II. Его-же. Новыя кристаллографическія проекціи.

Строго говоря, проекцій можно построить столько же, сколько и геометрическихъ системъ второй ступени то есть безграничное количество, и если я сейчасъ хочу упомянуть о таковыхъ, какъ новыхъ кристаллографическихъ, то исключительно поэтому, что онѣ представляютъ своеобразныя удобства для рѣшенія и нѣкоторыхъ кристаллографическихъ задачъ, не доставляемыя другими проекціями.

Здѣсь я имѣю въ виду тѣ проекціи, которыя получаются изъ линейной и гномонической если ихъ подвергнуть преобразованію обратными радіусами, почему ихъ можно назвать соотвѣтственно грамма- и гномоциклической.

Къ послѣдней пришелъ и сталъ пользоваться ея употребленіемъ В. Л. Браггъ въ трудѣ «The structure of some crystals as indicated by their refraction of X-rays» [1])

Легко видѣть ея преимущества по отношенію къ задачамъ, являющимся при кристаллографическомъ дешифрированіи фотографій, снятыхъ съ кристалловъ узкимъ пучкомъ Рентгеновскихъ лучей, если принять во вниманіе, что каждое пятно на фотографіи выражаетъ грань опредѣленнаго символа, а каждый поясъ выражаетъ разрѣзъ нѣкотораго круговаго конуса, центръ котораго слѣдуетъ принять въ центрѣ фотографируемаго кристалла, а одинъ изъ его лучей всегда перпендикуляренъ къ плоскости фотографической пластинки.

Объектъ проектированія то есть фотографическая пластинка самъ по себѣ представляетъ проекцію лучей интерференціи, производимыхъ пространственною рѣшеткою кристалла на узкій пучекъ падающихъ лучей. Но связь между интерферирующими лучами и кристаллографическимъ комплексомъ кристалла, такъ проста, что та же проекція есть одновременно и проекція кристаллическаго комплекса; однако проекція эта болѣе сложнаго характера, а именно оси поясовъ комплекса есть одновременно оси вращенія тѣхъ конусовъ, которые отпечатлѣваются на пластинкѣ въ видѣ рядовъ точекъ эллипсовъ сѣченія конуса съ ея плоскостью.

Объ этой проекціи скажемъ въ концѣ.

Примемъ центръ фотографируемаго кристаллика за точку схода лучей, а самое пластинку за плоскость стереографической проекціи. Каждый эллипсъ на этой плоскости опредѣлить конусъ вращенія, а ось вращенія этого конуса отмѣтитъ на плоскости чертежа линейную проекцію нѣкотораго, существеннаго для комплекса, ребра кристалла. Отъ линейной проекціи мы по извѣстнымъ изъ элементовъ кристаллографіи способамъ перейдемъ къ гномонической проекціи того же ребра [2]), а каждая точка на эллипсѣ должна на томъ же радіусѣ преобразоваться въ точку, находящуюяся на найденной прямой составляющей гномоническую проекцію оси пояса, которому принадлежитъ эта грань.

Теперь вопросъ только въ томъ, какъ отъ каждой точки (вѣрнѣе пятна) на фотографической пластинкѣ перейти къ соотвѣтствующей гномонической проекціи грани.

Эллипсъ есть не что иное какъ линейная проекція кругового пояса. Если мы перейдемъ къ граммостереографической проекціи того же конуса (для чего, какъ извѣстно, на стереографической сѣткѣ достаточно раздѣлить соотвѣтствующій центральный уголъ данной точки пополамъ), то тотъ же конусъ изобразится уже въ видѣ круга, проходящаго чрезъ центръ сѣтки, а это именно и будетъ та проекція, въ которой Браггъ изображаетъ результаты рентгенизаціи кристалловъ (съ платиновымъ катодомъ).

