Записки Ленинградского ордена Ленина Горного института
Том XVII—XVIII, 1948

Определение размеров междукамерных целиков

Проф. *В. Д. Слесарев*

Вопрос определения размеров междукамерных целиков является весьма важным вопросом, так как он тесно связывается с вопросами потерь полезного ископаемого.

Потери полезного ископаемого, связанные с неправильным определением размеров указанных целиков, во-первых, могут быть обусловлены потерей полезного ископаемого в самих целиках при выборе их размеров большими, чем это требуется данными условиями и, во-вторых, выбором недостаточных для данных условий размеров целиков, приводящим к их частичному или полному разрушению, следствием которого является обрушение вышележащих масс породы и полная или частичная гибель рудника (например гибель калийного рудника «Леопольд» в Германии, соляного рудника Varangeville St. Nicolas во Франции, авария на шахте Twin Shafts в антрацитовом районе Уайоминг в Пенсильвании и др.).

Следует отметить, что для месторождений полезных ископаемых, склонных к самовозгоранию, частичное или полное разрушение целиков может быть (чаще всего и бывает) причиной подземных пожаров, ведущих к большим потерям полезного ископаемого (например пожары на руднике United Verde, при разработке колчеданов в округе Хульэва в Испании; Верхней Силезии, Варвикшайра. Анализируя условия прочности междукамерных целиков, необходимо притти к заключению что главнейшими факторами, определяющими прочность целика, являются:

1 — глубина залегания разрабатываемого месторождения,
2 — угол падения,
3 — длина камер,
4 — ширина камер,
5 — высота камер (целика),

6 — характер комплекса пород кровли и почвы, особенно характеристика непосредственной кровли и почвы,

7 — взаимное расположение пород различной механической характеристики в комплексе пород кровли от потолка камеры до поверхности,

8 — наличие водоносных горизонтов и характер водосодержащих пород,

9 — продолжительность работы целика (камерно-столбовая система с выемкой целиков или камерная система с потерянными целиками),

10 — работа с закладкой или без закладки отработанных камер,

11 — разработка камер с применением взрывных работ или без них,

12 — форма поперечного сечения целика в плане (форма стены, прямоугольника, квадрата, круга),

13 — форма выемочного участка в плане,

14 — общая площадь участка,

15 — механическая прочность породы целика,

16 — общая структура, строение породы целика.

Из всех перечисленных факторов такие факторы, как ширина камер, длина камер, высота целика, форма поперечного сечения целика, физико-механическая характеристика породы целика — должны найти свое отражение непосредственно в расчетных формулах, а такие факторы, как характер комплекса пород кровли и почвы, характеристика непосредственной кровли и почвы, наличие водоносных горизонтов, форма и площадь выемочного участка — должны отразиться в определении величины нагрузки на целик и характере работы целика и, наконец, продолжительность работы целика, работа с закладкой камер или без закладки, выемка камер с применением взрывных работ или без них должны быть учтены при выборе коэфициента запаса прочности.

Рассматривая существующие методы расчета междукамерных целиков, следует отметить способ акад. Л. Д. Шевякова.

Существуют формулы для расчета целиков, отражающие в себе отрицательное значение высоты целика для его прочности, как это видно из следующих выражений:

$$S \quad C \sqrt{\frac{\omega}{t}} \qquad \text{(A)}$$

где S допускаемая нагрузка в т/кв фут.
C временное сопротивление сжатию в т/кв фут.,
ширина целика в футах,
высота целика в футах

или

$$\omega = \left[\frac{160\,d}{2000 \cdot C \cdot L}\right]^2 t \qquad \text{(B)}$$

где ω — ширина целика в футах,
d — глубина от поверхности в футах,
L % угля, оставляемого в целиках,
C — временное сопротивление угля сжатию,
t — высота целика в футах.

Такое же отрицательное значение высоты мы находим в формуле Бантинга:

$$y \quad 1000\left[0{,}7 \quad 0{,}3\frac{b}{k}\right] \quad b \qquad \text{(С)}$$

где y — глубина залегания в футах,
k — высота целика »
b — ширина целика
z — расстояние между центрами камер в футах.

Гринвальд в результате своих опытных исследований в Брустоне (США), произведенных непосредственно в шахте (на пласте «Питсбург»), пришел к заключению, что разрушающая нагрузка на целик S и отношение размера целика в плане к его высоте R связываются уравнением:

$$S = k\sqrt{R}, \qquad \text{(Д)}$$

где k — постоянный коэфициент.

Все эти формулы (А, В, С, Д), выведенные на основе или экспериментальных данных или практических наблюдений, ясно показывают, что с возрастанием высоты целика прочность его уменьшается, а следовательно, при прочих равных условиях должны увеличиваться его поперечные размеры, что и должно найти отражение в соответствующих расчетных формулах.

Опыты лабораторий ЛГИ, ЦНИМБа, ЛИИПСа (опыты Кузнецова Г Н. с образцами каменной соли), ЦНИИПСАа (над кирпичом и бетоном) обнаружили, что сопротивление призм сжатию уменьшается при прочих равных условиях с увеличением высоты призм.

Рассматривая вопрос далее, следует признать, что сопротивление целика будет в значительной степени зависеть и от формы его поперечного сечения.

Еще Ронделе, сравнивая между собой сопротивление призм равной площади поперечного сечения и равной высоты, но имеющих различной формы поперечное сечение (круг, квадрат, равносторонний треугольник), пришел к заключению, что сопротивления этих призм относятся между собою, как

$$1 : 0{,}93 : 0{,}86$$

Вышеупомянутые опыты также показали зависимость сопротивления призм от формы поперечного сечения, причем выражение этой зависимости имеет следующий вид:

$$k \quad 2\left[a \quad b\frac{\sqrt{f}}{h}\right]\sqrt{\frac{f}{u}} \qquad \text{(Е)}$$

где σ — сопротивление материала сжатию,

f — площадь поперечного сечения испытываемого образца,

h — высота образца,

u — периметр поперечного сечения,

a и b — постоянные величины, зависящие только от рода материала.

Выражение (Е), выведенное на основании экспериментальных данных, ясно показывает зависимость величины напряжений от формы поперечного сечения и высоты образца.

Очевидно, что размеры междукамерных целиков должны определяться, исходя из величины тех максимальных напряжений и вызываемых ими деформаций, которые возникают в целике под действием веса вышележащей толщи пород.

Отсюда вытекает важное значение характера распределения напряжений в целике для его прочности.

Как показывают достаточно многочисленные исследования Кузнецова Г Н., характер распределения напряжений в различных сечениях образца, подвергающегося сжатию, является неравномерным, причем эта неравномерность зависит от наличия или отсутствия трения между гранями образца, на которые давят плиты пресса, и самими плитами (отсутствие смазки или, наоборот, смазка граней образца, например парафином).

