Записки Ленинградского орденов Ленина Трудового Красного Знамени горного института, том XXIX, вып. 3, 1954 г.

О ФИЗИЧЕСКИХ ОСНОВАХ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ МЕТАЛЛОВ

Доц. И И. Тарасенко

I

Согласно современным взглядам, все металлы представляют собой кристаллическую пространственную решетку из ионов в ее узлах и свободных (обобществленных) электронов.

Процесс деформации металлов принято разделять на три стадии: 1) упругое (обратимое) деформирование, при котором изменяются расстояния между элементами атомной решетки без изменения структуры вещества; 2) пластическое (необратимое) деформирование, при котором в структуре металла происходят местные изменения, связанные в основном с изменением величины и формы кристаллов и деформацией промежуточных слоев; 3) разрушение.

Чтобы составить правильное представление об общей прочности материала, необходимо оценить поведение его во всех трех стадиях. Процесс упругого деформирования большинства металлов в наиболее общей форме описывается законом Гука. Универсального закона, аналогичного закону Гука, связывающего напряжения с деформациями в пластической области на всем протяжении деформирования, пока что, к сожалению, не существует. Сам механизм пластической деформации до сих пор недостаточно полно исследован. Явление разрушения изучено еще меньше.

Разделение процесса деформирования на три стадии является чисто условным. В действительности на упругом участке имеет место и малая пластическая деформация, на участке пластической деформации происходит как упругая деформация, так и зарождаются процессы, связанные непосредственно с разрушением материала.

Можно считать установленными следующие явления, связанные с пластической деформацией: 1) скольжение частей кристалла друг относительно друга по плоскостям с наиболее плотной упаковкой атомами кристаллической решетки; 2) двойникование — механический процесс переориентации частей кристалла при деформации, вследствие которого одна половина кристалла переходит в положение, симметричное относительно некоторых плоскостей решетки другой половины и кристалл делится на две части вдоль этой плоскости, называемой плоскостью двойникования; 3) пластическое течение материала между кристаллическими зернами; 4) тепловые флуктуации атомов, вызывающие колебания тепловой энергии, которая способствует элементарному скольжению, протекающему в элементарном объеме металла; 5) процесс разрушения, происходящий не мгновенно, а постепенно,

связанный с разрушением структуры и зарождением микротрещин.

Процесс пластического деформирования представляет собой сложную картину одновременно протекающих перечисленных выше явлений, которые тесно между собой связаны и обусловливают друг друга. Деформация скольжения тесно связана с механическим двойникованием. С другой стороны, оба эти явления связаны с колебанием тепловой энергии атомной решетки, способствующей зарождению элементарных скольжений в элементарных объемах при напряжениях от внешних усилий, недостаточных для того, чтобы вызвать пластический сдвиг.

Прерывистый процесс двойникования и флуктуации атомов оказывают пульсирующее действие на напряжения, вызывая их периодические изменения около некоторого среднего значения. Элементарные скольжения вызываются не средним скалывающим напряжением, а „пиками" пульсирующих напряжений. Макроскопическая же деформация представляет собой сумму наложенных друг на друга элементарных деформаций [1, 2].

То, что механическое двойникование представляет собой макроскопически прерывистый процесс, хорошо иллюстрируется диаграммой растяжения — скачкообразным спадением нагрузки на пределе текучести некоторых металлов. Процесс двойникования зависит от вида напряженного состояния. Например, при сжатии магниевые сплавы двойникуются, а при растяжении — нет [3].

Явление скачкообразной пластической деформации открыто А. Ф. Иоффе и П. С. Эренфест при испытании каменной соли. Первое подробное исследование скачкообразной деформации произведено в 1927 г. М. В. Классен-Нехлюдовой [4], впоследствии этот вид пластической деформации исследовали Э. С. Яковлева, М. В. Якутович и др. [5]. Н. Н. Давиденков дал объяснение этому явлению с точки зрения упрочнения и отдыха.

Наряду со скольжением и двойникованием происходит изгиб и затем разрыв крупных кристаллов на более мелкие, деформация промежуточных слоев и появление микротрещин. Возникновение микротрещин (микрощелей) по плоскостям сдвигов доказано экспериментальными исследованиями П. А. Ребиндера и В. И. Лихтмана [6], показавшими, что при растяжении монокристаллов олова, свинца и меди в поверхностно-активных органических жидкостях под влиянием их внутреннего смазывающего действия скорость пластической деформации повышается в несколько раз. Например, удлинение монокристалла олова в растворе олеиновой кислоты (концентрация 0,2%) в 7—8 раз больше, чем при растяжении в воздухе. Для поликристаллической проволоки смазывающее действие поверхностно-активных жидкостей менее эффективно.

Все перечисленные явления изменяют внутреннюю структуру вещества, но не приводят непосредственно к разрушению. Напротив, эти явления сначала вызывают упрочнение материала, заключающееся в том, что с возрастанием деформации продолжают расти и напряжения; другими словами, кривая истинных напряжений поднимается вверх. Возникновение упрочнения внутри кристалла является следствием нарушения кристаллической структуры предварительной пластической деформацией. Упрочнение обусловливается также сдерживающим (блокирующим) влиянием самих кристаллов (упирающихся острыми краями

в соседние, иначе ориентированные кристаллы), растворимыми и нерастворимыми загрязнениями и т. д.

