Записки Ленинградского орденов Ленина и Трудового Красного Знамени горного института, том XXVII, вып. II, 1952 г.

ВЛИЯНИЕ УДЕЛЬНОГО ВЕСА ПОДЗЕМНЫХ ВОД НА УСЛОВИЯ ИХ РАВНОВЕСИЯ И ДВИЖЕНИЯ

Доц. *Е. Е. Керкис*

ВВЕДЕНИЕ

Вопрос о влиянии удельного веса подземных вод на условия их залегания и движения освещен в литературе довольно слабо. При изучении пресных и слабо-минерализованных вод обычно принимают их удельный вес равным 1, пренебрегая его незначительными изменениями в зависимости от температуры, давления и концентрации растворенных веществ.

Однако при изучении вод повышенной минерализации (примерно, начиная с общей минерализации в 5—10 *г/л*) и особенно рассолов, повышенный удельный вес воды настолько сильно видоизменяет гидродинамические условия и влияет на уровень воды в скважинах (данные, которыми пользуются для определения направления и скорости движения подземных вод), что обычные способы расчетов и построений приводят к грубым ошибкам и даже полному искажению действительности.

Известно, что наличие в буровых скважинах воды увеличенного удельного веса (вызванного высокой минерализацией или содержанием взвешенных частиц) ведет к понижению уровней воды в них, причем для расчета уровня, отвечающего пресной чистой воде («приведенный уровень», см. ниже), вводятся простые поправки. Однако эти поправки оказываются еще недостаточными для расчетов движения подземных вод, требующих существенного видоизменения обычных уравнений фильтрации.

Наиболее сложным оказывается вопрос определения условий равновесия, а также направления и скорости движения подземных вод при их переменном удельном весе, особенно при изменении удельного веса в вертикальном и горизонтальном направлениях, что обычно наблюдается в природе.

Немногочисленные теоретические исследования по вопросу, рассматриваемому в настоящей работе, принадлежат советским ученым: А. И. Силину-Бекчурину [1], [2], [3], [4], и Л. Я. Полубариновой-Кочиной [5], давшим правильные решения для ряда случаев движения и равновесия вод меняющегося удельного веса, наблюдаемых в природе. Однако методика изучения условий движения подземных вод переменного удельного веса еще недостаточно разработана, а применяемые приемы решения возникающих задач лишены необходимого единообразия.

В гидрогеологических работах регионального и прикладного характера и при общих гидрогеологических исследованиях значению повы-

шенного удельного веса высокоминерализованных вод нередко уделяется недостаточное внимание. Вместе с тем, в настоящее время с развитием глубокого структурного бурения, вскрывающего широко распространенные рассольные воды глубоких частей артезианских бассейнов, а также в связи с изучением нефтяных вод, подземных вод районов соляных месторождений, высокоминерализованных грунтовых вод засушливых областей и т. д. необходимо учитывать повышенный и переменный удельный вес подземных вод.

В предлагаемой работе рассматриваются основные закономерности, характеризующие условия равновесия и движения подземных вод при переменном удельном весе, приводятся главнейшие схемы расчетов и построений и даются некоторые методические указания, необходимые для решения вопросов, возникающих при гидрогеологических исследованиях.

Автор надеется, что опубликование приводимых ниже данных принесет пользу гидрогеологам, имеющим дело с высокоминерализованными водами.

II. РАСЧЕТ ПРИВЕДЕННОГО УРОВНЯ ВОДЫ ДЛЯ БУРОВОЙ СКВАЖИНЫ, ЗАПОЛНЕННОЙ ВОДОЙ ПОВЫШЕННОГО УДЕЛЬНОГО ВЕСА

Исходными данными для определения направления и скорости движения подземных вод при гидрогеологических исследованиях являются уровни воды в наблюдательных скважинах, позволяющие установить отметку пьезометрического или свободного уровня воды данного водоносного горизонта.

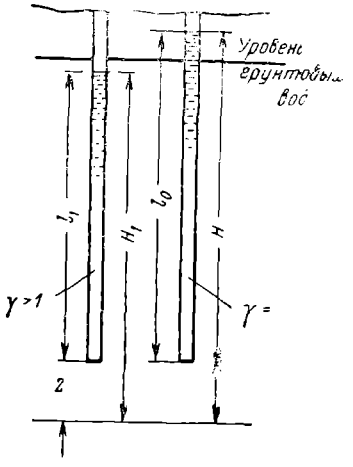


Рис. 1. Положения уровней пресной воды ($\gamma = 1$) и рассола ($\gamma > 1$) в буровых скважинах

В условиях развития высокоминерализованных вод в скважинах будет находиться вода с повышенным удельным весом, неодинаковым в каждой отдельной скважине. Вследствие этого гидростатическое давление в различных скважинах на одинаковой глубине от поверхности воды может быть различным и уровни воды в скважинах будут обнаруживать незакономерные колебания вместо плавных изменений, отвечающих обычным условиям движения подземных вод.