Очевидно, что то же самое мы будем иметь и для целиков, причем надо полагать, что неравномерность распределения напряжений для целиков будет зависеть от характера пород кровли и почвы, то есть будет зависеть от того, будет ли непосредственная кровля и почва целика (камеры) состоять из той же породы, как и самый целик (случай оставления потолочины и земника в камере), или породы непосредственной почвы и кровли целика будут иметь другую физико-механическую характеристику.

В первом случае, учитывая тесную связь тела целика с породой кровли и почвы, можно считать целик колонной с заделанными опорами.

Во втором случае, особенно при некоторых породах в кровле или почве (при породах глинистых), целик можно считать колонной с свободно опертыми концами.

Примечание. Следует отметить, что неравномерность распределения напряжений в целиках была доказана наблюдениями ассистента ЛГИ Иванова В. П., произведенными под руководством доцента ЛГИ Кузнецова Г Н. над целиками каменной соли на руднике «Карл Либкнехт» Артемсоли. При этих исследованиях был использован метод определения напряжений по упругому восстановлению.

Как известно, оптическим методом исследования также была доказана неравномерность распределения напряжений в образцах, подвергающихся сжатию.

Прежде чем перейти к рассмотрению характера распределения напряжений в целике, находящемся под действием веса вышележащей толщи пород, необходимо остановиться прежде всего

на условиях разрушения тела, находящегося в одноосном напряженном состоянии.

Для рассмотрения условий разрушения тел обратимся к экспериментальным данным лабораторий, полученным при испытании твердых материалов на сжатие.

Как известно, перед началом разрушения металлических образцов, подвергающихся сжатию (или растяжению) на полированной поверхности образца появляются две системы тонких, взаимно пересекающихся линий, наклонных к оси испытываемого образца под одним и тем же углом, зависящим от физико-механической характеристики материала образца, и известных под именем линий Людерса.

Исследования показали, что линии Людерса являются линиями сдвига (линиями пересечения поверхностей сдвига с поверхностью образца — «полосами скольжения»).

Появление трещин, сдвигов (линий Людерса) характерно не только для металлов, но вообще для всех материалов, в том числе и для горных пород. Весьма многочисленные (около 30000) наблюдения Крена, охватывающие самые разнообразные породы (известняки, песчаники, сланцы, кварциты, диориты, диабазы, граниты, порфиры и др.), устанавливают наличие и постоянство направления плоскостей скольжения для одной той же породы перед началом разрушения этой породы.

В результате наблюдений установили следующие особенности этих трещин сдвига:

1 Трещины сдвига не появляются отдельно, но всегда в виде большого ряда параллельных отдельностей, сохраняющих правильность формы и направление на больших участках.

2. Они обычно наблюдаются в виде взаимно пересекающихся систем трещин.

3. Поверхности трещин обычно сомкнуты, гладки и представляют плоскости скольжения.

Необходимо отметить, что появление линий Людерса отвечает моменту перехода тела из твердого в пластическое состояние, так как пластичность по существу представляет скольжение одних слоев тела по другим, по определенным кристаллографическим плоскостям.

Так как каждое тело обладает одним, свойственным только ему, расположением кристаллографических решеток, то естественно, что и углы, образуемые линиями Людерса, будут различны для различных тел.

Таким образом для каждого материала существует свой определенный угол линий Людерса, который и может быть принят как показатель физических особенностей данного материала.

Рейто предложил этот угол назвать «характеристичным» углом материала.

Величина этого угла в зависимости от того, отсчитывается ли он от горизонтальной или вертикальной оси образца, равен:

$$\Theta = 45 + \frac{\varphi}{2} \quad \text{или} \quad \Theta = 45 - \frac{\varphi}{2}, \qquad \text{(а)}$$

где φ — угол внутреннего трения материала образца (см. Великов И. В. Теория инженерных сооружений, Слесарев В. Д. Обрушение и оседание горных пород, Губкин М. П. Пластичность металлов, H. Briggs Mining Subsidence). Для горных пород профессор Бриггс установил следующие значения характеристичного угла:

песчаник	7
известняк	58°
мрамор	70°30
сланец	50°
гранит	79°
диабаз	70°30

Из всего сказанного выше следует, что угол Θ (а следовательно, и величина угла s) может быть определен путем измерения наклона линий Людерса, что не исключает возможности определения его и аналитическим путем. Следует отметить, что входящий в формулу (а) угол φ представляет собой угол внутреннего трения между молекулами тела, проявляющегося после начального движения частиц тела уже за пределами упругости.

Как известно, в настоящее время принимается, что одна из основных причин разрушения твердого тела заключается в проявлении максимальных тангенциальных напряжений (третья теория прочности).

Это предположение соответствует результатам, получающимся при исследовании природы явлений, сопровождающих появление остаточных деформаций.

Согласно новейшим исследованиям, цельность тела нарушается при достижении в нем тангенциальными напряжениями некоторой величины T, являющейся для данного материала некоторой физической постоянной и определяющей его временное сопротивление сдвигу.

Когда тангенциальные напряжения в теле достигнут этой величины T, то тело или дает трещины (тела хрупкие) или непрерывно меняет свою форму, «течет», переходя в пластическое состояние.

Совершенно очевидно, что величина T может быть при одноосном сжатии достигнута только при определенной величине нормальных напряжений (δ) в плоскостях, перпендикулярных к вертикальной оси образца, испытываемого на сжатие, то есть при определенной величине нагрузки на образец.

Рейто, рассматривая работу образца, испытываемого на сжатие, дает следующую схему развития в нем тангенциальных напряжений (рис. 1). Суммируя геометрически тангенциальные напряжения, получим напряжение δ_0, представляющее собой боковое внутреннее давление или, как его иногда называют, боковой распор, стремящийся разрушить испытываемый образец.

Величина бокового распора δ_0 согласно Кулону, Ренкину, Терцаги равна

$$\delta_0 = \beta \cdot \delta,$$

где β — коэфициент, называемый коэфициентом бокового распора или коэфициентом бокового давления (Терцаги), зависящий от характеристики материала и равный по данным этих же исследователей

$$\beta = \operatorname{tg}^2\left[\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right], \qquad (1)$$

где φ — угол внутреннего трения материала образца (аналогично коэфициенту бокового распора в пределах упругости $\frac{m}{1-m}$, где m — постоянная Пуассона).

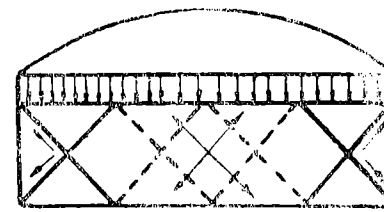


Рис. 1.

