

II. Горное дело

О возможности применения теории упругости к решению задач с деформациями и напряжениями в окружающих выработку горных породах

Проф. В. Д. Слесарев

Количественное определение величины деформаций пород разного рода в горных выработках и связанная с этими деформациями величина горного давления в выработках поднимает вопрос о принципиальной возможности применения к решению этих задач положений теории упругости и вытекающей из последней теории сопротивления материалов.

Горное давление является следствием деформации горных пород, то есть следствием движения этих пород. Если порода, предоставленная сама себе и не закрепленная той или другой крепью, находится в состоянии покоя, то отсутствует и проявление горного давления.

Величина горного давления, очевидно, и измеряется величиной того сопротивления, которое необходимо создать, чтобы воспрепятствовать переходу породы в движение, то есть воспрепятствовать деформациям породы в выработке.

Весьма важно правильное решение задачи о горном давлении и деформациях горных пород, так как они по существу охватывают весь тот комплекс вопросов, который получил название управления горным давлением (управление кровлей) и который является основным и решающим фактором правильного ведения горных работ.

Вследствие этого обстоятельства возникает настоятельная необходимость рассмотреть вопрос о возможности применения теории упругости к решению задач управления горным давлением более детально и выяснить принципиальную возможность (или невозможность) такого применения.

Следует отметить, что в горнотехнической литературе, посвященной рассмотрению этих вопросов, мы встречаемся с неоднократными попытками применить теорию упругости к решению задач горного давления (Шульц, Леон, Шмидт, Керзон, Динник, Белаенко, Цимба-

ревич и др.), однако, широкого распространения в практике горного дела эти решения не получили.

Рассмотрим характер деформаций, испытываемых телом под нагрузкой.

А. А. Michelson, наблюдая деформации твердых тел под нагрузкой (свинец, олово, алюминий, железо, сталь, кварц, стекло, известняк, сланец, мрамор, воск, смола, желатин, резина), установил следующие виды в изменении формы тела во времени:

1) почти внезапно наступающая обратимая деформация (внезапная упругая деформация);

2) медленно наступающая обратимая деформация, скорость которой во времени уменьшается и которая медленно, но полностью восстанавливается (упруго-вязкое перемещение);

3) медленно идущая необратимая деформация (вязкое перемещение), скорость которой также уменьшается во времени.

Теория упругости, как известно, занимается изучением деформаций только первой группы, она оперирует в своих решениях с телами вполне упругими, то есть способными накапливать энергию в потенциальной, обратимой форме.

Вполне упругое тело после приложения определенной нагрузки деформируется, но все его деформации упруги, и после снятия на-

грузки тело возвращается в первоначальное состояние. Остаточные деформации в вполне упругом теле отсутствуют, и теория упругости вопросами остаточных деформаций не занимается.

Общая диаграмма деформаций тела в зависимости от нагрузки имеет вид, представленный на рис. 1.

Как видно из диаграммы, деформации сперва растут пропорционально нагрузкам p . Эта пропорциональность сохраняется до некоторой нагрузки P (точка A), называемой пределом пропорциональности данного материала.

Вблизи точки A лежит точка A' , называемая пределом упругости материала (точки A и A' почти совпадают друг с другом).

До предела упругости A' деформации упруги и после снятия нагрузки исчезают.

Теория упругости и занимается вопросами связи между напряжениями и деформациями в пределах упругих свойств материала, то есть в пределах прямой OA' .

На этом участке кривой деформации подчиняются закону Гука, выражаемому формулой

$$e = \frac{1}{E} \cdot p,$$

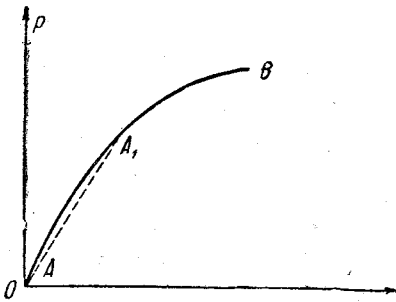


Рис. 1.

где e — относительное удлинение или сжатие, то есть отношение приращения длины тела или его укорочения (Δl) к первоначальной длине l , то есть $e = \frac{\Delta l}{l}$; p — напряжение; E — коэффициент пропорциональности, называемый модулем упругости.