Для правильной оценки наблюдаемых положений уровня воды необходимо для всех скважин рассчитать высотные отметки уровня воды, отвечающие постоянному для всех скважин удельному весу находящейся в них воды. Проще всего рассчитать положения уровней, отвечающие пресной воде с удельным весом, равным единице. Такие уровни будем называть п р и в е д е н н ы м и.

Способ расчета отметок приведенных уровней очевиден на основании приведенных ниже соображений.

Введем следующие обозначения (рис. 1):

H — отметка приведенного уровня, отсчитываемая от любой нулевой плоскости (целесообразней пользоваться абсолютными отметками);

H_1 — отметка фактически измеренного уровня воды в той же наблюдательной скважине, при повышенном удельном весе воды в ней;

δ_0 — вес единицы объема пресной воды;

δ_1 — вес единицы объема минерализованной воды повышенного удельного веса;

z — высотная отметка точки водоносного горизонта, для которой определяется приведенный уровень;

l_0 — высота столба пресной воды (отвечающая установившемуся приведенному уровню) от уровня z до поверхности воды в скважине;

l_1 — высота столба высокоминерализованной воды повышенного удельного веса, отвечающего фактически наблюдаемому уровню (измеряется подобно l);

p — давление воды в водоносном пласте на отметке z [1] (пластовое давление);

γ — удельный вес минерализованной воды ($\gamma = \frac{\delta_1}{\delta_0}$ представляет безразмерную величину).

Поскольку пластовое давление в точке с отметкой z при установившемся уровне воды в скважине уравновешивается давлением столба воды, расположенного выше этой точки,

$$p = \delta_0 l_0 = \delta_1 l_1, \tag{1}$$

откуда

$$l_0 = \frac{\delta_1}{\delta_0} l_1 = \gamma l_1.$$

Учитывая, что $H = l_0 + z$ и $H_1 = l_1 + z$, получаем

$$H = \gamma l_1 \quad z = \gamma (H_1 - z) + z. \tag{2}$$

Разность между приведенным уровнем и уровнем, отвечающим удельному весу воды в скважине γ, следующая:

$$H - H_1 = \gamma l_1 + z - (l_1 + z) = (\gamma - 1) l_1. \tag{2'}$$

Если известно пластовое давление на отметке z, то на основании выражения (1)

$$l_0 = \frac{p}{\delta_0} \text{ и } H = \frac{p}{\delta_0} + z. \tag{3}$$

Формула (2) служит для расчета приведенного уровня по данным измерения фактически наблюдаемого уровня, отвечающего удельному весу воды γ в скважине.

При определении приведенного уровня по формуле (2) в практике необходимо учитывать возможность непостоянства минерализации и удельного веса воды в скважине. Поэтому перед взятием пробы воды из скважины вода должна быть тщательно перемешана. При значительной глубине скважины подобное перемешивание представляет затруднения, поэтому более целесообразно установить удельный вес воды на различных глубинах и на основании полученных данных рассчитать среднее значение удельного веса, которое и подставляется в формулу (2).

---

[1] Как будет указано ниже, наблюдательные скважины для подземных вод с повышенным удельным весом должны вскрывать интервал водоносной породы только очень небольшой длины, который практически можно считать точкой (точечный пьезометр).

Среднее значение удельного веса можно установить путем взятия нескольких проб с различной глубины специальным пробоотборником или посредством кароттажа, производимого способом, позволяющим определить электропроводность воды на различных глубинах. Установив в случае применения кароттажа зависимость между удельным весом и минерализацией воды и между минерализацией и электропроводностью, можно рассчитать среднее значение удельного веса. Преимуществом кароттажа является возможность получения для испытуемой скважины в течение короткого срока большого числа точек, характеризующих изменение удельного веса с глубиной; это существенно для скважин значительной глубины. Кроме того, кароттаж целесообразно применять для проверки однородности столба воды в скважине по минерализации, которая должна, как правило, предшествовать взятию пробы для определения удельного веса при расчете приведенного уровня.

