Записки Ленинградского Горного Института, том XIII, вып. 3, 1941
Annales de l'Institut des Mines á Léningrad, vol. XIII, liv. 3, 1941

Определение величины вертикального горного давления в местах пересечения выработок

Проф. *В. Д. Слесарев*

Determination of vertical ground pressure at the intersection of workings (Bestimmung der Grösse des vertikalen Gebirgsdruckes in den Kreuzungsstellen von Grubenbauen)

Prof. *V. D. Slessarev*

В местах пересеченных или сопряженных выработок величина вертикального горного давления, как известно, значительно возрастает.

Воспользоваться обычным приемом замены места пересечения выработок выработкой эквивалентного пролета в данном случае не представляется возможным, так как, применяя этот прием, мы получаем неопределенное решение, заключающееся в пределах от действительного пролета пересекающихся выработок до пролета, стремящегося к бесконечности.

Действительно, возьмем прямое пересечение двух выработок MM и NN, имеющих одинаковые пролеты a (рис. 1).

Можно предположить, что опорами кровли участка пересечения $ABDC$ служат некоторые участки боковых целиков O: AR, AA_1, BB_1, BE, DD_1, DF, CK, CL, равные между собой и равные некоторой величине a_1, т. е.

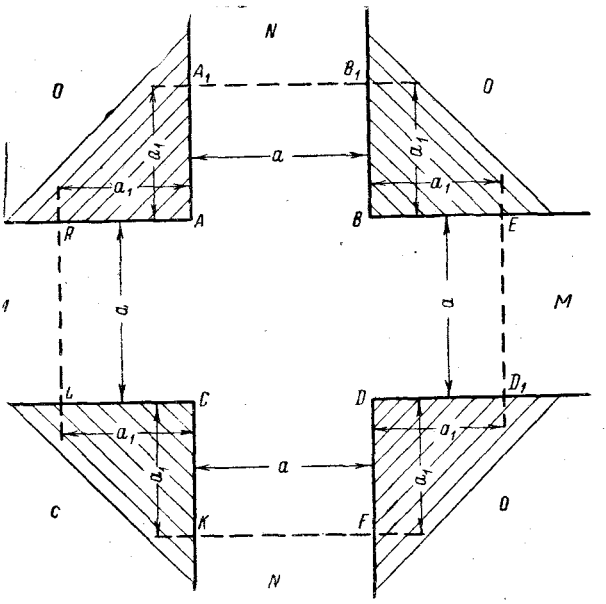


Рис. 1. Схема определения эквивалентных пролетов.

$$AR = AA_1 = BB_1 = BE = DD_1 = DF = CK = CL = a_1.$$

Площадь кровли, опирающейся на эти участки целиков, равна:

$$S = a^2 + 4\ aa_1.$$

Суммарная величина периметра всех участков равна:

$$P = 8a_1$$

Эквивалентный пролет при этих условиях будет равен:

$$l_{\text{экв}} = 2R = \frac{2 \cdot [a^2 + 4a \cdot a_1]}{8 \cdot a_1} = \frac{a^2 + 4a \cdot a_1}{4a_1} = \frac{a^2}{4a_1} + a.$$

При неограниченно большом возрастании величины a_1 эквивалентный пролет в пределе приближается к пролету пересекающихся выработок a:

$$\lim l_{\text{экв}\, a_1 = \infty} = \lim \left[\frac{a^2}{4a_1} + a \right]_{a_1 = \infty} = a.$$

При уменьшении участков a_1 эквивалентный пролет стремится к бесконечно большой величине:

$$\lim l_{\text{экв}\, a_1 = 0} = \lim \left[\frac{a^2}{4a_1} + a \right]_{a_1 = 0} = \infty.$$

Таким образом, величина эквивалентного пролета мест пересечения выработок, определенная из положений об эквивалентном пролете как о двойной величине гидравлического радиуса, является величиной неопределенной, колеблющейся в очень широких пределах:

$$a < l_{\text{экв}} < \infty.$$

Во избежание указанной неопределенности мы воспользуемся другим методом определения эквивалентного пролета, применив для этой цели теорию деформации междукамерных целиков.



Рис. 2. Рабочая площадь и площадь деформации целика в форме вытянутой стены.

Как известно, междукамерные целики под действием давления пород кровли определенным образом деформируются, причем величина этой деформации может быть определена для каждой данной точки периметра целика.

Точно так же проведение всякой выработки вызывает определенную деформацию ее стенок. Эти деформации значительно увеличиваются в местах сопряжений или пересечений выработок.

