Записки Ленинградского ордена Ленина и ордена Трудового Красного Знамени горного института, том XXXIII, вып. 3, 1956 г.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ В ПОЛУЖЕСТКИХ МУФТАХ С ДВУМЯ ГОФРАМИ

Доц. Л. С. Бурштейн

Методика определения перемещений в полужесткой муфте с одной гофрой была изложена ранее.* На практике, в целях повышения эластичности часто применяют две или три гофры. Увеличение числа гофр изменяет условия деформации и требует отдельного рассмотрения. Данная работа имеет целью выяснение влияния гофр на перемещения всей муфты и отдельных ее элементов.

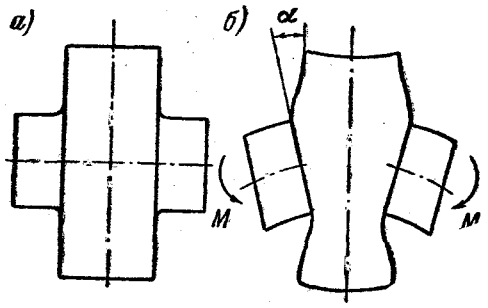


Рис. 1

Основной величиной, определяющей эластичность муфты, является угол поворота α (рис. 1). Он зависит от величины изгибающего момента M, размеров и материала гофры. В дальнейшем принимаем угол α, равно как и размеры муфты, заданными.

1. Перемещения, вызванные деформацией гофр

Рассмотрим перемещения элементов муфты с двумя гофрами, подвергающейся чистому изгибу. На рис. 2 дано схематическое изображение муфты с двумя гофрами. Расположение обеих гофр относительно середины муфты принимаем симметричным, как это обычно имеет место на практике. Муфта изгибается двумя моментами, приложенными к ее концам. Оба конца муфты шарнирно оперты. Одна из опор неподвижна, другая подвижная. Сплошными линиями показано положение муфты до деформации, пунктирными — после деформации.

Для определения перемещений муфты, обусловленных только деформацией гофры, будем считать оси цилиндрических отрезков муфты, примыкающих к гофрам, прямолинейными как до, так

* См. Бурштейн Л. С. Исследование упругой линии полужесткой муфты. Записки Ленинградского горного института, 1954, т. XXIX, вып. 3.

и после деформации гофр. В результате деформации торцевых стенок гофр левый конец муфты (рис. 2, точка А) перемещается вправо по горизонтали на величину x_0. При этом оси гофр поворачиваются на угол $\varphi_г$ каждая, и сами гофры поднимаются на величину v. Концевые сечения муфты (правое и левое) поворачиваются соответственно на углы $\varphi_п$ и $\varphi_л$.

Для определения перемещений x_0, $\varphi_г$, v, $\varphi_л$ и $\varphi_п$ представим себе, что обе концевые опоры не препятствуют повороту цилиндриче-

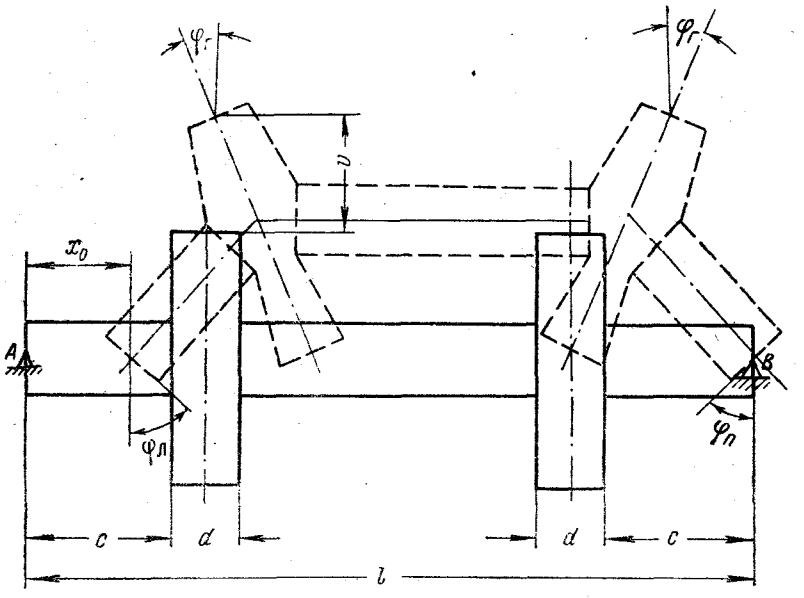


Рис. 2

ских отрезков муфты относительно стенок гофр на угол α, обусловленный действием изгибающего момента на гофру (рис. 3). На рис. 3 вместо частей цилиндрического стержня показаны только их оси. Отнесем к правой гофре правую и среднюю части стержня, а к левой гофре—левую часть стержня. Результат не изменится, если мы среднюю часть стержня отнесем не к правой, а к левой гофре. Для перевода муфты из положения, показанного на рис. 3 сплошными линиями, в положение, занимаемое ею в действительности (пунктирные линии) при деформации гофр, переместим сначала в действительное положение правую часть, а затем левую.