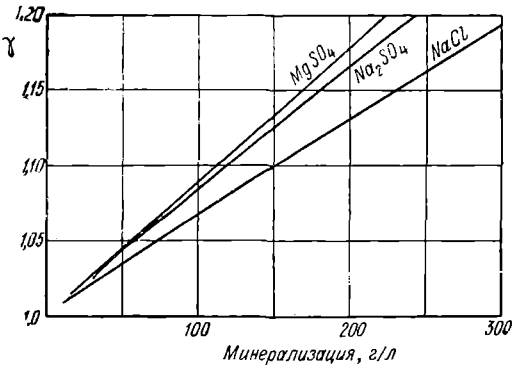


Рис. 2. Зависимость удельного веса от минерализации рассола (для температуры 10°)

Приведенный уровень может быть установлен также в результате непосредственного измерения пластового давления p на отметке z, отвечающей обнаженному интервалу водоносного пласта, соответствующими приборами. В этом случае приведенный уровень H рассчитывается по формуле (3).

Формула (3), кроме того, представляет общее выражение зависимости между приведенным уровнем и пластовым давлением.

Разность значений H и H_1, согласно формуле (2′), представляет величину поправки на повышенный удельный вес воды в скважине. Для рассолов высокой минерализации эта поправка может быть значительной, особенно для скважин большой глубины, где столб воды l_1 может достигать большой высоты.

Так, например, удельный вес растворов хлористого натрия, наиболее широко распространенных в природе, для рассолов, близких к насыщению, равен примерно 1,2 (рис. 2).

В глубокой структурной гидрогеологической скважине в районе Москвы на глубине свыше 1100 *м* в девонских известняках были вскрыты рассолы с минерализацией до 190 *г/л*, высота столба воды которых достигала 1000 *м*.

Если считать, в соответствии с графиком рис. 2, удельный вес этих рассолов (минерализация рассолов преимущественно за счет хлористого натрия) равным 1,126, величина разности достигает, согласно формуле (2′) (1,126 1,00) 1000 = 126 *м*.

Для глубоких нефтяных и структурных скважин, вскрывающих высококонцентрированные рассолы, разность $H—H_1$ может достигнуть еще большей величины.

Как уже было упомянуто, приведенные уровни не могут быть использованы для определения направления и скорости фильтрации обычным способом. Это связано с увеличением гидростатического давления подземных вод повышенного удельного веса по сравнению с пресной водой, вызывающего повышение приведенных уровней для более

глубоко расположенных интервалов скважин. Определение направления и скорости фильтрации по значениям приведенных уровней может быть произведено на основании видоизмененных уравнений фильтрации, учитывающих переменный удельный вес воды.

II. УРАВНЕНИЯ ФИЛЬТРАЦИИ ПРИ ПЕРЕМЕННОМ УДЕЛЬНОМ ВЕСЕ ВОДЫ

Перед рассмотрением общих уравнений фильтрации рассолов с переменным удельным весом остановимся на частном случае гидростатического равновесия рассолов с удельным весом, возрастающим книзу, но не меняющимся в горизонтальном направлении.

В данном случае

$$\delta = f(z),$$

где δ — вес единицы объема воды, не зависящий от x и y (рис. 3).

Гидростатическое давление p на отметке z будет равно:

$$p = \int_{z}^{z_n} \delta dz,$$

де z_n — отметка поверхности рассола

Приведенный уровень H в соответствии с формулой (3) будет равен

$$H = \frac{1}{\delta_0} \int_{z}^{z_n} \delta dz + z = \int_{z}^{z_n} \gamma dz - z \quad (4)$$

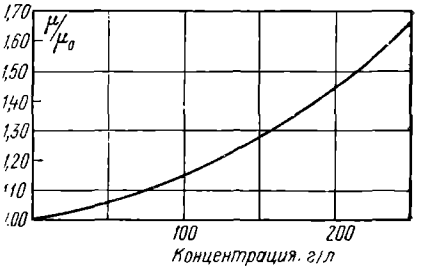


Рис. 3. Зависимость вязкости растворов NaCl от концентрации. μ — вязкость раствора; μ_0 — вязкость воды

или

$$H = z_n + \int_{z}^{z_n} (\gamma - 1)\, dz. \quad (4')$$

При постоянном, но повышенном удельном весе

$$H = z_n + (\gamma - 1)(z_n - z). \quad (4'')$$

Выражения (4′) и (4″) показывают, что приведенный уровень в рассматриваемом случае находится выше поверхности рассола, причем с увеличением разности $z_0 - z$ и величины $\gamma - 1$ высота приведенного уровня возрастает. Поскольку уровень воды в наблюдательной скважине (пьезометре), заполненной водой δ_0 1 (пресной водой), обнаженный интервал которой имеет среднюю высотную отметку z, представляет приведенный уровень, очевидно, пьезометры с обнаженными интервалами, находящимися на разной глубине, покажут различные значения приведенных уровней. При этом большие значения приведенных уровней будут соответствовать пьезометрам с большей глубиной открытого интервала даже в том случае, когда удельный вес не меняется с глубиной.