Для таких строительных материалов, как железо, сталь, область упругих деформаций достаточно велика (они обладают высоким пределом упругости) и потому для них вполне возможно в широких пределах пользоваться теорией сопротивления материалов, основанной на принципах теории упругости, для решения различных вопросов напряжений и деформаций.

Для горных пород, согласно данным исследований лабораторий по испытанию строительных материалов, кривая деформаций имеет вид, показанный на рис. 1 (Тимошенко С. П., Кирпичев В. Л., Ясинский С. Ф.).

Прямолинейный отрезок OA кривой деформации OB очень мал или даже вовсе отсутствует, то есть отсутствует линейная пропорциональность между напряжениями и деформациями (закон Гука), являющаяся основой теории упругости. Отсутствие линейной зависимости между напряжениями и деформациями в горных породах повело, как известно, к попыткам связать эти величины или так называемым „степенным“ законом (закон Баха), или „параболическим“ (формула Грюнейзена), или законом Риттера и др.

Испытание образцов горных пород на сжатие или растяжение показывает, что при первом нагружении образцов даже при самых малых нагрузках получают остаточные деформации и только после неоднократного нагружения образцы получают упругую деформацию (Бах, Баушингер). С точки зрения решения вопросов деформации пород в выработках и проявления в них горного давления последнее обстоятельство имеет весьма важное значение, так как при проходке любых горных выработок мы всегда имеем дело только с однократно нагруженными горными породами (загруженными весом вышележащей толщи), то есть с телами, по существу не обладающими способностью к полным упругим деформациям.

Отсюда следует, что по своему характеру горные породы, равновесие которых нарушается проведением тех или других выработок, как не обладающие линейной зависимостью между напряжениями и деформациями, то есть как не подчиняющиеся закону Гука, не могут быть объектом исследования методами теории упругости.

При суждении о возможности приложения к деформациям горных пород в тех или других выработках законов теории упругости необходимо отметить упрощение, допускаемое в некоторых случаях строительной практики при расчете каменных конструкций и заключающееся в замене действительного криволинейного закона деформаций (кривая OA_1) законом прямолинейным (пунктирная прямая OA_2).

Однако такая замена допускается только для небольших напряжений, а именно не более 2 кг/см^2 на разрыв и 35 кг/см^2 на сжатие (Ясинский). Если принять объемный вес горных пород равным $2,5 \text{ т/м}^3$, то глубина, до которой можно с некоторым приближением принять линейный закон, будет равна $\frac{350}{2,5} = 140 \text{ м}$.

Принимая во внимание увеличение давления в опорных зонах, образование которых неизбежно при проведении всякой выработки, указанная глубина понизится до 100—120 м.

Для таких глубин в отношении пород типа крепких песчаников при проведении выработок малых пролетов (подготовительные выработки) еще возможно было бы (в некоторой степени) пользоваться положениями теории упругости для определения напряжений и деформаций, но для глинистых сланцев и других менее прочных пород эта теория не должна быть применена даже и при более мелких глубинах.

Совершенно очевидно, что к любым породам и при любых малых глубинах применение теории упругости невозможно в отношении определения деформаций пород при очистных работах, при которых действуют большие нагрузки.

Из всего сказанного следует, что при малых напряжениях, то есть при весьма небольших нагрузках возможно было бы применение расчетных формул сопротивления материалов для исследования деформаций горных пород. Такие нагрузки мы встречаем при проведении, например, подготовительных выработок небольшой ширины в крепких породах.

Однако и в данном случае целесообразность применения теории упругости вызывает ряд сомнений.

Дело в том, что скорость упругих деформаций, как известно, равна

$$v = \sqrt{\frac{E \cdot g}{\Delta}},$$

где E — модуль упругости материала, подвергающегося упругой деформации; g — ускорение силы тяжести; Δ — объемный вес материала.

Из этого выражения видно, что упругие деформации, которыми только и занимается теория упругости, совершаются почти мгновенно при приложении нагрузки, то есть не зависят от времени, в то время как остаточные деформации, включая сюда и упругое последствие, зависят от времени, что и выражается известным законом Гейсса, имеющим общий вид:

$$e = f(p) + f_1(p, t),$$

где e — деформация; $f(p)$ — упругая деформация, зависящая только от величины нагрузки p ; $f_1(p, t)$ — остаточная деформация, зависящая и от величины нагрузки p и от продолжительности действия нагрузки t .