Химические примеси оказывают заметное влияние на прочность и тип деформации металла. Сопротивление пластической деформации чистых металлов практически ничтожно. Например, монокристалл цинка с возрастанием примеси кадмия от 0,0005 до 1,0% становится прочнее в 23,5 раза [7] ($t_к = 0{,}049 \div 1{,}15$ *кг/мм*^{2}), добавка кремния к железу повышает сопротивление скольжению и двойникованию, причем в большей степени скольжению.

Предварительная пластическая деформация увеличивает прочность, так как способствует старению (дисперсионному твердению). Наклепом сопротивление срезу можно повысить весьма значительно. Например, после постановки заклепки в шов в результате наклепа сопротивление ее скалыванию увеличивается почти в два раза. Закаленные или низко отпущенные стали и сплавы особенно резко повышают сопротивляемость разрушению после наклепа, при этом пластичность их (поперечное сужение) с увеличением степени наклепа почти не понижается, что дает возможность улучшить механические свойства и увеличить конструкционную прочность. Отрицательные явления, связанные с наклепом — появление хрупкости, наличие остаточных напряжений и т. д., — можно устранить правильным режимом отпуска.

Наклеп хотя и увеличивает прочность металла, однако этого нельзя сказать о каждой элементарной деформации, которая, наоборот, может на мгновение понизить сопротивление деформированию. Общеизвестно, что для возникновения полосы скольжения требуется гораздо большее напряжение, чем для ее распространения. Возникающее между плоскостями скольжения трение увеличивает сопротивление сдвигу, вызывая самотормозящий эффект.

Блокирующее влияние соседних неблагоприятно расположенных для скольжения кристаллов понижается вследствие частичного разрыхления внутренней структуры материала. Процессу разрыхления препятствует внутреннее трение. Одновременно происходит разрыхление промежуточных слоев между группами кристаллов, так что постепенно их связывающее действие исчерпывается.

В промежуточных слоях между кристаллическими зернами возможно вязкое течение материала. В некоторых случаях вязкое скольжение играет основную роль, вызывая пластическую обратимую деформацию (последействие). Так, по опытам Веста [35], десятиминутный нагрев стальной проволоки при 500° и постоянной нагрузке увеличивает деформацию более чем в два раза (крипп), причем необратимая пластическая деформация составляет всего лишь 5%, обратимая пластическая (последействие), связанная с вязким скольжением между границами кристаллических зерен, — 95%. Релаксация напряжений также связана в основном с вязким скольжением промежуточных слоев. Однако процессы релаксации и последействия при нормальных температурах весьма незначительны.

Материал в местах только что образовавшихся плоскостей скольжения обладает свойствами неупорядоченного тела с вязким характером, но при старении приобретает упорядоченную структуру окружающей основной массы.

Природа упрочнения при наклепе до сих пор окончательно не изучена и подвергается дальнейшему исследованию. Исследования ведутся, с одной стороны, по линии проверки существующих теорий, с другой — создаются новые теории.

Так, связь упрочнения с потенциальной энергией деформации, согласно теории Тейлора и Н. Кунина [8], была подтверждена экспериментальными исследованиями, проделанными Н. Тыжновой [9 в 1946 г.

Исходя из представлений о химических связях в кристаллах и из электронной теории, Г Акимов [10] выдвинул новую теорию, трактующую упрочнение с общей физико-химической точки зрения. Согласно этой теории существует два типа связей между частицами кристаллического вещества: „жесткая" атомная, когда все электроны внешних орбит (валентные электроны), определяющие химические свойства вещества, жестко связаны с определенными центрами в кристалле, и металлическая связь, когда валентные электроны, отщепленные от атомов, хаотически движутся по всему объему металла, образуя облако свободных электронов или „электронный газ" почти с равномерной плотностью.

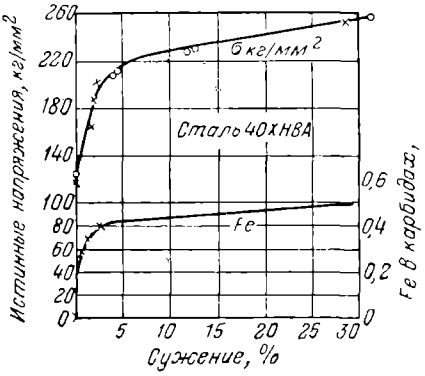


Рис. 1

Наличием „газа" свободных электронов равномерной плотности и объясняется высокая электропроводность и пластичность металлов. Примером атомной связи может служить алмаз, имеющий „жесткий" скелет с высокой электронной плотностью. В процессе деформации электроны связываются с определенными областями кристаллической решетки, постепенно образуется жесткий электронный скелет, пластичность исчерпывается, металлическая связь превращается в атомную, обладающую полной жесткостью. Известно, что при нагревании сильно наклепанные детали восстанавливают свои пластические свойства. Это не противоречит теории Акимова: вследствие увеличения кинетической энергии частиц с повышением температуры атомная связь может снова переходить в исходную металлическую. Физическая теория упрочнения, предложенная Акимовым, нуждается в экспериментальной проверке путем рентгеновского анализа.

