Записки Ленинградского ордена Ленина и ордена Трудового Красного Знамени горного института, том XXXII, вып. 3, 1956 г.

ЗАКОНОМЕРНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МИНЕРАЛЬНЫХ ЗЕРЕН ПРИ СОКРАЩЕНИИ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕСА ПРОБ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

Доц. *Д. А. Краснов*

Сокращение путем последовательного деления на две более или менее равные части — широко распространенная операция в опробовании полезных ископаемых. Предельный вес, до которого может быть сокращен тот или иной материал, зависит от гранулометрической характеристики, содержания определяемого (полезного) компонента, величины и степени неравномерности вкраплений этого компонента во вмещающую породу, заданной точности сокращения и степени достоверности получения пробы с заданной точностью.

Однако до последнего времени еще не установлена математическая зависимость предельного веса сокращения от указанных параметров, хотя этот вопрос занимает внимание специалистов уже в течение многих лет.

Обычно для определения этого веса пользуются формулой

$$q = kd^a$$

согласно которой в явном виде учитывается влияние на предельный вес q только одного параметра — максимального размера зерен d. Влияние всех других параметров должно быть отражено выбором соответствующих значений коэффициентов k и a.

К. Л. Пожарицким обобщены результаты некоторых экспериментальных работ по определению коэффициентов k и a и предложены три стандартных значения их для соответствующих типов руд [11]. Это, несомненно, облегчило задачу определения веса проб, но не решило ее полностью. Обобщения К. Л. Пожарицкого касаются только незначительной части полезных ископаемых, главным образом руд цветных и редких металлов некоторых месторождений. Во всех других случаях значения коэффициентов рекомендуется устанавливать экспериментально, — громоздким, дорогостоящим методом, что требует много времени, а в некоторых случаях не выполнимо.

В настоящей работе изложены результаты экспериментальных и теоретических исследований, позволившие установить закономерность распределения минеральных зерен в выделяемые сокращением части и найти математическую зависимость предельного веса сокращения (веса пробы) от основных особенностей опробуемого полезного ископаемого.

1. Закономерность распределения минеральных зерен при сокращении

Для опытов использованы зерна магнетита и пегматитовой породы, рассеянные на наборе сит с модулем, равным $\sqrt{2}$ или $\sqrt[4]{2}$. Каждый раз сокращалась смесь определенного состава по содержанию минеральных компонентов и гранулометрической характеристике.

Содержание магнетита и пегматитовой породы в выделенных сокращением пробах определялось магнитной сепарацией.

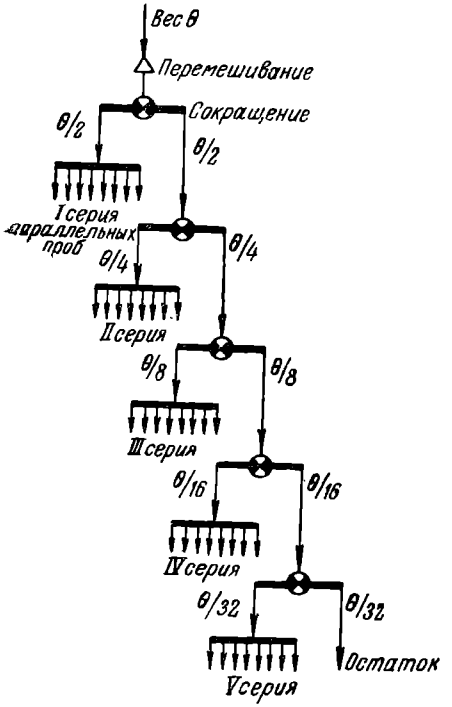


Рис. 1. Примерная схема выделения проб при изучении закономерностей сокращения

Сокращение осуществлялось на струйчатом делителе с 32 желобками и углом наклона, равным 55°.

Сокращение смеси зерен одного минерала одной крупности. Последовательным сокращением выделялось пять порций с наибольшим весом, равным половине веса исходного материала. Вес остальных порций уменьшался в геометрической прогрессии со знаменателем, равным двум. Материал каждой порции также на струйчатом сократителе делился на 16 (32) более или менее равных навесок, составлявших серию параллельных проб (рис. 1).

После взвешивания проб каждой серии результаты вписывались в таблицы, затем подсчитывались: среднеарифметический вес пробы по серии, отклонение от этого веса по отдельным пробам, среднеарифметическое и среднеквадратическое отклонения, а также определялось число зерен в среднеарифметическом весе пробы и в среднеарифметическом отклонении [1] и устанавливалась графическая зависимость между числом зерен в среднеарифметическом отклонении и в средней пробе (в среднеарифметическом весе пробы по серии). Эта зависимость в логарифмическом масштабе выражена двумя прямыми на рис. 2. При непрерывном абсолютном росте отклонения с увеличением зерен в средней пробе относительные значения этой величины сначала уменьшаются, затем, достигнув какого-то минимума, остаются постоянными (рис. 2, пунктирные линии). Кроме того, опытами установлено, что величины среднеарифметических отклонений являются функцией только одной переменной — числа зерен в средней пробе. Удельный вес и крупность зерен на величину отклонений влияния не оказывают.

Сокращение смеси зерен двух минералов одной крупности. В опытах процентное соотношение минералов в смеси — переменное Пробы каждой серии подвергались обработке на электромагнитном анализа-

[1] Число зерен определялось по среднему весу одного зерна данного класса и минерала.

торе. После взвешивания отдельно магнетита и пегматитовой породы результаты аналогично предыдущему вписывались в таблицы по сериям, затем подсчитывались процентное содержание магнетита в каждой пробе и необходимые статистические характеристики, а также среднее по серии число зерен магнетита и пегматитовой породы в пробе и число зерен, соответствующее среднему арифметическому отклонению по каждому из минералов. Характер зависимости между числом зерен

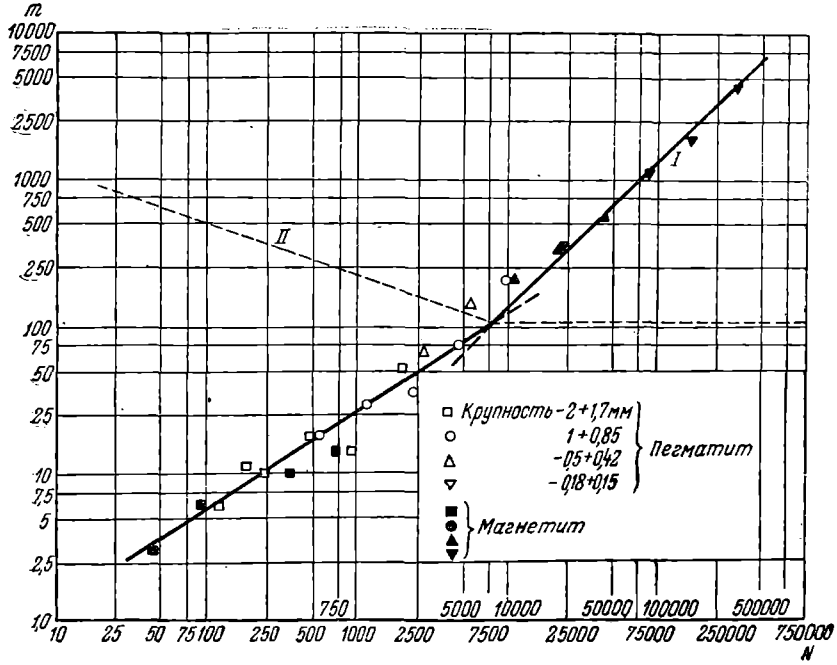


Рис. 2. Зависимость между числом зерен в среднеарифметическом отклонении m и числом зерен в средней пробе N. Один минерал, одна крупность. Отклонения:
I — абсолютное; *II* — относительное

в отклонении и в средней пробе по каждому компоненту (рис. 3) сохранился таким же, как при сокращении мономинеральной смеси зерен. Следовательно, при сокращении смеси зерен разных по удельному весу минералов в каких-то количественных соотношениях, число зерен в средней пробе каждого из них и зависимость между отклонением и числом зерен данного минерала в средней пробе остаются такими же, как если бы каждый минерал сокращался обособленно, т. е. не в смеси с другим.

Сокращение смеси зерен двух минералов двух и трех классов крупности. Составлялась смесь минералов из двух или трех классов крупности. В опытах — процентные соотношения классов и минеральных компонентов в смеси — переменные.

После сокращения в каждой пробе определялось содержание магнетита и пегматитовой породы и соотношение зерен по крупности каждого из минералов. В таблицах подсчитывались необходимые статистические характеристики, число зерен в средней пробе и в среднеарифметическом отклонении по каждому минералу и классу крупности.

Зависимость среднеарифметического отклонения зерен того или иного класса и минерала от числа соответствующих зерен в средней пробе

представлена на диаграмме (рис. 4), где координаты точек соответствуют числу зерен в среднеарифметическом отклонении и в средней пробе отдельно для каждого минерала и класса крупности, составлявших исходную смесь. Таким образом, установленная ранее зависимость сохраняется и в этих опытах, исходный материал которых был более сложного состава.

Полученные результаты сокращения смеси зерен двух и трех классов крупности позволили сделать следующий вывод: число зерен каждого из классов в средней пробе и в среднеарифметическом отклонении остается таким же, как если бы каждый класс крупности сокращался отдельно, т. е. не в смеси с другими. Следовательно, при сокращении смеси зерен минералов разного удельного веса и разной крупности закономерность их распределения в отдельные пробы сохраняется такой же, как если бы каждый из классов и каждый из минералов сокращался обособленно.