Сравнивая неодинаковые приведенные уровни для наблюдательных скважин с различным высотным положением открытых интервалов, можно притти к неверным выводам о том, что подземные воды находятся в движении и только приведенные уровни, установленные для пьезометров с одинаковыми отметками открытых интервалов, будут

иметь одинаковые значения и указывать на отсутствие движения подземных вод.

Насколько ошибочными могут быть выводы, основанные на сравнении приведенных уравнений для скважин с различными отметками открытых интервалов, видно из следующего примера.

Пусть отметка поверхности рассолов, не имеющих движения, 100 *м*, удельный вес рассола 1,1. В скважине с отметкой открытого интервала 50 *м* приведенный уровень, согласно формуле (4″), будет иметь отметку $H_1 = 100 + (1{,}1 - 1)\ (100 - 50) = 105$ *м*. Во второй скважине с отметкой открытого интервала 30 *м* $H_2 = 100 + (1{,}1 - 1)\ (100 - 30) = 107$ *м*. Разница в уровнях 2 *м*, если не учесть неодинаковой высоты открытых интервалов, может привести к ложному выводу о наличии значительного уклона водной поверхности и движения подземных вод в направлении от второй скважины к первой.

Возрастание приведенного уровня в зависимости от отметки открытого интервала пьезометра имеет вид:

$$\frac{\partial H}{\partial z} = -(\gamma - 1). \tag{5}$$

Это выражение, полученное посредством дифференцирования формулы (4′), показывает, что увеличение приведенного уровня в зависимости от z тем больше, чем больше разность между удельным весом рассола и удельным весом пресной воды, равным единице.

При движении рассолов изменения приведенного уровня от глубины, рассмотренные выше, накладываются на изменения его, возникающие за счет потерь энергии при фильтрации. Очевидно, в случае движения рассолов с переменным удельным весом приведенные уровни, отвечающие различной высоте открытых интервалов, не могут непосредственно быть использованы для определения направления и скорости фильтрации. Чтобы решить вопрос о способе определения направления и скорости фильтрации по данным определений приведенных уровней, необходимо рассмотреть дифференциальные уравнения фильтрации при переменном удельном весе воды.

Общие дифференциальные уравнения ламинарной фильтрации в форме, предложенной Н. Н. Павловским, имеют вид: [1]

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} - g\frac{v_x}{K_\Phi} = 0;\quad -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} - g\frac{v_y}{K_\Phi} = 0;$$
$$-g - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} - g\frac{v_z}{K_\Phi} = 0, \tag{6}$$

где ρ — плотность жидкости;
p — давление жидкости (пластовое давление);
g — ускорение силы тяжести;
v_y, v_z — составляющие скорости фильтрации вдоль осей координат, причем ось z направлена вертикально кверху;
K_Φ — коэффициент фильтрации.

Уравнения (6) можно представить также в виде:

$$v_x = -\frac{K_\Phi}{g\rho}\frac{\partial p}{\partial x};\quad \frac{K_\Phi}{g\rho}\frac{\partial p}{\partial y};\quad v_z = -K_\Phi\left(\frac{1}{g\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + 1\right). \tag{6′}$$

Уравнения, одинаковые с (6′), положены в основу определения скоростей фильтрации и построения гидродинамических сеток также А. И. Силиным-Бекчуриным. Однако последний не преобразует их вве-

[1] В приведенных уравнениях обозначения изменены и ось z направлена кверху.

дением величины приведенного уровня H. Первоначально [1] А. И. Силин-Бекчурин не вводит в эти уравнения также величины вязкости. В позднейших его работах [2], [4] величина вязкости учитывается, а давление выражается через «приведенное давление», равное сумме гидростатического давления для произвольной плоскости сравнения и статического давления столба воды, заключенного между этой плоскостью и плоскостью, в которой определяется скорость фильтрации [4]. Эта схема отвечает случаю удельного веса, переменного только по вертикали. П. Я. Полубаринова-Кочина [5] дает математические решения ряда задач, относящихся к случаю двух слоев воды разной плотности.

Нами для выражения дифференциальных уравнений фильтрации рассолов в наиболее общем виде зависимости (6′) преобразуются — в них вводятся величины приведенного уровня, коэффициента проницаемости и вязкости. Для практических же целей предлагаются более простые приближенные уравнения, в которых вязкость рассолов принимается постоянной. Соответствующие выводы приводятся ниже.

Придадим уравнениям (6′) более общую форму, выразив коэффициент фильтрации через коэффициент проницаемости $K_п$, применимый для жидкости с любой вязкостью. Коэффициент фильтрации связан с коэффициентом проницаемости следующей зависимостью:

$$K_ф = K_п \frac{g\rho}{\mu}, \tag{7}$$

где μ — вязкость жидкости (рассола).