Въ результатѣ мы получили двѣ проекціи одного и того же, а именно нѣкотораго ребра или оси пояса кристалла: гномоническая проекція представлена въ видѣ прямой, новая проекція въ видѣ круга, проходящаго чрезъ центръ сѣтки.

Но переходъ такихъ проекцій другъ въ друга есть одна изъ элементарнѣйшихъ операцій новой геометріи, которыя приводятся и въ элементарнѣйшихъ руководствахъ кристаллографіи подъ названіемъ реципрочное преобразованіе или преобразованіе обратными радіусами [1]).

При этомъ кругъ преобразованія можетъ быть принятъ за вещественный или за мнимый; въ этихъ двухъ случаяхъ прямая преобразуется въ два діаметрально противоположныя круга, проходящіе чрезъ центръ.

Въ данномъ случаѣ кругъ реципрочнаго преобразованія конечно мнимый, и если на приложенной діаграммѣ онъ принятъ вещественнымъ, то только затѣмъ, чтобы не увеличивать размѣры чертежа. Такимъ образомъ напр. точки a', b', c', представляющія линейныя проекціи реберъ [012] [013] и [014], на чертежѣ замѣчены точками a, b, c, представляющія концы діаметровъ центральныхъ круговъ, выражающихъ новыя, а именно гномоциклическія проекціи реберъ.

Теперь переходъ отъ гномоническихъ проекцій къ гномоциклическимъ ясенъ; но онъ конечно одинаково ясенъ какъ для реберъ, такъ и для граней. Гномоническія проекціи граней, представляющія точки пересѣченія прямыхъ—гномоническихъ проекцій реберъ, реципрочно преобразуются въ гномоциклическія проекціи, представляющія точки пересѣченія центральныхъ круговъ.

Эти точки однако еще не вполнѣ соотвѣтствуютъ расположенію пятенъ на фотографической пластинкѣ. Но мы уже раньше разсмотрѣли, какъ отъ послѣднихъ перейти къ гномоциклическимъ проекціямъ граней.

Сдѣлаемъ обратное построеніе и получимъ, слѣдовательно, изъ гномоциклической проекціи натуральное расположеніе пятенъ на фотографической пластинкѣ.

Натуральная проекція кристаллографическаго комплекса, получаемая на рентгенограммахъ кристалловъ, есть, слѣдовательно, нѣсколько болѣе сложная проекція кристаллографическаго комплекса и должна быть отмѣчена какъ гномоэллиптическая проекція [2]).

---

[1]) Proceedings of the Royal Soc. 89 248.

[2]) Она есть на плоскости чертежа поляра линейной проекціи по отношенію къ кругу стереографической проекціи, какъ мнимому.

[1]) Напр. въ „Сокращенномъ курсѣ кристаллографіи“ 1910 года на стр. 112.