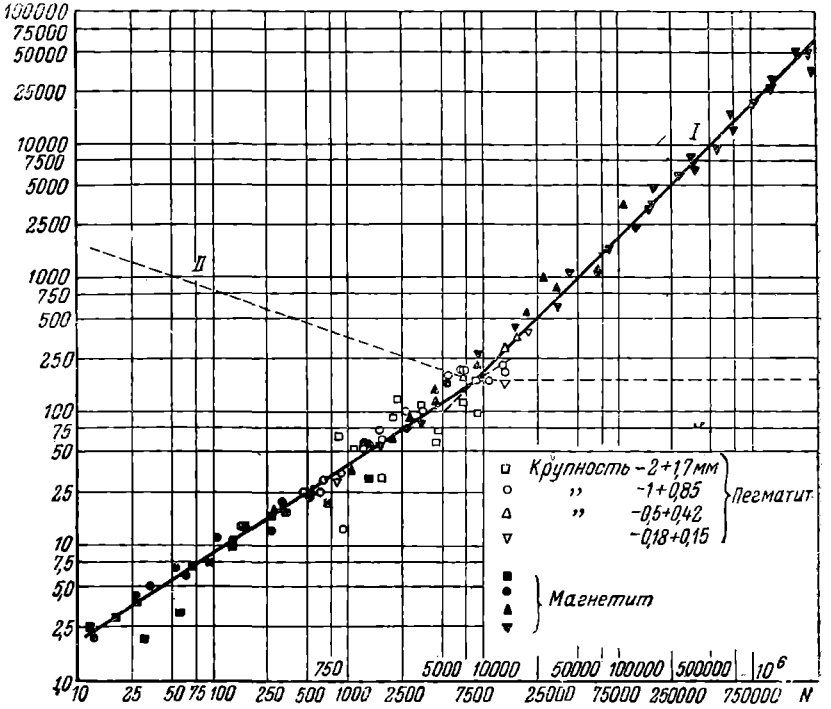


Рис. 3. Зависимость между числом зерен в среднеарифметическом отклонении m и числом зерен в средней пробе N. Два минерала, одна крупность. Отклонения:
I — абсолютное; *II* — относительное

Отмеченные закономерности сокращения выявлены в результате анализа средних величин отклонений числа зерен от количества их в средней пробе. Для каждой из n параллельных проб данной серии (статистический коллектив) отклонения являются величинами переменными, относящимися к типу непрерывных случайных величин, для которых возможны любые значения, лежащие в некотором интервале. Эти случайные величины формируются суммой сравнительно большого числа независимых слагаемых — ошибок перемешивания, сокращения, взве-

шивания, химического анализа (магнитной сепарации), ситового анализа и др.

Такие признаки характерны и достаточны для возникновения закона нормального распределения. Установлено, что и эмпирические данные распределения отклонений от среднего значения в серии параллельных проб достаточно близки к теоретической кривой нормального распределения. Следовательно, может быть установлена вероятность появления тех или иных значений отклонений в любой наудачу взятой из серии пробе.

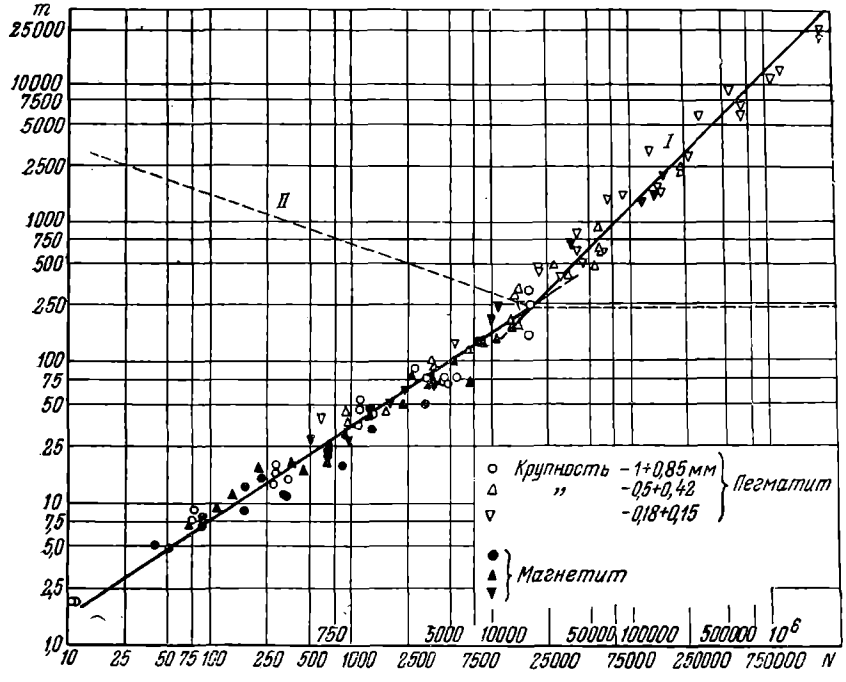


Рис. 4. Зависимость между числом зерен в среднеарифметическом отклонении m и числом зерен в средней пробе N. Два минерала, три класса крупности. Отклонения:
I — абсолютное; *II* — относительное

Закономерности распределения минеральных зерен при сокращении смеси их на струйчатом делителе нами использованы для расчета веса химической и ситовой пробы, т. е. пробы, предназначенной для определения гранулометрической характеристики.

2. Определение веса пробы для ситового анализа

В основу расчета веса ситовой пробы принята диаграмма общей зависимости между числом зерен, соответствующим среднеарифметическому отклонению, и числом зерен в средней пробе (рис. 5). Ординаты прямых диаграммы исчислены как средние значения всех предыдущих (рис. 2, 3 и 4). Согласно этой диаграмме, относительные отклонения уменьшаются с увеличением числа зерен в средней пробе в пределах примерно до 10 000 зерен (пунктирные линии). На этом участке тангенс угла наклона пунктирной прямой составляет ⅓. Относительная ошибка сокращения, достигнув минимума примерно 1,5%, остается постоянной.

Практический интерес представляет левая часть диаграммы, где значения отклонений переменные. Это дает возможность установить зависимость определения веса пробы для ситового анализа от желаемой точности опробования. Уравнение левой пунктирной прямой линии:

$$m_0 = \frac{B}{\sqrt[3]{N}}, \qquad (1)$$

где m_0 — среднеарифметическое относительное отклонение, %;
N — среднеарифметическое число зерен;
B — постоянный коэффициент, равный 31,6.

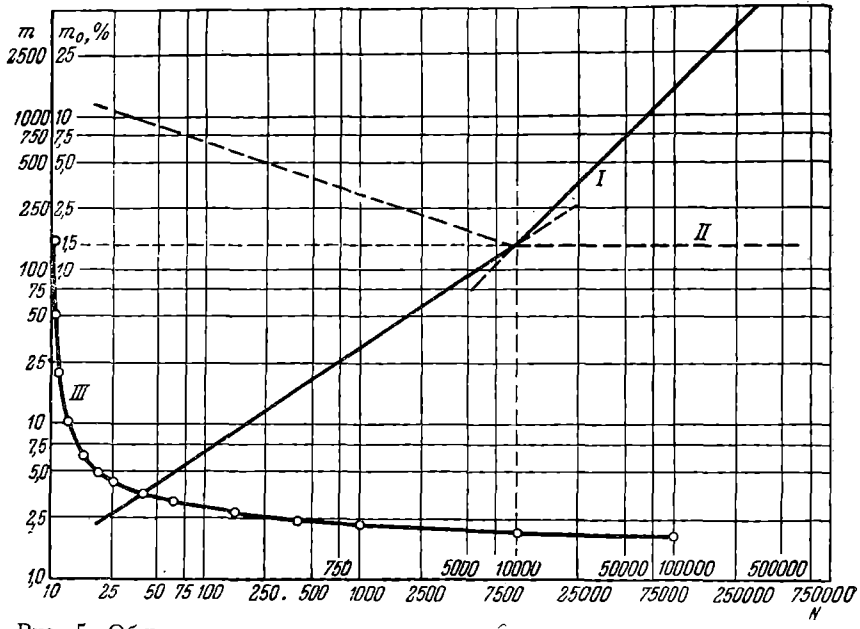


Рис. 5. Общая зависимость между числом зерен в среднеарифметическом отклонении m и числом зерен в средней пробе N. Отклонения:
I — абсолютное; *II* — относительное; *III* — относительное в обычном масштабе

При помощи этого уравнения определяется величина среднеарифметического относительного отклонения от N, т. е. от того числа зерен, которое должно было быть при идеально точном сокращении в каждой из n пробе. Однако отклонение от N в любой наудачу взятой пробе может варьировать и быть меньше или больше среднеарифметического.

При нормальном распределении отклонений вокруг их среднего значения, как это имеет место в данном случае, вероятность того, что в любой наудачу взятой пробе из n возможных отклонение не будет превышать, например, среднеарифметического, составит, согласно теории вероятности, около 58%. Иначе говоря, 58% всех проб серии будут иметь отклонения меньше или равные среднеарифметическому.

Вероятность появления отклонений в любой наудачу взятой пробе, не превышающих иных величин, чем среднеарифметическое, и численно выраженных в единицах среднеквадратического отклонения $t\sigma$, будет определяться соответствующими значениями коэффициента t — параметра вероятности.

При помощи того же уравнения (1) можно определить число зерен, соответствующее, например, среднеарифметическому или среднеквадратическому относительным отклонениям.

$$N = \frac{B^3}{m_0^3} = \frac{B^3}{\sigma_0^3} 1{,}25^3 \quad (\sigma_0 = 1{,}25 m_0).$$

Вероятность того, что в любой из n возможных проб фактическое число зерен будет иметь отклонение от N на величины не более $\pm m_0\%$ или $\pm\sigma_0\%$, составит соответственно 58 или 68% (приближенно).