Подставляя значение $K_ф$ из выражения (7) в формулы (6′), получаем:

$$v_x = -\frac{K_п}{\mu}\frac{\partial p}{\partial x}; \quad v_y = -\frac{K_п}{\mu}\frac{\partial p}{\partial y}; \quad v_z = -\frac{K_п}{\mu}\left(\frac{\partial p}{\partial z} + g\rho\right). \tag{8}$$

Введем в уравнения (8) вместо давления p приведенный уровень H. Для этого дифференцируем уравнение (3) и после несложных преобразований находим:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \delta_0 \frac{\partial H}{\partial x}; \quad \frac{\partial p}{\partial y} = \delta_0 \frac{\partial H}{\partial y}; \quad \frac{\partial p}{\partial z} = \delta_0\left(\frac{\partial H}{\partial z} - 1\right). \tag{9}$$

Подставляя полученные значения $\frac{\partial p}{\partial x}$, $\frac{\partial p}{\partial y}$ и $\frac{\partial p}{\partial z}$ в выражения (8) и принимая во внимание, что $\delta_0 = g\rho_0$ и $\frac{\rho}{\rho_0} = \gamma$ (ρ_0 — плотность пресной воды), получаем:

$$\left.\begin{aligned} v_x &= -\frac{K_п g\rho_0}{\mu}\frac{\partial H}{\partial z}; \quad v_y = -\frac{K_п g\rho_0}{\mu}\frac{\partial H}{\partial y}; \\ v_z &= -\frac{K_п g\rho_0}{\mu}\left(\frac{\partial H}{\partial z} + \gamma - 1\right). \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

Выражения (10) представляют самую общую форму уравнений фильтрации рассола, учитывающую их повышенный удельный вес и вязкость μ, меняющуюся при изменении концентрации солей. Однако пользование уравнениями (10) представляет большие трудности, так как переменная величина вязкости входит в выражения для всех трех составляющих скорости фильтрации, причем μ связано с γ нелинейной функциональной зависимостью, которая может быть установлена только опытным путем.

В настоящей работе рассматривается более простая приближенная форма уравнения фильтрации рассолов при переменном удельном весе, не учитывающая изменения вязкости рассолов в зависимости от их минерализации, т. е. принимается $\mu = \mu_0 =$ пост., где μ_0 — вязкость пресной воды (при определенной температуре)[1]. При указанном допущении выражения $\frac{K_{\text{п}} g \rho_0}{\mu}$ в формулах (10) принимают вид $\frac{K_{\text{п}} g \rho_0}{\mu_0}$ причем эта величина, согласно формуле (7), представляет коэффициент фильтрации для пресной воды. Обозначая этот коэффициент через k, получаем приближенные уравнения фильтрации при переменном удельном весе:

$$v_x = k \frac{\partial H}{\partial x}; \quad v_y = -k \frac{\partial H}{\partial y}; \quad v_z = -k\left(\frac{\partial H}{\partial z} + \gamma - 1\right). \tag{11}$$

Допущение о постоянстве вязкости и коэффициента фильтрации рассолов вносит в расчеты известные погрешности. Однако при обычных фильтрационных расчетах пренебрегают изменением вязкости воды в зависимости от температуры и других факторов. Вязкость рассолов в зависимости от концентрации меняется в сравнительно узких пределах (см. рис. 3). Поэтому ошибки, являющиеся следствием приближенности уравнений (11), не будут иметь при решении обычных гидрогеологических задач существенного значения, тем более, что значения коэффициентов фильтрации обычно определяются с погрешностями бо́льшими, чем связанные с неучетом изменений вязкости. Уравнения (11) значительно проще уравнений (10) и позволяют рассмотреть влияние на фильтрацию одного повышенного удельного веса, исключив влияние переменной вязкости, имеющее более сложный характер.

Составляющие скорости фильтрации, кроме условий формул (11), должны удовлетворять уравнению неразрывности

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0. \tag{12}$$

Дифференцирование выражения (11) последовательно по x, y, z и подстановка полученных выражений в уравнение (12) дает:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} + \frac{\partial \gamma}{\partial z} = 0. \tag{13}$$

Выражения (11) и (13) являются основными дифференциальными уравнениями фильтрации при переменном удельном весе воды, причем выражения (11) дают зависимость составляющих скорости фильтрации от частных производных функции H — приведенного уровня. Уравнение же (13) представляет общее условие, которому должны удовлетворять вторые производные этой функции.

При удельном весе воды, равном единице, выражения (11) переходят в обычные уравнения для составляющих скорости фильтрации при ламинарном движении.

Уравнение (13) при $\frac{\partial \gamma}{\partial z} = 0$ переходит в уравнение Лапласа. Это имеет место при постоянном удельном весе воды, поскольку случая, отвечающего удельному весу, постоянному по вертикали и меняющемуся в горизонтальном направлении, в природных условиях не наблюдается.