При проведении выработок мы всегда имеем уже приложенную нагрузку (вес вышележащих пород) в противоположность обычным сооружениям, к которым нагрузки прикладываются после окончания сооружения, вследствие чего упругие деформации совершаются одновременно с проходкой выработки и не могут служить ни для определения давления со стороны окружающих выработку пород, ни для расчета крепления. Последнее устанавливается уже после того, как упругие деформации закончились и происходят или уже произошли

деформации остаточные. Медленно проявляющаяся обратимая деформация (упруго-вязкое перемещение), скорость которой во времени уменьшается и которая медленно, но полностью восстанавливается, является величиной незначительной по сравнению с величиной мгновенно наступающей упругой деформации и потому она вряд ли может иметь какое-либо значение.

Главное же значение несомненно имеют остаточные деформации, которые в зависимости от величины нагрузки и продолжительности ее действия определяют общие условия поведения окружающих выработку пород. Так например, при проходке шахт мы можем, в зависимости от глубины, встретить сильное давление глинистых сланцев, ломающее и разрушающее крепление шахты.

Это давление не может быть отнесено за счет упругого расширения сланцев, так как последнее, вследствие почти мгновенной скорости упругих деформаций, проявилось и закончилось сразу же после вскрытия сланцев до постановки временного крепления. Очевидно это давление является следствием пластической деформации глинистых сланцев, то есть следствием проявления остаточных деформаций, лежащих вне рассмотрения теории упругости.

Обращаясь к очистным работам, следует отметить, что и здесь упругие деформации также весьма малы и не могут играть более или менее значительной роли в поведении окружающих очистные выработки горных пород. Доказательством этого служат многочисленные наблюдения как у нас, так и за границей (ВУГИ, ЦНИМБ, Вейсснер, Барраклоу и др.), показавшие, что при работе с обрушением кровли не наблюдалось случаев заметного обратного движения кровли, то есть восстановления образовавшихся прогибов, как это должно было бы быть при упругих деформациях.

Наблюдения за движением кровли при работе врубовых машин также показывают, что и в этом случае поведение кровли определяется не упругими, а остаточными деформациями, что ясно видно из графиков опускания кровли.

Таким образом и при подготовительных и при очистных работах мы имеем дело не с упругими, а с остаточными деформациями, а потому должны отказаться от применения теории упругости в решении задач о напряжениях и деформациях пород как в тех, так и в других выработках.

Необходимо далее остановиться на попытках применения теории упругости к конечной деформации тела и рассмотреть вопрос о разрушении тел при работах с обрушением кровли.

Следует подчеркнуть, что если теория упругости и позволяет судить о напряжениях, возникающих в материале под действием той или другой нагрузки, то она совершенно не в состоянии дать представление о тех нагрузках, при которых происходит разрушение материала. Многочисленные опыты (см. проф. Кирпичев В. Л. „Сопrotивление материалов“) совершенно ясно показали полную непригодность метода теории упругости к нахождению „критической“, ломающей нагрузки, например при изгибе.

Проф. В. Л. Кирпичев в своем известном курсе „Сопrotивление материалов“ в главе „Предостережение против одного неверного

вывода“ прямо говорит о непригодности всяких попыток распространить выводы теории сопротивления материалов (теории упругости) за пределы упругости вплоть до разрушающих нагрузок.

Ввиду важности этого вопроса рассмотрим его несколько подробнее.

Из сопротивления материалов известно, что внутренняя сила δ , растягивающая крайнее волокно изгибаемого бруска, равна

$$\delta = \frac{M}{W}, \quad (A)$$

где M — изгибающий момент в опасном сечении бруска; W — момент сопротивления в опасном сечении бруска.

Изгибающий момент для бруска, лежащего на двух опорах и изгибаемого силой P , приложенной в его середине, равен

$$M = \frac{P \cdot l}{4},$$

где l — расстояние между опорами.