В 1946 г. С. Т. Кишкиным [11] была выдвинута и подтверждена экспериментально карбидная теория, связывающая упрочнение с выпадением карбидов. Согласно этой теории, упрочнение обусловлено изменением структуры материала под влиянием пластической деформации. Дисперсные твердые частицы (карбиды железа), блокирующие пластические сдвиги, образуются под действием тепловой энергии трения скольжения по плоскостям пластических сдвигов. Таким образом происходит автоматически термическая обработка, что позволяет рассматривать два вида упрочнения — путем наклепа и путем закалки — с одной точки зрения. Карбидная теория С. Т. Кишкина наглядно иллюстрируется подобием кривых: диаграммы растяжения и диаграммы выпадения карбидов (рис. 1).

Эта теория, как указал Н. Н. Давиденков [12, 13], отражает лишь частный случай фазового упрочнения типа старения после наклепа.

Особенно интенсивно советскими учеными проводятся работы по исследованию влияния на упрочнение легирующих элементов, концентрации сплава, микроструктуры, горячей обработки, анизотропии и т. д.

Первое указание на возможность описания процесса пластического течения термодинамической функцией механического состояния, связывающей напряжение σ, деформацию ε, скорость деформации $\dot{\varepsilon}$ и абсолютную температуру T, было дано П. Людвиком [41] в 1909 г. В дальнейшем были сделаны попытки [36] написать функцию

$$\sigma = \sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T) \tag{1}$$

и исследовать ее [37]. Но все предложенные зависимости типа (1) не могут претендовать на универсальность.

Быстрое развитие машиностроения в СССР настоятельно требовало широких экспериментальных и теоретических исследований поведения материалов под длительно действующей нагрузкой при высоких температурах. Благодаря работам Н. М. Беляева, С. И. Губкина, И. А. Одинга, Н. Н. Малинина и др., в настоящее время накопилось значительное количество экспериментальных и теоретических исследований, позволивших разработать методику приближенных расчетов на ползучесть не только в простейших случаях, но и при сложных напряженных состояниях ([14], [15] и др.) Однако используемые при этом различные формы функции вида (1) являются приближенными. Явление пластического деформирования настолько сложно, что даже при постоянной скорости деформации и температуре функция механического состояния

$$\sigma_i = \sigma_i(\varepsilon_i) \tag{2}$$

(σ_i и ε_i — инвариантные функции тензоров напряжений и деформаций) в самом общем виде не установлена.

II

Основным стержневым вопросом учения о прочности материалов является проблема разрушения. Эта проблема пока еще не нашла своего полного решения.

Разрыхление и ослабление внутренней структуры материала, возникновение микротрещин, зарождение макроскопической трещины, вызывающей в дальнейшем разрушение — явления, тесно связанные с процессом деформирования под действием внешних сил с начальной стадии деформации до момента разделения на части — разрушения. Таким образом, сложный процесс разрушения нельзя отделить от всех перечисленных выше явлений, протекающих в материале в процессе развития пластической деформации. Все эти явления в совокупности обусловливают разрушение.

Известно, что теоретически вычисленные разрушающие напряжения, исходя из представлений о внутренних связях в кристаллической решетке, в сотни раз превышают опытные. В 1924 г. академик А. Ф. Иоффе [16] показал, что расхождение физической и технической прочностей каменной соли связано с наличием поверхностных трещинок кристаллов; при испытании в воде было достигнуто почти полное совпадение опытного разрушающего напряжения с теоретическим. Е. Орован в 1933 г. в опытах над слюдой получил значения разрушающего напряжения, близкие к теоретическому [38].

Сравнительно низкая техническая прочность металлов также обусловлена развитием внутренних микротрещин, которые возникают не только по плоскостям скольжения, но и по плоскостям полос двойникования [2] и вдоль границ между кристаллическими зернами.

Наличие трещин, действующих как острый надрез, ведет к концентрации напряжений. Степень концентрации напряжений зависит от структуры основной массы металла, наличия разных неметаллических включений, величины зерен, частиц карбидов и т. п. Известно, что чем мельче зерна стали, тем она прочнее. Чем мельче частицы карбидов, тем ниже степень концентрации напряжений. Местные разрушения в любой момент происходят под действием этих местных напряжений, значительно превосходящих средние напряжения в сечении. Переориентация микротрещин в процессе пластической деформации также приводит к изменению прочности металла. Так, например, в направлении проката металл прочнее, чем в поперечном направлении. Правда, этот эффект зависит от степени пластичности материала. Приблизительную оценку влияния на прочность трещины эллиптической формы, исходя из энергетического баланса, дал Гриффит [39],]40].

Все попытки связать техническую прочность металлов с физической прочностью межатомных связей пока не дали приемлемых для практики результатов. Однако нельзя отрицать принципиальной возможности установления такой связи. С этой точки зрения вполне естественным является предположение П. О. Пашкова [17] о том, что пластическое деформирование в момент разрушения заменяется упругим и разрушение происходит в том месте сечения, где пластическая деформация становится невозможной и местное напряжение возрастает до уровня физической прочности.