Перемещения правой части деформированной муфты производим в следующей последовательности:

1) вертикально вверх на величину $y_п$;
2) горизонтально вправо на величину $x_п$;
3) поворот вокруг точки A на угол $\varphi_г$.

Перейдем к определению указанных перемещений.

а) Угол поворота оси гофры

Из условий симметрии вытекает, что правая и левая гофры должны повернуться симметрично на один и тот же угол. При этом центры гофр $O_{п_1}$ и $O_{л_1}$ должны находиться на одинаковом удалении

от основной недеформированной оси муфты. Следовательно, при деформации гофр средняя часть стержня муфты располагается горизонтально, а линии *aa* и *bb*, перпендикулярные к этой оси, располагаются вертикально. Этому положению соответствует поворот правой и левой гофр на угол $\varphi_г = \alpha$.

Аналогичными перемещениями присоединяем левую часть муфты к правой.

б) Горизонтальное перемещение подвижного конца муфты

Согласно рис. 3, горизонтальное перемещение левого конца муфты x_0 равно:

$$x_0 = BB_2 = AB - AB_2,$$

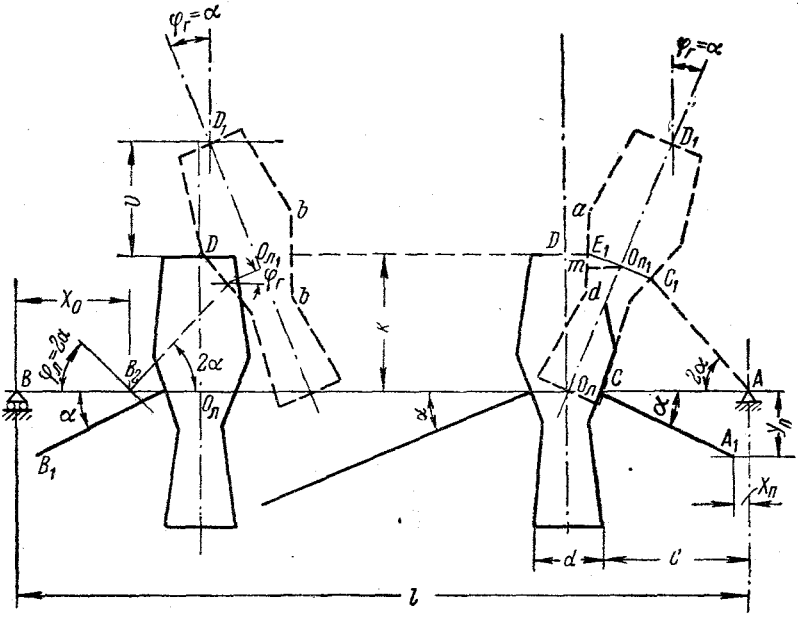


Рис. 3

где

$$AB = l \text{ и } AB_2 = 2c\cos\alpha + 2d\cos\varphi_г - (l - 2c - 2d).$$

Отсюда

$$x_0 = 2c(1 - \cos 2\alpha) + 2d(1 - \cos\alpha). \qquad (1)$$

в) Перемещение гофры в вертикальном направлении

Вертикальное перемещение оси средней части стержня муфты, согласно рис. 3,

$$k = AC_1 \sin 2\alpha + C_1E_1 \sin\alpha$$

или

$$k = l\sin 2\alpha + d\sin\alpha. \qquad (2)$$

Вертикальное перемещение крайней точки D оси гофры, согласно рис. 3,

$$v = k + O_{п_1}D_1\cos\alpha - E_1m - R_н,$$

где $R_н$ — наружный радиус гофры.

Подставляя вместо k его значение, согласно уравнению (2), получим

$$v = c \sin 2\alpha + d \sin \alpha + R_н \cos \alpha - \frac{d}{2} \sin \alpha - R_н$$

или окончательно

$$v = c \sin 2\alpha + \frac{d}{2} \sin \alpha - R_н (1 - \cos \alpha). \qquad (3)$$

г) Углы поворота концевых сечений муфты

Из условия симметрии вытекает, что $\varphi_л = \varphi_п = 2\alpha$. Полный угол поворота концевых сечений муфты

$$\varphi_л + \varphi_п = 4\alpha.$$

2. Перемещения, вызванные деформацией стержня муфты

Для анализа влияния деформации стержня на перемещения муфты воспользуемся методом, примененным ранее для муфты с одной гофрой, а именно путем последовательных перемещений деформированных частей муфты совместим оба концевых сечения муфты с опорами на оси недеформированной муфты.

