Записки Ленинградского ордена Ленина и ордена Трудового Красного Знамени горного института, том XXXII, вып. 2, 1955 г.

НОВЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА НЕРАВНОМЕРНОГО ДВИЖЕНИЯ ГРУНТОВЫХ ВОД ПРИ НАКЛОННОМ ВОДОУПОРЕ

Канд. геолого-минералогич. наук Чжан Чжун-инь

Существуют различные методы гидравлического расчета движения грунтового потока в однородной среде при плоском наклонном водоупоре. Эти методы характеризуются различной степенью приближенности. Так, формулы Г. Н. Каменского [1] не имеют строгого теоретического обоснования. Метод акад. Н. Н. Павловского [2] тоже в известной мере является приближенным, так как по этому методу расчета поверхности равных напоров в условиях плоской задачи рассматриваются как вертикальные плоскости.

Метод Н. Н. Павловского можно считать в настоящее время наиболее точным, так как он основан на строгом математическом выводе и его основные положения очень близки к истинной картине движения, когда уклон водоупора и уклон депрессионной поверхности невелики.

Предлагаемый в настоящей статье новый метод также является приближенным, но он основан на достаточно строгом математическом выводе. Определение расхода и построение кривой депрессии по этому методу проще и удобнее, чем по методу Н. Н. Павловского.

Основные принципы предлагаемого метода. Рассмотрим грунтовый поток при обратном уклоне водоупора, т. е. когда $i < 0$.

На рис. 1 представлена физическая картина движения в однородном пласте при наклонном водоупоре. Линия тока на границе плоского наклонного водоупора должна быть прямой, а на поверхности грунтовых вод линия депрессии должна быть кривой. Поэтому линии тока между указанными пограничными линиями должны быть кривыми, но кривизна их, очевидно, уменьшается вниз до нуля. Если кривизна поверхности грунтовых вод небольшая, то линии тока можно практически считать прямыми.

В указанных условиях движения, т. е. при обратном уклоне водоупора, представим горизонтальную плоскость, которая разделяет грунтовый поток на две части: верхнюю, характеризующуюся безнапорным движением, и нижнюю, движение в которой рассматривается как напорное (рис. 1).

Таким образом,

$$q = q_1 + q_2, \qquad (1)$$

где q — единичный расход всего потока (расход, отнесенный к единице ширины потока);
q_1 — единичный расход потока верхней части;
q_2 — единичный расход потока нижней части.

По общеизвестной формуле можно определить

$$q_1 = k\frac{h_1^2 - h_2^2}{2L} = k\frac{\Delta H}{L}\frac{h_1 + h_2}{2}, \qquad (2)$$

где k — коэффициент фильтрации водоносного пласта;
h_1, h_2 — мощности грунтового потока верхней части в первом и втором сечениях;

$$\Delta H = h_1 - h_2;$$

L — горизонтальное расстояние от первого до второго сечения.

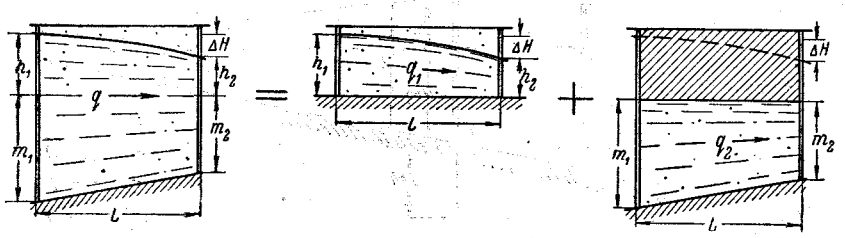


Рис. 1. Схема движения грунтовых вод в однородном пласте при наклонном водоупоре и разделения грунтового потока на две части

По формуле В. И. Давидовича [3] определяем

$$q_2 = k\frac{\Delta H}{L}\frac{m_1 - m_2}{\ln m_1 - \ln m_2}, \qquad (3)$$

где m_1, m_2 — мощности грунтового потока нижней части в первом и втором сечениях.

Подставляя выражения (2) и (3) в формулу (1), получим

$$q = k\frac{\Delta H}{L}\left(\frac{h_1 + h_2}{2} + \frac{m_1 - m_2}{\ln m_1 - \ln m_2}\right). \qquad (4)$$

Установим местоположение горизонтальной плоскости, разделяющей весь грунтовый поток на верхнюю и нижнюю части.

Предварительно необходимо изучить действительную картину распределения линий равных напоров в вертикальном разрезе. Они должны быть перпендикулярны линиям тока, поэтому линии равных напоров должны быть перпендикулярны водоупору и поверхности грунтового потока. Если кривизна поверхности грунтового потока небольшая, то линии равных напоров можно практически считать перпендикулярными прямой линии AC (рис. 2), пересекающейся с поверхностью грунтового потока в первом и втором сечениях. Если прямую AC продолжить до пересечения с линией, проведенной в соответствии с наклоном водоупора, то получим точку O, из которой можно провести дуги концентрических кругов. Эти дуги (при малой кривизне) будут очень близки к истинным линиям равных напоров.

