26. Линейчатая поверхность VI порядка какъ гексаприма лучей.

Е. С. Федорова.

(Доложено 15 сентября).

По опредѣленію этой поверхности она воспроизводится двумя гомологичными квадратичными примами плоскостей. Въ общемъ случаѣ на этой поверхности имѣется гексаприма двойныхъ точекъ, въ каждой изъ которыхъ пересѣкаются два луча поверхности.

Коррелятивное преобразованіе даетъ такую же поверхность, такъ какъ каждой точкѣ съ двумя пересѣкающимися лучами, коими опредѣляется касательная плоскость, коррелятивна касательная плоскость съ двумя лучами въ ней, пересѣкающимися въ точкѣ касанія.

Слѣдовательно, такую поверхность мы можемъ воспроизвести и коррелятивнымъ путемъ то есть опредѣлить ее двумя конопримами съ установленной проективностью точекъ.

Если каждая плоскость вообще пересѣкаетъ поверхность въ кривой IV порядка, а въ каждой точкѣ сходятся плоскости, образующія приму плоскостей IV порядка, то спеціально въ тѣхъ плоскостяхъ, въ коихъ имѣется два луча поверхности (касательныхъ) поверхность пересѣкается въ конопримѣ, а изъ точекъ гексапримы проводится квадратичная прима касательныхъ плоскостей.

Здѣсь мы докажемъ, что прима лучей IV порядка, составляющая эту поверхность, вполнѣ и однозначно опредѣляется шестью лучами, но шесть опредѣляющихъ лучей должны быть даны не вполнѣ произвольно, а такъ, чтобы они входили въ составъ нулевой системы [1]).

Въ статьѣ о квадратичныхъ примахъ лучей приведенъ способъ Шумахера установленія проективности между лучами нулевой системы и точками пространства [2]). Точки пространства проектируются лучами изъ двухъ центровъ A и B линейныхъ секундъ, а лучи этихъ линейныхъ секундъ на соотвѣтственныхъ двухъ плоскостяхъ приводятся въ коррелятивную связь съ ихъ точками и притомъ съ тѣмъ ограничивающимъ условіемъ, чтобы лучамъ, находящимся въ одной плоскости пространства, на обѣихъ плоскостяхъ соотвѣтствовали точки на гомологичныхъ прямыхъ.

Если въ пространствѣ дана гексаприма, проходящая чрезъ центры A и B, то лучи, проектирующіе точки этой кривой, образуютъ двѣ гомологичныя квадратичныя примы. Слѣдовательно, въ терціи лучей нулевой системы точкамъ этой кривой коррелятивны тѣ, которые воспроизводятся двумя гомологичными конопримами точекъ на обѣихъ плоскостяхъ. Лучи соединяютъ гомологичныя точки обѣихъ конопримъ; а такъ какъ гексаприма точекъ въ пространствѣ вполнѣ и однозначно опредѣляется шестью точками, то значитъ и поверхность, о которой идетъ рѣчь, вполнѣ и однозначно опредѣляется шестью произвольными лучами, лишь бы эти лучи принадлежали терціи нулевой системы.

Если же спеціально мы зададимся тою нулевою системою, которую мы принимаемъ за линейную терцію лучей, то ясно, что шестью произвольными ея лучами вполнѣ и однозначно опредѣляется эта прима лучей то есть настоящая гексаприма лучей, потому что и всѣ шесть опредѣляющихъ точекъ обыкновенной гексапримы находятся въ одной линейной терціи (то есть обыкновенномъ пространствѣ).

Такимъ образомъ, все то огромное количество теоремъ (позиціоннаго характера), которое выведено для гексаконъ точекъ и плоскостей, теперь можетъ быть, при соотвѣтственной перефразировкѣ, перене-

[1]) Что лучи поверхности IV порядка принадлежатъ терціи нулевой системы, было показано еще Клебшемъ (во II томѣ Mathem. Annal. Ср. Reye Geom. d. Lage II 235).

[2]) Эти Записки V, 204.

сено и на гексапримы лучей то есть линейныя поверхности IV порядка.

При этомъ хордами конопримъ будутъ уже линейныя примы лучей, заключающія два луча поверхности. Какъ основныя изъ нихъ можно отмѣтить слѣдующія: 1) каждая линейная секунда пересѣкаетъ гексаприму въ трехъ лучахъ, изъ коихъ пара можетъ быть мнимою, 2) чрезъ произвольный лучъ линейной терціи можно провести лишь одну линейную приму лучей, составляющую хорду гексапримы, 3) полная совокупность хордъ есть секунда, 4) въ линейной примѣ хордъ можно установить инволюцію лучей; въ этой инволюціи двойными будутъ лучи самой гексапримы, 5) гексаприма устанавливаетъ гомологичность лучей линейной терціи, причемъ произвольной линейной примѣ лучей будетъ гомологична гексаприма, 6) проектируя изъ одного луча всѣ остальные лучи гексапримы на линейную секунду, мы получимъ въ пересѣченіи коноприму лучей и т. д.

Если бы четыре изъ данныхъ шести лучей принадлежали одной линейной секундѣ, то гексаприма лучей (то есть линейчатая поверхность IV порядка общаго характера) распалась бы на коноприму лучей (то есть также поверхность IV порядка, но спеціальную, а именно гексаприма двойныхъ точекъ распалась бы на три прямыя) и имѣющую съ нею общій лучъ линейную приму (то есть опредѣленный гиперболоидъ, заключающій особый экстралучъ терціи).

Если дано всего пять лучей линейной терціи, то, присоединяя единственный особый экстралучъ терціи, мы выведемъ пентаприму лучей въ линейной терціи. Представляя себѣ особый экстралучъ въ горизонтальной плоскости, мы непосредственно выводимъ слѣдствіе: пентаприма лучей въ линейной терціи есть поверхность IV порядка, пересѣкаемая горизонтальными плоскостями въ кривыхъ III порядка.