В соответствии с отмеченными явлениями, Н. Н. Давиденков производит разделение прочности материала на хрупкую и вязкую. Так как при всестороннем гидростатическом сжатии разрушения не происходит, то сжимающие напряжения и деформации сами по себе не могут вызвать разрушения. Следовательно, разрушение связано с растягивающими напряжениями и деформациями, скалывающими напряжениями и сдвигами.

Тот или иной тип разрушения является характерным для данного материала и его структурного состояния, а также зависит от условий, при которых происходит разрушение. Вязкому разрушению предшествуют пластические деформации и происходит оно обычно путем среза под преимущественным действием максимальных касательных напряжений. Разрушение путем отрыва часто происходит при отсутствии заметных пластических деформаций под преимущественным влиянием максимальных нормальных (растягивающих) напряжений или удлинений. Вязкое разрушение путем отрыва после значительных пластических деформаций встречается реже.

Сопротивление отрыву при повышении температуры изменяется незначительно, а сопротивление срезу — падает. У железных сплавов при низких температурах появляется хладноломкость вследствие того, что с понижением температуры сопротивление срезу повышается настолько, что превышает сопротивление отрыву и происходит хрупкое разрушение от отрыва. Впервые условие перехода материала из пластического в хрупкое состояние было объяснено А. Ф. Иоффе [16] в 1924 г. (рис. 2). Под влиянием различных структурных изменений (окисление, вторичные выделения по границам зерен и т. д.) междукристаллическое сцепление уменьшается и сопротивление отрыву, тесно связанное с прочностью границ зерен, снижается. Именно это является причиной хрупкого разрушения после ползучести при длительном действии высоких температур и напряжений.

Известно, что термической обработкой хрупкий материал можно привести в пластическое состояние и, наоборот, соответственно с этим можно получить и два типа разрушения. Для объяснения этого явления П. Людвик [42] в 1926 г. предложил схему опасных состояний стали в виде двух предельных прямых (рис. 3).

Если главный круг напряжений, построенный на σ_1 и σ_3, касается пограничной кривой AB, то материал получает пластическую деформацию. Если же главный круг напряжений касается пограничной кривой CD, то материал разрушается путем отрыва. Аналогичная схема деформирования и разрушения в виде двух предельных кривых была предложена Менаже в 1928 г. (рис. 4).

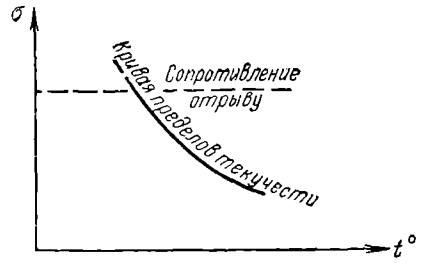


Рис. 2

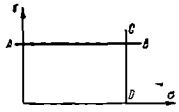


Рис. 3

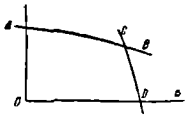


Рис. 4

Для пластичных материалов следует провести еще одну предельную кривую, соответствующую разрушению путем среза, что и было сделано А. И. Дымовым [18] в 1933 г. в его схеме (рис. 5).

Более общее представление о прочности и деформировании дано Н. Н. Давиденковым [19]. Его схема деформирования и разрушения приведена на рис. 6. В зависимости от условий нагружения, типа напряженного состояния и свойств материала диаграммы пластического течения (ab, ac, ad) будут изменяться. Изменяться также будут

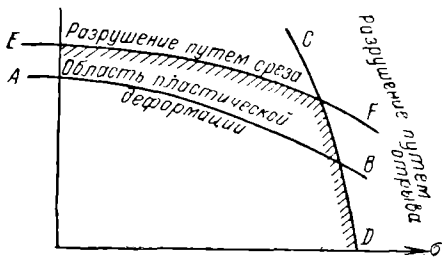


Рис. 5

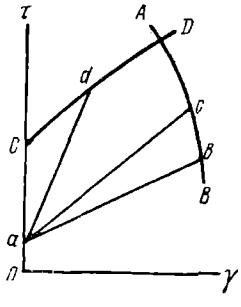


Рис. 6

сопротивления срезу (кривая AB) и отрыву (кривая CD). Например, предельная кривая прочности по срезу с увеличением хрупкости материала и объемности напряженного состояния получает все больший наклон и становится короче по направлению деформации.

На основании взглядов Н. Н. Давиденкова Я. Б. Фридманом [20,21, 22] была построена схема деформирования и разрушения, известная под названием диаграммы механического состояния материала, которая, по мнению многих исследователей, в настоящее время является лучшей качественной схемой, объясняющей характер разрушения материала (отрыв — срез) при определенном способе нагружения.