Чтобы обеспечить иную вероятность появления проб с относительными отклонениями, численно не превышающими $m_0\%$, $\sigma_0\%$ или других наперед заданных величин, например $p\%$ (допустимое отклонение), необходимо выделить такое в среднем число зерен в пробу N_t, при котором отклонение, выраженное в единицах среднеквадратического $t\sigma$, численно равнялось бы заданному p, т. е.

$$p = t\sigma = \frac{B}{\sqrt[3]{N_t}} 1{,}25t.$$

Тогда искомое число зерен в пробе

$$N_t = \frac{B^3}{p^3} (1{,}25t)^3. \tag{2}$$

Заменив в уравнении (2) постоянный коэффициент B его числовым значением, получим

$$N_t = 61600 \frac{t^3}{p^3} \tag{3}$$

Это равенство позволяет рассчитать число зерен интересующего нас размера, которое должно быть выделено в пробу, чтобы обеспечить заданную точность сокращения с вероятностью, соответствующей $\varphi(t)$. Когда $t = 3$, значения отклонений, превышающие $\pm p\%$, могут встретиться в среднем менее трех раз на тысячу (правило трех сигм). Следует указать, что в данном случае такая гарантия действительна для значений $p \geqslant 5\%$. Бо́льшая точность предполагает увеличение числа зерен в пробе свыше 10 000, что не имеет смысла, так как относительная ошибка сокращения при числе зерен свыше этого предела остается постоянной.

Вес зерен, число которых определяется равенством (3), составит

$$q_1 = N_t d^3 \delta = 61600 \frac{d^3 \delta t^3}{p^3} \text{ г},$$

где d — диаметр зерна, *см*;

δ — удельный вес;

p — допустимая относительная ошибка сокращения, %;

t — параметр вероятности.

Обычно зерна размера d находятся в смеси с зернами других размеров, поэтому в пробу вместе с зернами крупностью d будут выделены и другие. Вес зерен иных, чем d, размеров

$$q_2 = \frac{q_1 (1 - \alpha)}{\alpha} \text{ г},$$

где α — содержание (выход) зерен размером d в смеси, доли единицы;

$1 - \alpha$ — содержание (выход) зерен других размеров.

Общий вес пробы

$$q = q_1 + q_2 = 61600 \frac{d^3 \delta t^3}{p^3 \alpha} \text{ г}.$$

Разделив найденное выражение на 1000 и округлив постоянный множитель, получим вес пробы

$$q = 62\,\frac{d^3\delta t^3}{p^3 \gamma} \text{ кг}. \qquad (4)$$

Формула (4) может служить для расчета веса пробы, когда требуется ситовым анализом определить содержание (выход) одноразмерных зерен, например крупностью d. Обычно ситовым анализом находится весовое распределение зерен по классам (фракциям) крупности, каждый из которых имеет тот или иной диапазон изменения размерности зерен. Поэтому при подсчете веса пробы следует исходить из числа зерен не одного какого-то размера, а всего класса. Кроме того, в дальнейших расчетах нами принято, что анализируемый материал представляет собой продукт дробления минерального сырья и поэтому обладает определенной закономерностью в распределении зерен по крупности [1]. Закономерности распределения, в частности, могут быть представлены весовой комулятивной характеристикой

$$y = Ax^k$$

где y — кумулятивный выход зерен мельче x;

A — коэффициент, определяемый крупностью исследуемого материала;

k — параметр, определяющий направление и степень изогнутости кривой, т. е. указывающий на преобладание крупных или мелких зерен.

Уравнение выведено в предположении, что минимальные зерна материала обладают нулевым диаметром [1].

Если w — вес исследуемой навески; x_m — диаметр максимальных зерен, то

$$A = \frac{w}{x_m^k}$$

Обычно y определяется в процентах, тогда

$$A = \frac{100}{x_m^k}$$

Таким образом, суммарный выход в процентах класса мельче x равен

$$y = \frac{100}{x_m^k}\, x^k$$

или в долях единицы

$$y = \frac{x^k}{x_m^k}$$

Тогда суммарный выход класса крупнее x составит

$$1 - \frac{x^k}{x_m^k}$$

Пользуясь уравнением характеристики, нетрудно подсчитать и число зерен в классе с любым диапазоном крупности. Если x — средний диаметр зерна бесконечно узкого класса по крупности, то $dy = Akx^{k-1}dx$ — со-

держание (выход) в граммах этого бесконечно узкого класса в навеске, равной 100 *г*. Вес одного зерна будет равен $x^3\delta$, где δ — удельный вес. Число зерен в бесконечно узком классе

$$dN = \frac{dy}{x^3\delta} = \frac{Akx^{k-4}}{\delta}\,dx.$$

Число зерен в классе с диапазоном крупности от x_1 до x_2 находится интегрированием

$$N_{x_1}^{x_2} = \int_{x_1}^{x_2} dN = \int_{x_1}^{x_2} \frac{Ak}{\delta}\,x^{k-4}\,dx = \frac{A}{\delta}\,\frac{k}{k-3}\,(x_2^{k-3} - x_1^{k-3}) =$$

$$= \frac{100}{x_m^k\,\delta}\,\frac{k}{k-3}\,(x_2^{k-3} - x_1^{k-3}).$$

При модуле шкалы грохочения, равном r, число зерен в первом, наиболее крупном классе $-x_m + \frac{x_m}{r}$

$$N_m = \frac{A}{\delta}\,\frac{k}{k-3}\left[x_m^{k-3} - \left(\frac{x_m}{r}\right)^{k-3}\right] = \frac{A}{\delta}\,\frac{k}{k-3}\,x_m^{k-3}\left(1 - \frac{1}{r^{k-3}}\right).$$

Число зерен в любом классе $-x + \frac{x}{r}$

$$N = \frac{A}{\delta}\,\frac{k}{k-3}\,x^{k-3}\left(1 - \frac{1}{r^{k-3}}\right).$$

При $k > 3$, т. е. когда показатель степени положителен, число зерен в первом классе будет наибольшим, так как в этом случае x_m всегда больше любого другого значения x.

При $k < 3$ показатель степени отрицателен, следовательно,

$$N_m = \frac{A}{\delta}\,\frac{k}{3-k}\,\frac{1}{x_m^{3-k}}\,(r^{3-k} - 1),$$

и число зерен в первом классе будет меньше, чем в любом другом, так как x_m всегда больше любого x.

При $k = 3$ получается неопределенность следующего вида

$$N_m = \frac{A}{\delta}\,\frac{k}{0}\left[x_m^0 - \left(\frac{x_m}{r}\right)^0\right] = \frac{A}{\delta}\,k\,\frac{0}{0}.$$

Раскрыв неопределенность, найдем

$$N_m = \frac{3A}{\delta}\ln r = \frac{300}{\delta\,x_m^3}\ln r = N,$$

т. е. число зерен в первом классе равно числу зерен в любом другом классе, так как оно зависит только от x_m и не зависит от других диаметров. Следовательно, при $k = 3$ число зерен во всех классах одинаково.

Ситовым анализом, как указано выше, находится весовое распределение зерен по классам крупности, поэтому в пробе должны быть представлены все классы в достаточном числе зерен. Расчетом доказано, что при $k < 3$ число зерен в первом, т. е. наиболее крупном классе, минимальное. В этом случае расчет веса пробы следует вести по этому наиболее крупному классу, в котором зерен меньше, чем в любом другом классе. Тогда зерен каждого из всех других более мелких классов всегда будет в пробе больше необходимого минимума, обеспечивающего

заданную точность сокращения. Так же следует поступать, когда $k = 3$. Метод расчета веса пробы при $k > 3$ не рассматривается, так как гранулометрический состав дробленого или измельченного материала с уравнением характеристики, у которой показатель степени был бы более 3, практически мало вероятен.

В дальнейшем преобразование формулы (4) было направлено на раскрытие значения α, т. е. содержания (выхода) класса, по которому ведется расчет веса пробы, и замену диаметра одноразмерных зерен средним диаметром расчетного класса, так как проба предназначается для определения числа (веса) зерен не одного какого-то размера, а всех зерен данного класса.

Как установлено, расчет веса пробы для ситового анализа должен вестись по наиболее крупному классу (если $k < 3$). Тогда значение α, т. е. содержание (выход) этого класса, может быть выражено следующим образом (в долях единицы):

$$\alpha = 1 - \frac{1}{d_m^k}\left(\frac{d_m}{r}\right)^k = \frac{r^k - 1}{r^k}.$$

Подставив в формулу (4) найденное значение, получим:

$$q = 62\,\frac{d_m^3\,\delta\,t^3\,r^k}{p^3\,(r^k - 1)} \qquad (5)$$

Затем максимальный диаметр класса следует заменить средним диаметром, соответствующим данному классу.

Определяющим свойством, которое необходимо сохранить при усреднении в данном случае, является число зерен [2]. Поэтому при определении среднего диаметра надо сохранить неизменным число зерен.

Обозначим через d средний диаметр зерен узкого класса (среднеарифметическое из крайних значений), δ — удельный вес, w — вес этого узкого класса, тогда число зерен в этом классе

$$n = \frac{w}{d^3\,\delta}.$$

Общее число зерен во всех классах смеси

$$\sum n = \sum \frac{w}{d^3\,\delta} = N.$$

Суммарное число всех зерен при усреднении диаметра также должно быть равно N, т. е.

$$\frac{1}{D^3\,\delta}\sum w = N,$$

где D — средний диаметр смеси зерен.
Следовательно,

$$\sum \frac{w}{d^3\,\delta} = \frac{1}{D^3\,\delta}\sum w.$$

Решая это уравнение относительно D, получим надлежащую для данного случая формулу исчисления среднего диаметра

$$D^3 = \frac{\Sigma w}{\sum \frac{w}{d^3}};$$

$$D = \sqrt[3]{\frac{\Sigma w}{\sum \frac{w}{d^3}}}. \qquad (6)$$

Если гранулометрическая характеристика определяется уравнением

$$y = Ax^k$$

то средний диаметр можно более точно вычислить интегрированием. Тогда формула (6) для исчисления среднего диаметра по величине крайних ограничивающих класс диаметров при любых целых значениях (от 0 до 4) показателя k в уравнении С. Е. Андреева примет следующий вид [3]:

$$D = \sqrt[k-3]{\frac{d_2^k - d_1^k}{d_2^{k-3} - d_1^{k-3}}}$$

где d_1 и d_2 — соответственно наименьший и наибольший диаметры данного класса;

k — показатель степени уравнения характеристики.