Сделав эти предварительные замечания, перейдем к рассмотрению характера распределения напряжений в целике, находящемся под действием веса вышележащей толщи пород. Допу-

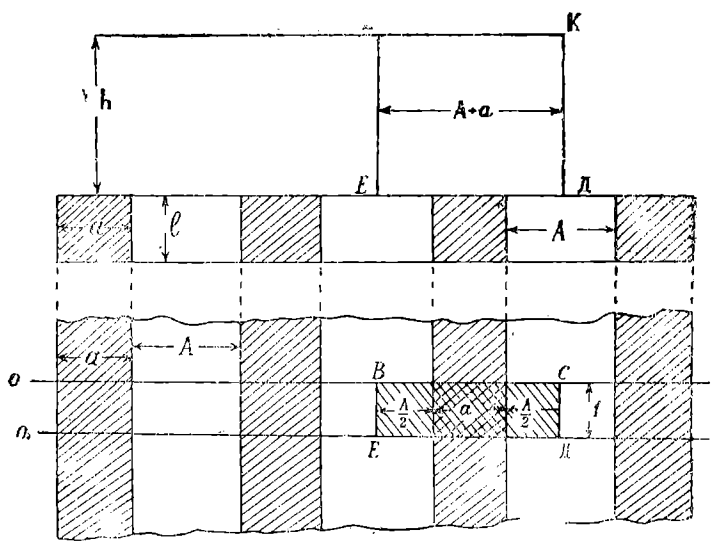


Рис. 2.

стим, что междукамерные целики имеют форму стены в условиях неограниченно большой площади шахтного поля, то есть когда целики и камеры имеют неограниченно большую длину и число их неограниченно велико. Рассмотрим тот случай, когда в камерах не оставляется потолочины и земника (рис. 2). Вырежем

двумя сечениями 00 и $0_1 0_1$, перпендикулярными продольной оси целика и отстоящими друг от друга на единицу длины, элемент шахтного поля вместе с покрывающими его породами.

Пусть ширина целика равна a, ширина камеры A, высота целика l; глубина работ до кровли пласта h и объемный вес пород кровли γ. При условии неограниченно большой площади шахтного поля (неограниченно большой длины целиков и камер и неограниченно большого числа их) нагрузка на единицу длины целика будет определяться весом столба породы $E\ Z\ KD$, имеющего площадью основания площадь $BCDE$ высоту h то есть нагрузка на целик будет равна

$$P = \gamma\ h\ (a\ \ A).$$

Нагрузка на 1 пог. метр поперечного сечения целика (ширины целика) будет соответственно равна:

$$p\ \ \frac{\gamma \cdot h \cdot (a + A)}{a} \qquad (2)$$

Под действием этой нагрузки в камерных целиках возникают силы бокового распора, стремящиеся разрушить целик и равные, как мы выше видели,

$$p_0\ \ \ \ \delta = \beta\ \ p\ \ \frac{\beta \cdot \gamma \cdot h\ (a + A)}{a}, \qquad (3)$$

где β по предыдущему равен

$$\beta = \mathrm{tg}^2 \left(\frac{}{4} - \frac{s}{2} \right), \qquad (4)$$

где φ — угол внутреннего трения породы целика.

Если пренебречь собственным весом целика, то силы бокового распора можно представить себе как равномерно распределенную нагрузку, действующую на свободную поверхность целика (на его боковые стенки).

Противодействовать силам бокового распора будут силы сцепления (всестороннего внутреннего давления) и внутреннее трение

Всестороннее внутреннее давление (сцепление) примем равным временному сопротивлению породы целика на сжатие K.

Примечание. Такое допущение оправдывается тем обстоятельством, что вследствие неоднородности и присутствия волосных трещин, а также других дефектов в строении тел прочность на сжатие макроскопически твердых тел равна только дробной (весьма малой) части существующего в этих телах внутреннего всестороннего молекулярного давления. Терцаги принимает, например, сопротивление на сжатие равным всего 2% от внутреннего молекулярного давления.

При этих условиях выделенный элемент целика будет находиться под действием следующих сил (рис. 3):

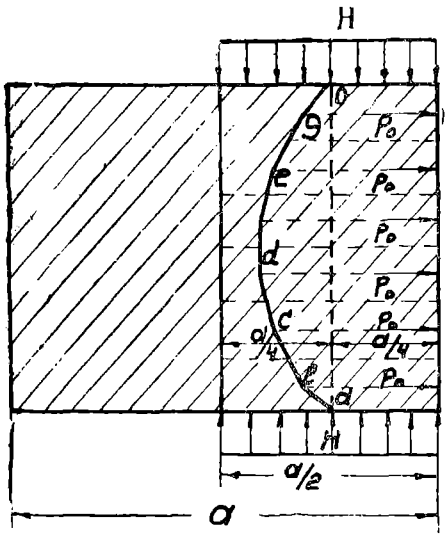
1) равномерно распределенной нагрузки интенсивностью p действующей со стороны кровли целика;

2) равномерно распределенной нагрузки интенсивностью p_0 от действия сил бокового распора;

3) реакции со стороны почвы целика также в виде равномерно распределенной нагрузки интенсивностью p (если пренебречь собственным весом целика).

Рассмотрим правую половину целика. Очевидно, что левая половина будет находиться в тех же самых условиях, и все выводы для правой половины будут справедливы и для левой части целика.

Прибавим к напряжениям p величину всестороннего давления K (Фрелих) и заменим равномерно распределенную нагрузку интенсивностью $p + K$ равнодействующей силой H. Очевидно в данном случае $H = \frac{(p + k) \cdot a}{2}$.



По условиям нагрузки равнодействующие H будут проходить через середину рассматриваемой половины целика, т. е. через точки a и o. Построим для сил H и P_0 силовой многоугольник с полюсом O и по нему ломаную $alcdego$,

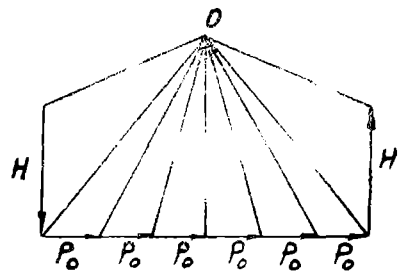


Рис.

превращающуюся для непрерывно распределенной нагрузки интенсивностью p в кривую давления ado.

Примечание. Как известно, при построении силового многоугольника место для полюса выбирается совершенно произвольно. В данном случае мы берем точку O на оси симметрии плана сил.

Кривая давления, как известно, представляет собой геометрическое место точек приложения равнодействующих сил, направление которых определяется касательной к кривой давления в рассматриваемой точке.

Найдем уравнение этой кривой.

Допустим, что кривая OAB (рис. 4.) представляет собой кривую давления для правой половины целика $MNFK$,

Выделим двумя параллельными сечениями ab и cd элемент целика $alcd$ шириной dx.

Этот элемент будет находиться под действием следующих сил:

1 — силы $g = \rho_0 \, dx$,

2 — реакций остальных частей целика R и R, направленных по касательной к кривой OAB.

Какие бы условия напряженного состояния целика не были мы всегда можем предположить состояние мгновенного равновесия элемента $abcd$. Возьмем начало координат в точке O, ось y-ов направим горизонтально, ось x-ов вертикально.