Вначале предположим, что деформируются только крайние части стержня муфты, а средняя часть остается недеформированной. К полученному таким путем результату добавим перемещения, вызванные деформацией средней части стержня.

Схема деформации показана на рис. 4. Индексом I обозначено положение муфты, обусловленное деформацией гофр, без учета влияния деформации стержня. Индексом II обозначено положение муфты, обусловленное деформацией гофр и крайних частей стержня и, наконец, индексом III обозначено положение муфты, обусловленное деформацией гофр и всех частей стержня (крайних и средних). Как и на предыдущих схемах, вместо цилиндрических стержней показаны только их оси.

а) Угол поворота оси гофры

Если предположить, что деформируемыми являются только боковые части стержня муфты A_1K и B_1C (рис. 4), а средняя часть EE стержня является идеально твердой, то из условия симметрии получим, что ось средней части муфты $E_1'E_1'$ (положение II) должна остаться горизонтальной (см. стр. 249), а перпендикулярные к ней отрезки aa' и bb' займут вертикальное положение. В этом случае угол поворота гофры $\varphi_{г_1}$, как уже было показано выше (в связи с вертикальностью отрезков aa' и bb'), равен углу α. Искривление боковых частей стержня ввиду симметрии не влияет на угол поворота оси гофры. Это искривление обусловливает одинаковые перемещения обоих гофр вправо по горизонтали и вверх по вертикали, оставляя без изменения угол поворота оси гофры. Изображенные на рис. 4 положения муфты для случая недеформированных и деформированных стержней (положения I, II, и III) являются единственно возможными. Для недеформированных стержней единственность положения муфты, согласно рис. 4, объясняется перпендикулярностью осей стержней к плоскости, по которым происходит их сопряжение с гофрой. Эти плоскости, как показывает опыт, не искривляются, а только повора-