Применительно к формуле определения веса пробы $d_2 = d_m$ т. е. максимальному диаметру всей смеси зерен, а $d_1 = \frac{d_m}{r}$ Для среднего диаметра получим следующее выражение

$$D^3 = \frac{k-3}{k} \cdot \frac{d_m^3 - \left(\frac{d_m}{r}\right)^k}{d_m^{k-3} - \left(\frac{d_m}{r}\right)^{k-3}}$$

После соответствующих преобразований находим

$$D^3 = \frac{k-3}{k} \cdot \frac{d_m^3 (r^k - 1)}{r^k (r^{k-2} - 1)}$$

Этим значением среднего диаметра наиболее крупного, т. е. расчетного, класса смеси зерен следует заменить максимальный диаметр в формуле (5), тогда вес пробы

$$q = 62 \frac{(k-3) r^{k-3}}{k (r^{k-3} - 1)} \cdot \frac{d_m^3 \delta t^3}{p^3} \qquad (7)$$

Как указывалось выше, гранулометрический состав, отвечающий уравнению характеристики с показателем степени более 3, мало вероятен, поэтому показатель степени k обычно будет меньше 3. В этом случае ($k < 3$) формула (7) упростится:

$$q = 62 \frac{3-k}{k (r^{3-k} - 1)} \cdot \frac{d_m^3 \delta t^3}{p^3} \qquad (8)$$

Здесь d_m — длина ребра куба, равная размеру отверстия сита, через которое прошло максимальное зерно, форма которого принята кубической. Установлено, что фактический объем зерен несколько меньше d_m^3 и в среднем равен $(0{,}9\ d_m)^3$, поэтому в формулу следует ввести соответствующую поправку, приняв $d = 0{,}9\ d_m$.

Тогда конечный общий вид формулы веса пробы, выделяемой сокращением для гранулометрического исследования того или иного минерального сырья или продуктов его обогащения, будет

$$q = 45 \frac{3-k}{k (r^{3-k} - 1)} \cdot \frac{d^3 \delta t^3}{p^3}, \qquad (9)$$

где q — вес пробы, *кг*;

d — размер максимального зерна, *см*;
δ — удельный вес минерала или сростков;
r — модуль (знаменатель) шкалы грохочения при ситовом анализе, для которого берется проба;
k — показатель степени уравнения кумулятивной характеристики ($k < 3$);
p — заданная (допустимая) относительная ошибка сокращения ($p \geqslant 5\%$), %;
t — параметр вероятности.

Из всех величин, определяющих вес пробы, показатель степени уравнения характеристики k не может быть установлен точно без предварительного ситового анализа опробуемого материала. Однако это не является причиной, ограничивающей использование формулы. Во-первых, с достаточным приближением к действительному величина k может быть принята на основании визуального исследования. Во-вторых, в действительности величина k, особенно в случае дробленых или измельченных материалов, меняется в довольно узких пределах: от $k = 0{,}5$ до $k = 1{,}5$ и даже от $k = 0{,}8$ до $k = 1{,}2$. Таким образом, значения k в большинстве случаев колеблются около единицы. «Поэтому, если гранулометрическая характеристика смеси неизвестна, то без большой погрешности ее можно принять за прямолинейную, с уравнением при показателе $k = 1$» [3].

Таким образом, для частного случая, т. е. когда $k = 1$, формула упростится:

$$q = 90 \frac{d^3 \delta t^3}{p^3 (r^2 - 1)} \text{ кг}. \qquad (10)$$

Числовые значения всех параметров формулы (10) легко устанавливаются. В практике исследования минерального сырья и контроля технологических процессов вес пробы для определения гранулометрического состава обычно вычисляется по таблице минимально допустимого веса [13, 14] или графику, построенному на основании той же таблицы [8]. Таблица минимальных весов проб составлена по данным практики. Верхний предел крупности ограничен в ней 16 *мм*. Рекомендуемые таблицей веса не дифференцированы, а каждый раз охватывают довольно широкий диапазон размерности зерен.

Предлагаемая формула (10) дает более совершенный метод определения веса указанной пробы. В ней математически выражена зависимость веса пробы от диаметра зерен и таких параметров, как удельный вес, модуль шкалы разделения на классы при исследовании гранулометрического состава материала данной пробы, желаемая точность. Характер влияния указанных параметров на вес пробы виден из формулы.

Степень достоверности получения пробы заданной точности может регулироваться в любых целесообразных пределах.

Формулу (10) можно значительно упростить, если принять постоянными значения r, p и t, т. е. модуль шкалы грохочения, заданную точность и параметр вероятности. При этом формула примет вид:

$$q = K d^3 \delta,$$

где

$$K = \frac{t^3}{p^3 (r^2 - 1)}$$

Значения K могут быть приняты равными 3,5 и 1,2. В первом случае когда модуль грохочения $r = \sqrt{2}$, во втором — когда $r = 2$. При этих значениях постоянного коэффициента обеспечивается достаточная представительность пробы.

3. Определение веса проб для химического анализа

Выявленные закономерности сокращения минеральных зерен могут быть использованы также для расчета веса химической пробы.

Как известно, степень точности пробы прежде всего определяется избытком или недостатком в ней минеральных частиц того или иного состава по сравнению с тем количеством их, которое было бы пропорционально соотношению минеральных компонентов в исходном материале.

Зная зависимость между среднеарифметическим числом зерен в пробе и среднеарифметическим отклонением от этого среднего (в зернах), можно установить зависимость между числом зерен и средним отклонением по содержанию минерала в соответствующей средней пробе.

Для решения поставленной задачи использованы указанные выше опыты сокращения смеси зерен магнетита и пегматитовой породы одного, двух и трех классов крупности. Дополнительные опыты проведены по упрощенной схеме: в каждом выделено всего по одной серии, состоящей из 16 или 32 параллельных проб. Исходный материал опытов — также смесь магнетита и пегматитовой породы. После взвешивания каждой из проб серии магнитным анализатором определялось содержание магнетита. Статистическая обработка результатов сведена к определению среднего по серии числа зерен пегматита и магнетита в пробе N; среднего по серии содержания этих компонентов α и средних абсолютного m и относительного m_0 отклонений от α. Аналогичные статистические характеристики использованы и из таблиц ранее проведенных опытов.

На рис. 6 в логарифмическом масштабе нанесены точки, координаты которых — среднее число зерен минерала N (ось абсцисс) и среднее относительное отклонение от среднего содержания его в пробе m_0 (ось ординат). Масштаб по оси ординат для большей четкости графиков в некоторых случаях смещен [1].

Для магнетита и пегматитовой породы явно выражена закономерная зависимость отклонений от числа зерен соответствующего минерала в средней пробе, характер которой постоянен для обоих минералов и выражен прямой, уравнение которой следующее:

$$m_0 = \frac{L}{\sqrt{N}}. \qquad (11)$$

Числовые значения коэффициента L зависят от содержания и удельного веса определяемого компонента. При данном содержании и числе зерен в пробе относительное отклонение больше для минерала с меньшим удельным весом (пегматита) и меньше для минерала с бо́льшим удельным весом (магнетита). В обоих случаях относительное отклонение увеличивается с уменьшением содержания соответствующего компонента в смеси.

[1] Линии отклонений, соответствующие 50 и 95% содержания магнетита, вспомогательные, поэтому построены по небольшому числу точек.

На сводной диаграмме рис. 7 наглядно представлена зависимость изменения отклонений по магнетиту и пегматиту от содержаний этих минералов в смеси. В табл. 1 приведены числовые величины относительных отклонений, соответствующие некоторым значениям N и α, а на рис. 8 — графическая зависимость для случая, когда в пробе каждый раз находится 10 000 зерен определяемого минерала. На оси ординат для удобства

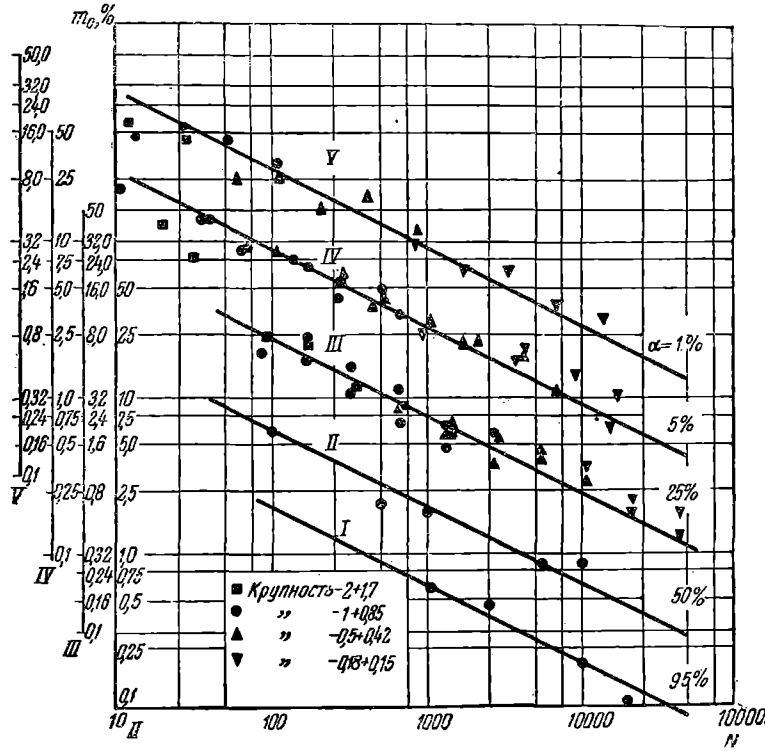


Рис. 6. Зависимость между среднеарифметическим отклонением магнетита m_0 и числом его зерен в средней пробе N

отложено не содержание определяемого в данном случае минерала α, а содержание второго компонента как разность между 100 и α %. Линии отклонений для зерен с удельным весом 10 и 1 построены по расчетным данным.