Единая теория прочности Давиденкова — Фридмана является синтезом ранее известных теорий — теории наибольших касательных напряжений и теории наибольших удлинений. Схема ее представляется двумя графиками (рис. 7) — правым, на котором наносится обобщенная кривая деформирования в координатах $\tau_{макс} - \gamma_{макс}$ и левым, на котором наносятся наибольшие приведенные растягивающие напряжения σ_1 (по второй теории) и наибольшие касательные напряжения $\tau_{макс}$ (по третьей теории). Напряженное состояние изображается лучами диаграммы, имеющими тангенс угла наклона $\operatorname{tg}\alpha = \frac{\tau_{макс}}{\sigma_i}$

Лучи *0*, *1*, *2* соответствуют мягким способам нагружения, лучи *4*, *5*, *6* — жестким. С перемещением линии отрыва к началу координат

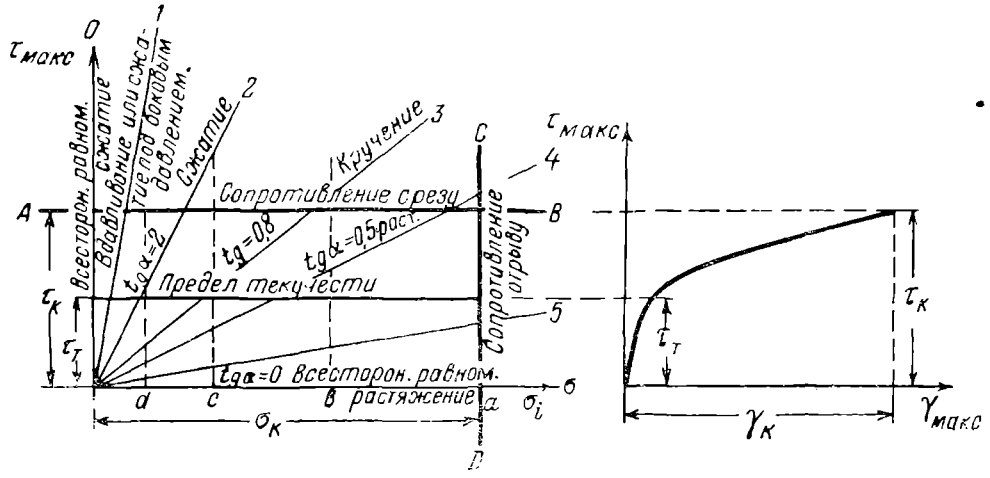


Рис. 7

опасность разрушения путем отрыва (при неизменном сопротивлении срезу) даже при мягких способах нагружения значительно возрастает. Так, в положении *d* (рис. 7) разрушение путем отрыва может произойти даже при осевом сжатии, и только при вдавливании, или сжатии под боковым давлением, разрушение происходит еще путем среза. С увеличением сопротивления срезу при почти неизменном сопротивлении отрыву (например, при понижении температуры или увеличении скорости деформации) материал все больше склоняется к хрупкому состоянию и разрушению. В положении линии отрыва *a* разрушение путем отрыва не может быть получено ни при каких напряженных состояниях, кроме состояний, близких к всестороннему равномерному растяжению.

По диаграмме можно определять также наступление текучести материала при данном напряженном состоянии.

Логичность построения, простота и ясность применения единой теории при оценке механических свойств материалов и при изучении причин перехода от вязкого разрушения к хрупкому и т. д. принесли ей заслуженную известность. Вместе с тем, экспериментальная проверка теории вскрыла существенные ее недостатки. Вокруг теории была развернута оживленная дискуссия [23, 24, 25, 26, 27], которая показала, что схема Я. Б. Фридмана не строго описывает предельные

состояния наступления текучести и разрушения как в оценке предельных деформаций, так и прочности материала.

В последнее время Г. В. Ужиком [28] была предложена простейшая диаграмма зависимости характера разрушения (сдвиг или отрыв) от свойств материала и вида напряженного состояния (рис. 8), построенная в предположении, что характер разрушения при неизменных свойствах материала зависит не только от абсолютных величин наибольших напряжений, но и от их отношения $\frac{\tau_{макс}}{\sigma_1}$ на что указывал Н. Н. Давиденков [19, 29] еще в 1936 г. По оси ординат откладывается отношение сопротивления срезу к сопротивлению отрыву $\frac{\tau_s}{R_\sigma}$, характеризующее свойства материала, по оси абсцисс — отношение $\frac{\tau_{макс}}{\sigma_1}$, характеризующее напряженное состояние. Луч, выходящий под углом 45° из начала координат, делит диаграмму на две области: *I* — область вязких разрушений путем среза; *II* — область разрушений путем отрыва. Уравнение луча (границы раздела областей):

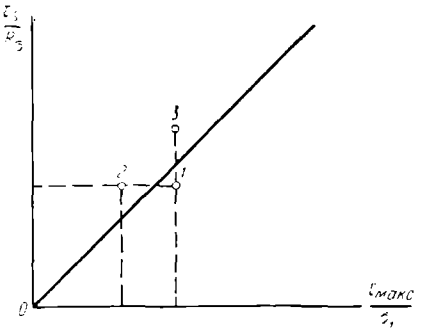


Рис. 8

$$\frac{\tau_{макс}}{\sigma_1} = \frac{\tau_s}{R_\sigma}. \qquad (3)$$

Для данного материала и его физического состояния условие разрушения от сдвига (точка *1*)

$$\frac{\tau_{макс}}{\sigma_1} > \frac{\tau_s}{R_\sigma}, \qquad (4)$$

условие разрушения от отрыва (точка 2)

$$\frac{\tau_{макс}}{\sigma_1} < \frac{\tau_s}{R_\sigma}. \qquad (5)$$

Из диаграммы Г. В. Ужика следует, что при неизменном напряженном состоянии от вязкой прочности к хрупкой (точка 3) или наоборот, материал может перейти только путем изменения его свойств, т. е. с изменением сопротивления сдвигу τ_s, сопротивления отрыву R_σ и соотношения между ними. Это может быть достигнуто при изменении температуры, скорости деформации или другим путем. Такой же вывод непосредственно вытекает из диаграммы Я. Б. Фридмана.