Чем больше пролет выработки, тем больше при прочих равных условиях и деформация ее стенок, точно так же, как при одинаковых размерах междукамерных целиков, чем больше пролет камеры, тем больше их деформация.

Отсюда вытекает и обратное положение: зная при определенном размере целика и камеры соответствующую этим размерам деформацию целика, мы по известной деформации этого же целика можем найти пролет соответствующей ей камеры.

Как известно, рабочая площадь междукамерного целика, т. е. площадь его поперечного сечения, воспринимающая нагрузку от веса вышележащих пород, зависит от формы поперечного сечения, так: для целика, имеющего форму стены неограниченно большой длины, рабочая площадь имеет вид полосы $ABCD$, проходящей через середину целика в плане (рис. 2).

Для целика квадратной формы рабочая площадь приближается к форме круга (рис. 3).

Для целика, имеющего форму прямоугольника, рабочая площадь представляет площадь эллипса $ABCD$ (рис. 4).

Величина деформации целика, имеющего форму стены неограниченно большой длины, как известно, определяется выражением:

$$y = \frac{\gamma \cdot h \cdot l^2}{8 \cdot k} \cdot \frac{x + A}{x} = N \cdot \left(1 + \frac{A}{x}\right), \qquad (1)$$

где A — ширина камеры, x — ширина целика, имеющего форму стены неограниченно большой длины, h — глубина залегания, γ — вес единицы объема пород

кровли, l — высота целика (камеры), k — временное сопротивление на сжатие материала целика.

Как видно из выражения (1), с увеличением ширины целика размеры деформации (y_{max}) уменьшаются.

Пользуясь выражением (1), возможно определить величину деформации целика любой формы и в любой точке его периметра путем нахождения эквивалента площади для рассматриваемой части целика и подстановки этого эквивалента в выражение (1) вместо x.

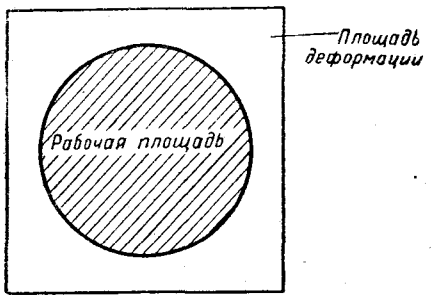


Рис. 3. Рабочая площадь и площадь деформации целика квадратной формы.

Все сказанное может быть иллюстрировано рис. 5. Возьмем квадрант целика прямоугольной формы и рассмотрим его деформацию. Разделим стороны квадранта *AB* и *AC* на части, равные *a*. Восстанавливаем из точек *1, 2, 3, 4*..... и *1, 2, 3, 4* перпендикуляры к линиям *AB* и *AC* и делим наш квадрант на отдельные элементы *A111*, *A222*, *A333*, *A444* и т. д. Каждый последующий элемент целика, как мы видим, содержит в себе предыдущие — элемент *II* содержит в себе элемент *I*, элемент *III* содержит элементы *I* и *II*, элемент *IV* содержит элементы *I*, *II* и *III* и т. д.

Заменяем каждый элемент соответствующим эквивалентом. Площадь элемента *I* $S_1 = a^2$. Свободный периметр элемента *I* $P_1 = 2a$.

Гидравлический радиус площади элемента *I* равен:

$$R_1 = \frac{S_1}{P_1} = \frac{a^2}{2a} = \frac{a}{2}.$$

Эквивалент площади элемента *I* равен:

$$l_{экв} = 2 \cdot \frac{a}{2} = a.$$

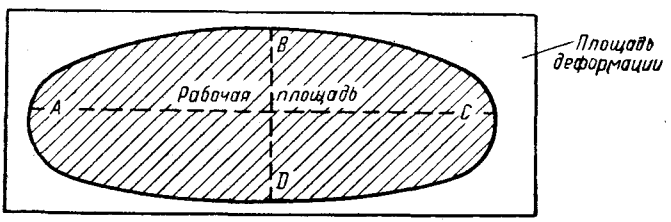


Рис. 4. Рабочая площадь и площадь деформации целика прямоугольной формы.

Соответственным образом находим эквиваленты площадей следующих элементов *II*, *III*, *IV* и т. д.