Таблица 1

N	$\alpha = 5\%$		$\alpha = 25\%$		$\alpha = 95\%$	
	магнетит	пегматит	магнетит	пегматит	магнетит	пегматит
10^4	0,85	1,12	0,76	1,01	0,192	0,266
10^2	8,50	11,20	7,60	10,10	1,92	2,66

Как установлено опытами, координаты линий относительных отклонений от среднего содержания минерала определяются только процентным содержанием, числом зерен в смеси и удельным весом минерала. Практически они остаются постоянными при изменении удельного веса

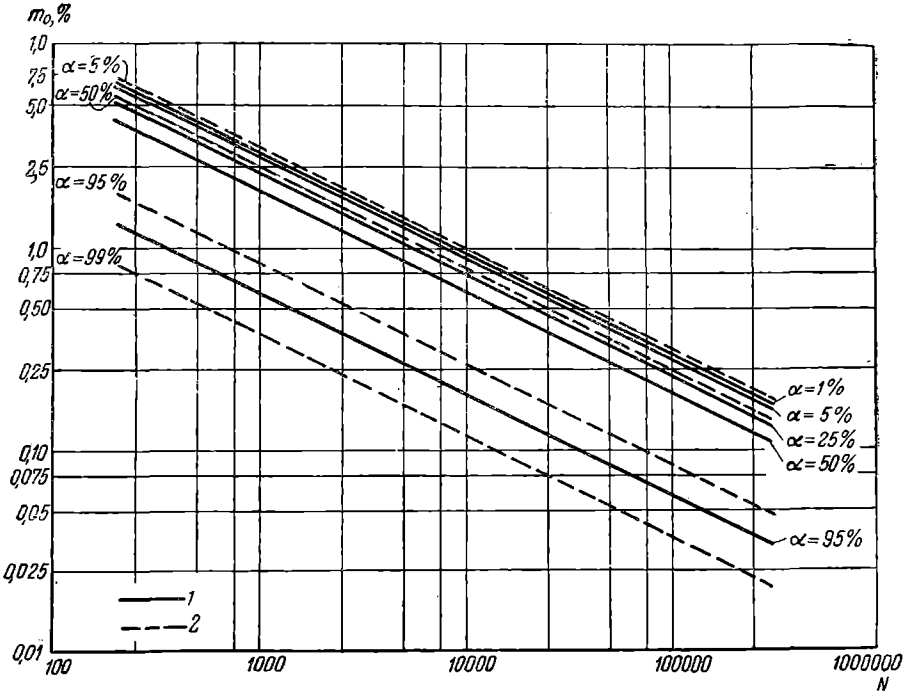


Рис. 7. Сводная диаграмма зависимости относительных отклонений содержаний m_0 от числа зерен в средней пробе N:

1 — для магнетита; *2* — для пегматита

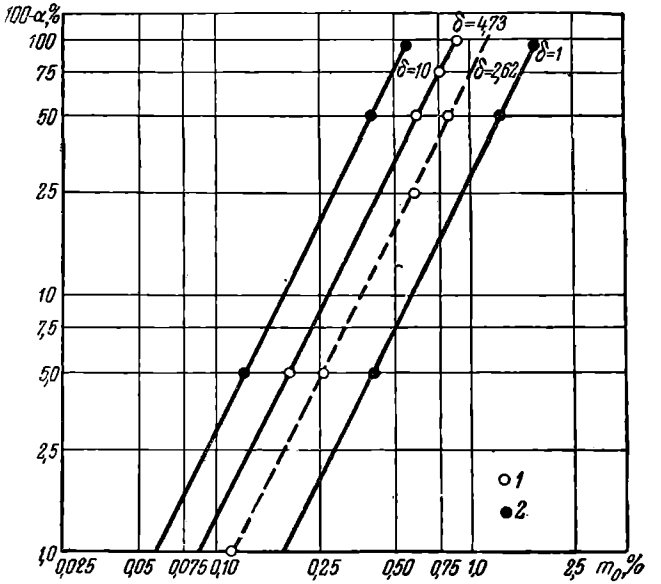


Рис. 8. Зависимость между среднеарифметическим относительным отклонением m_0 и содержанием минерала в средней пробе α при постоянном числе зерен (10 000):

1 — точки, полученные экспериментально; *2* — расчетом

второго компонента. Например, если в смеси с пегматитом содержание магнетита составляет α%, а число зерен его N, то соответствующее относительное отклонение практически не изменится, если магнетит будет смешан с минералом иного удельного веса, чем пегматит, и наоборот.

На основании такого постоянства определены координаты отклонений в зависимости от содержания и числа зерен для удельных весов 10 и 1.

Уравнение прямых (рис. 8) имеет следующий вид

$$m_0 = E\sqrt{100 - \alpha} \qquad (12)$$

где m_0 — среднеарифметическое относительное отклонение от α, %;

α — содержание минерала в смеси, %;

E — коэффициент, зависящий от удельного веса минерала числа его зерен в пробе.

По зависимостям отклонений от содержания (см. рис. 8) для минералов с различными удельными весами построена графическая зависимость (рис. 9) отклонений от изменения удельного веса, отвечающая од-

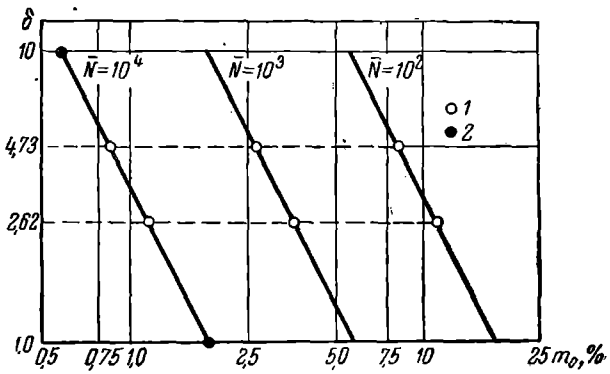


Рис. 9. Зависимость между среднеарифметическим относительным отклонением m_0 и удельным весом при $\alpha = 1$% для различных значений N:
1 — точки, полученные экспериментально; *2* — расчетом

нопроцентному содержанию определяемого минерала и 10 000, 1000 и 100 зернам его в смеси. Для этих переменных в логарифмическом масштабе зависимость выражена прямой, уравнение которой имеет вид:

$$m_0 = \frac{F}{\sqrt{\delta}}, \qquad (13)$$

где F — коэффициент, изменяющийся от числа зерен минерала в смеси с удельным весом δ, при постоянном его содержании. Например, при 10 000 зерен и $\alpha = 1$% числовое значение коэффициента 1,86; при 1000 зерен — 5,9; при 100 зернах — 18,6 и т. д.

Суммарно математическая зависимость величины среднеарифметического относительного отклонения содержания определяемого в пробе компонента от его содержания, числа зерен в средней пробе и удельного веса соответствует уравнению

$$m_0 = \frac{18{,}6\sqrt{100 - \alpha}}{\sqrt{N\delta}}, \qquad (14)$$

где m_0 — среднеарифметическое относительное отклонение от содержания минерала данного узкого класса крупности в средней пробе, подсчитанное по n параллельным пробам, на которые последовательным сокращением разделен весь исходный материал, %;

α — содержание минерала данного класса крупности в средней пробе (среднеарифметическое содержание из n параллельных проб), %;

N — число зерен минерала этой крупности в средней пробе;

δ — удельный вес минерала.

Уравнение (14) практического интереса не представляет, так как может быть использовано только в ограниченных случаях: например при расчете веса пробы для определения содержания какого-то узкого класса крупности. Но оно имеет вспомогательное значение для дальнейших расчетов при установлении влияния на отклонение совокупности классов разной крупности данного минерала.

Когда сокращается полидисперсная смесь минеральных зерен, представляют интерес не отдельные частные отклонения, характеризующие точность сокращения тех или иных классов крупности минерала, а суммарное среднее отклонение как конечный результат совместного формирования его с участием зерен всех классов.

Закономерность изменения этого суммарного отклонения и надлежит установить, чтобы на этой основе определить необходимый вес пробы, обеспечивающий заданную точность сокращения.

Одному и тому же суммарному числу зерен минерала в средей пробе или их весу, несомненно, будут отвечать разные отклонения, если гранулометрический состав, содержание и размер максимальных зерен будут переменными. Характер этой зависимости на основании уже найденных закономерностей может быть установлен расчетом: для каждого класса крупности, входящего в состав смеси, находится относительное отклонение согласно уравнению (14); затем подсчитывается средневзвешенное отклонение по весу минерала. Определив таким образом суммарное средневзвешенное отклонение для переменных веса или числа зерен минерала в смеси, его содержания и максимального размера зерен, можно построить соответствующую диаграмму и устаовить характер зависимости относительного отклонения от указанных параметров.

Расчетное суммарное относительное отклонение по своей абсолютной величине в общем случае не равно действительному, но пропорционально ему и может принимать различные значения в зависимости от того, как сгруппированы зерна по классам крупности при расчете средневзвешенного: чем меньше отношение максимального зерна каждого предыдущего класса к максимальному зерну последующего, тем больше расчетное значение отклонения, остающегося попрежнему пропорциональным действительному. При помощи такого графика и наличии некоторых опытных данных сокращения достаточно точно определяется коэффициент пропорциональности между величинами расчетного и действительного отклонений.

Установлено, что коэффициент пропорциональности для данной группировки зерен в классы по крупности при подсчете средневзвешенного отклонения остается постоянным и не зависит ни от содержания в сокращаемой смеси определяемого анализом минерала, ни от гранулометрической характеристики при закономерном распределении зерен в смеси. Возможность определения отклонения расчетом исключила необходимость постановки большого числа опытов.

Проведены лишь опыты сокращения со смесью зерен, гранулометрическая характеристика которых соответствовала значениям κ в уравнении $y = Ax^k$, равным 0,5; 1; 2 и 3.

После сокращения каждая параллельная проба анализировалась на содержание магнетита. Результаты вписывались в таблицы и подсчитывалось среднеарифметическое по серии содержание, отклонения от него по отдельным пробам, среднеарифметическое отклонение и среднеарифметический вес каждого минерала в пробе. Среднеарифметический вес минералов и относительное отклонение использованы для построения диаграмм зависимости этих величин друг от друга (рис. 10).