Выражения (11) показывают, что при $\gamma > 1$ переменная величина — kH не является потенциалом скоростей фильтрации, как это имеет место для пресных вод с $\gamma = 1$.

[1] *Для уточнения можно в качестве* μ_0 *принимать среднюю вязкость рассолов*

При удельном весе воды, изменяющемся в горизонтальном и вертикальном направлениях, потенциальная функция для скоростей фильтрации вообще отсутствует.

Предположим, например, что некоторая функция Ф является потенциалом скоростей фильтрации, т. е.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = v_x; \quad \frac{\partial \Phi}{\partial z} = v_z,$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x\, \partial z} = \frac{\partial v_x}{\partial z}; \quad \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z\, \partial x} = \frac{\partial v_z}{\partial x}$$

и, следовательно,

$$\frac{\partial v_x}{\partial z} = \frac{\partial v_z}{\partial x}. \tag{14}$$

Производя частное дифференцирование первого из выражений (11) по z и последнего по x, получаем:

$$\frac{\partial v_x}{\partial z} = -k\frac{\partial^2 H}{\partial x \partial z}; \quad \frac{\partial v_z}{\partial x} = -k\left(\frac{\partial^2 H}{\partial x\, \partial z} + \frac{\partial \gamma}{\partial x}\right). \tag{15}$$

Подобным же образом при наличии потенциальной функции

$$\frac{\partial v_y}{\partial z} = \frac{\partial v_z}{\partial y} \tag{14'}$$

и на основании выражения (11)

$$\frac{\partial v_y}{\partial z} = -k\frac{\partial^2 H}{\partial y\, \partial z}; \quad \frac{\partial v_z}{\partial y} = -k\left(\frac{\partial^2 H}{\partial y\, \partial z} + \frac{\partial \gamma}{\partial y}\right). \tag{15'}$$

Для удовлетворения условий (14) и (14′) необходимо, чтобы $\frac{\partial \gamma}{\partial x} = 0$ и $\frac{\partial \gamma}{\partial y} = 0$, т. е. чтобы удельный вес воды не менялся в горизонтальном направлении. При удельном же весе, меняющемся в горизонтальном направлении, производные $\frac{\partial \gamma}{\partial x}$ и $\frac{\partial \gamma}{\partial y}$ не равны 0 и условия (14) и (14′) удовлетворены быть не могут, следовательно, скорости фильтрации не имеют потенциала.

При переменном удельном весе, меняющемся только в вертикальном направлении (горизонтально-слоистое залегание вод различной минерализации), т. е. при $\frac{\partial \gamma}{\partial x} = 0$ и $\frac{\partial \gamma}{\partial y} = 0$, но $\frac{\partial \gamma}{\partial z} \neq 0$, потенциальную функцию для скоростей можно представить в виде

$$\Phi = -k\left[H + \int_{z_a}^{z} (\gamma - 1)\, dz\right], \tag{16}$$

где z_a — высотная отметка плоскости сравнения.

В том, что выражение (16) представляет потенциал скоростей фильтрации при $\frac{\partial \gamma}{\partial x} = \frac{\partial \gamma}{\partial y} = 0$, легко убедиться дифференцированием этого выражения по x, y и z.

III. ПРИМЕНЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ ПОДЗЕМНЫХ ВОД ПРИ ПЕРЕМЕННОМ УДЕЛЬНОМ ВЕСЕ ДЛЯ РЕШЕНИЯ РАЗЛИЧНЫХ ЗАДАЧ

Уравнения (11) и (13), а в отдельных случаях и (16) могут служить для решения ряда задач, возникающих при изучении условий движения подземных вод переменного удельного веса.

Такие задачи делятся на две группы: 1) определение направлений и скоростей фильтрации по данным гидрогеологических наблюдений; 2) теоретические расчеты приведенных уровней и скоростей фильтрации, а также построение сетки движения подземных вод при заданных пограничных условиях.

1. Задачи первой группы

Определение направления и скорости фильтрации вод переменного удельного веса по данным измерения уровня в наблюдательных скважинах

Эта задача аналогична соответствующей задаче для пресных вод. Однако решение ее для вод с переменным удельным весом имеет ряд особенностей.

