ \frac{kQ + F_b - pH}{Vp}\left(\sqrt{1 + \frac{V^2 \cdot 2pm}{(kQ + F_b - pH)^2}} - 1\right). \qquad 31$$

Пример 4. Кроме численных данных примера 3 дается период замедления $t_3 = 10$ *сек*, в течение которого тормоз развивает некоторое постоянное усилие F_b.

Согласно выражению (29), получаем:

$$F_b = -\frac{10\sqrt{2 \cdot 4 \cdot 2500}}{\sinh\left(\sqrt{\frac{2 \cdot 4}{2500}} \cdot 10\right)} - (1{,}15 \cdot 2200 - 4 \cdot 300);$$

$$F_b = 1040 \text{ кг}.$$

На основании выражения (30):

$$t_1 = 2\left(45 - \frac{300}{10} - 10\right) + \frac{1{,}15 \cdot 2200 + 1040 - 4 \cdot 300}{10 \cdot 4}\left[\cosh\left(\sqrt{\frac{2 \cdot 4}{2500}} \cdot 10\right) - 1\right];$$

$$t_1 = 19{,}7 \text{ сек}.$$

Таким образом, в результате применения в период замедления t_3 тормоза, получилось уменьшение этого периода и увеличение периода пуска t_1 [1]), по сравнению со значениями указанных периодов, полученными в примере 3.

Если бы представилось необходимым период замедления осуществить при включенном двигателе, развивающем некоторое постоянное усилие F_3 [2]), то при пользовании выражениями (19), (20), (22), (24) и (26) необходимо было бы в них вместо члена $kQ - pH$ подставить $kQ - pH - F_3$.

Здесь следует отметить, что случай задания величины периода пуска t_1, с целью определения периода замедления t_3, при изменении скорости в последний период по закону гиперболического синуса (рис. 2), приводит к получению неразрешимого трансцендентного уравнения, которое не может быть приведено к алгебраическому виду.

В самом деле, предполагая для простоты в период замедления режим свободного выбега и принимая период пуска t_1 заданным, из выражения (23) получаем:

$$t_3 - \frac{kQ - pH}{2pV}\cosh\left(\sqrt{\frac{2p}{m}}\, t_3\right) + \left(\frac{kQ + pH}{2pV} - T + \frac{1}{2}\, t_1\right) = 0. \qquad (32)$$

Последнее уравнение не представляется возможным разрешить относительно неизвестного t_3.

Аналогичные уравнения получаются также в случае действия в период замедления усилия, развиваемого двигателем или тормозом.

Равным образом получаются неразрешимые трансцендентные уравнения в случае трехпериодной тахограммы с обеими сторонами, представляющими изменение скорости в периоды пуска t_1 и замедления t_3 по закону соответственных гиперболических синусоид.

---

[1]) В связи с увеличением периода t_1 уменьшится пусковое усилие, которое должен развивать подъемный двигатель в этот период, следствием чего явится соответственное уменьшение его перегрузки.

[2]) См. сноску на стр. 80.

Резюме

Точное определение отдельных элементов трехпериодной тахограммы возможно [1]):

1) в случае прямолинейных ее сторон, соответствующих периодам пуска и замедления;

2) в случае наличия одной прямолинейной стороны, соответствующей периоду пуска, и другой, изменяемой по закону синуса (рис. 1) или гиперболического синуса (рис. 2) криволинейной стороны, соответствующей периоду замедления при обязательном условии, что искомым при этом является период пуска t_1.

При наличии в период замедления t_3 режима свободного выбега для системы подъема с тяжелым хвостовым канатом (рис. 1) величины отдельных периодов движения определяются следующими выражениями:

$$t_3 = \sqrt{\frac{m}{2\Delta}} \operatorname{arc\,sin} \frac{V\sqrt{2\Delta m}}{kQ+\Delta H}, \tag{3}$$

$$t_1 = 2\left(T - \frac{H}{V} - t_3\right) + \frac{kQ+\Delta H}{\Delta V}\left[1 - \cos\left(\sqrt{\frac{2\Delta}{m}}\, t_3\right)\right]. \tag{9}$$

Принимая во внимание выражение (3), получаем:

$$t_1 = 2\left(T - \frac{H}{V} - \sqrt{\frac{m}{2\Delta}} \operatorname{arc\,sin} \frac{V\sqrt{2\Delta m}}{kQ+\Delta H}\right) + \frac{kQ+\Delta H}{\Delta V}\left(1 - \cos \operatorname{arc\,sin} \frac{V\sqrt{2\Delta m}}{kQ+\Delta H}\right); \tag{10}$$