Эквивалент площади целика или части площади целика, подобно эквивалентному пролету выработок, представляет ширину целика в форме стены неограниченно большой длины, находящейся в тех же условиях напря-

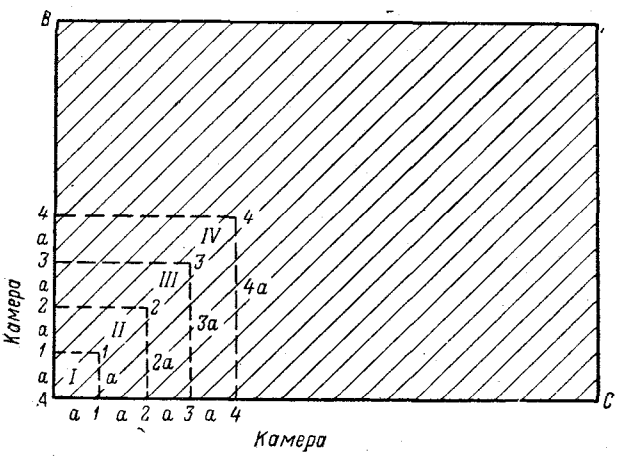


Рис. 5. Схема определения эквивалентов для различных участков целика прямоугольной формы.

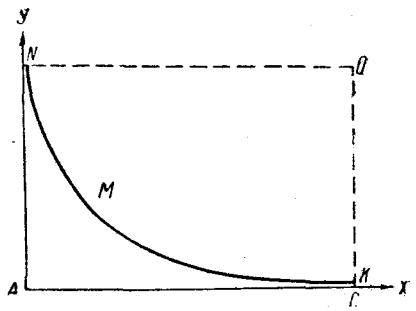


Рис. 6. Кривая, определяющая деформацию целика прямоугольной формы (один квадрант).

женного состояния, что и рассматриваемый нами элемент площади целика. Подставляя вместо a в выражение (1) значение эквивалентов I, II, III, IV, получим соответствующие величины деформации целика в различных точках его периметра (рис. 6). Кривая NMK представляет кривую деформации поперечного сечения целика прямоугольной формы относительно Ax. Легко видеть, что уравнение этой кривой имеет вид:

$$y = \frac{\gamma \cdot h \cdot l^2}{8 \cdot k} \cdot \frac{x + A}{x}. \qquad (2)$$

После этих предварительных замечаний перейдем к рассмотрению деформации при прямом пересечении выработок (рис. 7).

Пусть выработки MM и NN пересекаются друг с другом под углом $\alpha = 90°$. При прямом пересечении область деформации целика ограничивается кривой

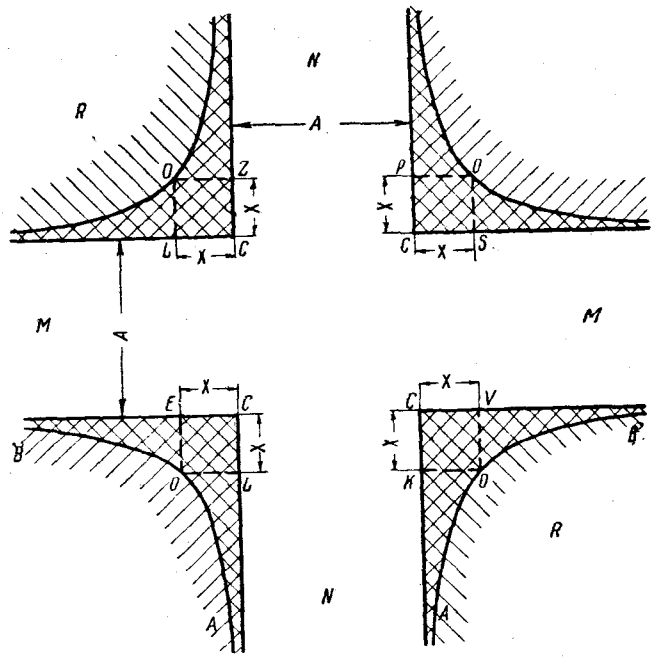


Рис. 7. Деформация углов и стен выработок при их прямом пересечении.

AOB и стенками целиков, максимальная величина деформации, как видно из данного рисунка, равна OC для каждого угла целика R.

Этой деформации в точке пересечения стенок выработок MM и NN соответствует деформация стенок выработок — OL, OZ, OP, OS, OV, OK, OD, OE.