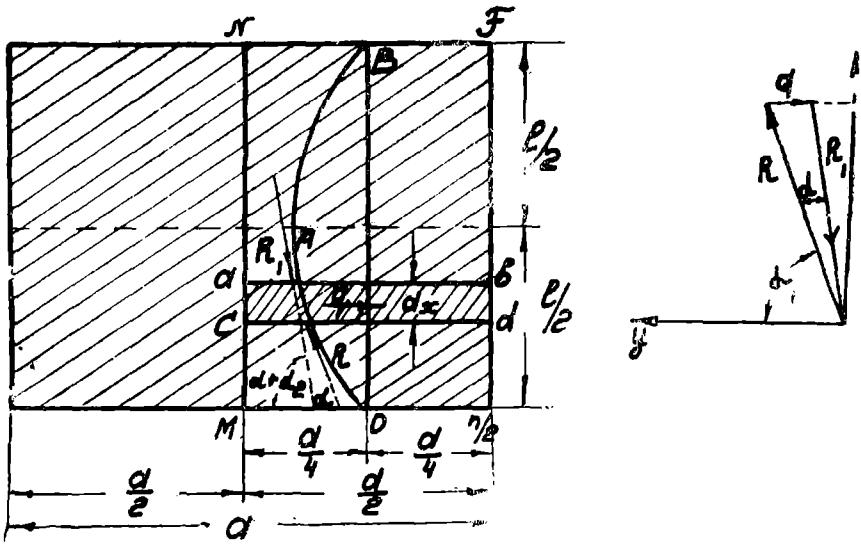


Рис. 4.

Пусть направление сил R и R_1 образуют с осью y-ов соответственно углы α и $\alpha + d\alpha$.

При состоянии постоянного или мгновенного равновесия элемента $abcd$ сумма проекций всех сил на ось φ равна нулю.

Из треугольника osr (рис. 4) имеем:

$$R \cos \alpha - q - R_1 \cdot \cos (\alpha + d_2) = 0$$

или

$$R_1 \cos (\alpha + d\alpha) - R \cdot \cos \alpha + q = 0. \qquad \text{(a)}$$

Из треугольника osm имеем:

$$H = R \cdot \cos (90 - \alpha) = R \cdot \sin \alpha \text{ или } R = \frac{H}{\sin \alpha}$$

и

$$H \quad R_1 \cdot \cos [99 - (\alpha + d_2)] = R_1 \sin (\alpha + d_2) \text{ или } R_1 = \frac{H}{\sin (\alpha + d\alpha)}$$

Подставляя в выражение (а) вместо R и R_1 их значения, выраженные через H имеем:

$$H \operatorname{ctg}(\alpha + d\alpha) - H \operatorname{ctg}\alpha \quad q = 0$$

или

$$\operatorname{ctg}\alpha \ (\alpha + d\alpha) \qquad \operatorname{ctg}\alpha = -\frac{q}{H} \tag{b}$$

Из выражения (*b*) следует

$$d[\operatorname{ctg}\alpha] = -\frac{q}{H}$$

или окончательно

$$\frac{d[\operatorname{ctg}\alpha]}{d\alpha} = \frac{d\left[\frac{dy}{dx}\right]}{dx} = -\frac{p_0}{H} \text{ или } \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{p_0}{H} \tag{c}$$

Интегрируя это уравнение, имеем:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{p_0}{H} x + C_1 \tag{d}$$

$$y = -\frac{p_0}{2H} x^2 \quad C_1 x + C_2, \tag{e}$$

где C_1 и C_2 произвольные постоянные интеграции.

Постоянную C_1 определим из условия, что при $x = \frac{l}{2}$ угол, образуемый касательной к кривой давления с осью x-ов, равен нулю, то-есть

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{dy}{dx} - \quad \frac{p_0}{H} \cdot \frac{l}{2} + C_1,$$

откуда

$$C_1 = \frac{p_0 \cdot l}{2 \cdot H}$$

Подставив в уравнение (е) вместо C его значение, имеем:

$$y = -\frac{p_0}{2 \cdot H} x^2 + \frac{p_0 l}{2H} x - C_2,$$

но при $x = 0$ *или* $x = l$ *ордината* y *также равна нулю.* а следовательно:

$$C_2 = 0.$$

Окончательно уравнение кривой давления будет иметь вид

$$y = -\frac{p_0 x^2}{2H} + \frac{p_0 \cdot l}{2H} x = \frac{p_0}{2h} [lx - x^2]. \tag{4}$$

Примечание. Величина H, входящая в уравнение (4) и представляющая собой проекцию сил R и R_1 на ось x-ов, очевидно, по сделанному нами допущению, является величиной распора кривой давления и равна $\frac{(p+k) \cdot a}{2}$

Исходя из соображений о кривой давления, как геометрическом месте точек приложения равнодействующих сил, направление

которых определяется касательной к кривой давления в рассматриваемой точке, возможно получить представление о характере распределения напряжений в различных точках, различных сечений целика, как это показано на рис. 5.

Действительно, если мы в какой-либо точке A кривой проведем к ней касательную, то получим направление равнодействующей силы в данной точке.

Разлагая эту силу на горизонтальную и вертикальную составляющие, получим вертикальную силу P, представляющую собой равнодействующую силу сжатия, действующую по данному сечению.

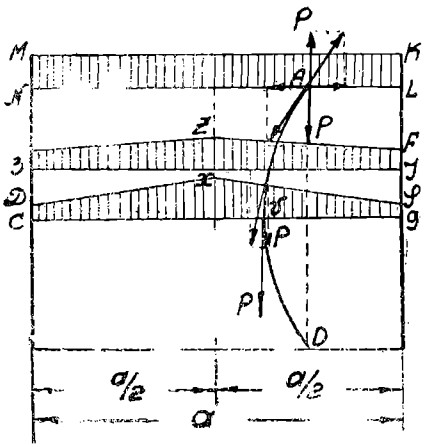


Рис.

Точка приложения равнодействующей силы P определяет собой характер распределения напряжений в правой половине целика (очевидно для левой половины мы будем иметь такую же картину).

Таким образом, характер распределения напряжений для сечения NL определится эпюрой напряжений $NMKL$.

Соответственно для сечения SI эпюра напряжений определится фигурой $SIZFI$.

Для среднего сечения cg эпюра напряжений представится фигурой $CDxyg$.

Указанный характер распределения напряжений в образцах, подвергающихся сжатию, подтверждается опытами Помпа, Рикволло и др.

Рассматривая рис. 5, мы видим, что кривая AVO представляет собой также кривую эксцентриситетов равнодействующих сил сжатия, действующих по различным сечениям целика.

Очевидно, что максимальное напряжение будет в том сечении, для которого эксцентриситет будет иметь максимальное значение, есть при $x = \frac{l}{2}$.

