Записки Ленинградского Горного Института, том XIII, вып. 2, 1940
Annales de l'Institut des Mines à Leningrad, vol. XIII, liv. 2, 1940

О применении полевых компараторов

(Полевой компаратор на геодезической станции Ленинградского горного института в Вышегороде)

Аспирант *А. П. Пикулин*

Uber die Verwendung von Feldkomparatoren

Aspir. *A. P. Pikulin*

При точных измерениях длин в базисах и полигонометрии всех классов чрезвычайно важно знать о поведении меры длины не только на некотором более длительном отрезке времени, как, например, между двумя компарированиями в лабораториях, но и на более коротких промежутках. Для этого, как говорит инструкция, по полигонометрии II и III классов должны быть устраиваемы полевые компараторы.

Устройство полевых компараторов может быть временным и постоянным. Временный компаратор представляет просто сравнение по штативам (целикам) нормальной меры, например проволоки в 24 *м* с мерой (проволокой) в 24 *м* или 48 *м*, которая употребляется в работе.

Для этого на ровном месте в створе устанавливаются три штатива (целика), по которым и идет сравнение.

Этот способ дает возможность следить за поведением меры длины, употребляющейся при полевом измерении, при условии, если нормальная мера осталась без изменения, за что поручиться, конечно, невозможно.

Практика измерения длин инварными проволоками показывает, что абсолютная длина их изменяется мгновенно и не только в результате длительного употребления при измерениях, а иногда даже по случаю резкого временного изменения температуры (в зимнее время проволока может быть внесена в теплое помещение). При таком относительном сравнении легко впасть в заблуждение.

Инструкция по полигонометрии II и III классов, предлагая этот способ, конечно не в состоянии рекомендовать что-либо другое, имея в виду передвижение измерительного отряда на большие расстояния 50—60 *км*.

Разберем универсальный полевой базис-компаратор, несколько иного устройства, предложенный нами и устроенный при содействии Н. Г. Келль и при личном участии Л. Н. Келль на геодезической станции Л. Г. И. в Вышегороде.

На расстоянии 120 *м* друг от друга на ровной площадке врыты были в землю два дубовых столба глубиною по 3 *м* с возвышением над поверхностью земли 0,2 *м* и 0,5 *м*.

Дубовый столб сверху был затесан на усеченный конус. В верхнюю площадку столба был вбит медный штырь, головка которого имела зашлифованную сферическую поверхность с крестообразной нарезкой, перпендикулярно визирной линии и в створе ее.

Далее расставлены были на расстоянии 24 *м* 4 штатива (козелки, столбы) с набитыми на них поперек хода призмочками. Как конечные дубовые столбы, так и

промежуточные столбы были установлены не только в створе, но и на одном уровне.

Расстояние от столба южного до северного было промерено двумя инварными проволоками № 931 и № 932 туда и обратно.

При измерении проволоки подвешивались на станках карпантье под натяжением в 10 *кг*. Для исключения личных ошибок измерения делались с переменой мест наблюдателей.

Наблюдения базиса компаратора производились три раза с промежутками, примерно через месяц, после полевых работ и показали следующее.

Проволока № 931 изменила свою длину на 0,2 *мм*, проволока № 932 осталась неизмененной.

Сравнивая разности сумм отклонений от 24 *м* по всем пролетам компаратора, получим:

	Проволока № 931	Проволока № 932
I	$Д_н - Д_в = -0{,}42$ *мм*	$Д_н - Д_в = -0{,}27$ *мм*
II	$Д_н - Д_в = +0{,}32$ „	$Д_н - Д_в = -0{,}17$ „
III	$Д_н - Д_в = +0{,}80$ „	$Д_н - Д_в = -0{,}05$ „
IV	—	$Д_н - Д_в = -0{,}12$ „

По данным проволоки № 932 мы можем получить длину базиса компаратора, взяв среднее из 4 измерений, что нами и было сделано.

$$Д_{ср} = 119\,928{,}55 \text{ } мм.$$

Случайная погрешность измерения базиса:

$$M_{случ} = \pm \frac{1}{2q} \sqrt{[(Д_в - Д_н)(Д_в - Д_н)]} =$$

$$= \pm \frac{1}{2{,}4} \sqrt{(-0{,}27)^2 + (-0{,}17)^2 + (-0{,}05)^2 + (0{,}12)^2} =$$

$$= \pm 0{,}043 \text{ } мм.$$

q — число проволок или компарирований.