Как видно из рис. 7, эквивалент частей целика $CZOL$, $CPOS$, $CVOK$, $CEOL$, площадь которых равна x^2, а периметр равен $2x$, будет равен:

$$l_{\text{экв}} = 2 \cdot \frac{x^2}{2x} = x. \qquad (3)$$

Максимальная деформация OC как диагональ квадрата будет равна:

$$OC = x_{\max} = x \cdot \sqrt{2} = 1{,}4x. \qquad (4)$$

Рассмотрим косое пересечение выработок MM и NN, пересекающихся друг с другом под углом α (рис. 8). Как видно из рис. 8 максимальная деформация острого угла пересечения будет равна AC, тупого угла CE.

Деформация стен выработки BC и CD для острого угла пересечения будет равна:

$$BC = CD = x \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}. \tag{5}$$

Деформация стен при тупом угле пересечения будет равна

$$CF = CR = x \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}.$$

Площадь $ABCD$ будет равна

$$S = 2 \cdot \frac{AB \cdot BC}{2} = 2 \frac{x \cdot x \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{2} = x^2 \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}.$$

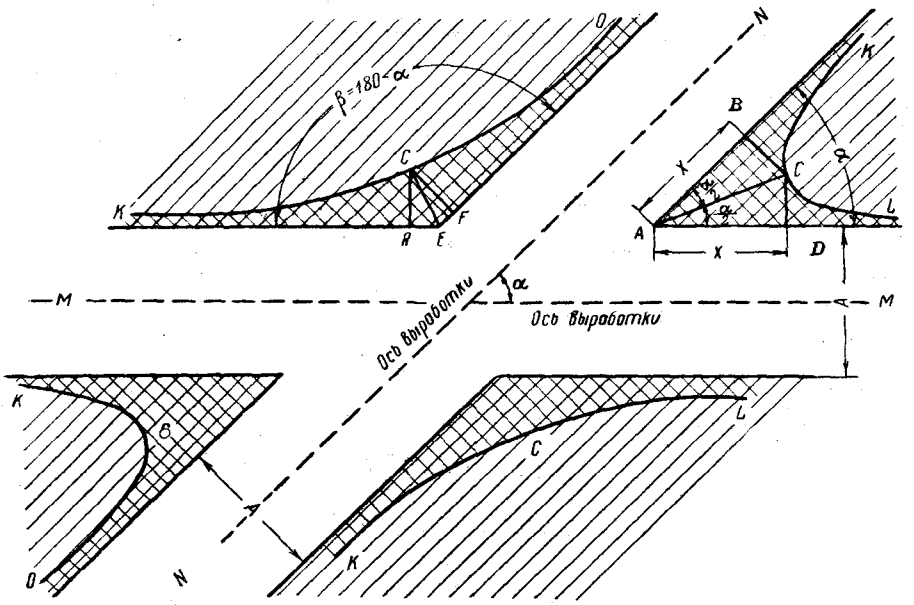


Рис. 8. Деформация углов и стен выработок при их косом пересечении.

Свободный периметр, т. е. часть периметра площади, через которую возможно движение частиц материала целика при его разрушении, равен

$$P = AB + AD = 2x.$$

Эквивалент площади $ABCD$, т. е. ширина целика неограниченно большой длины, имеющего то же напряженное состояние, как и часть целика $ABCD$, будет равен:

$$l_{\text{экв}} = 2 \cdot \frac{x^2 \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{2x} = x \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}. \tag{6}$$

Соответственно для участка целика с тупым углом будем иметь эквивлент равный:

$$l_{\text{экв}} = x \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}. \tag{7}$$

Пользуясь данными положениями, определим эквиваленты пролета в местах пересечения выработок.

Прямое пересечение. Пользуясь выражением (2), определим ширину целика, равную величине деформации при данной ширине выработки

$$x = \frac{\gamma \cdot h \cdot l^2}{8 \cdot k} \cdot \frac{x + A}{x}. \tag{8}$$

Определив из выражения (8) величину x, находим максимальную деформацию, отвечающую углу пересечения по выражению (4):

$$x_{max} = 1{,}4\,x.$$

По данной максимальной деформации x_{max} и определенной нами ширине целика x находим пролет выработки A, отвечающий этой максимальной деформации, из выражения

$$x_{max} = \frac{\gamma \cdot h \cdot l^2}{8 \cdot k} \cdot \frac{x + A}{x}.$$

Пример I. $A = 2$ *м*; $l = 2$ *м*; $\gamma = 2{,}5$ *т/м*^{3}; $k = 1500$ *т/м*^{2}; $h = 50$ *м*. Имеем по выражению (8):

$$x = \frac{\gamma \cdot h \cdot l^2}{8 \cdot k} \cdot \frac{x + A}{x} = \frac{2{,}5 \cdot 50 \cdot 4}{8 \cdot 1500} \cdot \frac{x + 2}{x}$$