Имеем

$$= \frac{p}{2H} \left(l \qquad \right) = \frac{p_0 \cdot l^2}{8 \cdot H} \tag{5}$$

Зная эксцентриситет и величину силы, можно определить напряжение в любой точке рассматриваемого сечения, пользуясь выражением напряжения для внецентренного сжатия:

$$p_1 = \frac{}{d} \left[1 \quad 12 \quad \frac{l}{d^2} \quad x \right] \tag{6}$$

(начало координат для системы p_1, x_1 берется в середине рассматриваемого сечения, в точках $A_1O_1O_2$. ., ось х-ов напра-

влена горизонтально, ось p_1 вертикально). В нашем случае имеем

$$\frac{p \cdot l^2}{8 \cdot H}, \quad \frac{p}{d} = p, \quad d = \frac{a}{2}$$

Подставляя вместо p, d и e их значения в выражение (6), имеем:

$$p_1 = p \left| 1 \quad 12 \quad \frac{p_0 \cdot l^2}{8 \cdot H \frac{a^2}{4}} \quad x_1 \right| = p \left[1 \quad 6 \quad \frac{p_0 \cdot l^2}{H \cdot a^2} \quad x_1 \right|$$

Максимальное напряжение, очевидно, будем иметь в крайней точке рассматриваемого полусечения, то есть при $\frac{a}{4}$

Тогда имеем

$$p_1 \quad p \left[1 \quad 6 \quad \frac{p_0 \cdot l^2}{H \cdot a^2} \quad \frac{a}{} \right] \qquad \left[1 \quad \frac{3 p_0 \cdot l^2}{2H \cdot a} \right| \tag{7}$$

Согласно вышесказанному $H = \frac{a(p+k)}{2}$.

Следовательно окончательно имеем:

$$p_{1\,\max} = p \left[1 + \frac{3 \cdot p_0 l^2}{a^2 (p+k)} \right] \tag{8}$$

Очевидно, что предельное значение p_1 определяется величиной k, то есть момент начала разрушения целика определяется условием:

$$p_1 = k.$$

Подставляя в уравнение (8) вместо p_1 величину k и вместо p_0 величину $\beta \cdot p$, имеем уравнение

$$p^2 \cdot (a^2 + 3 \beta l^2) = k^2 \cdot a^2 \tag{9}$$

Заменяя p его значением $p = \frac{\gamma h (a+A)}{a}$, будем окончательно иметь

$$(k^2 - \gamma^2 \quad h^2)\, a^4 \quad 2 \quad \gamma^2 \qquad A \qquad \gamma^2 \quad h^2 \quad (A^2 + 3 \cdot \beta \quad l^2) \quad a^2 -$$
$$- 6 \quad \beta \quad \gamma^2 \; h^2 \cdot l^2 \quad Aa - 3\beta \quad \gamma^2 \quad h^2 \cdot l^2 \quad A^2 = 0. \tag{10}$$

Совершенно очевидно, что если бы мы имели месторождение, залегающее под углом α, то вместо $p = \frac{\gamma \cdot h (a+A)}{a}$ следует подставить $p = \frac{\gamma \cdot n \cdot (a+A) \cdot \cos \alpha}{a}$

В этом случае уравнение (10) перепишется следующим образом:

$$(k^2 - \gamma^2 \quad h^2 \quad \cos^2 \alpha) \cdot a^4 - 2 \quad \gamma^2 \quad h^2 \quad \cos^2 \alpha \cdot A a^3 -$$
$$- \gamma^2 \cdot h^2 \cdot \cos^2 \alpha (A^2 + + 3 \beta l^2)\, a^2 - 6 \cdot \beta \quad \gamma^2 \quad h^2 \cdot \cos^2 \alpha \cdot l^2 \quad A \quad a -$$
$$- 3 \quad \beta \quad \gamma^2 \quad h^2 \cdot l^2 \quad A^2 \cos^2 \alpha = 0. \tag{11}$$

Уравнение (10) и (11) могут служить для определения ширины целика a, имеющего форму стены, в случае, когда при разработке камер не оставляется потолочины и земника и собственный вес целика не принимается во внимание.

Рассмотрим теперь тот случай, когда при разработке камер оставляется потолочина и земник, то есть когда целик можно рассматривать как колонну с заделанными концами (рис. 6).

Рассматривая половину целика $ABCD$, часть его $AMND$, можно представить себе эту половину как некоторую балку с заделанными опорами и нагруженную силами p_0.

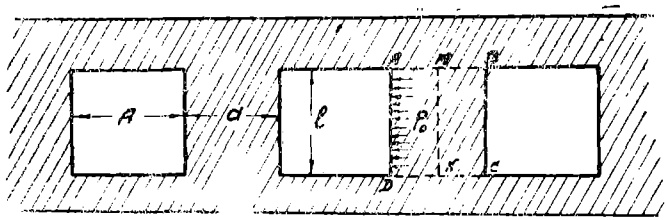


Рис. 6.

Нетрудно видеть, что уравнение кривой давления для данного случая напишется следующим образом

$$y = \frac{p_0}{2H}(lx - x^2) - \frac{p_0 \cdot l^2}{12 \cdot H} \qquad (12)$$

Как и в предыдущем случае, уравнение (12) представляет собой в то же время уравнение эксцентриситетов равнодействующих сил сжатия, действующих по различным сечениям целика.

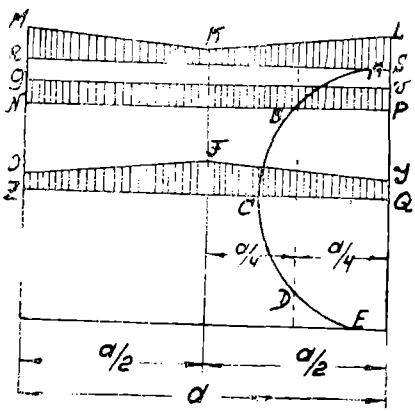


Рис. 7

Здесь имеем два максимума при $x = 0$

$$y_{max} = -\frac{p_0 \cdot l^2}{12 \cdot H} \text{ (абс. максимум)} \qquad (13)$$

$$y_{III} = \frac{p_0 \cdot l^2}{24 \cdot H} \text{ (отн. максимум)} \qquad (14)$$

Все сказанное иллюстрируется рис. 7

На этом рисунке кривая представляет $ABCDE$ собой кривую давления и в то же время, как мы видели выше, кривую эксцентриситетов равнодействующих сил сжатия, действующих различных сечениях целика.

Таким образом, кривая давления характеризует и здесь напряженное состояние целика.

Рассматривая различные сечения целика, мы видим, что распределение напряжений в различных его сечениях различно, а именно:

1. Для сечения RS, непосредственно воспринимающего нагрузку, эпюра напряжений определяется площадью фигуры

RMKLS, причем максимальные напряжения сосредоточиваются на периферийной части целика.

2. Для некоторого сечения *NP*, определяемого точкой пересечения кривой давления со средней линией рассматриваемой половины целика (то есть с осью *x*-ов), распределение напряжений будет равномерным и эпюра напряжений выразится прямоугольником *NgVP*

3. Для среднего сечения, отвечающего относительному максимуму, максимальные напряжения будут сосредоточиваться в центральной части целика и эпюра напряжений получает для этого сечения вид фигуры *ZIFIQ*.