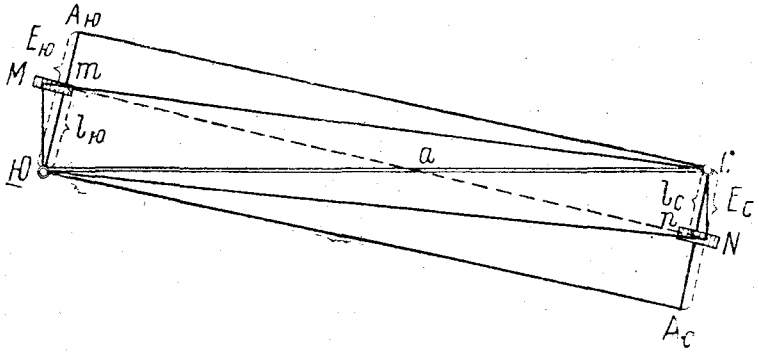


Рис. 1. Схема полевого базиса компаратора.

Общая же средняя квадратическая погрешность:

$$\Omega = \pm \sqrt{\frac{[\Delta\Delta]}{q(q-1)}} = \pm \sqrt{\frac{1{,}133}{2}} = \pm 0{,}075 \text{ } мм.$$

Относительная случайная погрешность измерения базиса-компаратора:

$$m_e = \frac{m}{Д} = \frac{0{,}043}{119\,928{,}55} = \frac{1}{2\,220\,900}.$$

Таким образом, получена довольно точно длина линии *Ю—С*, с которой можно сравнивать некоторые другие меры длины.

Посмотрим данные компарирования стальной проволоки № II из лаборатории Ленинградского горного института.

По данным первого компарирования при приведенной температуре 15° С длина проволоки = 24 004,00 *мм*. По данным второго компарирования, после месяца работы ею в поле, длина проволоки № II = 24 003,55.

$$M_{(случ)} = \pm \frac{1}{2q} \sqrt{[(Д_в - Д_н)(Д_в - Д_н)]} = \pm 1{,}32 \text{ мм}.$$

Относительная случайная погрешность компарирования:

$$M_e = \frac{M}{D} = \frac{1{,}32}{119\,928{,}35} \approx \frac{1}{100\,000}.$$

Таким же путем была прокомпарирована стальная 20 *м* рулетка. На расстоянии около 120 *м* через каждые 20 *м* были расставлены штативы. На рулетку для удобства отсчитывания были наклеены бумажные миллиметровые шкалы на первый и последний дециметры.

Натяжение было применено гирями в 10 и 5 *кг* с замером температуры в каждом пролете одним термометром с точностью в 0,1° С.

Относительная случайная погрешность компарирования была получена при 10 *кг* натяжения:

$$\frac{5 \cdot 1}{119\,925{,}5} = \frac{1}{23\,585}; \qquad \frac{1}{23\,000},$$

при натяжении в 5 *кг*:

$$\frac{4 \cdot 5}{119\,925{,}3} = \frac{1}{26\,650}; \qquad \frac{1}{27\,000}.$$

Характерно, что разница в данных измерения каждой секции при перемене груза расходилась и всегда на одну и ту же величину,

При грузах в 10 *кг* рулетка становилась длиннее на 5 *мм*, чем при подвешенном грузе в 5 *кг*, что видно из таблицы:

№№ козел	Вперед			Назад		
	Рулетка			Стальная		
	10 *кг*	5 *кг*	Темпер. свободно висящ. вращающ.	10 *кг*	5 *кг*	Темпер. свободно висящ. вращающ.
	натяжение *мм*			натяжение *мм*		
10–1	19 977,1	19 981,6	23°,0/22,5	19 985,2	19 989,5	32°,5/32,2
1–2	19 990,6	19 995,1	24,5/24,0	19 989,7	19 992,5	32,0/32,0
2–3	19 970,1	19 974,5	25,5/25,0	19 968,0	19 972,9	32,2/31,8
3–4	19 994,4	19 999,1	28,0/27,0	19 9937,6	19 998,6	31,0/30,7
4–5	19 983 9	19 988.8	29,0/28,5	19 984,9	19 988,6	30,0/28,5
5–6	19 992,8	19 997,3	27,5/26,2	19 990,8	19 996,0	30,0/29,5

Вычислим теоретически удлинение 20 *м* рулетки:

$$\Delta a_f = \frac{\Delta_f \cdot a}{EP} = \frac{5 \times 20{,}00}{1000000 \times 0{,}02} = 0{,}5 \text{ см} = 5 \text{ мм},$$

где Δ_f — разница в грузах, a — длина меры в *см*, E — модуль упругости стали, принятый = 1 000 000, P — поперечное сечение рулетки.