или

$$x^2 - 0{,}041\,x - 0{,}082 = 0,$$

откуда

$$x = 0{,}307 \text{ м}.$$

Максимальная деформация x_{max} равна

$$x_{max} = 1{,}4 \cdot x = 1{,}4 \cdot 0{,}307 = 0{,}43 \text{ м}.$$

Имеем:

$$0{,}43 = 0{,}041 \cdot \frac{0{,}307 + A_1}{0{,}307},$$

откуда:

$$A_1 = 2{,}9 \text{ м}.$$

Пример II. Данные те же, пролет выработок $A = 3$ *м*. Имеем:

$$x = 0{,}041 \cdot \frac{x + 3}{x}$$

или

$$x^2 - 0{,}041\,x - 0{,}123 = 0,$$

откуда

$$x = 0{,}37 \text{ м}.$$

Максимальная деформация x_{max} равна:

$$x_{max} = 1{,}4 \cdot x = 1{,}4 \cdot 0{,}37 = 0{,}518 \text{ м}.$$

Имеем:

$$0{,}518 = 0{,}041 \cdot \frac{0{,}37 + A_1}{0{,}37},$$

откуда:

$$A_1 = 4{,}29 \text{ м}.$$

Пример III. Данные те же, пролет пересекающихся выработок $A = 4$ *м*. Имеем:

$$x = 0{,}041 \cdot \frac{x + 4}{x}$$

или

$$x^2 - 0{,}041\,x - 0{,}164 = 0,$$

откуда

$$x = 0{,}426 \text{ м}.$$

Максимальная деформация x_{max} равна:

$$x_{max} = 1{,}4 \cdot x = 1{,}4 \cdot 0{,}426 = \sim 0{,}6 \text{ м}.$$

Имеем:

$$0{,}6 = 0{,}041 \cdot \frac{0{,}426 + A_1}{0{,}426},$$

откуда:

$$A_1 = 5{,}79 \text{ м}.$$

Пример IV. Данные те же, пролет пересекающихся выработок $A = 5$ *м*. Имеем:

$$x = 0{,}041 \cdot \frac{x+5}{x}$$

или

$$x^2 - 0{,}041\,x - 0{,}205 = 0,$$

откуда:

$$x = 0{,}473 \text{ м}.$$

Максимальная деформация:

$$x_{max} = 1{,}4 \cdot x = 1{,}4 \cdot 0{,}473 = 0{,}66 \text{ м}.$$

Имеем:

$$0{,}66 = 0{,}041 \cdot \frac{0{,}473 + A_1}{0{,}473},$$

откуда:

$$A_1 = 7{,}14 \text{ м}.$$

Пример V. Данные те же, пролет выработок $A = 6$ *м*. Имеем

$$x = 0{,}041 \cdot \frac{x+6}{x}$$

или

$$x^2 - 0{,}041\,x - 0{,}246 = 0 \text{ м},$$

откуда

$$x = 0{,}516.$$

Максимальная деформация x_{max} равна:

$$x_{max} = 1{,}4\,x = 1{,}4 \cdot 0{,}516 = 0{,}72 \text{ м}.$$

Имеем:

$$0{,}72 = 0{,}041 \cdot \frac{0{,}516 + A_1}{0{,}516},$$

откуда:

$$A_1 = 8{,}5 \text{ м}.$$

Таким образом, эквивалентный пролет места пересечения двух выработок, имеющих пролет a, равен (примерно):

$$l_{экв} = 1{,}4 \cdot a. \tag{9}$$

(по существу отвечает большой диагонали пересечения).

Косое пересечение. Пользуясь выражением (2), определяем ширину целика, равную величине деформации при данной ширине пересекающихся выработок A.

Для острого угла пересечение:

$$x \cdot \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{\gamma \cdot h \cdot l^2}{8 \cdot k} \cdot \frac{x \cdot \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} + A}{x \cdot \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}. \tag{10}$$

Определив из данного выражения x, находим максимальную деформацию x_{max}, равную:

$$x_{max} = \frac{x}{\cos\frac{\alpha}{2}}. \tag{11}$$

По данной максимальной деформации $\dfrac{x}{\cos\frac{\alpha}{2}}$ и ширине целика $x \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$ находим пролет выработки A_1, отвечающий этой деформации:

$$\frac{x}{\cos\frac{\alpha}{2}} = \frac{\gamma \cdot h \cdot l^2}{8 \cdot k} \cdot \frac{x \cdot \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} + A_1}{x \cdot \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}. \tag{12}$$

Из выражения (12) определяем величину A_1.