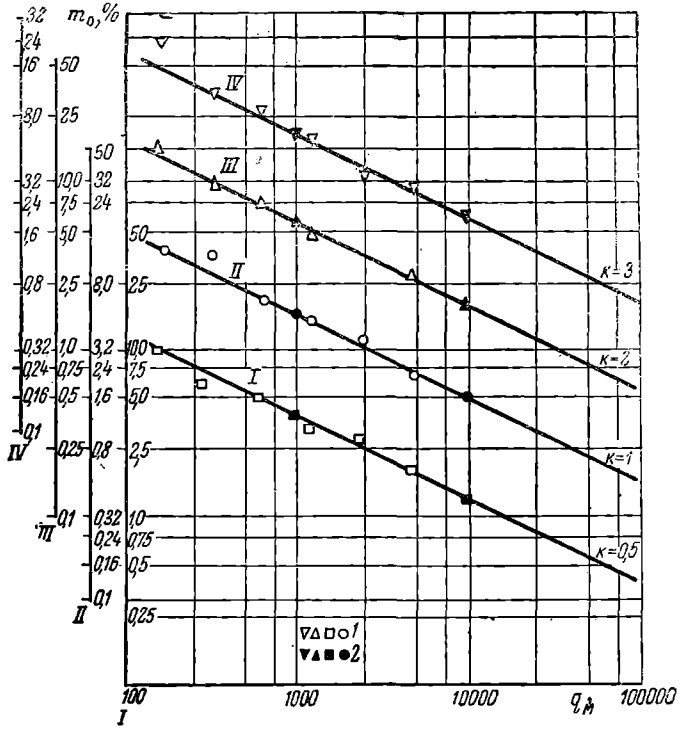


Рис. 10. Зависимость между среднеарифметическим относительным отклонением содержания магнетита m_0 и его весом в средней пробе $q_м$:

1 — точки, полученные экспериментально; *2* — расчетом

Как для магнетита, так и для пегматитовой породы зависимость отклонения от веса соответствующего минерала в средней пробе аналогична закономерности изменения этой величины от числа зерен. При прочих постоянных условиях отклонение увеличивается по мере увеличения значения показателя степени в уравнении характеристики, т. е. роста содержания крупных классов (вследствие уменьшения при этом числа зерен минерала в единице его веса) и уменьшается с увеличением содержания определяемого минерала. Общий вид уравнения зависимости отклонения от веса минерала в сокращаемой смеси $q_м$ следующий:

$$m_0 = \frac{R}{\sqrt{q_м}}, \qquad (15)$$

где R — коэффициент, равный 186

при d_m — максимальном размере зерен, равном 1 *см*;

α — содержании определяемого минерала, равном 1%;

κ — показателе степени гранулометрической характеристики, равном 1.

По результатам опытов и расчетным данным установлена также математическая зависимость относительного отклонения от содержания в

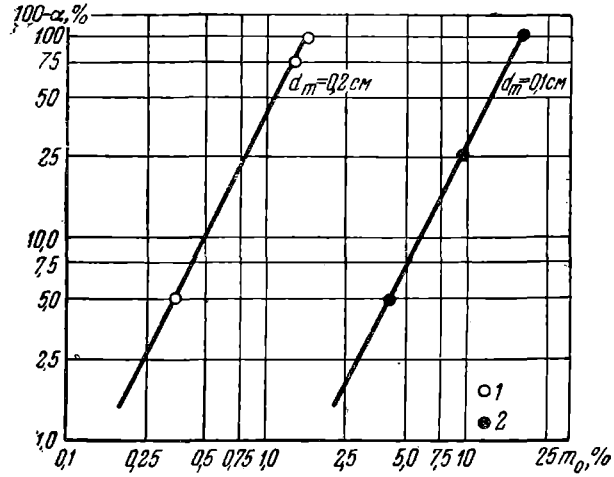


Рис. 11. Зависимость между среднеарифметическим относительным отклонением m_0 и содержанием минерала в средней пробе α при постоянном весе (10 000 *мг*) и гранулометрической характеристике ($\kappa = 1$):

1 — точки, полученные экспериментально; *2* — расчетом

смеси определяемого минерала гранулометрической характеристики сокращаемого материала и максимальной крупности зерен, что и было положено в основу вывода формулы отпределения веса химической пробы.

Характер закономерности изменения среднего арифметического относительного отклонения от содержания в смеси определяемого минерала (рис. 11) тот же, что и при сопоставлении отклонения с числом зерен определяемого минерала в смеси. Левая прямая построена по опытным данным, координаты правой получены расчетом. Общий вид уравнения зависимости отклонения от содержания в сокращаемой смеси определяемого минерала следующий:

$$m_0 = T\sqrt{100 - \alpha} \qquad (16)$$

где коэффициент $T = 1{,}86$ при $d_m = 1$ *см*, $q_м = 10\,000$ *мг* и $\kappa = 1$.

Зависимость относительного отклонения от показателя степени уравнения гранулометрической характеристики κ (рис. 12) в логарифмическом масштабе, в пределах значений κ от 0,5 до 3 с достаточной точностью может быть принята прямолинейной. Уравнение этой зависимости следующее

$$m_0 = O\sqrt[4]{k} \qquad (17)$$

где коэффициент $O = 18{,}6$ при $d_m = 1$ *см*, $\alpha = 1\%$ и $q_м = 10\,000$ *мг*.

Зависимость изменения отклонения от максимальной крупности зерен при постоянных остальных условиях (рис. 13) выражается уравнением

$$m_0 = S\sqrt{d_m^3}$$

где коэффициент $S = 18{,}6$, при $\alpha = 1\%$, $q_м = 10\,000$ *мг*, $к = 1$.

Закономерность изменения относительного отклонения для каждого частного случая, т. е. когда только один из параметров является перемен-

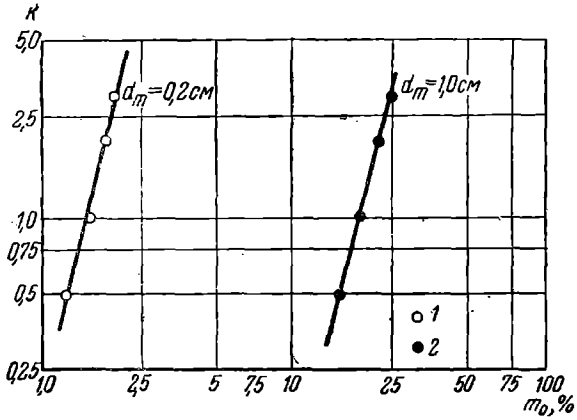


Рис. 12. Зависимость относительного отклонения от показателя степени уравнения гранулометрической характеристики $к$:
1 — точки, полученные экспериментально, *2* — расчетом

ным, позволяет вывести уравнение общего вида — уравнение зависимости отклонения от всех переменных одновременно

$$m_0 = H\frac{\sqrt{d_m^3}\,\sqrt{100-\alpha}\,\sqrt[4]{k}}{\sqrt{q_м}}, \qquad (18)$$

где d_m — максимальный размер зерен, *см;*

α — содержание определяемого минерала, %;

$q_м$ — вес этого минерала в пробе, *мг*;

k — показатель степени уравнения кумулятивной гранулометрической характеристики (в пределах от 0,5 до 3);

H — постоянный коэффициент для принятых единиц измерения, равный 186.

Следовательно, суммарное среднее относительное отклонение находится в прямой зависимости от максимального диаметра зерен сокращаемой смеси и показателя степени уравнения гранулометрической характеристики и в обратной зависимости от содержания определяемого минерала в смеси и его веса в средней пробе.

При помощи уравнения (18) можно определить вес минерала в пробе, соответствующий среднеарифметическому или иному отклонению, заданному сообразно с требуемой точностью опробования. Введя при этом параметр вероятности и заменив постоянный коэффициент H его числовым значением, получим следующее выражение для определения

$$q_м = 54056\frac{d_m^3(100-\alpha)\sqrt{k}\,t^2}{p^2}\ мг, \qquad (19)$$

где p — задаваемое допустимое относительное отклонение.

Уравнение (19) дает возможность рассчитать вес определяемого минерала в пробе, обеспечивающий заданную точность сокращения с любой вероятностью появления отклонений, не превышающих $\pm p\%$.

Вес пробы, в которой было бы $q_м$ *мг* определяемого минерала, при содержании его α, составится как сумма весов минерала и второго (вторых) компонента сокращаемого материала — $q_п$

$$q_п = \frac{q_м(100-\alpha)}{\alpha} = 54056\,\frac{d_m^3(100-\alpha)^2\sqrt{k}\,t^2}{p^2\alpha}$$

Тогда общий вес пробы

$$q = q_м + q_п$$

или

$$q = 5405600\,\frac{d_m^3(100-\alpha)\sqrt{k}\,t^2}{p^2\alpha}\ мг.$$

Более удобно вес пробы исчислять в килограммах, а содержание минералов в сокращаемом материале — в долях единицы, тогда уравнение примет вид:

$$q = 5{,}4\,\frac{d_m^3\sqrt{k}\,t^2}{p^2\alpha}\,(1-\alpha)\ кг. \qquad (20)$$

При замене максимального диаметра d_m на $d = 0{,}9d_m$, что обосновано ранее, значение постоянного множителя с округлением станет рав-

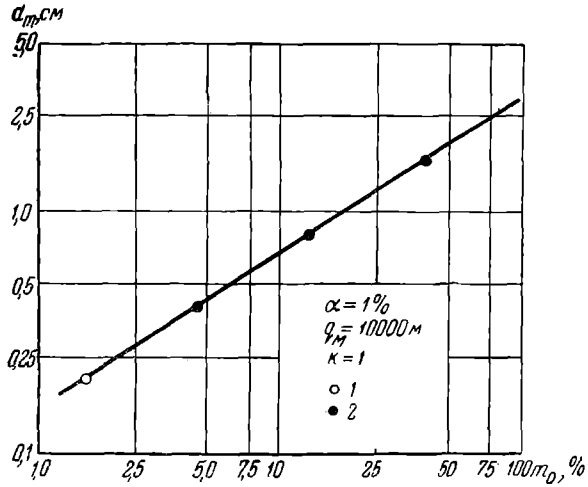


Рис. 13. Зависимость относительного среднеарифметического отклонения m_0 от максимальной крупности зерен d_m:

1 — точки, полученные экспериментально, *2* — расчетом

ным четырем. Таким образом, конечная зависимость веса пробы от определяющих ее параметров окажется следующей

$$q = 4\,\frac{d^3\sqrt{k}\,t^2}{p^2\alpha}\,(1-\alpha)\ кг. \qquad (21)$$

Формула (21) выведена применительно к сокращению смеси свободных зерен минералов, т. е. сокращению материала, в котором отсут-

ствуют сростки. Это наименее благоприятные условия опробования, так как при сокращении смеси свободных зерен имеет место наибольшая разница между средним содержанием того или иного минерала в сокращаемом материале и содержанием его в каждом из зерен, а число зерен, включающих определяемый минерал — минимальное. Поэтому найденный по формуле вес пробы во всех случаях явится тем максимумом, превышение которого может быть оправдано лишь желанием повысить точность сокращения по сравнению с принятой (до практически целесообразных пределов) или недостаточностью материала пробы для целей исследования.