Момент сопротивления бруска прямоугольного поперечного сечения равен

$$W = \frac{a \cdot h^2}{6},$$

где a — ширина сечения; h — высота сечения.

Подставляя в выражение (A) вместо M и W их значения, будем иметь

$$\delta = \frac{3P \cdot l}{2 \cdot a \cdot h^2}.$$

Из последнего выражения следует, что

$$P = \frac{2}{3} \cdot \delta \cdot \frac{a \cdot h^2}{l}.$$

Если распространить полученное нами выражение до излома бруска, то, очевидно, сила δ должна сделаться равной временному сопротивлению материала бруска на разрыв K_p , так как только в этом случае может произойти излом бруска.

В этом случае будем иметь

$$P = \frac{2}{3} \cdot K_p \cdot \frac{a \cdot h^2}{l} = K \cdot \frac{a \cdot h^2}{l},$$

где K_p — временное сопротивление материала бруска на растяжение; K — коэффициент излома.

Из последнего выражения видно, что коэффициент излома K равен двум третям сопротивления материала бруска разрыву

$$K = \frac{2}{3} \cdot K_p.$$

Однако такое равенство не подтверждается опытом. Для чугуна, например, действительная величина коэффициента излома почти в два раза больше, чем $\frac{2}{3} K_p$.

Для камней величина K от 2,5 до 4 раз больше величины $\frac{2}{3} K_p$, что видно из следующей таблицы результатов опытов лаборатории, приводимой проф. Кирпичевым В. Л. в его „Сопроотивлении материалов“.

Материал	Сопроотивле- ние разрыву	Величина отношения $\frac{2}{3} K_p : K$
Гипс	6,77	0,34
Известняк слабый	8,76	0,35
	11,39	0,31
Цемент, твердевший 5 дней	12,94	0,34
	14,83	0,42
	16,00	0,39
	19,05	0,32
Цемент, твердевший 15 дней	20,90	0,35
	19,05	0,35
	35,72	0,27
Кирпич	29,54	0,25
	33,81	0,24

Несоответствие данных опыта с вычисленными данными не является, как показывает расчет, результатом разницы модулей упругости при растяжении и сжатии указанных материалов, вызывающей изменение положения нейтральной оси, а очевидно является следствием недопустимости распространения выводов теории упругости за пределы упругости вплоть до разрушения материала.

Это положение подтверждается и тем обстоятельством, что и для материалов, у которых модуль упругости, примерно, одинаков при растяжении и сжатии (железо, сталь, чугун и пр.), действительный коэффициент излома значительно больше, чем полученный расчетным путем.

Для чугуна, например, у которого модуль упругости при сжатии равен по Годкинсону 880476 кг/см^2 , а при растяжении 909607 кг/см^2 , то есть у которого наблюдается почти полное равенство модулей упругости при растяжении и сжатии, действительный коэффициент излома почти в два раза больше расчетного; то же самое наблюдается для железа и стали. Помимо этих соображений, указывающих на недопустимость распространения положений теории упругости вплоть до разрушения (излома) материала, необходимо отметить и принципиальную недопустимость такого распространения на случаи обрушения пород при очистных работах.

Как известно, теория упругости требует для своего применения соблюдения закона совместности деформаций и напряжений, определяющего то положение, что изменение расстояния между центрами каждой двух смежных бесконечно малых объемов тела должно быть настолько мало, чтобы исключалась всякая возможность разрывов между этими объемами.

Горные породы в массиве не могут рассматриваться как тела монолитные, вследствие чего Гейм и ввел понятия о „крепости

породы в куске* и „крепости породы в массиве“. Они обычно всегда обладают более или менее резко выраженными трещинами, к которым относятся и трещины естественного кливажа, нарушающие целостность породы. Само производство горных работ неизбежно сопровождается развитием трещин — в подготовительных работах эти трещины проявляются за счет взрывных работ, в очистных — за счет проявления сильного горного давления.

Трещины „вынужденного“ кливажа, „трещины давления“ являются неизбежными спутниками очистных работ, вызванными проявлением сильного горного давления. По своему характеру они являются трещинами типа трещин Людерса или Гартмана.