Для тупого угла пересечения соответственно будем иметь:

$$x \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\gamma \cdot h \cdot l^2}{8 \cdot k} \cdot \frac{x \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} + A}{x \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}}. \tag{13}$$

Максимальная деформация будет равна:

$$x_{\max} = \frac{x}{\sin \frac{\alpha}{2}}.$$

Соответствующая этой максимальной деформации величина пролета выработки найдется из выражения:

$$\frac{x}{\sin \frac{\alpha}{2}} = \frac{\gamma \cdot h \cdot l^2}{8 \cdot k} \cdot \frac{x \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} + A_2}{x \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}}. \tag{14}$$

Эквивалентный пролет места пересечения может быть принят равным:

$$l_{\text{экв}} = \frac{A_1 + A_2}{2}. \tag{15}$$

Пример I. Данные $h = 50$ *м*; $\gamma = 2{,}5$ *т/м*³; $k = 1500$ *т/м*²; $l = 2$ *м*; $A = 2$ *м*. Выработки пересекаются под углом $\alpha = 60°$.

Для острого угла имеем (пользуясь уравнением 10):

$$x \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\gamma \cdot h \cdot l^2}{8k} \cdot \frac{x \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + A}{x \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} = \frac{2{,}5 \cdot 50 \cdot 4}{8 \cdot 1500} \cdot \frac{x \cdot \operatorname{tg} 30° + 2}{x \cdot \operatorname{tg} 30°}$$

$$0{,}577\, x = 0{,}041 \cdot \frac{0{,}577\, x + 2}{0{,}577\, x}$$

откуда имеем уравнение:

$$0{,}333\, x^2 - 0{,}024\, x - 0{,}082 = 0.$$

Отсюда:

$$x = 0{,}53 \text{ м}.$$

Максимальная деформация равна:

$$x_{\max} = \frac{x}{\cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{0{,}53}{\cos 30°} = 0{,}62 \text{ м}.$$

Имеем:

$$0{,}62 = 0{,}041 \cdot \frac{0{,}577 \cdot 0{,}53 + A_1}{0{,}577 \cdot 0{,}53}$$

или:

$$A_1 = 4{,}33 \text{ м}.$$

Для тупого угла пользуемся выражением (13):

$$x \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\gamma \cdot h \cdot l^2}{8 \cdot k} \cdot \frac{x \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} + A}{x \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}}.$$

Подставляя вместо букв их значения, имеем:

$$x \cdot \operatorname{ctg} 30° = \frac{2 \cdot 5 \cdot 50 \cdot 4}{8 \cdot 1500} \cdot \frac{x \cdot \operatorname{ctg} 30° + 2}{x \cdot \operatorname{ctg} 30°}$$

или

$$1{,}73\, x = 0{,}041 \cdot \frac{1{,}73\, x + 2}{1{,}73\, x},$$

откуда:

$$2{,}89\, x^2 - 0{,}07\, x - 0{,}082 = 0$$

или

$$x = 0{,}18 \text{ м}.$$

Максимальная деформация:

$$x_{max} = \frac{x}{\sin\frac{\alpha}{2}} = \frac{0{,}18}{\sin 30^\circ} = 0{,}36 \text{ м}.$$

Имеем:

$$0{,}36 = 0{,}041 \cdot \frac{0{,}18 \cdot 1{,}73 + A_2}{0{,}38 \cdot 1{,}73},$$

откуда:

$$A_2 = 2{,}88 \text{ м}.$$

Эквивалентный пролет места пересечения равен:

$$l_{экв} = \frac{A_1 + A_2}{2} = \frac{4{,}33 + 2{,}88}{2}$$

или

$$l_{экв} = \sim 3{,}6 \text{ м}.$$

Zusammenfassung

An den Kreuzungen der Grubenbauen ist der Gebirgsdruck wesentlich erhöht. Für die Bestimmung der Grösse dieses Gebirgsdruckes wird die Theorie der Formänderung benutzt.

Die Gleichungen 8 und 10 sind die Pfeilersformänderungsgleichungen im Falle der geraden oder schiefen Grubenbaukreuzungen. Die maximale Formänderung an der Ecke des Pfeilers wird entsprechend mit den Formeln (4) und (5) ausgedrückt.

Die gleichwertige Weite der Grubenbaukreuzung wird nach der Formeln (9) und (15) ermittelt.