Следует отметить, что данные лаборатории ЛГИ подтверждают указанный характер, распределения напряжений.

Максимальный эксцентриситет равнодействующих сил сжатия отвечает, как видно, сечению *RS* и равен

$$l \quad y_{m} \quad -\frac{p_0 \cdot l^2}{12 \cdot H} \tag{13}$$

Рассуждая как и в предыдущем случае, придем к уравнению

$$a^2k^2 \quad a^2p^2 \quad 2\beta \quad p^2 \quad l^2. \tag{15}$$

Заменяя этом уравнении p его значением $p=\frac{\gamma h(a+A)}{a}$, будем иметь окончательное уравнение для определения ширины целика, имеющего форму стены, для случая оставления в камере потолочины и земника из той же породы, что и в целике в форме.

Соответственно для случая месторождения, залегающего под углом α, будем иметь

$$[k^2-\gamma^2 \cdot h^2] \quad a^4-2 \quad \gamma^2 \quad h^2 \quad A \quad a^3-\gamma^2 \cdot h^2(A^2 \quad 2\beta l^2)\,a^2- \\ -4 \cdot \beta \quad \gamma^2 h^2 \quad l^2 A \cdot a-2\beta \quad \gamma^2 \quad h^2 \quad l^2 A^2=0. \tag{17}$$

Во все выражения, определяющие размеры целика, входит коэфициент β, равный

$$\beta=\mathrm{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} \quad \frac{s}{2}\right). \tag{3}$$

Согласно исследований Мора, Фрелиха угол внутреннего трения породы φ может быть определен из выражения

$$\sin\varphi=\frac{n_{кр}-1}{n_к} \tag{18}$$

где $n_{кр}$ — представляет собой отношение сопротивления сжатия к сопротивлению растяжения. (Отношение действующих в некоторой точке главных напряжений в состоянии течения материала.)

Все выведенные выражения относятся к расчету целиков, имеющих форму стены неограниченно большой длины.

Перейдем теперь к рассмотрению целиков, имеющих другую форму поперечного сечения, — квадрат, круг, прямоугольник с заданным отношением сторон.

Выше мы уже указывали на значение формы поперечного сечения образцов и приводили данные опытных исследований, а также формулы, выведенные на основании наблюдений и отражающие влияние формы поперечного сечения образца на его прочность.

Рассматривая этот вопрос, можно предположить, что при прочих равных условиях сопротивление образца на единицу площади поперечного сечения будет тем больше, чем больше сама площадь поперечного сечения, так как при этих условиях для центральной части образца как бы осуществляются условия всестороннего сжатия, при котором, как известно, сопротивление сжатию значительно возрастает.

С другой стороны, разрушение тела при его сжатии (раздробление) сопровождается увеличением объема последнего (по Терцаги до 25%). Совершенно очевидно, что разрушение тела является следствием движения составляющих его частиц.

Очевидно, что чем больше периметр площади поперечного сечения образца, тем больше возможность его разрушения при прочих равных условиях, так как больше возможность движения материала образца.

Отсюда следует, что показателем формы поперечного сечения образца с точки зрения его прочности может служить гидравлический радиус площади этого сечения, то есть отношение

$$R = \frac{S}{P} \tag{19}$$

где P — площадь поперечного сечения,

S — периметр.

Гидравлический радиус площади поперечного сечения целика (образца) показывает, сколько квадратных единиц площади приходится на один погонный метр периметра поперечного сечения.

Очевидно, что чем больше величина гидравлического радиуса площади поперечного сечения, тем при прочих равных условиях прочность целика будет больше, так как возможность движения материала целика будет меньше (путей для его движения меньше).

Степень концентрации напряжений будет определяться, наоборот, *обратной величиной гидравлического радиуса, т. е. величиной*

$$C = \frac{P}{S}. \tag{19а}$$

Допустим, например, что при прочих равных условиях имеем целики (образцы) одинаковой площади, но различной формы поперечного сечения:

квадрат — 8×8 м; прямоугольник — 32×2 м, круг диаметром 9 м.

Гидравлический радиус для этих форм поперечного сечения будет равен:

для квадрата $= \frac{64}{32} = 2$,

прямоугольника $= \frac{64}{68} = 0{,}94$.

круга $= \frac{64}{8{,}26} = 2{,}26$.

Степень концентрации напряжений будет равна:

для квадрата $= 0{,}5$,

» прямоугольника $= 1{,}06$,

» круга $= 0{,}44$.

Таким образом, для целика, имеющего формой поперечного сечения круг, степень концентрации напряжений будет наименьшей, а следовательно, при прочих равных условиях такой целик будет обладать наибольшей прочностью, что и подтверждается опытом.

Очевидно, следует полагать, что целики, обладающие при прочих равных условиях одинаковыми гидравлическими радиусами, будут иметь и одинаковую степень концентрации напряжений то есть будут находиться в одинаковых условиях прочности.

Пусть имеем целик прямоугольной формы поперечного чения длиной a и шириной l.

Посмотрим, к какому пределу будет стремиться величина гидравлического радиуса площади поперечного сечения такого целика при неограниченно большом возрастании длины целика a.

Имеем

$$\lim R = \lim\left[\frac{ab}{2a+2b}\right] b \to \infty = \frac{b}{2}$$

или

$$b = 2R.$$

Отсюда следует, что целик любой формы поперечного сечения может быть заменен целиком в форме стены неограниченно большой длины, ширина которого равна двойной величине гидравлического радиуса площади поперечного сечения рассматриваемого целика, то есть рассматриваемый целик может быть *заменен эквивалентным целиком, имеющим форму стены неограниченно большой длины.*

Ширина такого эквивалентного целика будет равна двойной величине гидравлического радиуса площади поперечного сечения рассматриваемого целика, то есть

$$a_{экв} = 2R = 2\,\frac{S}{P}. \qquad (20)$$

Таким образом, общий метод определения размеров междукамерных целиков различной формы поперечного сечения будет

заключаться в определении нагрузки на целик, выраженной через искомый размер целика x, определении эквивалентной ширины искомого целика, выраженной через x и применении одной из соответствующих формул (10), (11), (16), (17).

Для поверки возможности пользоваться данными формулами для расчета целиков произведем сравнение вычисленных значений разрушающих нагрузок со значениями разрушающих нагрузок, полученных из опытных наблюдений над образцами.

Из выражения (5) имеем, что разрушающие нагрузки двух образцов p_1 и p_2, имеющих соответственно высоты и ширину равные l_1, l_2 и a_2, относятся между собой, как:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{a_1 \cdot \sqrt{a_2^2 + 3 \cdot \beta l_2^2}}{a_2 \cdot \sqrt{a_1^2 + 3 \cdot \beta l_1^2}} \qquad (23)$$

Соответственно из выражения (15) будем иметь

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{a_1 \cdot \sqrt{a_2^2 + 2 \cdot \beta l_2^2}}{a_2 \cdot \sqrt{a_1^2 + 2 \cdot \beta l_1^2}} \qquad (24)$$

Для поверки возьмем результаты испытаний образцов каменной соли (см. таблицу 1), а также данные испытаний над образцами антрацита.