Эти трещины появляются впереди очистного забоя (в зоне опорного давления) как в кровле, так в почве и в самом разрабатываемом пласте. Наличие таких трещин в окружающих выработку породах ставит вопрос о невозможности соблюдения в этих условиях закона совместности деформаций и напряжений, то есть вопрос о принципиальной недопустимости применения в этих случаях положений теории упругости для исследования деформаций этих пород.

В защиту возможности применения теорий упругости к решению вопросов деформаций и напряжений в окружающих выработку горных породах иногда приводят данные опытов, показывающие, что диаграмма сжатия горных пород во многих случаях остается прямой почти до самого разрушения породы, что позволяет считать эти породы упругими телами вплоть до разрушения породы.

Рассматривая этот вопрос, необходимо отметить, что разделение материалов на хрупкие и пластичные является условным. Хрупкость и пластичность не являются неотъемлемыми физическими свойствами того или другого материала, а определяются общими условиями действия нагрузки и характера загрузки материала.

Один и тот же материал в известных условиях приложения нагрузки может вести себя и как материал хрупкий, и как материал пластичный. Примером может служить закаленное стекло, являющееся в обычных условиях нагрузки материалом хрупким. Однако Консидер показал, что закаленное стекло может при медленном нагружении вести себя как пластичный материал и, наоборот, смола (вар), являющаяся представителем пластичных материалов, при быстром нагружении может вести себя как типично хрупкий материал.

Как известно, физическая характеристика материала в условиях действия нагрузки определяется соотношением скоростей — скорости деформации (v_d), скорости упрочнения — закала (v_y), являющегося следствием пластической деформации, и скорости рекристаллизации — отжига (v_p).

Пластическая деформация может протекать с различными скоростями, но скорость этого процесса имеет определенный предел v_0 . (проф. Кузнецов Н. В.)

Если скорость совершающейся деформации больше предельной скорости пластической деформации при данной температуре, то есть $v_d > v_0$, то пластическая деформация не успевает совершаться и вме-

сто пластической деформации происходит разрушение тела, последнее становится хрупким. Если $v_0 < v_0$, то тело пластически деформируется под действием внешней силы. Здесь возможны два случая:

I. Скорость упрочнения больше скорости рекристаллизации $v_y > v_p$. При этом условии предел текучести повышается, тело перестает течь и становится упругим.

II. Скорость упрочнения меньше скорости рекристаллизации $v_y < v_p$. В этих условиях тело, все время упрочняясь от пластической деформации, успевает „отдыхать“ вследствие процесса рекристаллизации и проявляет типичные свойства пластичности.

При данной температуре скорость рекристаллизации является постоянной ($v_p = \text{const}$) и потому физическая характеристика материала будет определяться скоростью деформации „ v_0 “ и соответствующей скоростью упрочнения v_y . При увеличении скорости деформации v_0 возрастает и v_y .

При известной скорости деформации скорость упрочнения может сделать больше скорости рекристаллизации и тело делается упругим и, наоборот, при $v_y < v_p$ тело становится пластичным.

Горные породы обладают способностью принимать закал (наклеп), т. е. упрочняться, будучи подвергнуты нагрузке, а затем освобождены от нее. Доказательством этого служит изменение физической характеристики пород в зоне Тромпетера, то есть в зоне, освобожденной от напряжения, вызванного весом вышележащих пород. О повышении прочности пород при освобождении их от давления говорят приводимые Бульманом данные многих наблюдателей над разработкой отдельных пачек угля в Англии, профессора Ячевского над слоевой выемкой мощных пластов в Домбровском бассейне, наблюдения профессора Шпакелера над изменением свойств глинистого сланца при работах в Верхней Силезии (шахта „Лоберг“ и др.), а также данные наблюдений К. Преклика, Гренгга, Баха, Баушингера и др.

Таким образом данные испытаний образцов пород вовсе не будут характеризовать физические свойства этих пород, если условия опытов и условия пород в выработке будут различны.