Попробуем определить, какое же натяжение следует принять окончательно, чтобы уже при этом вычислить длину компарируемой рулетки.

Вычислим стрелу провеса в зависимости от нашего натяжения, которое и было у нас в 10 и 5 *кг*.

Вес 20 *м* рулетки 320 *г* по данным взвешивания и вычислению теоретически:

$$l = y - c,$$

где $y = \frac{f}{Q}$ и $c = \sqrt{y^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$,

$$Q = \frac{320}{20} = 0{,}16 \text{ кг},$$

f — сила натяжения, Q — вес единицы длины рулетки в *кг*, e — стрела провеса в *см*.

$$y = \frac{10}{0{,}16} = 62{,}5 \text{ см}; \quad c = \sqrt{(62{,}5)^2 - \left(\frac{20}{2}\right)^2} = 61{,}7 \text{ см}; \quad l = 0{,}8 \text{ см}.$$

$$y = \frac{5}{0{,}16} = 31{,}2 \text{ см}; \quad c = \sqrt{(31{,}2)^2 - \left(\frac{20}{2}\right)^2} = 29{,}5 \text{ см}; \quad l = 1{,}7 \text{ см}.$$

Допустимая же стрела провеса при желательной ошибке компарирования $= \frac{1}{50\,000}$, тогда

$$l_{\text{доп}} = a\sqrt{\frac{3}{80} \cdot \frac{1}{n}} = 20{,}00\sqrt{\frac{3}{80} \cdot \frac{1}{50\,000}} = 1{,}7 \text{ см}.$$

Отсюда можно заключить, что точность натяжения рулетки должна быть велика, малейшие колебания в натяжении вызовут грубые ошибки и понизят точность наших измерений. Влияние же натяжения на стрелу провеса не сказывается, как мы видим из вычислений, в довольно больших интервалах от 5 до 10 *кг*.

В результате всего полученная нами длина рулетки по данным компарирования ближе подходит к нарицательной длине при натяжении в 10 *кг* и температуре 15°.

Имея в виду полевое компарирование лент и рулетки, а также и проверку взаимного расположения укрепленных целиков, устройство базиса компаратора было расширено переносом концов на уровень почвы. На стороне *ЮС* как базисе была построена сеть треугольников (см. рис. 1).

В точки *M* и *N* были заложены бетонные столбы в уровень с землей и в столбах были заделаны продольные шкалы.

На южном конце (*Ю*) решались треугольники $ЮА_{ю}С$, *ЮМС*, *ЮпС*. На северном конце — треугольники $ЮСА_{с}$, *ЮСп*, *ЮСN*.

Для решения этих треугольников необходимо было отнаблюдать на южном конце длины $E_{ю}$ и $e_{ю}$ и угол $A_{ю}$. На северном конце — $E_{с}$ и $l_{с}$ и угол $A_{с}$.

Длина a у нас получена из непосредственных измерений ранее.

В данном случае для нас конечной целью является — получить перпендикуляр *ЮМ* к линии *ЮС* и перпендикуляр *CN*, чтобы в дальнейшем, решая „обратную задачу“ в условной системе, получить длину *MN* через посредство длины a.

Итак, в треугольнике $ЮА_{ю}С$ замерены $\angle A_{ю} = 88°43'40''5$; $a = 119\,298{,}5$; $E_{ю} = 2\,724{,}0$.

Углы же $А_{ю}ЮС$ и $А_{с}СЮ$ были отложены теодолитом приблизительно к 90° для того, чтобы отрезки *Mm* и *Nn* были в пределах длины забетонированных шкал.