Условия прочного состояния по Г. В. Ужику:

$$\tau_{макс} < \tau_s,$$
$$\sigma_1 < R_\sigma. \qquad (6)$$

Следовательно, теория Г. В. Ужика по существу является синтезом третьей и первой теорий прочности и принципиально не отличается от теории Я. Б. Фридмана, тем более, что для случая различных комбинаций напряженных состояний сжатия Г. В. Ужик вынужден заменить первую теорию теорией максимальных удлинений, т. е. основывать расчеты на теории Давиденкова—Фридмана.

Представление об обобщенном сопротивлении сдвигу, из которого исходят указанные объединенные теории прочности, не подтверждается экспериментом. Предел текучести, сопротивление срезу и, повидимому,

сопротивление отрыву не являются константами материала, не зависящими от вида напряженного состояния. Более того, при линейном напряженном состоянии в случаях осевого растяжения и чистого изгиба имеют разную величину (влияние неоднородности напряженного состояния). Даже с формальной математической точки зрения представление о том, что кривые двух функций — $\gamma_{макс} = f(\tau_{макс})$, в случае чистого сдвига, и $\gamma_{макс} = f_1(\tau_{макс}, \sigma)$, в общем случае—совпадают сомнительно.

Сопротивление срезу зависит не только от величины сдвига, но и от величины нормального напряжения в плоскости действия $\tau_{макс}$. Впервые эта зависимость нашла свое отражение в теории Мора [43], предложившего условие прочности

$$\sigma_1 - \frac{\sigma_p}{\sigma_c}\sigma_3 \leqslant \sigma_p, \tag{7}$$

которое при одинаковом сопротивлении материала растяжению и сжатию $\sigma_c = \sigma_p$ совпадает с условием по третьей теории. Существенным недостатком теории Мора является то, что в ней не учтено влияние на сопротивление сдвигу среднего главного напряжения σ_2, вследствие чего теория не получила дальнейшего развития.

Обнаруженное опытами влияние среднего напряжения на сопротивление сдвигу привело к появлению энергетических теорий. Теория полной потенциальной энергии деформации, предложенная Бальтрами в 1885 г. [18], выражается условием прочности в форме

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)} \leqslant \sigma_{р.с}. \tag{8}$$

Эта теория дает замкнутую предельную поверхность напряжений, что противоречит опытным данным.

Дальнейшее развитие теории, основанной на потенциальной энергии, дали Губер (1904) и Мизес (1913). Вследствие того, что развитие пластических сдвигов происходит лишь при изменении формы и не возникает при изменении объема, они предложили выделить из полной энергии энергию изменения формы и только эту часть энергии учитывать при составлении условия прочности. Условие прочности по четвертой теории (Губера—Мизеса) имеет вид

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \leqslant \sigma_{р.с}. \tag{9}$$

Третья теория характеризуется незамкнутой предельной поверхностью в виде правильной шестигранной призмы, ось которой равно наклонена к трем главным осям напряжений, четвертая теория — цилиндром, описанным вокруг этой призмы. Основным недостатком обеих теорий является незамкнутость их предельных поверхностей со стороны положительного октанта, т. е. при всестороннем равномерном растяжении материал не должен разрушаться, что невероятно.

Теория Бальтрами, а также третья и четвертая теории требуют равенства сопротивлений при растяжении и сжатии, с чем нельзя согласиться, так как кривые растяжения и сжатия почти совпадают только у чистых металлов с кубической решеткой, отожженных и высокоотпущенных сталей, отожженных медных и алюминиевых сплавов. Большинство же металлов, применяемых в конструкциях и машинах, обладают метастабильной структурой, претерпевающей при пластическом деформировании превращения. Эти металлы неодинаково сопротивляются растяжению и сжатию, в связи с чем были сделаны попытки обобщить энергетические теории на такие материалы.

В 1925 г. Шлейхер [44] ввел поправку в условие прочности Бальтрами и предложил критерий прочности в форме

$$\sqrt{\sigma_1^2+\sigma_2^2+\sigma_3^2-2\mu(\sigma_1\sigma_2+\sigma_2\sigma_3+\sigma_3\sigma_1)}+(\sigma_c-\sigma_p)(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3)\leqslant \leqslant\sqrt{\sigma_p\sigma_c}. \quad (10)$$

Предельная поверхность в пространстве напряжений согласно (10) — эллипсоид вращения. Замкнутость этой поверхности со стороны отрицательного октанта и неудовлетворительное совпадение с опытом послужили причиной нераспространенности этой теории.