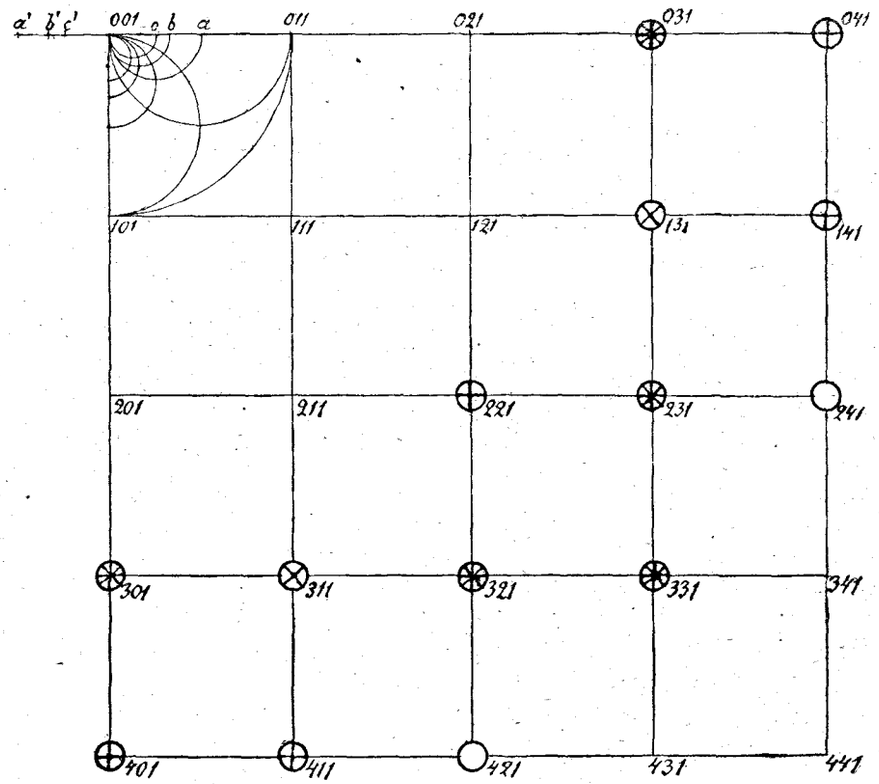
[2]) Нѣкоторыя подробности, относящіяся къ этимъ проекціямъ, какъ представительницамъ новой геометрической системы приведены въ статьѣ „Neue krystallographische Projektionen“, препровожденной мною въ Zeitschrif für Kristallographie.

Теперь мы видимъ, какъ совершить обратный переходъ отъ натуральныхъ то есть гномоэллиптическихъ проекцій къ простѣйшимъ, въ отношеніи наглядности, гномоническимъ проекціямъ комплексовъ.

На натуральной проекціи всегда имѣется очень рѣзко выраженный центръ въ видѣ яркаго и широкаго круглаго пятна. Принимаемъ разстояніе центра кристаллика отъ фотографической пластинки за 1-цу. Это же разстояніе будетъ служить радіусомъ сферы и круга проекціи [1]). Раздѣливъ сферически пополамъ центральное разстояніе каждой точки натуральной проекціи, получимъ точки гномонической проекціи, располагающіяся на кругахъ, проходящихъ чрезъ центръ проекціи.

Чтобы отсюда перейти къ гномонической проекціи, достаточно произвести реципрочное преобразованіе этихъ круговъ, или, что все равно, принявъ наиболѣе удаленныя отъ центра точки круговъ за линейныя проекціи реберъ, перейти отъ нихъ къ гномоническимъ (или еще лучше къ гномостереографическимъ) проекціямъ.

На приложенной діаграммѣ изображена комбинація, въ гномонической проекціи, тѣхъ граней комплекса, которыя даютъ интерференціонныя пятна на рентгенограммѣ кристалловъ хлористаго калія, полученной В. Браггомъ [1]). Различныя обозначенія этихъ граней выражаютъ степень



относительной яркости пятенъ, согласно принятымъ у насъ условіямъ. Въ частности, наименѣе яркія пятна относятся къ формамъ [421].

Впрочемъ, этотъ примѣръ относится къ простѣйшимъ, изъ разсмотрѣнныхъ этимъ ученымъ, примѣровъ; по этой причинѣ я и избралъ его, чтобы проще всего познакомить съ сущностью дѣла.

Первый же рядъ наблюденій этого ученаго раскрылъ случаи усложненія, связанныя съ извращеніемъ полученныхъ изображеній, но преобладающимъ образомъ представлены все—таки нормальныя діаграммы.

И если принять во вниманіе, что для такихъ нормальныхъ діаграммъ мы получаемъ опредѣленную, а именно гномоэллиптическую проекцію кристаллографическаго комплекса, то станетъ ясно, какъ нужно вообще оріентировать фотографируемый кристалликъ, чтобы получить простѣйшее изображеніе.