или окончательно имеем:

$$t_1 = 2\left(T - \frac{H}{V} - \sqrt{\frac{m}{2\Delta}} \operatorname{arc\,sin} \frac{V\sqrt{2\Delta m}}{kQ+\Delta H}\right) + \frac{kQ+\Delta H}{\Delta V}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{V^2 \cdot 2\Delta m}{(kQ+\Delta H)^2}}\right), \tag{11}$$

$$t_2 = T - t_1 - t_3. \tag{7}$$

В выражениях (3), (9), (10), (11) и (7) H — высота подъема, T — полный период подъема, V — скорость полного хода, Q — полезный за раз поднимаемый груз, k — коэфициент, учитывающий вредные сопротивления, Δ — разность погонных весов хвостового и головного каната, m — масса всех движущихся частей подъемного устройства, приведенная к окружности барабана.

При наличии в период замедления t_3 режима свободного выбега для неуравновешенной системы подъема (рис. 2) величины отдельных периодов движения определяются следующими выражениями:

$$t_3 = \sqrt{\frac{m}{2p}} \operatorname{Ar\,sinh} \frac{V\sqrt{2pm}}{kQ-pH}, \tag{19}$$

$$t_1 = 2\left(T - \frac{H}{V} - t_3\right) + \frac{kQ-pH}{Vp}\left[\cosh\left(\sqrt{\frac{2p}{m}}\, t_3\right) - 1\right]. \tag{24}$$

Принимая во внимание выражение (19), получаем:

$$t_1 = 2\left(T - \frac{H}{V} - \sqrt{\frac{m}{2p}} \operatorname{Ar\,sinh} \frac{V\sqrt{2pm}}{kQ-pH}\right) + \frac{kQ-pH}{Vp}\left(\cosh \operatorname{Ar\,sinh} \frac{V\sqrt{2pm}}{kQ-pH} - 1\right) \tag{25}$$

[1]) Тахограмма с параболическими боками здесь не рассматривается.

или окончательно имеем:

$$t_1 = 2\left(T - \frac{H}{V} - \sqrt{\frac{m}{2p}}\,\mathrm{Ar\,sinh}\,\frac{V\sqrt{2pm}}{kQ - pH}\right) + \\ + \frac{kQ - pH}{Vp}\left(\sqrt{1 + \frac{V^2 \cdot 2pm}{(kQ - pH)^2}} - 1\right). \qquad (26)$$

Период t_2 определяется выражением (7).

Входящие в выражения (19), (24), (25) и (26) величины H, T, V, Q, k и m имеют указанные выше значения; кроме того, p — погонный вес головного каната.

В случае осуществления периода замедления при включенном двигателе, развивающем постоянную силу F_3, при пользовании выражениями (3), (9), (11), (19), (24) и (26) необходимо было бы в них вместо величин kQ подставить $kQ - F_3$; в случае применения в период замедления тормоза, развивающего постоянную величину F_b, в указанных выражениях вместо величины kQ необходимо было бы подставить $kQ + F_b$.

Тахограммы, представленные на рис. 1 и 2, могут иметь место в качестве расчетных для случая асинхронного подъемного двигателя, при наличии контакторного управления с применением соответственно отрегулированных реле времени.

Во всех остальных случаях при определении элементов трехпериодной тахограммы с криволинейными боками, характеризующими изменение скорости по закону синуса или гиперболического синуса, получаются неразрешимые трансцендентные уравнения, которые не могут быть приведены к алгебраическому виду, в результате чего оказывается необходимым применять метод подбора величины периода полного хода t_2, согласно условиям:

$$t_2 < 2\,\frac{H}{V} - T$$

для системы подъема с тяжелым хвостовым канатом;

$$t_2 > 2\,\frac{H}{V} - T$$

для неуравновешенной системы подъема.

Summary

An exact determination of the separate elements of the three-period tachogram is possible [1]):

1) in the case of its sides being rectilinear and corresponding with the periods of starting and retardation;

2) in the case of there being one rectilinear side corresponding with the period of starting, and the other changing after the low of the sine (Fig. 1), or the hyperbolic sine (Fig. 2) of the curvilinear side corresponding with the period of retardation under the obligatory condition that the element to be determined here is the period of starting, t_1.