Проще и надежней определить направление и скорость фильтрации по данным измерений уровней воды в трех скважинах, установив приведенные уровни в них для трех точек водоносности пласта, имеющих одинаковые высотные отметки, т. е. расположенных в одной горизонтальной плоскости. Практически точками могут служить очень короткие открытые интервалы, надежно изолированные от вышележащей части скважины. При расположении скважин треугольником (желательно близким к равностороннему) приведенные уровни могут быть использованы для определения направления и скорости фильтрации общеизвестным способом, применяемым для пресных вод. Это следует из уравнений (11), где первые два, определяющие горизонтальные составляющие скорости фильтрации v_x и v_y, одинаковы с соответствующими уравнениями для пресных вод. Очевидно, при постоянстве z, т. е. для точек водоносного горизонта, расположенных в одной горизонтальной плоскости, приведенные уровни характеризуют движение подземных вод переменного удельного веса так же, как пьезометрические уровни для пресных вод. Поэтому карты изолиний приведенных уровней, отвечающие точкам водоносного пласта, расположенным на одинаковой высоте, аналогичны гидроизогипсам или изопьезам и могут служить для тех же целей, что и карты гидроизопьез.

Приведенный способ определения направления и скорости фильтрации можно рекомендовать для практики в качестве наиболее надежного. Однако необходимо указать, что постоянство высотного положения открытых интервалов скважин должно быть выполнено с возможно большей точностью особенно при рассолах значительной концентрации, при которых увеличение приведенного уровня с глубиной происходит очень быстро. Необходимо, чтобы открытые интервалы во всех трех скважинах имели одинаковые высотные отметки как верхней, так и нижней своей границы, поскольку даже небольшое несоответствие высотных положений интервалов может повлечь за собой значительные изменения приведенных уровней и вызвать существенные погрешности. Так, например, при удельном весе рассола $\gamma = 1{,}1$ величина $\gamma - 1$, характеризующая возрастание приведенного уровня с глубиной за счет повышенного удельного веса воды, согласно последнему из уравнений (11), равна 0,1. Следовательно, несоответствие высотного положения интервалов 1 *м* вызывает в данном случае несоответствие между приведенными уровнями 0,1 *м*.

Необходимо также, чтобы открытые интервалы имели возможно меньшее протяжение: не более 1—1,5 *м*, лучше около 0,5 *м*. Это наиболее существенно для неоднородных по водопроницаемости слоистых пород, в которых уровень воды в скважине определяется

преимущественно более проницаемыми слоями, последние же при значительном протяжении открытых интервалов могут сильно отличаться в различных скважинах по своему высотному положению, что приводит к отклонениям приведенных уровней от значений, отвечающих одной горизонтальной плоскости.

Очевидно, рассмотренный способ определения направления и скорости фильтрации по трем скважинам является надежным только в условиях практического постоянства условий движения подземных вод на участке расположения скважин.

Поскольку данным способом определяется только горизонтальная составляющая скорости фильтрации (что имеет место, впрочем, и при пользовании подобным способом для пресных вод), он применим без дополнений для грунтовых вод и при пологопадающих водоносных пластах, т. е. в случаях, когда величина вертикальной составляющей фильтрации очень мала.

При изучении движения рассолов в пластах с напорной водой, наклонно залегающих или образующих складчатые структуры, при исследовании трещинных вод и в ряде других случаев нахождение величины вертикальной составляющей скорости фильтрации, однако, может иметь существенное значение. В подобных случаях оно должно производиться путем определения в одной из трех скважин приведенного уровня для дополнительного (четвертого) короткого интервала, находящегося несколько выше или ниже плоскости расположения основных интервалов. Значение v_z приближенно рассчитывается на основании последнего из выражений (11) после замены частной производной $\frac{\partial H}{\partial z}$ отношением конечных разностей $\frac{\Delta H}{\Delta z}$, причем ΔH представляет разность приведенных уровней для двух точек, расположенных на одной вертикали с разностью отметок Δz.

Значительно сложнее и менее надежно определение направления и скорости фильтрации подземных вод переменного удельного веса при расположении интервалов (точек) водоносного пласта, для которых установлены приведенные уровни, не в одной горизонтальной плоскости.

В таком случае можно пользоваться следующими приемами:

1. При наличии трех скважин, расположенных по схеме треугольника, с различными высотными отметками интервалов, для которых определены пьезометрические уровни, в случае, если в двух скважинах приведенные уровни определены для нескольких точек (по крайней мере для двух-трех), можно посредством интерполяции получить значения приведенных уровней для точки с высотным положением, отвечающим определению приведенного уровня в третьей скважине. Таким образом, данная задача сводится к предыдущей. Очевидно, интерполяция влечет за собой погрешности и вызывает необходимость определять приведенный уровень для увеличенного числа точек.