Если минерал находится в сростках, как это обычно бывает, то подсчитанный по формуле вес пробы окажется завышенным и тем больше, чем меньше свободных зерен. Когда минерал представлен сростками, то они (сростки) и будут полезным компонентом, содержание которого, а также вес и число зерен в пробе определят степень точности сокращения, если все другие условия останутся постоянными. Содержание сростков будет большим, чем содержание минерала, так же как вес и число таких зерен по сравнению с весом и числом свободных зерен в пробе того же веса. Согласно выявленной зависимости, точность сокращения возрастает при увеличении содержания полезного компонента и веса его зерен в пробе. Следовательно, заданная точность при сокращении сростков может быть получена при меньшем весе пробы, чем в случае сокращения смеси свободных зерен.

Чем мельче и равномернее вкрапленность, тем больше содержание сростков в сокращаемом материале и тем меньше должен быть вес пробы, обеспечивающий заданную точность сокращения. С увеличением размера вкрапленности вес пробы должен также увеличиваться, так как содержание сростков при этом снижается. В пределе, когда размер зерен полезного минерала окажется равным максимальной крупности кусков материала, минерал будет представлен свободными зернами, сростки же будут иметь подчиненное значение, а вес пробы достигнет того максимума, который соответствует сокращению смеси свободных зерен.

В соответствии с этим в формулу необходимо ввести дополнительные параметры, которые позволили бы устанавливать вес пробы в зависимости также от размера и характера вкрапленности полезного минерала во вмещающую породу и тем самым увеличить практическую ценность формулы и расширить область ее применения.

Для решения этой задачи необходимо определить следующие данные:

1. Преобладающий по значимости размер вкрапленности или, когда решение этого вопроса по каким-либо причинам затруднено, максимальный размер вкрапленности. Замена преобладающего размера вкрапленности максимальным повысит точность опробования. Обозначим размер вкрапленности через d_1.

2. Максимальное содержание минерала (приближенно) в наиболее крупных и богатых кусках — сростках сокращаемого материала. Такие сростки, естественно, будут единичными, однако в более мелких классах сокращаемого материала, чаще будут появляться сростки с таким и бо́льшим содержанием минерала и, наконец, при размере зерен, равном d_1, окажется значительное число «раскрытых» зерен минерала. Не будет большой ошибкой принять, что в классе крупностью — $d + d_1$ все сростки в среднем имеют установленное для наиболее крупных кусков максимальное содержание минерала. Обозначим это содержание через β.

Как d_1, так и β — функции размера вкрапленности и степени ее неравномерности. Следовательно, в каждом конкретном случае эти параметры будут учтены. При преобразовании формулы также принято, что весь минерал в классе мельче d_1 находится в свободных зернах.

Содержание зерен-сростков в классе $-d+d_1$ определится уравнением

$$\alpha' = \alpha \frac{1}{\beta},$$

где α' — содержание зерен-сростков в классе $-d+d_1$, доли единицы;

α — среднее содержание минерала в сокращаемом материале, доли единицы;

β — принятое максимальное содержание минерала в наиболее крупных сростках, доли единицы;

1 — содержание минерала в свободном его зерне.

Таким образом, чем равномернее и мельче вкрапленность, тем больше значение α', так как при этом снижается β.

В классе $-d_1+0$ максимальное содержание в наиболее крупных сростках составит 100% и $\alpha' = \alpha$, что предполагает отсутствие сростков. Практически сростки окажутся и в этом классе, но значение их будет подчиненным. Пренебрежение сростками повышает точность сокращения.

Затем следует установить средневзвешенное содержание сростков и свободных зерен в сокращаемом материале

$$\alpha_{ср} = \frac{\alpha}{\beta}\gamma + \alpha(1-\gamma),$$

где γ — выход класса $-d+d_1$, доли единицы.

Заменив в формуле (21) α средневзвешенным содержанием сростков и свободных зерен, получим

$$q = 4\frac{d^3\sqrt{k}\,t^2}{p^2\left[\frac{\alpha}{\beta}\gamma + \alpha(1-\gamma)\right]}\left[1 - \frac{\alpha}{\beta}\gamma + \alpha(1-\gamma)\right].$$

После соответствующих преобразований

$$q = 4\frac{d^3\sqrt{k}\,t^2}{p^2\alpha}\left[\frac{\beta}{\gamma+\beta(1-\gamma)} - \alpha\right]$$

При закономерном распределении зерен по крупности, согласно уравнению кумулятивной характеристики С. Е. Андреева, выход класса $-d+d_1$ в долях единицы может быть выражен следующим образом:

$$\gamma = 1 - \frac{d_1^k}{d^k}$$

Заменив γ найденным его значением, получим

$$q = 4\frac{d^3\sqrt{k}\,t^2}{p^2\alpha}\left\{\frac{\beta}{1-\frac{d_1^k}{d^k}+\beta\left[1-\left(1-\frac{d_1^k}{d^k}\right)\right]} - \alpha\right\}$$

и после упрощения

$$q = 4\frac{d^3\sqrt{k}\,t^2}{p^2\alpha}\left[\frac{d^k\beta}{d^k - d_1^k(1-\beta)} - \alpha\right]$$

Если выразить d_1 через d, то

$$d_1 = \frac{d}{r},$$

где r — отношение диаметра максимального зерна к принятому размеру вкрапленности. Тогда общий вид формулы для определения веса достоверной химической пробы, выделяемой сокращением, будет следующий:

$$q = \frac{d^3 \sqrt{k}\, t^2}{p^2 \alpha} \left[\frac{r^k \beta}{r^k - (1 - \beta)} - \alpha \right], \qquad (22)$$

где q — вес пробы, *кг*;

d — максимальный размер зерен, *см*;

k — показатель степени уравнения кумулятивной характеристики (в пределах от 0,5 до 3);

α — примерное содержание в сокращаемом материале полезного (определяемого) минерала, доли единицы;

β — максимальное содержание минерала в наиболее крупных сростках, доли единицы;

r — отношение d к принятому размеру преобладающей по своей значимости или максимальной вкрапленности минерала d_1;

p — заданная относительная точность сокращения, %;

t — параметр вероятности, определяющий степень достоверности получения пробы с заданной точностью.

Отличие преобразованной формулы (22) от первоначальной (21), полученной применительно к сокращению смеси свободных зерен, состоит в том, что в ней видоизменен множитель $(1 - \alpha)$, численное значение которого соответствует содержанию второго (вторых), не определяемого компонента в смеси. Если полезный минерал представлен в сростках, тогда разность должна быть меньше, чем при отсутствии сростков для одного и того же содержания минерала, так как при этом возрастает число «активных» зерен, содержание и число которых (сростки минерала с породой и свободные зерна минерала) в конечном итоге определяют точность сокращения.

Исследуя множитель

$$\left[\frac{r^k \beta}{r^k - (1 - \beta)} - \alpha \right],$$

легко установить, что первый его член всегда меньше единицы, если α и β не равны единице. Значения параметров r и β могут меняться в широких пределах: первого в сторону большую единицы, второго — меньшую. Чем больше значение r и меньше β, тем меньше вес пробы. Когда $r = 1$, β также должно быть равно единице и наоборот, так как при этом размер вкрапленности равен максимальному зерну, а содержание в нем — ста процентам. Вес пробы при этом окажется наибольшим.

В формуле (22) впервые дана математическая зависимость веса пробы, выделяемой сокращением, от крупности вкрапленности, степени ее неравномерности, гранулометрического состава сокращаемого материала и параметра вероятности. Кроме того, в ней раскрыта форма влияния на вес пробы содержания полезного компонента и учитывается желаемая точность сокращения. Все это, на первый взгляд, делает формулу несколько громоздкой, особенно по сравнению с формулой $q = kd^a$. Однако эта громоздкость кажущаяся. Действительно, все параметры, зависящие от качества опробуемого объекта: примерное содержание, степень неравномерности и размер вкрапленности, максимальная крупность и грануло-

метрическая характеристика — должны быть определены в любом случае, иначе невозможно отнести объект к той или иной группе ископаемых с точки зрения выбора коэффициента и показателя степени в уравнении $q = kd^a$.

Поэтому определение параметров r, β и α не вызывается дополнительной необходимостью; их значения устанавливаются приближенно. Выбор параметра k, т. е. показателя степени уравнения гранулометрической характеристики, также не представляет трудности, так как здесь возможные вариации весьма ограничены. Чаще этот показатель близок к единице и только при руде, склонной к переизмельчению, его рационально принять меньшим единицы. Для трудно дробимых руд, которые имеют выпуклую характеристику (по плюсу), показатель степени необходимо принять большим, чем единица. Вопрос о степени дробимости должен решаться и при отнесении полезного ископаемого к той или иной группе стандартов К. Л. Пожарицкого [11].

В заключение следует отметить некоторые особенности предложенной формулы для определения веса химической пробы.