В 1929 г. Бурцинский [45] дал следующее обобщение четвертой теории, представив условие прочности в таком виде:

$$\sqrt{\sigma_1^2+\sigma_2^2+\sigma_3^2-\frac{\sigma_p\sigma_c-2\tau_{сдв}^2}{\tau_{сдв}^2}(\sigma_1\sigma_2+\sigma_2\sigma_3+\sigma_3\sigma_1)}+(\sigma_c-\sigma_p)(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3)\leqslant \leqslant\sqrt{\sigma_p\sigma_c}. \quad (11)$$

Как показал Баландин [30], соотношение (11) легко приводится к однородному уравнению второй степени относительно главных напряжений

$$(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2+m(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3)^2+ +n(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3)\leqslant l,$$

$$m=\frac{6\tau_{сдв}^2-2\sigma_p\sigma_c}{\sigma_p\sigma_c},\quad n=\frac{6\tau_{сдв}^2(\sigma_c-\sigma_p)}{\sigma_p\sigma_c},\quad l=6\tau_{сдв}^2. \quad (12)$$

В 1931 г. Ю. И. Ягн [31] предложил вообще условие прочности для всех материалов выражать однородным уравнением второй степени (12) или составлять условие прочности в форме нескольких таких уравнений. При различных соотношениях между сопротивлением чистому сдвигу $\tau_{сдв}$ и величинами сопротивлений растяжению σ_p и сжатию σ_c уравнение (12) представляет в пространстве напряжений различные предельные поверхности второго порядка — шар, эллипсоид, параболлоид вращения, круговой цилиндр и т. д. [30]. Следовательно, теория прочности Бурцинского — Ягн содержит в себе все предыдущие теории потенциальной энергии.

Однако эта теория не имеет определенного физического толкования, исходит из геометрических соображений. Общее уравнение (12) не обладает достаточной определенностью и в некоторых случаях приводит к нелогичным формам предельных поверхностей.

Своеобразное обобщение четвертой теории дано в 1937 г. Баландиным [30]. Считая предельную энергию формоизменения зависящей от типа напряженного состояния, которое в известной мере характеризуется суммой главных напряжений, он предложил выражать ее линейной функцией среднего гидростатического напряжения (шарового тензора).

Условие прочности Баландина

$$\sqrt{\sigma_1^2+\sigma_2^2+\sigma_3^2-\sigma_1\sigma_2-\sigma_2\sigma_3-\sigma_3\sigma_1}+(\sigma_c-\sigma_p)(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3)\leqslant \leqslant\sqrt{\sigma_p\sigma_c} \quad (13)$$

при $\sigma_c=\sigma_p$ переходит в условие Губера — Мизеса.

Все перечисленные выше энергетические теории не раскрывают механического смысла деформаций, приводящих к разрушению. Интерпретация четвертой теории, как условия для касательных напряжений на плоскости, равнонаклоненной к осям главных напряжений, может рассматриваться только как любопытная аналогия, имеющая лишь формальный смысл.

Анализ экспериментальных данных [32, 33] показывает, что для чистых металлов с кубической решеткой лучше согласуется с опытом третья теория прочности как в области малых, так и больших пластических деформаций и разрушения. Для материалов метастабильной структуры ни одна из теорий экспериментально не подтверждается.

Исследования механизма пластической деформации показывают, что процесс пластического течения, в основном, представляет скольжение пакетов кристаллов по плоскостям действия максимального скалывающего напряжения. Поэтому для пластичных материалов появление остаточных сдвигов можно считать зависящим главным образом от величины максимального касательного напряжения.

Основываясь на сказанном для пластичных материалов, логично пойти по пути уточнения не энергетических теорий, а, как указал Н. Н. Давиденков [34], третьей теории прочности. В первом приближении сопротивление сдвигу можно считать изменяющимся по линейному закону в зависимости от изменения среднего гидростатического напряжения (шарового тензора)

$$\tau_i = \tau_{\text{макс}} + k\sigma, \quad \sigma = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3). \tag{14}$$

Тогда, принимая, что кривые деформирования при всех напряженных состояниях совпадают с кривой пластического течения при частом сдвиге, можно легко найти коэффициент k.

При растяжении

$$\tau_i = \frac{\sigma_p}{2} + k\frac{\sigma_p}{3} = \tau_{\text{сдв}}.$$

При сжатии

$$\tau_i = \frac{\sigma_c}{2} - k\frac{\sigma_c}{3} = \tau_{\text{сдв}},$$

$$k = \frac{3}{2}\frac{\sigma_c - \sigma_p}{\sigma_c + \sigma_p}, \quad \tau_{\text{сдв}} = \frac{\sigma_p\sigma_c}{\sigma_p + \sigma_c}. \tag{15}$$

Во втором приближении сопротивление сдвигу можно представить уравнением второй степени

$$\tau_i = \tau_{\text{макс}} + k\sigma + k_1\sigma^2. \tag{16}$$

Коэффициенты k и k_1 определяются аналогично:

$$k = \frac{3\tau_{\text{сдв}}(\sigma_c - \sigma_p)}{\sigma_p\sigma_c} - \frac{3}{2}\frac{\sigma_c - \sigma_p}{\sigma_p + \sigma_c}, \quad k_1 = \frac{9\tau_{\text{сдв}}}{\sigma_p\sigma_c} - \frac{9}{\sigma_p + \sigma_c}. \tag{17}$$

Несмотря на значительное число имеющихся исследований в области проблемы прочности и большое число предложенных теорий, вопрос ни в коем случае не может считаться исчерпанным и разрешенным. Во всяком случае, мы не знаем можно ли для двух типов разрушения выразить критерий прочности одним уравнением. Однако совершенно ясно, что область применения объединенной теории Давиденкова—Фридмана может быть расширена и распростра-