Вѣдь въ простѣйшемъ положеніи гномонической проекціи

---

[1]) Отсюда видимъ, что если натуральную проекцію увеличимъ въ отношеніи одного дециметра къ этому разстоянію, то достигнемъ значительнаго упрощенія, такъ какъ для операцій можемъ пользоваться преимуществами вычерчиванія на стереографической сѣткѣ, и тогда пожалуй удобнѣе отъ линейной проекціи прямо перейти къ гномостереографической.

[3]) Въ упомянутой выше его статьѣ:

точки, выражающія грани главнаго (или вообще однаго изъ важнѣйшихъ поясовъ) должны быть безконечно удаленными, а главная ось должна проектироваться въ центрѣ діаграммы, то значитъ при фотографированіи кристалла слѣдуетъ предпочтительно такъ его оріентировать, чтобы эта ось (или вообще одна изъ важнѣйшихъ осей комплекса) была направлена по падающему на кристалликъ лучу. Это должно имѣть мѣсто для всѣхъ видовъ сингоніи, включая и триклинную.

Въ заключеніе отмѣчу, что Браггомъ приведены весьма вѣскія соображенія въ пользу того, что въ образованіи пятенъ рентгенограммъ дѣятельнымъ факторомъ являются не частицы вообще, а атомы, а именно атомы съ наибольшимъ атомнымъ вѣсомъ и что усложненія въ интерференціи получаются именно тогда, когда въ составъ частицы входитъ не одинъ, а большее число одинаковыхъ и притомъ наиболѣе тяжелыхъ атомовъ.

Эти выводы заставляютъ предвидѣть, что чѣмъ сложнѣе составъ частицы и особенно при условіи отсутствія въ частицѣ отдѣльныхъ тяжелыхъ атомовъ будетъ получаться все болѣе и болѣе неясныя рентгенограммы.

Это описаніе нѣсколько омрачаетъ тѣ радужныя надежды, которыя невольно возбуждаются появленіемъ метода изслѣдованія кристалловъ рентгеновскими лучами. Несомнѣнно, это важнѣйшій изъ существующихъ методовъ изслѣдованія; онъ съ самаго начала вынуждаетъ во многомъ измѣнить существовавшія раньше представленія о структурѣ кристалловъ и прежде всего онъ служитъ наиболѣе авторитетною провѣркою выводовъ о структурѣ, положенныхъ въ основу кристаллохимическаго анализа. И съ первыхъ же шаговъ, подтверждая одни изъ нихъ (напр. въ отношеніи гексаэдрической структуры кристалловъ *CK* и додекаэдрической структуры алмаза), онъ подвергаетъ сомнѣнію другіе. Напр. цинковой обманкѣ можно приписать додекаэдрическую, а не октаэдрическую структуру (какъ было сдѣлано въ этихъ Запискахъ IV 312). Въ объясненіе этой разницы можно сказать, что этотъ минералъ проявляется въ разныхъ случаяхъ въ кристаллахъ разной формы, и, казалось, что рѣшающимъ обстоятельствомъ въ данномъ случаѣ являются плоскости лучшей спайности (иначе вопросъ долженъ былъ бы оставаться нерѣшеннымъ). Во всякомъ случаѣ этотъ случай ярко свидѣтельствуетъ о томъ, что не всегда плоскости лучшей спайности являются первенствующими въ комплексѣ. Впрочемъ, этотъ выводъ долженъ былъ признаваться и раньше.

---

[1]) Въ статьѣ The structure of the diamond (loc. cit. стр. 284) онъ приходитъ къ расположенію атомовъ въ алмазѣ, представляющемъ двойную пространственную рѣшетку и изображаетъ ее чертежомъ, хотя и точнымъ по существу, но довольно трудно доступнымъ для представленія и рѣшенія задачъ; мнѣ кажется, что изображенія много выиграло бы, если бы было сдѣлано векторіальными кругами, хотя бы масштабъ для радіусовъ былъ измѣненъ (напр. въ 4 раза) ради еще большей наглядности (ср. стр. 608)