Таблица 1

Размеры образцов	Разрешающая нагрузка в *кл/см²*, полученная из опыта	Разрушающая нагрузка в *кл/см²*, вычисленная по формуле (10)	Отклонение в %	Разрушающая нагрузка в *кл/м²*, вычисленная по формуле (16)	Отклонение в %
		Серая соль			
5×5× 5	342	— нагрузка, служившая исходной для расчета			
5×5×10	272	274	0,7	297	7
6×5×15	235	222	5,4	239	1,7
5×5×20	178	188	5,6	148	10,1
10×10×10	430	—	—	—	—
10×10×10	362	344	5	365	0,8
15×15×20	365	404	10,7	404	10,7
		Пестрая соль			
5×5× 5	254	— нагрузка, служившая исходной для расчета			
5×5×10	219	218	0,1	231	5,4
5×5×15	160	183	14,3	148	23,7
5×5×20	112	155	38	165	58
		Белая соль			
5×5× 5	295	— нагрузка, служившая исходной для расчета			
5×5×10	198	259	30,8	265	33,8
5×5×15	187	183	2,1	230	23
5×5×20	175	180	2,7	203	16

Совпадение опытных данных с расчетными за исключением трех случаев (отклонение в 38%, 58% и 33,8%) можно считать удовлетворительными. Так как в случае большого отклонения

опытные данные дают меньшие цифры, то можно предполагать в данных случаях наличие случайности (дефекты в образцах и т. п.).

Сравнение с данными испытаний

Отношение высоты к поперечному размеру	1	1,24	1,43	1,77	2	3
Прочность по данным Бантинга	1	0,87	0,82	0,77	0,84	0,71
Прочность, вычисленная из выражения (10)		0,93	0,88	0,8	0,78	0,56
Прочность, вычисленная из выражения (15)	1	0,94	0,91	0,84	0,8	0,62

Совпадение опытных и расчетных данных также можно считать удовлетворительным. Следует отметить, что при сравнении опытных данных с вычисленными можно говорить только о весьма приближенном совпадении получаемых цифр, так сказать о порядке цифр, так как по существу такое совпадение могло бы иметь место только при условии:

1) полной однородности всех испытываемых образцов (в отношении структуры состава и т. п.);

2) полного отсутствия всяких нарушений в образцах (микротрещин и т. д.) или совершенно одинаковой дефективности образцов;

3) производства испытаний в совершенно одинаковых условиях (одно и то же время загружения образца и т. п.).

Как показывают многочисленные исследования, получить совершенно одинаковые по своему строению образцы из одного и того же массива породы почти не представляется возможным. Во всяком образце породы имеются нарушения в форме волосных трещин, причем число этих трещин и их расположение различно для различных образцов. Добиться постановки испытаний в совершенно одинаковых условиях также представляется весьма трудным, а уже весьма небольшое отклонение в скоростях загружения образцов вызывает достаточно резкое изменение в сопротивлении образцов нагрузкам.

Таким образом, при сравнении опытных данных с вычисленными следует иметь в виду главным образом подтверждение общего закона об изменении сопротивления образцов в связи с их величиной и формой.

Определение размеров междукамерных целиков возможно производить, исходя из условия пластического состояния материала. Как известно, при испытании сжатием или растяжением жестких тел установлено, что предел текучести, то есть то нормальное напряжение в одноосном напряженном состоянии, при котором деформации начинают возрастать значительно быстрее, чем напряжения, часто не совпадает с пределом прочности или

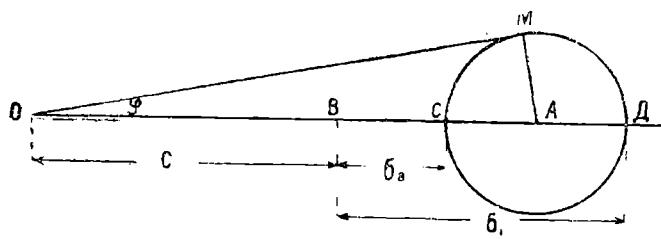
временным сопротивлением данного тела. Интервал между пределом прочности и пределом текучести соответствует пластическому поведению данного тела под нагрузкой.

Условия разрушения характеризуются тем положением, что силы сцепления делаются равными нулю, то есть

$$C = 0,$$

где C — сила сцепления.

Очевидно, что разрушение может наступить только в тот момент, когда в одной или нескольких поверхностях (поверхностях разрушения) величина сцепления делается равной нулю. Величина разрушающего напряжения может быть определена из соответствующего условия течения, если в условие течения ввести силу сцепления C и величину внутреннего трения φ действовавших незадолго до наступления разрушения тела.



8.

Интервал между началом течения и разрушением для различных материалов различен. Если разрушение совпадает с началом течения, то материал является хрупким. Внутреннее трение у него достаточно велико.

Наоборот, если интервал между началом течения и разрушения значителен, то такие материалы относятся к пластичным. Для них величина внутреннего трения обычно незначительна. Горные породы в зависимости от условия действия нагрузки могут рассматриваться как тела хрупкие или как тела пластичные. Рассмотрим условия течения материала.

Для исследования плоского напряженного состояния возьмем график Мора (рис. 8).

Возникающие под действием внешней нагрузки главные напряжения в некоторой точке обозначим через σ_1 и σ_3, причем будем считать, что $\sigma_1 > \sigma_3$, силу сцепления, рассматриваемую как всестороннее давление, обозначим через C, угол внутреннего трения через φ.

Если сложить обе системы действующих сил, то большая и малая ось эллипса напряжений будут соответственно равны

$$c + \sigma_1 \text{ и } \sigma_3 + c.$$

Если представить себе, что в некоторой точке тела напряженное состояние характеризуется равенством главных напряжений, то есть для некоторой точки тела $\delta_1 = \delta_3 = BC$, то на графике Мора такому напряженному состоянию будет отвечать точка C Если $\delta_1 > \delta_3$ и $\delta_1 = BD_1$ и $\delta_3 = BC$, то напряженное состояние будет определяться кругом диаметром CD.

Если при возрастании величины δ_1 круг Мора коснется в точке M прямой OM проведенной через точку O под углом внутреннего трения φ к линии $OД$, то в этом случае угол между направлением напряжения и нормалью, восстановленной в данной точке к так называемой плоскости скольжения, образующей угол $\left|\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right|$ осью эллипса с большой осью напряжений, делается равным углу внутреннего трения φ. При дальнейшем возрастании напряжения δ_1 в этой плоскости возникает скольжение то есть наступает момент, характеризующий начало течения.

Зависимость, связывающая главные напряжения δ_1 и в этот момент с силой сцепления и внутренним трением, и называется условием течения.

