15. Сопротивленіе ковкаго металла сжатію между двумя параллельными плоскостями.

С. Н. Петрова.

(Доложено 3 марта).

Если сдавливать ковкій металлъ между параллельными плоскостями, какъ это имѣетъ мѣсто при прессованіи или ковкѣ, или между вращающимися (катящимися) цилиндрами, какъ это имѣетъ мѣсто при прокаткѣ, то давленіе, которое необходимо произвести на единицу поверхности металла, будетъ зависѣть отъ различныхъ условій, изъ которыхъ наиболѣе важными являются толщина или, вѣрнѣе, какъ показываетъ настоящее изслѣдованіе, отношеніе толщины куска металла къ его поперечнымъ размѣрамъ и скорость сжатія.

Если во время процесса сжатія будетъ сильно мѣняться температура, какъ напримѣръ, при обработкѣ нагрѣтаго желѣза, то давленіе будетъ зависѣть и отъ температуры.

Въ настоящей замѣткѣ я ставлю цѣлью найти зависимость давленія на единицу поверхности металла, сжимаемаго между двумя параллельными плоскостями, отъ толщины сжимаемаго куска металла, считая прочія условія равными.

Причина, обуславливающая зависимость давленія на единицу поверхности отъ толщины сжимаемаго куска металла, заключается въ томъ, что при сжатіи и связанномъ съ этимъ увеличеніи поперечныхъ размѣровъ сжимаемаго куска, а слѣдовательно и площади соприкосновенія металла съ сжимающими плоскостями, возникаетъ сила тренія между сжимаемымъ металломъ и сжимающими плоскостями. Займемся теперь изслѣдованіемъ вліянія этой силы.

Пусть сжимаемое тѣло имѣетъ форму низкаго кругового цилиндра. Вычислимъ безконечно малую работу, которую производитъ сила тренія, когда подъ давленіемъ сжимающихъ плоскостей радіусъ круга основанія цилиндра увеличится на dr.

Обозначимъ черезъ f коэффиціентъ тренія и черезъ p давленіе на единицу поверхности. Тогда сила тренія, приложенная къ площади кольца, внутренній радіусъ котораго равенъ ρ и внѣшней $\rho+\delta\rho$, (гдѣ $\delta\rho$ означаетъ безконечно-малое приращеніе ρ) выразится формулою

A) $$2\,\pi\,\rho\,f\,p$$



Работа силы тренія, приложенной къ этому элементу площади при увеличеніи радіуса кольца на $d\rho$, когда центръ кольца сохраняетъ свое положеніе, составитъ:

B) $$2\,\pi\,\rho\,f\,p\,\delta\rho\,d\rho$$

Можно принять, что отношеніе

$$\frac{2\,\pi\,\rho\,d\rho}{\pi\,\rho^2}$$

есть величина постоянная.

Отсюда вытекаетъ

C) $$\frac{d\rho}{\rho} = k$$

гдѣ k есть постоянное.

Слѣдовательно, формула B) можетъ быть представлена въ видѣ:

D) $$2\,\pi\,f\,p\,k\,\rho^2\,\delta\rho$$

и безконечно малая работа силы тренія, дѣйствующей на всю площадь основанія цилиндра, выразится формулою:

E) $$\int_0^r 2\,\pi\,f\,p\,k\,\rho^2\,\delta\rho = \frac{2}{3}\,\pi\,f\,p\,k\,r^3.$$

Подставивъ въ E) на основаніи C) dr вмѣсто kr, получимъ для безконечно малой работы или для дифференціала работы силы тренія формулу:

F) $$d\,\mathrm{T}f = \frac{2}{3}\pi\, r^2 f\, p\, dr$$

Если обозначимъ площадь круга основанія сжимаемаго цилиндра черезъ s, то эта формула приметъ видъ:

H) $$d\,\mathrm{T}f = \frac{2}{3} f\, p\, \mathrm{S}\, dr$$

Теперь перейдемъ къ опредѣленію давленія на единицу поверхности металла при сжатіи его между двумя параллельными плоскостями. Обозначимъ черезъ q временное сопротивленіе металла сжатаго при условіяхъ, исключающихъ вліяніе силы тренія, которая возникаетъ вслѣдствіе скольженія металла вдоль сжимающихъ его плоскостей. Давленіе этихъ плоскостей на единицу поверхности металла обозначимъ черезъ p. Замѣтимъ, что p равнялось бы q, если бы коеффиціентъ тренія между сжимаемымъ металломъ и сжимающими плоскостями равнялся О.

Принимая во вниманіе, что работа давленія идетъ на преодолѣніе вопервыхъ, собственно временнаго сопротивленія металла сжатію и, вовторыхъ, силы тренія отъ скольженія металла вдоль двухъ сжимающихъ плоскостей и обозначивъ высоту сжимаемаго цилиндра черезъ x, получимъ уравненіе:

I) $$-p\, \mathrm{S}\, dx = -q\, \mathrm{S}\, dx + \frac{4}{3} f\, p\, \mathrm{S}\, dr$$

и сокращая на S.