Горизонтальная линия OO', проведенная через точку O, будет следом искомой горизонтальной плоскости, так как она почти перпендикулярна дугам концентрических кругов.

Из рис. 2, очевидно, имеем:

$$\frac{h_1}{T_1}=\frac{h_2}{T_2}=\frac{h_1+h_2}{T_1+T_2}=\frac{h_1-h_2}{T_1-T_2}=\frac{\Delta H}{T_1-T_2}; \tag{5}$$

$$\frac{m_1}{T_1}=\frac{m_2}{T_2}=\frac{m_1-m_2}{T_1-T_2}=\frac{\Delta M}{T_1-T_2}, \tag{6}$$

где T_1, T_2 — мощности грунтового потока над водоупором в первом и втором сечениях;

$$\Delta M=m_1-m_2=T_1-T_2-\Delta H.$$

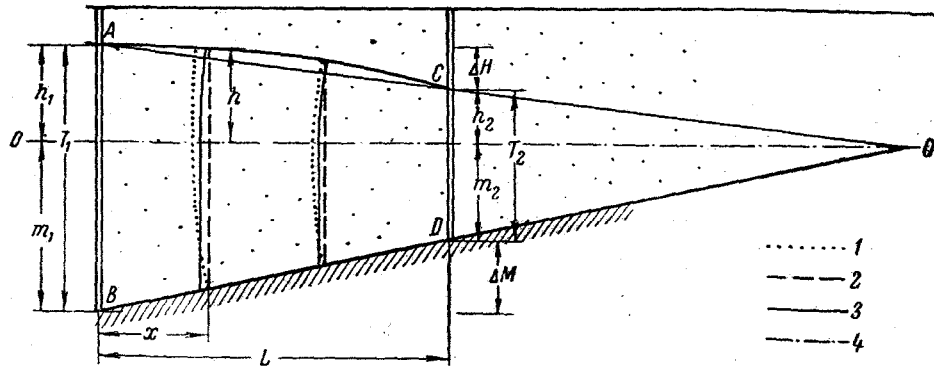


Рис. 2. Линии равных напоров:

1 — истинные; *2* — по Н. Н. Павловскому; *3* — по предложению автора; *4* — горизонтальная плоскость, делящая поток на две части

Тогда из выражений (2) и (5)

$$q_1=k\frac{\Delta H}{L}\frac{h_1+h_2}{2}=k\frac{\Delta H}{L}\frac{\Delta H}{2}\frac{T_1+T_2}{T_1-T_2} \tag{7}$$

и из (3) и (6)

$$q_2=k\frac{\Delta H}{L}\frac{m_1-m_2}{\ln m_1-\ln m_2}=k\frac{\Delta H}{L}\frac{\Delta M}{\ln T_1-\ln T_2}. \tag{8}$$

Суммируя формулы (7) и (8), получаем

$$q=q_1+q_2=k\frac{\Delta H}{L}\left(\frac{\Delta H}{2}\frac{T_1+T_2}{T_1-T_2}+\frac{\Delta M}{\ln T_1-\ln T_2}\right) \tag{9}$$

или

$$q=k\frac{\Delta H}{L}\left[\frac{\Delta H}{2}\frac{T_1+T_2}{T_1-T_2}+\frac{0{,}434\,(T_1-T_2-\Delta H)}{\lg T_1-\lg T_2}\right]. \tag{10}$$

По формулам (9) или (10) можно определить расход грунтового потока не только при обратном, но и при прямом уклоне водоупора, если заданы величины k, L, T_1, T_2 и ΔH.

Анализ полученных решений. Приведем краткий анализ зависимости (10) при различных случаях движения.

При обратном уклоне водоупора $\Delta M>0$, т. е. $T_1>T_2+\Delta H$, имеем $q_1>0$, $q_2>0$ и $q=|q_1|+|q_2|$ (рис. 2).

При прямом уклоне водоупора $\Delta M<0$, т. е. $T_1<T_2+\Delta H$, могут быть две формы кривой депрессии:

1. Кривая спада при $T_1 > T_2$ (рис. 3, *а*). В этом случае $q_1 > 0$, но $q_2 < 0$ и $q = |q_1| - |q_2|$. Здесь q_2 — фиктивный, воображаемый расход вспомогательного потока в области, ограниченной водоупором BD и горизонтальной плоскостью $O'O$.

2. Кривая подпора при $T_1 < T_2$ (рис. 3, *б*). В этом случае $q_1 < 0$, но $q_2 > 0$ и $q = -|q_1| + |q_2|$. Здесь q_1 — также фиктивный, воображаемый расход вспомогательного потока в области, ограниченной прямыми OO' и AC.