Рассматривая рисунок 8, мы из треугольника OMA имеем

$$AM = OA \sin\varphi. \qquad (а)$$

Из построения круга Мора следует, что

$$AM = AC = \frac{(c + \delta_1) - (c + \delta_3)}{2} = \frac{\delta_1 - \delta_3}{2}$$

Из того же построения следует, что

$$OA = c + \delta_3 - \qquad C + {}_2(\delta_1 \quad \delta_3)$$

Таким образом, подставляя в уравнение (а) вместо AM и OA их значения, имеем

$$\delta_1 - \delta_3 = 2 \sin\varphi [c + {}^1/_2 (\delta_1 + \delta_3)]. \qquad (25)$$

При одноосном сжатии, при котором производятся испытания на сжатие образцов, $\delta_3 = 0$, и моменту начала трения будет соответствовать уравнение

$$\delta_1 = 2 \sin\varphi [c + {}^1/_2 \delta_1]. \qquad (26)$$

Откуда имеем

$$\delta_1 = \frac{2 \cdot \sin\varphi}{1 - \sin\varphi} \qquad (27)$$

Беря уравнение (7) и подставляя вместо H величину $\frac{ap}{2}$ (нагрузку на половину целика), получим

$$p_1 = p\left[1 + \frac{3 p_0 \cdot l^2}{a^2 \cdot p}\right] = p + \frac{3\beta \cdot p \cdot l^2}{a^2} \qquad (28)$$

Заменяя в уравнении (28) p его значением и приравнивая p, величине δ, будем иметь окончательно уравнение для отыскания величины a в следующем виде

$$[2\ \sin\varphi\ \ c - \gamma h(1-\sin\varphi)]a^3 - \gamma\ \ h\ \ A\ \ (1-\sin\varphi)\ \ a^2$$
$$-3\ \ \beta\ \ \ h\ \ l^2(1-\sin\varphi)a - 3\beta\ \ \gamma\ \ h\ \ A\ \ l^2(1-\sin\varphi) = 0. \quad (29)$$

Величина C, входящая в уравнение (29), может быть определена из выражения (27), в которое вместо δ_1, подставляется величина сопротивления сжатию для данной породы, то есть

$$c = \frac{k\ (1 - \sin\varphi)}{2 \cdot \sin\varphi} \quad (30)$$

Угол внутреннего трения по предыдущему определяется из выражения (18)

$$\sin\varphi = \frac{n_{кр} - 1}{n_{кр} + 1} \quad (18)$$

Чтобы обеспечить целик определенным запасом прочности, необходимо в выражение, определяющее его размеры, вместо временного сопротивления на сжатие K подставить прочное сопротивление R, равное

$$R = \frac{k}{n}$$

где n — запас прочности.

При выборе коэфициента запаса прочности возможно исходить из следующих соображений.

В строительной практике при решении вопросов прочности того или другого сооружения обычно придерживаются правила, чтобы возникающие в частях сооружения напряжения не превосходили предела упругости материала частей этого сооружения.

Мотивы, вызывающие применение этого правила, заключаются в том, что при переходе напряжений за пределы упругости в частях сооружения возникают остаточные деформации, сильно расстраивающие соединения отдельных частей.

Эти мотивы в приложении к определению размеров целиков вряд ли могут иметь серьезное значение, так как некоторое изменение формы целика под действием нагрузки вполне допустимо.

Это положение позволяет в отношении целиков уменьшать запас прочности при расчете. Однако, с другой стороны, качество материала в сооружениях обычно достаточно хорошо известно, в то время как при определении размеров целиков на основании расчета по данным испытаний образцов приходится делать заключение о прочности всего целика. А между тем хорошо известно, что понятия крепость породы в куске и крепость породы в массиве представляются понятиями различного порядка.

Последнее обстоятельство заставляет, вообще говоря, увеличивать запас прочности.

Обращаясь к факторам, вызывающим требование введения запаса прочности при определении размеров целиков, необходимо отметить следующие из них:

1. Возможность отклонения расчетных сил в сторону повышения по сравнению с принятыми в расчете (наличие, например, прочной жесткой породы в кровле целиков).

2. Случайные силы, не принятые во внимание при расчете, например силы, появляющиеся вследствие тектонических нарушений.

3. Колебания сопротивления вследствие неоднородности материала целика.

4. Некоторые отклонения от запроектированных размеров целиков (например сужение целика, увеличение его высоты).

5. Оставление необходимого резерва в напряженном состоянии целика во избежание появления в нем трещин.

6. Производство работ по выемке с применением взрывных работ или без них.

7. Производство работ с закладкой или без закладки выработанного пространства.

8. Действие фактора времени.

Примерная ориентировочная оценка всех указанных факторов может быть сведена в следующую таблицу:

Таблица 2

№	Наименование фактора, влияющего на выбор коэфициента запаса	Производство работ без закладки с применением буро-взрывных работ	Производство работ с закладкой выработанного пространства
1	Расчетная нагрузка	1	1
2	Возможное увеличение нагрузки за счет наличия жестких пород в комплексе пород кровли	0,50	0,52
3	Случайные силы	0,25	0,10
4	Колебания в сопротивлении породы целика	1	0,50
5	Точность расчетной схемы	0,25	0,10
6	Влияние времени	0,30	0,15
7	Отклонение от расчетной схемы	0,25	0,10
8	Склонность углей самовозгоранию	1	0,50
	Прочие	0,20	0,15
	Итого	4,75	2,80

Таким образом коэфициент запаса при выборе прочного сопротивления в зависимости от способа производства выемки и управления кровлей может колебаться в пределах 5—3.

Обращаясь к опыту заграницы, мы не встречаем здесь регламентированных правил по выбору коэфициента запаса при определении размеров целиков. Только во Франции действовало правительственное распоряжение 1886 г., по которому коэфициент запаса при определении размеров целиков при добыче строительных материалов принимался в пределах 1,5—2.

В строительной практике обычно применяются для различных конструкций следующие коэфициенты запаса прочности.

Таблица 3

	Металлические конструкции	Железобетонные конструкции	Бетонные конструкции	Каменные конструкции
Коэфициент запаса прочности	1,75	2	2,5	3,00

Суммируя все сказанное выше, необходимо притти к заключению, что для угольных месторождений при определении размеров барьерных целиков следует принимать запас прочности в пределах 4—5.

Из рассмотрения выражений (25), (26), (27) вытекает, что возможность оставления (существование) целиков по существу определяется значением следующих величин, входящих в эти выражения,

$$\gamma$$

Из этих выражений следует, что предел возможности существования целиков определяется равенствами

$$k^2 = \gamma^2 \quad h^2.$$

или иными словами, глубина, при которой целики могут существовать, будет равна

$$h = \frac{k}{\gamma}$$

Однако следует иметь в виду, что данное положение относится только к целикам небольших размеров, так как с увеличением размеров целиков условия работы его центральной части приближаются к условиям работы образцов при всестороннем сжатии, когда прочность целика значительно возрастает.