нена на материалы метастабильной структуры путем учета влияния шарового тензора на сопротивление пластическому сдвигу. Например, прочное состояние можно обеспечить, если производить проверку прочности по двум критериям

$$\sigma_1 - \sigma_3 + \frac{\sigma_c - \sigma_p}{\sigma_c + \sigma_p}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \leqslant 2\tau_c, \tag{18}$$

$$\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \leqslant \sigma_p. \tag{19}$$

При более точном решении задачи вместо (18) для проверки на сдвиг может быть использовано соотношение

$$\sigma_1 - \sigma_3 + \left[\frac{\tau_{сдв}(\sigma_c - \sigma_p)}{\sigma_p \sigma_c} - \frac{\sigma_c - \sigma_p}{2(\sigma_p + \sigma_c)}\right](\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) + \\ + \left[\frac{\tau_{сдв}}{\sigma_p \sigma_c} - \frac{1}{\sigma_p + \sigma_c}\right](\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 \leqslant \tau_c. \tag{20}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Давиденков Н. Н. и Спиридонова Н. И. Заводская лаборатория, 1945, № 6.
2. Якутович М. В. Журнал экспериментальной и теоретической физики, 1939, т. 9.
3. Ратнер С. И. Известия АН СССР, ОТН, 1950, № 3.
4. Классен-Нехлюдова М. В. Журнал Русского физического общества, 1927, № 59.
5. Кузнецов В. Д. Физика твердого тела, т. II, Томск, 1940.
6. Ребиндер П. А., Лихтман В. И. Доклады АН СССР, 1941, 32, № 2.
7. Кишкин С. Т. Известия АН СССР, ОТН, 1950, № 3.
8. Кунин Н. Труды Сибирского физико-технического института, 1939, т. 5, № 3.
9. Тыжнова Н. Журнал технической физики, 1946, т. 16, № 12.
10. Акимов Г. Доклады АН СССР, 1945, т. 47, № 8.
11. Кишкин С. Т. Известия АН СССР, ОТН, 1946, № 12.
12. Давиденков Н. Н. Инженерный сборник, 1948, т. V, вып. 1.
13. Давиденков Н. Н. Некоторые проблемы механики материалов, 1943.
14. Маланин Н. Н. Основы расчетов на ползучесть, Машгиз, 1948.
15. Качанов Л. М. Некоторые вопросы теории ползучести, Гостехиздат, 1949.
16. Иоффе А. Ф. Журнал Русского физико-химического общества, 1924, т. 56, стр. 491.
17. Пашков П. О. Пластичность и разрушение металлов, Судпромгиз, 1950.
18. Дымов А. И. Строительная механика машин, ГТТИ, 1933.
19. Давиденков Н. Н. Динамические испытания металлов, ОНТИ, 1936.
20. Фридман Я. Б. Единая теория прочности материалов, Оборонгиз, 1943.
21. Фридман Я. Б. Деформация и разрушение металлов при статических и ударных нагрузках, Оборонгиз, 1946.
22. Фридман Я. Б. Механические свойства металлов, Оборонгиз, 1946.
23. Давиденков Н. Н. Вестник инженеров и техников, 1947, № 4.
24. Ратнер С. И. Вестник инженеров и техников, 1947, № 7.
25. Пашков П. О. Вестник инженеров и техников, 1948, № 1.
26. Губкин С. И. Вестник инженеров и техников, 1948, № 4.
27. Фридман Я. Б. Заводская лаборатория, 1949, № 2,
28. Ужик Г. В. Сопротивление отрыву и прочность металлов, Изд. АН СССР, 1950.
29. Давиденков Н. Н. Журнал технической физики, 1937, т. VII, вып. 7.
30. Баландин П. П. Вестник инженеров и техников, 1937, № 1.
31. Ягн Ю. И. Вестник инженеров и техников, 1931, № 6.
32. Кишкин С. Т. и Ратнер С. И. Журнал технической физики, 1949, № 3.
33. Тарасенко И. И. Журнал технической физики, 1951, № 11.
34. Давиденков Н. Н. Вестник инженеров и техников, 1949, № 4.
35. Hollomon I. N. Journal of Applied Physics, 1946, № 17.
36. Becker R. Zeitschr. Techn. Phys., 1926, №7.
37. Orowan E. Zeitschr. für Phys., 1934, S. 89, 605, 614, 634.

38. Orowan E. Zeitschr. für Phys., 1933, S. 82.
39. Griffits A. Phil., Trans. Roy Soc., 1920, S. 221.
40. Griffits A. Proc. 1-st Internat. congress for Applied Mechanics, Delft, 1924, S. 55.
41. Ludwik P. Elemente der technologischen Mechanik, 1909.
42. Ludwik P. Zeitschr. Metallkunde, 1926, № 18, S. 269.
43. Mohr O. Abhandlungen aus dem Gebiete der technischen Mechanik, 1914.
44 Schleicher F. Zeitschr. für anqeur. Matem. und. Mech., 1925, B. 5, S. 478.
45. Burzinski. Schweizerische Bauzeitung, 1929, S. 259—262.

Поступило.
16 I 1952 г