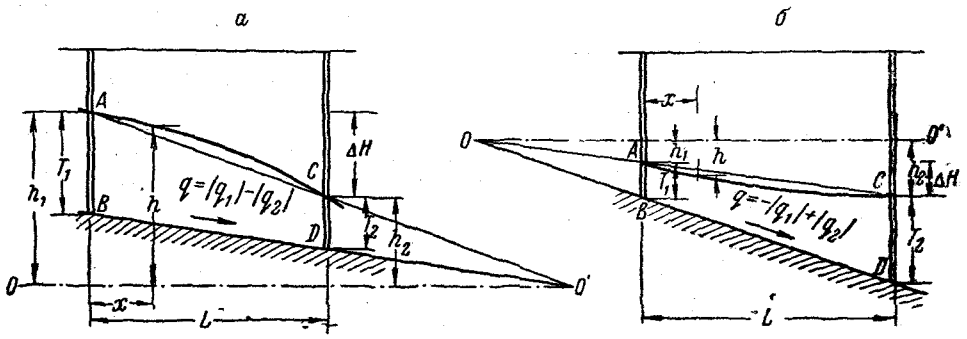


Рис. 3. Схема движения грунтового потока при прямом уклоне водоупора:
а — кривая спада; *б* — кривая подпора

В условиях, близких к равномерному движению, когда T_1 и T_2 мало отличны друг от друга, пользование формулой (10) затруднительно. Полученное решение можно представить в форме, удобной для расчета.

Рассмотрим случай, когда движение происходит при обратном уклоне водоупора. Тогда $\Delta M > 0$, т. е. $T_1 > T_2 + \Delta H$, и $0 < \frac{T_1 - T_2}{T_2} < 1$.

Формулу (9) можно перестроить следующим образом

$$q = k\frac{\Delta H}{L}\left[\frac{\Delta H}{2}\frac{T_1 + T_2}{T_1 - T_2} + \frac{T_1 - T_2 - \Delta H}{\ln T_1 - \ln T_2}\right] =$$

$$= k\frac{\Delta H}{L}\left[\frac{\Delta H}{2}\frac{\Delta T + 2T_2}{\Delta T} + \frac{\Delta T - \Delta H}{\ln\left(1 + \frac{\Delta T}{T_2}\right)}\right] =$$

$$= k\frac{\Delta H}{L}\left[\frac{\Delta H}{2} + \frac{\Delta H T_2}{\Delta T} + \frac{\Delta T - \Delta H}{\ln\left(1 + \frac{\Delta T}{T_2}\right)}\right], \qquad (11)$$

где $\Delta T = T_1 - T_2$.

Обращаясь к последнему члену формулы в скобках и обозначая $\frac{\Delta T}{T_2} = u$, заметим, что величину $\frac{1}{\ln(1+u)}$ можно представить в виде

$$\frac{1}{\ln(1+u)} = \frac{1}{u - \frac{u^2}{2} + \frac{u^3}{3} - \frac{u^4}{4} + \ldots + (-1)^{n+1}\frac{u^n}{n} + \ldots} =$$

$$= \frac{1}{u}\frac{1}{1 - \left(\frac{u}{2} - \frac{u^2}{3} + \frac{u^3}{4} - \ldots\right)} = \frac{1}{u}\left[1 - \left(\frac{u}{2} - \frac{u^2}{3} + \frac{u^3}{4} - \ldots\right)\right]^{-1} =$$

$$= \frac{1}{u}\left[1 + \frac{u}{2} - \frac{u^2}{12} + \frac{u^3}{24} - \ldots\right] = \frac{1}{u} + \frac{1}{2} - \frac{u}{12} + \frac{u^2}{24} - \ldots$$

Ограничиваясь приведенными членами, преобразуем формулу (11)

$$q = k\frac{\Delta H}{L}\left\{\frac{\Delta H}{2} + \frac{\Delta H}{\Delta T}T_2 + (\Delta T - \Delta H)\left[\frac{T_2}{\Delta T} + \frac{1}{2} - \frac{1}{12}\left(\frac{\Delta T}{T_2}\right) + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{1}{24}\left(\frac{\Delta T}{T_2}\right)^2 - \ldots\right]\right\} = k\frac{\Delta H}{L}\left[T_2 + \frac{\Delta T}{2} - \frac{1}{12}\frac{\Delta T}{T_2}(\Delta T - \Delta H) - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{24}\left(\frac{\Delta T}{T_2}\right)^2(\Delta T - \Delta H) - \ldots\right] = k\frac{\Delta H}{L}\left[\frac{T_1 + T_2}{2} - \frac{1}{12}\frac{(T_1 - T_2)(T_1 - T_2 - \Delta H)}{T_2} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{24}\frac{(T_1 - T_2)^2(T_1 - T_2 - \Delta H)}{T_2^2} \ldots\right]. \qquad (12)$$