If there be, during the period of retardation, t_3, a regime of free run for the system of hoisting with a heavy tail rope (Fig. 1), the values of the separate periods of motion are determined by the following formulae:

$$t_3 = \sqrt{\frac{m}{2\Delta}}\,\mathrm{arc\,sin}\,\frac{V\sqrt{2\Delta m}}{kQ + \Delta H} \qquad (3)$$

$$t_1 = 2\left(T - \frac{H}{V} - t_3\right) + \frac{kQ + \Delta H}{\Delta V} \cdot \left[1 - \cos\left(\sqrt{\frac{2\Delta}{m}}\,t_3\right)\right] \qquad (9)$$

[1]) The tachogram with parabolic sides is not discussed here.

According to formula (3) we get:

$$t_1 = 2\left(T - \frac{H}{V} - \sqrt{\frac{m}{2\Delta}} \operatorname{arc\,sin} \frac{V\sqrt{2\Delta m}}{kQ+\Delta H}\right) + \\ + \frac{kQ+\Delta H}{\Delta V}\left(1 - \cos \operatorname{arc\,sin} \frac{V\sqrt{2\Delta m}}{kQ+\Delta H}\right). \tag{10}$$

Or finally, we have:

$$t_1 = 2\left(T - \frac{H}{V} - \sqrt{\frac{m}{2\Delta}} \operatorname{arc\,sin} \frac{V\sqrt{2\Delta m}}{kQ+\Delta H}\right) + \\ + \frac{kQ+\Delta H}{\Delta V}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{V^2 \cdot 2\Delta m}{(kQ+\Delta H)^2}}\right), \tag{11}$$

$$t_2 = T - t_1 - t_3. \tag{7}$$

The symbols in formulae (3), (9), (10), (11) and (7) denote: H, height of hoisting, T, entire period of hoisting, V, velocity of full run, Q, useful load hoisted at once, k, coefficient taking into account harmful resistances, Δ, difference of linear weights of tail and head ropes, m, mass of all moving parts of the hoisting appliance reduced to the circumference of the drum.

There being, during the period of retardation t_3 a regime of free run for the non-equilibrated system of hoisting (Fig. 2), the values of separate periods of motion are determined by means of the following formulae:

$$t_3 = \sqrt{\frac{m}{2p}} \operatorname{Ar\,sinh} \frac{V\sqrt{2pm}}{kQ - pH} \tag{19}$$

$$t_1 = 2\left(T - \frac{H}{V} - t_3\right) + \frac{kQ - pH}{Vp} \cdot \left[\cosh\left(\sqrt{\frac{2p}{m}}\, t_3\right) - 1\right]. \tag{24}$$

According to formula (19) we get:

$$t_1 = 2\left(T - \frac{H}{V} - \sqrt{\frac{m}{2p}} \operatorname{Ar\,sinh} \frac{V\sqrt{2pm}}{kQ - pH}\right) + \\ + \frac{kQ - pH}{Vp}\left(\cosh \operatorname{Ar\,sinh} \frac{V\sqrt{2pm}}{kQ - pH} - 1\right). \tag{25}$$

Or finally, we have:

$$t_1 = 2\left(T - \frac{H}{V} - \sqrt{\frac{m}{2p}} \operatorname{Ar\,sinh} \frac{V\sqrt{2pm}}{kQ - pH}\right) + \\ + \frac{kQ - pH}{Vp}\left(\sqrt{1 + \frac{V^2 \cdot 2pm}{(kQ - pH)^2}} - 1\right). \tag{26}$$

The period t_2 is determined by formula (7). In formulae (19), (24), (25) and (26) the symbols H, T, V, Q, k and m have the above indicated significations, besides that p denotes the linear weight of the head rope.

In the case of the period of retardation occurring when the motor is switched in and develops a constant force F_s, it is necessary, if formulae (3), (9), (11), (19), (24) and (26) are used, to substitute in them $kQ - F_s$ instead of kQ; in the case of the brake developing a constant force F_b being applied during the period of retardation, it is necessary to substitute, in the above formulae, $kQ + F_b$ instead of kQ.

The tachograms shown in figs. 1 and 2 can be employed for calculations in the case of a hoisting induction motor, with contactor control and with the use of suitably regulated time relays.

In all other cases when determining elements of the three-period tachogram with curvilinear sides characterising the change of velocity according to the law of the sine or that of the hyperbolic sine, we meet with insolvable transcendental equations that cannot be reduced to an algebraical form, owing to which it becomes necessary to apply the method of consecutive approximation to the value of the period of full run, t_2, according to the conditions:

$$t_2 < 2\frac{H}{V} - T$$

for the system of hoisting with heavy tail rope, and

$$t_2 > 2\frac{H}{V} - T$$

for a non-equilibrated system of hoisting.

November 1937.