1. Определение угла $А_{ю}ЮС$

$$\sin C = \frac{E_{ю} \cdot \sin A_{ю}}{a}; \quad \angle A_{ю}ЮС = 180 - (A_{ю} - C).$$

После решения получаем:

$$А_{ю}СЮ = 1°18'04''; \quad \angle А_{ю}ЮС = 89°58'16''.$$

2. Определение стороны mC (рис. 2), $\gamma = 89°58'16''$, $a = 119\,928{,}5$, $b = 1\,606{,}0$.

$$\frac{\alpha+\beta}{2} = 90 - \frac{\gamma}{2}; \qquad \alpha = \frac{\alpha+\beta}{2} + \frac{\alpha-\beta}{2};$$

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha-\beta}{2} = \frac{a-b}{a+b}\cdot\operatorname{ctg}\frac{\gamma}{2}; \qquad \beta = \frac{\alpha+\beta}{2} - \frac{\alpha-\beta}{2};$$

$$c = \frac{a\cdot\sin\gamma}{\sin\alpha}.$$

$$\frac{\alpha+\beta}{2} = 45°00'52''. \qquad \alpha = 89°5'42''; \qquad \beta = 0°46'02''.$$

$$\frac{\alpha-\beta}{2} = 44°14'50''; \qquad c = mC = 119938{,}8.$$

3. Определение сторон MC и $MЮ$ из треугольника $ЮMC$:

$$b' = ЮM = a\operatorname{tg}\beta; \qquad c = \frac{a}{\cos\beta}.$$

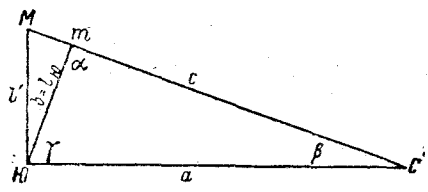


Рис. 2. Определение стороны mC.

После решения $ЮM = l' = 1606{,}0$; $CM = 119\,939{,}3$ *мм*.

4. Определение разности MC и mC:

$$MC - mC = 0{,}5 \text{ мм}.$$

Совершенно аналогично решаем треугольники $ЮCA_c$, $ЮCn$, $ЮCN$ (см. рис. 1) по данным измерения a, E_c и b_c и угла $ЮA_cC$.

После решения получим:

$$\angle A_cCЮ = 90°01'50''; \qquad NЮ = 119\,932{,}9; \qquad CN = 1020{,}4; \qquad nЮ = 119\,933{,}4.$$

Разность $ЮN$ и $Юn = -0{,}5$ *мм*.

Определение расстояния MN.

Принимаем координаты точки $Ю$:

$$x = 0; \qquad y = 0 \qquad \text{и азимут линии} \qquad ЮC = 0°00'00''.$$

Тогда координаты точки M будут равны $x = 0$; $y = -1606{,}0$.

Координаты же точки N будут равны:

$$x = 119\,928{,}5; \qquad y = +1020{,}4.$$

$$\text{Тогда} \quad MN = \frac{\Delta x}{\cos\alpha} = \frac{\Delta y}{\sin\alpha}; \qquad \operatorname{tg}\alpha_{ю-c} = \frac{y_c - y_ю}{X_c - X_ю}.$$

После вычисления получим:

$$MN = 119\,957{,}0; \qquad \alpha_{ю-c} = 1°15'16''.$$

Но точки M, а также и N в натуре ничем не отмечены. Для удобства пользования перейдем на расстояние между нулями на шкалах.

Из точки A_c при наведении трубы инструмента на C наблюдено было на шкале северной 11,4 *мм* вправо от нуля, а из точки $A_ю$ при наведении трубой на $Ю$ наблюдено на шкале южной 15,7 *мм* вправо от нуля.

Тогда горизонтальная длина между нулями шкал будет

$$L_0 = M_0M_0 = 119\,957{,}0 - 11{,}9 - 0{,}8 - (15{,}7 + 0{,}8) = 119\,929{,}4.$$

На самом же деле измерения производились между нулями по почве, по выравненной и утрамбованной дорожке.