K) $$-p\, dx = -q\, dx + \frac{4}{3} f\, p\, dr$$

Обозначивъ объемъ сжимаемаго цилиндра черезъ V, получимъ, принимая, что при сжатіи сохраняется цилиндрическая форма:

L) $$\pi\, r^2 x = \mathrm{V}$$

откуда

$$\pi\, r^2 = \frac{\mathrm{V}}{x}$$

Дифференцируя послѣднее равенство въ предположеніи, что объемъ при сжатіи не мѣняется, получимъ:

M) $$2\,\pi\, r\, dr = -\frac{\mathrm{V}}{x^2} dx$$

Откуда

$$dr = -\frac{\mathrm{V}}{2\,\pi\, r\, x^2} dx$$

Принимая во вниманіе L), имѣемъ:

N) $$dr = -\frac{r}{2\,x} dx$$

Поэтому уравненіе K) преобразуется въ

O) $$-p\, dx = -q\, dx - \frac{2\, f\, pr}{3\, x} dx$$

откуда

P) $$p = q + \frac{2\, p\, f\, r}{3\, x}$$

и слѣдовательно:

Q) $$p = \frac{q}{1 - \frac{2\, f\, r}{3\, x}}$$

Замѣтимъ, что изъ этой формулы вытекаетъ, что сжатіе тѣла между двумя параллельными плоскостями имѣетъ предѣлъ при

$$1 - \frac{2\, f\, r}{3\, x} = 0$$

слѣдовательно, когда

$$\frac{r}{x} = \frac{3}{2\, f}$$

Приложимъ формулу Q) къ результатамъ опытовъ сжатія подъ прессомъ мѣднаго цилиндра, приведеннымъ въ сочиненіи Codron'a: „Procédés de forgeage“ изд. 1896 г., стр. 26). Разсматривая эти результаты, мы видимъ, что сначала p (въ обозначеніи Codron'a R) возрастаетъ очень быстро, между тѣмъ вліяніе члена $\frac{2\, fr}{3x}$ знаменателя нашей формулы на результаты вычисленія незначительно, такъ какъ $\frac{2\, fr}{3x}$ мало въ сравненіи съ 1. Поэтому возрастаніе p обуславливается здѣсь возрастаніемъ q. Изслѣдованіе измѣненія q представляетъ отдѣльный вопросъ. Здѣсь замѣтимъ только, что по мѣрѣ сжатія цилиндра возрастаніе p, а слѣдовательно и q, становится все болѣе медленнымъ до нѣкотораго момента. Поэтому мы примѣнимъ формулу Q) къ даннымъ Codron'a, начиная приблизительно съ того момента опытовъ, когда q можно принимать почти

постояннымъ, а возрастаніе p будетъ зависѣть почти исключительно отъ $\frac{r}{x}$. Именно, начнемъ съ момента, когда высота сжимаемаго цилиндра, составлявшая первоначально 20 миллиметровъ, достигла 15 миллиметровъ. Принимая q для двухъ послѣдовательныхъ сжатій одинаковымъ, мы опредѣлимъ f изъ уравненій:

$$p_1 = \frac{q}{1 - \frac{2 f r_1}{3 x_1}}$$

и

$$p_2 = \frac{q}{1 - \frac{2 f r_2}{3 x_2}},$$

изъ которыхъ получимъ:

$$f = \frac{p_2 - p_1}{p_2 \frac{2 r_2}{3 x_2} - p_1 \frac{2 r_1}{3 x_1}}$$

По этой формулѣ вычисляемъ значеніе f изъ каждыхъ двухъ послѣдовательныхъ сжатій на основаніи данныхъ приведенныхъ въ концѣ этой статьи. Получаемъ для f значенія: изъ 1-го и 2-го сжатія—0,308, 2-го и 3-го—0,258, 3-го и 4-го —0,184, 4-го и 5-го—0114, 5-го и 6-го—0,258, 6-го и 7-го—0,281, 7-го и 8-го—0,195, 8-го и 9-го—0,139.

Беря среднее ариѳметическое, получимъ

$$f = 0{,}217$$

Тогда на основаніи данныхъ для сжатія, при которомъ высота цилиндра доведена до 15 миллиметровъ, находимъ по формулѣ Q)

$$q = 33{,}8 \text{ килогр. на 1 кв. миллим.}$$

Затѣмъ, исходя изъ найденныхъ значеній f и q, вычисляемъ по той же формулѣ Q) p для послѣдующихъ сжатій. Результаты вычисленія я привожу для сравненія рядомъ съ данными Codron'a.

Высота. Діаметръ сжимаемаго мѣднаго цилиндра въ миллиметрахъ.		Давленіе въ килогр. на 1 кв. миллим.	
		по даннымъ Codron'a.	по формулѣ Q.
15	23,1	37,7	37,7
14	23,9	38,5	38,1
13	24,8	39,3	38,8
12	25,9	40,0	39,6
11	27,0	40,5	40,6
10	28,3	42,2	42,0
9	29,8	45,0	44,0
8	31,6	47,5	47,0
7	33,8	50	51