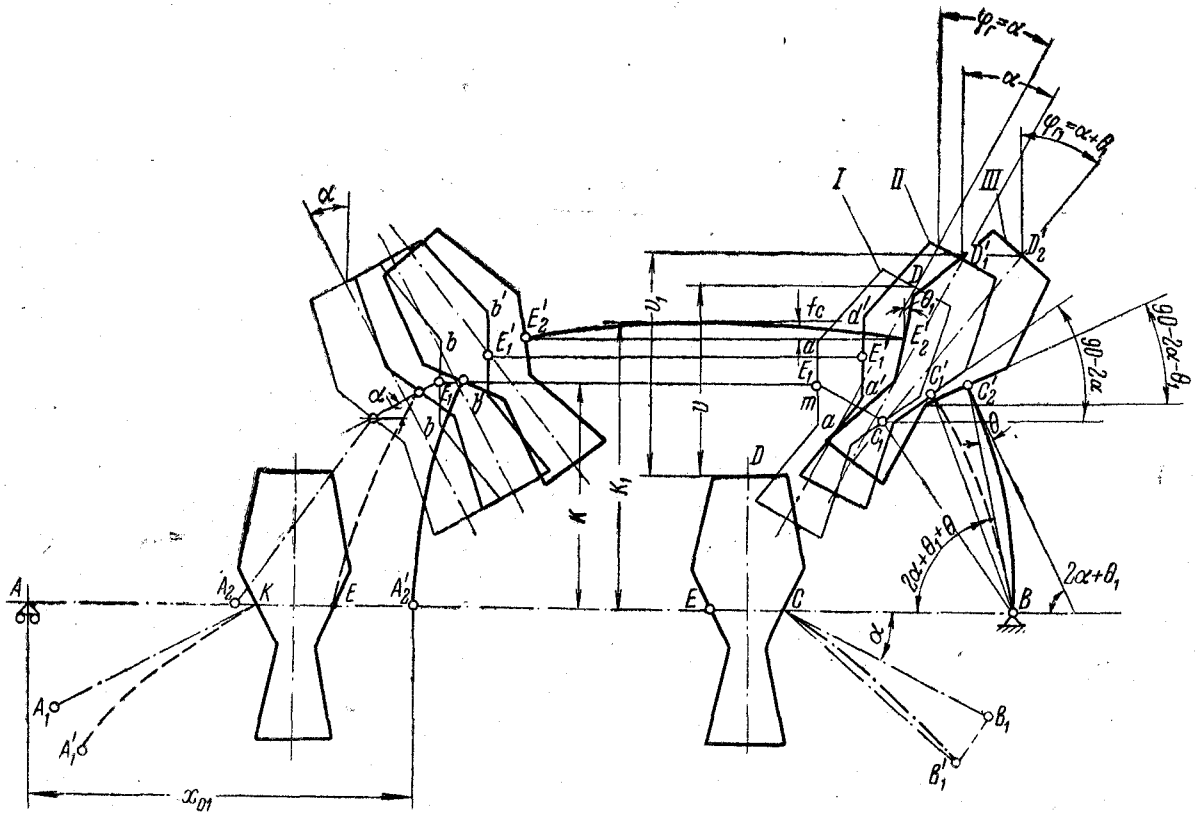

$\varphi_1=\alpha$
α
$\varphi_{11}=\alpha+\theta_1$
I
II
III
D_1'
D_2'
D
θ_1
$90-2\alpha-\theta_1$
$90-2\alpha$
f_c
d'
E_2'
E_1'
E_1
C_1'
C_2'
a'
m
a
C_1
C_2
θ_1
U_1
U
K_1
K
α_{11}
b
b'
E_1'
E_2'
$2\alpha+\theta+\theta_1$
$2\alpha+\theta_1$
A
A_2
K
E
A_2'
E
C
B
α
A_1
A_1'
B_1
B_1'
x_{01}

Рис. 4

чиваются относительно первоначального положения на угол α. Для случая деформированных стержней единственность положения муфты (рис. 4) объясняется перпендикулярностью касательных к изогнутым осям стержней в точках сопряжения этих осей с гофрами.

Возвращаясь к вопросу об определении угла поворота оси гофры, необходимо отметить, что, в отличие от боковых стержней, средняя часть стержня оказывает влияние на угол поворота оси гофры. Благодаря деформации средней части стержня муфты, отрезки $a'a'$ и $b'b'$ повернутся относительно вертикали каждая на угол θ, соответствующий углу поворота концевых сечений стержня в результате чистого изгиба. Таким образом, получим

$$\varphi_{r_1} = \alpha + \theta_1, \tag{4}$$

где

$$\theta_1 = \frac{32\,M\,(l - 2d - 2c)}{E\pi D^4\,(1 - k^4)}.$$

б) Горизонтальное перемещение подвижного конца муфты

Горизонтальное перемещение левого конца муфты (рис. 4) равно:

$$AA_2' = x_{0_1} = AB - A_2B',$$

где

$$AB = l, \qquad A_2'B = 2BC_2'\cos(2\alpha + \theta_1 + \theta) + 2C_2'E_2'\cos\varphi_{r1} + E_2'E_2'$$

и

$$\theta = \frac{32\,Mc}{E\pi D^4\,(1 - k^4)},$$

$$A_2'B = 2c\cos(2\alpha + \theta_1 + \theta) + (l - 2c - 2d) + 2d\cos\varphi_{r1}.$$

Отсюда получаем:

$$x_{01} = l - [2c\cos(2\alpha + \theta_1 + \theta) + (l - 2c - 2d) + 2d\cos\varphi_{r1}]$$

или

$$x_{01} = 2c\,[1 - \cos(2\alpha + \theta_1 + \theta)] + 2d\,[1 - \cos(\alpha_1 + \theta_1)]. \tag{5}$$

в) Перемещения гофры в вертикальном направлении

Вертикальное перемещение оси средней части стержня муфты (рис. 4)

$$k_1 = BC_2'\sin(2\alpha + \theta_1 + \theta) + C_2'E_2'\sin\varphi_{r1} + f_c,$$

где

$$f_c = \frac{Mm^2}{8EI}, \qquad I = \frac{\pi D^4\,(1 - k^4)}{64}, \qquad m = l - 2c - 2d,$$

$$k_1 = c\sin(2\alpha + \theta_1 + \theta) + d\sin(\alpha + \theta_1) + \frac{8Mm^2}{E\pi D^4\,(1 - k^4)}. \tag{6}$$

Вертикальное перемещение крайней точки D оси муфты

$$v_1 = BC_2'\sin(2\alpha + \theta_1 + \theta) + R_н\cos\varphi_{r1} + \frac{d}{2}\sin\varphi_{r1} - R_н$$

или

$$v_1 = c\sin(2\alpha + \theta_1 + \theta) + \frac{d}{2}\sin(\alpha + \theta_1) - R_н\,[1 - \cos(\alpha + \theta_1)]. \tag{7}$$

г) Углы поворота концевых сечений муфты

Так же, как и для случая недеформированных стержней, из условия симметрии получаем:

$$\varphi_л = \varphi_п = 2\alpha + \theta_1 + \theta.$$

Полный угол поворота концевых сечений муфты равен

$$\varphi_л + \varphi_п = 2(2\alpha + \theta_1 + \theta).$$

Изложенная методика определения перемещений в муфтах с двумя гофрами может быть распространена и на муфты с тремя гофрами.

Поступило
16 V 1954 г.