Отсюда понятно требование некоторых лабораторий по испытанию строительных материалов, заключающееся в том, что строительные материалы должны испытываться в условиях работы этих материалов в сооружениях. Величина горного давления со стороны кровли выработки (см. Слесарев В. Д. „Крепление подземных горных выработок“), равна

$$p = \gamma \cdot h - \frac{4}{3} \cdot k_p \cdot \frac{h^2}{l_{\text{ЭКВ}}^2},$$

где h — мощность породы кровли;

γ — объемный вес породы кровли;

k_p — временное сопротивление породы на разрыв;

$l_{\text{ЭКВ}}$ — эквивалентный пролет выработанного пространства.

Величина эквивалентного пролета выработанного пространства при достигнутых в настоящее время скоростях подвигания забоя увеличивается медленно, вследствие чего увеличение давления p происходит также медленно, то есть общий характер возрастания давления соответствует медленному загрузению, при котором скорость развивающейся в рабочем пространстве забоя деформации кровли v_0 будет значительно меньше предельной скорости пластической деформации v_0 , и потому кровля будет испытывать пластический прогиб, и только в результате действия времени, когда скорость пластической деформации превзойдет предельную скорость v_0 , произойдет разрушение породы кровли (обрушение кровли), то есть при условии:

$$\frac{g \left[\gamma \cdot h - \frac{4}{3} \cdot k_p \cdot \frac{h^2}{l^2_{\text{ЭКВ}}} \right]}{\gamma \cdot h} \cdot t > v_0,$$

где g — ускорение силы тяжести; t — время.

Данное выражение относится к случаю незакрепленной кровли. При учете крепления это выражение напишется следующим образом:

$$\frac{g \left[\gamma \cdot h - \frac{4}{3} \cdot k_p \cdot \frac{h^2}{l^2_{\text{ЭКВ}}} \right]}{\gamma \cdot h} \cdot z \cdot t > v_0,$$

где z — коэффициент, учитывающий сопротивление крепления движению кровли и зависящий от типа крепления.

Очевидно испытания образцов горных пород должны быть поставлены в условия медленного загрузения, соответствующего загрузению кровли в рабочем пространстве забоя; только при этих условиях возможно получить представление о действительной физической характеристике породы, отвечающей ее поведению в горных выработках.

Необходимо отметить также следующее обстоятельство, весьма затрудняющее, если не исключаящее совсем, применение теории упругости к исследованию деформаций горных пород.

В пределах упругости величина относительного поперечного укорочения (сжатия) изменяется пропорционально нормальному напряжению растяжения и составляет всегда некоторую часть относительного удлинения.

Коэффициент пропорциональности носит, как известно, название постоянной Пуассона или коэффициента Пуассона. Коэффициент Пуассона μ и модуль упругости E характеризуют собой все упругие свойства материала.

Однако исследования Баха показали, что для таких материалов, как горные породы, чугун, бетон, величина модуля упругости не является постоянной, а зависит от тех нагрузок, при которых происходит определение модуля.

В зависимости от этих нагрузок величина модуля может для одного и того же материала изменяться в очень широких пределах, например, для чугуна от 4000 кг/мм^2 до 14000 кг/мм^2 , а следовательно изменяется и коэффициент Пуассона.

Специфической особенностью горных пород является переменный модуль упругости. Профессор Л. И. Онищик по этому поводу отмечает, что в то время как для металла, в пределах упругости, модуль упругости может рассматриваться как постоянная величина, для каменных материалов ни в каких пределах напряжений модуль упругости не сохраняет своего постоянного значения. По мере возрастания напряжений модуль упругости непрерывно уменьшается. Закон изменения модуля упругости горных пород от нулевого напряжения до временного сопротивления до настоящего времени нам неизвестен.

Вследствие зависимости упругих постоянных горных пород от величины напряжений создается такое положение, при котором для того, чтобы определить величину деформаций или напряжений в породах, окружающих выработку, необходимо знать упругие постоянные породы (m и E), а для того, чтобы определить эти постоянные, необходимо знать соответствующую величину напряжений, то есть дать более или менее точное решение вопроса не представляется возможным.

