Краткія сообщенія.

XII. Его-же. Родственность секунды параболъ лучей съ двумя постоянными лучами и системы лучей на плоскости.

Системы точекъ и лучей на плоскости, какъ извѣстно, не родственны. Но системѣ точекъ родственны секунды конопримъ точекъ и лучей, имѣющихъ три постоянные элемента, а изъ имѣющихъ два постоянные элемента родственны только конопримы точекъ (тетрапримы). Теперь мы покажемъ, что секундѣ параболъ лучей съ двумя постоянными лучами родственна система лучей на плоскости.

Для этого нужно доказать, что лучамъ на плоскости коррелятивны параболы лучей, а единственному экстралучу коррелятивна единственная экстрапарабола, входящая въ составъ всѣхъ ихъ линейныхъ примъ.

Вѣдь въ составъ параболы лучей необходимо входитъ экстрапрямая; двумя же параболами должна опредѣляться линейная прима, и понятно, что въ составъ каждой параболы этой примы входятъ два постоянные луча системы и экстралучъ, а также конечно лучъ a, характеризующій приму.

Всякій пятый лучъ b вполнѣ опредѣляетъ одну параболу примы. Но какое бы положеніе мы ни придали этому лучу на плоскости, мы вообще не получили бы какой-либо параболы, единственной въ своемъ родѣ, каковою должна быть экстрапарабола. Только есть одно особое положеніе для этого луча, а именно положеніе экстралуча. Но въ такомъ случаѣ для опредѣленія экстрапараболы мы имѣли бы только четыре луча, изъ коихъ три постоянные для всѣхъ параболъ секунды, а лучъ a характеристиченъ для одной примы. Такимъ образомъ, настоящей экстрапараболы, общей для всѣхъ примъ, также не оказывается, какъ нѣтъ въ линейныхъ примахъ лучей общихъ для всѣхъ примъ экстралучей.

Каждой параболѣ лучей коррелятивенъ вершинный лучъ, и если таковой данъ, то по немъ легко построить соотвѣтственную параболу. Въ самомъ дѣлѣ, такой лучъ характеризуется тѣмъ, что діаметры параболы къ нему перпендикулярны, а потому онъ опредѣляетъ точку касанія параболы на экстралучѣ, и, слѣдовательно, мы имѣемъ для опредѣленія параболы пять данныхъ; два постоянные луча, вершинный лучъ и экстралучъ съ точкою касанія на немъ, чего для построенія параболы по теоремѣ Паскаля вполнѣ достаточно.

12 іюля 1915 г.