Если $\frac{T_1 - T_2}{T_2} \ll 1$, то последний член в скобках пренебрежимо мал и вместо формулы (12) получим

$$q = k\frac{\Delta H}{L}\left[\frac{T_1 + T_2}{2} - \frac{1}{12}\frac{(T_1 - T_2)(T_1 - T_2 - \Delta H)}{T_2}\right]. \qquad (13)$$

Если движение происходит при прямом уклоне водоупора, то кривая подпора характеризуется $\Delta M < 0$, т. е. $T_1 < T_2 + \Delta H$, и $0 < \frac{T_2 - T_1}{T_1} < 1$. Аналогично приведенному выше формулу (9) можно перестроить следующим образом

$$q = k\frac{\Delta H}{L}\left[\frac{\Delta H}{2}\frac{\Delta' T + 2T_1}{-\Delta' T} + \frac{\Delta' T + \Delta H}{\ln\left(1 + \frac{\Delta' T}{T_1}\right)}\right] =$$

$$= k\frac{\Delta H}{L}\left[-\frac{\Delta H}{2} - \frac{\Delta H}{\Delta' T}T_1 + (\Delta' T + \Delta H)\left(\frac{T_1}{\Delta' T} + \frac{1}{2} - \frac{1}{12}\frac{\Delta' T}{T_1} + \ldots\right)\right] =$$

$$= k\frac{\Delta H}{L}\left[T_1 + \frac{\Delta' T}{2} - \frac{1}{12}\frac{\Delta' T(\Delta' T + \Delta H)}{T_1} + \ldots\right],$$

где $\Delta' T = T_2 - T_1$.

Таким образом, окончательно

$$q = k\frac{\Delta H}{L}\left[\frac{T_1 + T_2}{2} - \frac{1}{12}\frac{(T_1 - T_2)(T_1 - T_2 - \Delta H)}{T_1} - \ldots\right], \qquad (14)$$

что совпадает с формулой (13), кроме T_1 в знаменателе второго члена в скобках.

Если $T_1 = T_2$ (условие равномерного движения), то по формулам (13) и (14)

$$q = k\frac{\Delta H}{L}\frac{T_1 + T_2}{2} = k\frac{\Delta H}{L}T_1 = k\frac{\Delta H}{L}T_2. \qquad (15)$$

Формула (15) совпадает с формулой, выражающей закон Дарси, а также приближенной формулой Г. Н. Каменского.

Построение кривой депрессии при наклонном водоупоре. Если известно L, T_1, T_2 и ΔH или имеется разрез, из которого видно положение зеркала и водоупора в первом и втором сечениях (точки A, B, C, D, рис. 2 и 3), то можно провести горизонтальную плоскость OO'. Тогда соответственно будут известны величины h_1 и h_2.

Если x — горизонтальное расстояние от первого сечения до любого промежуточного, где мощность грунтового потока вод над или под горизонтальной плоскостью OO' равна h (рис. 2; 3 *а*, *б*), то можно исходить из

$$q_1 = k\,\frac{h_1^2 - h^2}{2x}. \tag{16}$$

Из формул (2) и (16) получаем

$$\frac{h_1^2 - h^2}{x} = \frac{h_1^2 - h_2^2}{L} \tag{17}$$

или

$$h = \sqrt{h_1^2 - \frac{x}{L}\,(h_1^2 - h_2^2)}. \tag{18}$$

По формулам (17) или (18) можно построить кривую депрессии для грунтового потока при наклонном водоупоре без данных о коэффициенте фильтрации и расходе потока. Этот метод проще и удобнее, чем трудоемкий метод Н. Н. Павловского.

Заключение

1. При определении расхода грунтового потока в условиях наклонного водоупора можно рекомендовать формулу (10). Когда же $0 < \frac{T_1 - T_2}{T_1} < 1$ или $0 < \frac{T_2 - T_1}{T_2} < 1$, следует исходить из формул (12) или (14).

2. Определение глубины подземного потока при известном q следует производить методом Н. Н. Павловского.

3. Построение кривой депрессии грунтового потока при наклонном водоупоре следует производить по новому методу.

4. Предлагаемый метод, конечно, нуждается в проверке и сопоставлении результатов расчета с фактическими или экспериментальными данными.

ЛИТЕРАТУРА

1. Каменский Г. Н. Основы динамики подземных вод. Госгеолиздат, 1943.
2. Павловский Н. Н. Неравномерное движение грунтовых вод. Изд. Государственного института сооружений, 1930.
3. Давидович В. И. Некоторые вопросы неравномерного движения подземных вод в артезианских пластах. Записки Ленинградского горного института, 1949, т. XXIII.