1. Вес пробы находится в кубической зависимости от максимального диаметра. Это обусловливает постоянство числа частиц в пробах одного и того же полезного ископаемого разной крупности, тогда как практикой установлено, что с уменьшением крупности число частиц должно увеличиваться, так как происходит постепенное «раскрытие» сростков и меняется качество частиц. Следовательно, должно меняться и количественное соотношение частиц в пробе, чтобы сохранилась одна и та же точность сокращения.

Стремление достигнуть такого положения привело к отказу от кубической зависимости, и показатель степени был принят меньше трех.

В данном случае возвращение к кубической зависимости может быть обосновано следующим. Увеличение числа зерен в пробе по мере дробления и последующего сокращения опробуемого объекта оправдано практикой, но это необходимо до тех пор, пока не будет достигнуто полное раскрытие сростков. После же раскрытия сростков качество зерен остается неизменным и для одной и той же точности сокращения в дальнейшем совершенно справедлива кубическая зависимость. Более того, кубическая зависимость справедлива всегда, если сокращается материал, состоящий из свободных зерен, независимо от того, с какой крупности это сокращение начато и при какой крупности выделена конечная проба.

В предлагаемой формуле автоматически устанавливается необходимое число зерен, как только произойдет раскрытие сростков, благодаря тому, что значения r и β становятся в этот момент равными единице. До полного раскрытия сростков число зерен в пробе, несмотря на кубическую зависимость ее веса от диаметра, переменное, оно регулируется множителем

$$\left[\frac{r^k \beta}{r^k - (1-\beta)} - \alpha\right]$$

Чем мельче и равномернее вкрапленность, тем меньше будет зерен в пробе по сравнению с тем необходимым их числом, которое должно быть при отсутствии сростков. По мере уменьшения крупности в процессе дробления опробуемого материала увеличивается значение r, так как размер вкрапленности постоянен, а диаметр максимальных кусков уменьшается. Будет увеличиваться и значение β. Все это приведет к увеличению численного значения указанного множителя, к росту числа зерен в пробе.

При наличии такого регулирующего число зерен в пробе множителя правильна и необходима кубическая зависимость, благодаря которой

каждый раз устанавливается вес пробы для данной крупности, отвечающий условиям сокращения свободных зерен. Затем этот вес уменьшается регулирующим множителем в полном соответствии со степенью раскрытия сростков в данной стадии дробления.

Поэтому предложенная кубическая зависимость в том виде, как она дана в формуле, — не возврат к старому, а дальнейшее развитие и совершенствование принципов сокращения проб.

Кубическая зависимость оправдывается еще и тем, что в действительности вес пробы ставится в зависимость не от максимального диаметра, а от какого-то среднего, выраженного через максимальный, так как в опытах точность сокращения (отклонения от содержаний минерала в средней пробе на разных стадиях сокращения) являлась результатом суммарного формирования ее зернами всех классов крупности, входящими в состав смеси. Она ставилась в зависимость от веса совокупности зерен разной крупности в средней пробе.

Наличие в формуле показателя степени уравнения кумулятивной характеристики каждый раз приводит вес пробы в соответствие с новым значением среднего диаметра, отвечающим гранулометрическому составу сокращаемого материала.

2. В формуле учитывается содержание не металла или другого полезного элемента в опробуемом материале, а содержание минерала, в состав которого входит этот элемент.

3. Благодаря тому, что в формуле отражены все параметры полезного ископаемого или продуктов его обогащения, влияющие на вес пробы, она позволяет дифференцированно подойти к определению веса в каждом конкретном случае сообразно с назначением пробы и в полном соответствии с заданной точностью.

4. Формула универсальна и применима для определения веса проб всех полезных ископаемых с любым содержанием в них определяемого элемента и не представляет трудностей расчетного характера.

Ниже произведен расчет веса проб по предлагаемой формуле для некоторых конкретных примеров.

Пример 1. Допустим, руда имеет размер максимальных зерен 10 *мм* и по стандартам К. Л. Пожарицкого отнесена к первой группе, т. е. к рудам с равномерной и мелкой вкрапленностью. Примерное содержание в ней полезного минерала равно 2%. Размер вкрапленности для руд этой группы, вероятно, будет равен 1 *мм* и меньше, а максимальное содержание минерала в наиболее крупных кусках порядка 10%.

Требуется определить вес пробы, отвечающий точности сокращения $2 \pm 0{,}1\%$, при гарантии получения этой точности, равной 99%.

Для простоты расчета примем показатель степени уравнения кумулятивной характеристики равным 1, т. е. гранулометрический состав руды равномерен.

Таким образом, значения параметров, определяющих вес пробы, следующие: $d = 1$ *см*; $\alpha = 0{,}02$; $\beta = 0{,}1$; $r = 10$; $k = 1$; $p = \frac{0{,}1 \quad 100}{2} = 5\%$; $t = 2{,}5$. Вес пробы

$$q = 4 \frac{d^3 \sqrt{k}\, t^2}{p^2 \alpha} \left[\frac{r^k \beta}{r^k - (1 - \beta)} - \alpha \right] =$$

$$= 4 \frac{1 \quad 1 \cdot 6{,}25}{25 \quad 0{,}02} \left[\frac{10 \cdot 0{,}1}{10 - (1 - 0{,}1)} - 0{,}02 \right] = 4{,}45 \text{ кг}.$$

Пример 2. Эта же руда издроблена до 5 *мм*. Тогда изменятся значения r и β. Отношение максимального диаметра к размеру вкрапленно-

сти r составит уже не 10, а 5, так как максимальный диаметр стал меньше, а размер вкрапленности остался тот же. Пропорционально увеличится и β. Если принять β равным 20%, тогда вес пробы, удовлетворяющий условиям предыдущего примера, будет равен 1,4 *кг*.

Результаты аналогичных подсчетов для условий, когда эта руда была бы отнесена ко второй или третьей группам, сведены в табл. 2, и найденные веса проб сопоставлены с весами проб, соответствующими стандартам К. Л. Пожарицкого.

Сопоставляя расчетные веса проб с рекомендуемыми К. Л. Пожарицким для соответствующих типов руд, следует отметить почти полное их совпадение. Однако такое совпадение может иметь место при каких-то определенных значениях параметров r, β, p, t и k. Изменение значения одного из этих параметров в пределах той же группы руд приведет к изменению и веса, что совершенно закономерно, так как предложенная формула дифференцированно учитывает влияние на вес пробы каждого из указанных параметров и позволяет подойти к определению веса пробы сообразно с особенностями опробуемого материала.

Кроме того, следует отметить, что расчетные веса становятся равными для руд всех трех групп, как только они будут изроблены до крупности, соответствующей раскрытию сростков. При этой крупности все три типа руд представляют собой одинаковую по составу смесь свободных зерен полезного минерала и породы и влияние на вес пробы степени неравномерности вкраплений и размера вкрапленности уже не будет сказываться.

Таблица 2

Сравнительная таблица веса проб для различных типов руд

Группа руды и стандартное уравнение, рекомендованное К. Л. Пожарицким	Значения переменных параметров, определяющих вес пробы				Вес пробы, *кг*	
	d, *мм*	d_1, *мм*		β,	по предложенной формуле	по формуле К. Л. Пожарицкого
Руды с равномерной и мелкой вкрапленностью $q=0{,}06\,d^{1{,}8}$	10	1	10	10	4,45	4,0
	8	1	8	12,5	3,0	2,5
	5	1	5	20	1,4	1,2
	3	1	3	33	0,55	0,45
	2	1	2	50	0,25	0,20
	1	1	1	100	0,05	0,06
	0,5	0,5	1	100	0,006	0,018
Руды с неравномерной и средней вкрапленностью, $q=0{,}1\,d^{2}$	10	2	5	25	13,4	10,0
	8	2	4	30	8,0	6,0
	5	2	2,5	50	2,1	2,5
	3	2	1,5	83,5	1,25	0,90
	2	2	1	100	0,39	0,40
	1	1	1	100	0,05	0,10
	0,5	0,5	1	100	0,006	0,025
Весьма неравномерные руды с крупной вкрапленностью $q=0{,}18\,d^{2{,}25}$	10	5	2	50	35,0	35,0
	8	5	1,6	62,5	20,0	20,0
	5	5	1	100	6,25	7,0
	3	3	1	100	1,30	2,50
	2	2	1	100	0,39	0,90
	1	1	1	100	0,05	0,18
	0,5	0,5	1	100	0,006	0,04

ЛИТЕРАТУРА

1. Андреев С. Е. Седиментационный анализ при закономерной гранулометрической характеристике. Записки Ленинградского горного института, 1948, т. XX.
2. Андреев С. Е. Исчисление среднего диаметра. Горный журнал, 1950, № 4.
3. Андреев С. Е. О формулах среднего диаметра. Горный журнал, 1951, № 11.
4. Гольдштейн А. И. Характеристики минерального сырья, определяющие величину пробы, необходимую для достижения заданной точности опробования. «Минеральное сырье», 1935, № 12.
5. Длин Л. М. Математическая статистика в технике. Изд. «Советская наука», 1951.
6. Каллистов П. Л. Методы экспериментального определения рациональных схем обработки проб. «Золотая промышленность», 1939, № 12.
7. Локонов М. Ф. Определение частоты пробоотбирания при опробовании пульп на флотационных фабриках. Научно-информ. бюллетень, 1948, № 3(40).
8. Митрофанов С. И. Исследование руды на обогатимость. Металлургиздат, 1950.
9. Поморский Ю. Л. Методы статистического анализа экспериментальных данных. ГУУЗ Наркомлеса СССР, научно-методический кабинет при Лесотехн. Акад. им. С. М. Кирова, 1940.
10. Плаксин И. Н. Опробование и пробирный анализ. Металлургиздат, 1947.
11. Пожарицкий К. Л. Опробование месторождений цветных металлов и золота. Металлургиздат, 1947.
12. Романовский В. И. Применение математической статистики в опытном деле. Гостехиздат, 1947.
13. Справочник по обогащению полезных ископаемых. Т IV. Металлургиздат, 1950.
14. Хан Г. А. Опробование и контроль на обогатительных фабриках. Металлургиздат, 1947.