Превышение одного конца над другим:

$$h = 1297 \text{ мм} \approx 1300 \text{ мм}.$$

Поправка длины за наклон:

$$\delta_L = \frac{h^2}{2L} = \frac{1300^2}{2\times 120000} = \frac{1\,690\,000}{240\,000} = 7{,}0 \text{ мм}.$$

Наклонная длина между нулями шкал:

$$L = 119\,929{,}4 \text{ мм} + 7{,}0 \text{ мм} = 119\,936{,}4 \text{ мм}.$$

Посмотрим, с какой же точностью мы получили $M_0N_0 = L_0$.

Будем считать, что погрешность получения длины *ЮС* равна нулю, как во много раз превышающая требующуюся для нас точность получения базиса компаратора для лент.

Погрешность же нашего базиса компаратора будет зависеть от качества измерения углов $A_ю$ и $A_с$, также и длин $E_ю$, $E_с$, $l_ю$ и $l_с$. Здесь мы в дальнейшем увидим, что погрешность измерения длин l и E мало влияет на точность получения L_0, как перпендикулярно расположенной.

Большое же влияние оказывает погрешность измерения углов A.

Вычислим возможную погрешность измерения угла $A_ю = A_с$.

Погрешность отсчитывания и визирования ($t = 12''$):

$$m_A = \pm\sqrt{\frac{m_b}{n} + \frac{m_0}{2n^2}} = \pm\sqrt{\frac{49}{4} + \frac{36}{2\times 16}} = \pm\sqrt{13{,}3} = \pm 3'',7.$$

Погрешность от редукции сигналов.

Принимаем $l = 0{,}5$ *мм*; $a = 2720$ *мм*; $b = 120\,000$.

$$m_\varrho = \pm\sqrt{\frac{l^2\varrho^2}{2}\left(\frac{1}{a^2} + \frac{2}{b^2}\right)} = \pm 26''.$$

Погрешность от центрировки теодолита.

l эксцентриситета $= 0{,}5$ *мм*.

$$m_ц = \pm\sqrt{\frac{l^2\varrho^2}{2a^2b^2}\,c^2} = \pm 26''.$$

Общая погрешность измерения угла $A_ю = A_с$.

$$m_{A_с} = m_{A_ю} = \pm\sqrt{m_\varrho^2 + m_ц^2 + m_{b_0}^2} = \pm\sqrt{26^2 + 26^2 + 3{,}7^2} = \pm 37''.$$

Вычислим влияние этой погрешности на длину L_0.

Изменение угла $A_ю$ или $A_с$ на $37''$ в ту или другую сторону даст и изменение положения точки m или n, следовательно и M или N на известную величину в линейных мерах.

Разность длин ($E_ю = l_ю$) или ($E_с = l_с$) дает расстояние, на которое действует погрешность угла A.

Вычислим погрешности получения точки m в зависимости от погрешности угла $A_ю$.

$$E_ю - l_ю = 1118 \text{ мм}. \quad m_{l_m} = \frac{1118 \times 37}{206\,265} = 0{,}2 \text{ мм}.$$

Вычислим погрешность получения точки n в зависимости от погрешности угла $A_с$.

Длина $E_с - l_с = 1542$; $m_{l_n} = \frac{1542 \times 37}{206\,625} = 0{,}3$ *мм*.

Погрешность же положения точки m или n в зависимости от погрешности измерения длин E и l получается совсем ничтожной, хотя бы здесь и допустили мы таковую равной в 1 *мм*. В нашем же случае она едва доходила до 0,5 *мм* и тогда мы получим изменение угла C или $Ю$ всего на $1{,}5''$, а при изменении обоих в разные стороны, тогда будет $m_c = 3''$, и эта погрешность не введет никакого изменения в линию M_0M_0.

Итак общая погрешность M_0M_0 будет равна

$$m = \pm\sqrt{0{,}2^2 + 0{,}3^2} = \pm\sqrt{0{,}13} = \pm 0{,}36 \text{ мм}.$$

Тогда будет относительная погрешность базиса компаратора для лент

$$\frac{m}{L_0} = \frac{0{,}36}{119\,991{,}00} = \frac{1}{333\,305} \approx \frac{1}{300\,000},$$

что для нас вполне приемлемо.

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit verfolgt den Zweck einen Typ des Felduniversalkomparators mit konstanter Basis darzustellen.

Dieser Komparator kann als ein Laboratorium der einfachsten Art von verschiedenen Betriebsorganisationen (Markscheidereien, Geodäsischen Organisationen u. dgl.) benutzt werden.