Суммируя все сказанное, необходимо прийти к заключению, что вследствие отсутствия линейной связи между напряжениями и деформациями, наличия больших остаточных деформаций даже при сравнительно небольших нагрузках, отсутствия соблюдения закона совместности деформаций и напряжений, невозможности решения задач в области разрушения материала, изменения упругих постоянных пород в зависимости от напряжений, — применение теории упругости и основанной на ней теории сопротивления материалов к решению вопросов деформации горных пород и вопросов горного давления вряд ли представляется возможным и целесообразным, так как полученные при ее помощи решения далеко отстоят от действительности и даже приближенно не в состоянии дать истинную картину в области деформации горных пород и проявления горного давления. Подтверждением этого вывода служит современная практика каменных конструкций, при сооружении которых основную роль играют не расчет, а конструктивные соображения. Значение последних настолько велико, что объем кладки, в которой на 75—100% использованы допускаемые напряжения, составляет не более 40% от всей массы кладки, в остальной части кладки напряжения значительно ниже допускаемых. При расчете каменных конструкций модуль упругости не рассматривается как неизменная константа, характеризующая материал при всех условиях его работы, а принимается модуль упругости, полученный из опыта, аналогичного действительным условиям работы каменной конструкции.

Повидимому более приемлемой теорией для определения деформаций кровли выработки и определения величины горного давления является теория предельных пролетов выработки (Слесарев В. Д. „Крепление подземных горных выработок“).

Согласно этой теории предел упругих деформаций кровли определяется выражением

$$\frac{\gamma \cdot l^2}{8 \cdot k_p} = \frac{h}{6},$$

где h — мощность породы; γ — объемный вес породы; k_p — сопротивление породы на разрыв; l — пролет выработки. Умножая обе части этого выражения на h , имеем:

$$\frac{\gamma \cdot h \cdot l^2}{8 \cdot k_p} = \frac{h^2}{6} \quad \text{или} \quad \frac{(\gamma \cdot h \cdot l) \cdot l}{8 \cdot k_p} = \frac{h^2}{6} \quad \text{или} \quad \frac{P \cdot l}{8 k_p} = \frac{h^2}{6},$$

откуда

$$P = \frac{4}{3} \cdot k_p \cdot \frac{h^2}{l}. \quad (B)$$

Последнее выражение в точности соответствует общей нагрузке балки, выраженной через формулу изгиба при загрузении балки равномерно распределенной нагрузкой интенсивностью $p = \gamma \cdot h$ при ширине балки равной единице.

Излом породной балки согласно теории предельных пролетов лежит в пределах длины балки l , определяемых условиями:

$$\frac{\gamma \cdot l^2}{8 \cdot k_p} = \frac{h}{3} \quad (\text{нижний предел})$$

и

$$\frac{\gamma \cdot l^2}{8 \cdot k_p} = \frac{h}{2}. \quad (\text{верхний предел})$$

Умножая обе части первого выражения на $\frac{h}{2}$, а второго на $\frac{h}{3}$, будем иметь:

$$\frac{\gamma \cdot h \cdot l^2}{16 \cdot k_p} = \frac{h^2}{6} \quad \text{или} \quad \frac{P \cdot l}{16 \cdot k_p} = \frac{h^2}{6}$$

и

$$\frac{\gamma \cdot h \cdot l^2}{24 \cdot k_p} = \frac{h^2}{6} \quad \text{или} \quad \frac{P \cdot l}{24 \cdot k_p} = \frac{h^2}{6}.$$

Определяя из этих выражений величину ломающей нагрузки $P = \gamma \cdot h \cdot l$, будем иметь:

$$P = \frac{8}{3} \cdot k_p \cdot \frac{h^2}{l} \quad \text{и} \quad P = 4 \cdot k_p \cdot \frac{h^2}{l}.$$

Сравнивая полученные выражения с выражением (B), легко видеть, что коэффициент излома K , определенный согласно теории предельных пролетов, от 2 до 3 раз более временного сопротивления породы на растяжение, то есть коэффициент излома, полученный согласно этой теории, соответствует коэффициенту излома лабораторных опытов. Следует отметить, что исследования Баха привели его к заключению, что для неоднородных материалов, сопротивление которых сжатию и растяжению различно (горные породы), момент упругих сил при разломе в два и более раза больше момента, определяемого обычным расчетом.

Также необходимо указать, что и данные наблюдений опытов с моделями, проведенных в лаборатории Ленинградского Горного института под руководством Г. Н. Кузнецова, также подтвердили справедливость выводов теории предельных пролетов относительно излома породы.