2. При движении подземных вод, близком к горизонтальному, когда величина v_z очень мала, в случае хорошо установленной зависимости удельного веса от глубины, при наличии трех скважин, расположенных по схеме треугольника, для нахождения приведенного уровня на заданной отметке и, таким образом, определения приведенных уровней для всех трех скважин для одной и той же отметки, можно воспользоваться последним из выражений (11). Полагая в этом выражении $v_z = 0$, получаем:

$$\frac{\partial H}{\partial z} = \quad (\gamma - 1),$$

откуда

$$H - H_1 = -\int_{z_1}^{z} (\gamma - 1)\, dz$$

или

$$H = H_1 - \int_{z_1}^{z} (\gamma - 1)\, dz, \qquad (17)$$

где H_1 — приведенный уровень на отметке z_1;

H — приведенный уровень для любой произвольной отметки z.

Формула (17) дает возможность рассчитать приближенно приведенный уровень для любой точки, расположенной на одной вертикали с точкой, для которой приведенный уровень определен опытным путем, имеющей отметку z_1. Практически с этой целью нужно построить для каждой скважины кривую, изображающую зависимость $\gamma - 1$ от z, а для вычисления определенного интеграла, входящего в формулу (17), измерять площадь, ограниченную соответствующей кривой, как это показано на рис. 4.

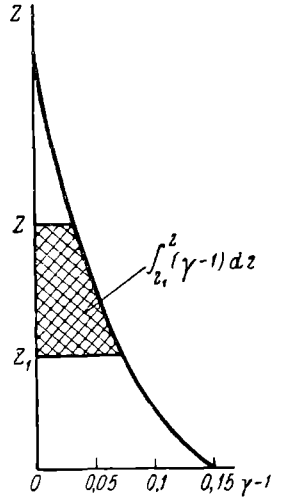


Рис. 4. Схема графического интегрирования для расчета приведенного уровня

Изложенное показывает, что при детальных гидрогеологических исследованиях для определения направления и скорости фильтрации высокоминерализованных вод необходимо в первую очередь производить измерения приведенных уровней для точек потока, имеющих одинаковые отметки, и пользоваться ими для определения направления и скорости фильтрации.

Более сложные и менее надежные способы определения направления и скорости фильтрации по приведенным уровням, отвечающим точкам с различными отметками, следует применять только в качестве дополнительных, а также при обработке материалов исследований, проведенных без учета методических указаний настоящей работы.

Составление гидродинамических профилей для вод переменного удельного веса по данным определений приведенных уровней

Наиболее полное представление о движении подземных вод при сложных условиях дают гидродинамические профили, позволяющие просто определить направление и скорость фильтрации в любой точке, расположенной в плоскости профиля. Гидродинамические профили могут быть либо построены на основании фактических данных измерений уровней для значительного числа точек потока подземных вод, наблюдаемого в действительности, либо составлены путем нахождения решений дифференциальных уравнений фильтрации при заданных пограничных условиях.

В данном разделе работы рассматривается только построение гидродинамических профилей по опытным данным, которое может представлять интерес при детальных исследованиях подземных вод, например для вод переменного удельного веса, омывающих и выщелачивающих

соляные залежи, при характеристике условий движения подземных вод различной минерализации, дренируемых реками, и т. п.

Гидродинамические профили ориентируются параллельно направлению движения подземных вод. Для пресных вод с постоянным удельным весом гидродинамические профили представляют сетку движения, состоящую из нормальных друг к другу линий равного напора и линий тока. Для вод с переменным удельным весом, меняющимся во всех направлениях, построить подобную сетку невозможно. Однако, если нанести на профиль изолинии приведенных уровней и изолинии удельного веса, то посредством графического построения или расчета можно определить направление и скорость фильтрации для любой точки профиля и показать ее в виде вектора. Поскольку гидродинамический профиль ориентируется вдоль господствующего направления движения подземных вод, задача определения направлений и скоростей фильтрации является плоской, поэтому для ее решения можно воспользоваться двумя (из трех) выражениями для составляющих скорости фильтрации: первым для x, вторым для z.

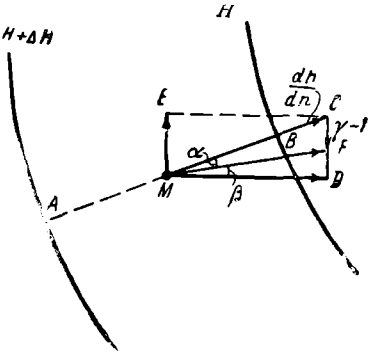


Рис. 5. Графическое построение для определения скорости фильтрации при переменном удельном весе воды

Графическое построение для определения скорости фильтрации, основанное на этих выражениях, сводится к следующему (рис. 5).

1. Проводим прямую, нормальную к линиям $H = \text{пост.}$, пересекающую две смежные изолинии со значениями приведенного уровня $H + \Delta H$ и H. Измеряем длину отрезка прямой AB, заключенную между указанными изолиниями. Откладываем вдоль прямой AB, в направлении меньших значений H, величину $\frac{\Delta H}{\Delta n}$, где $\Delta n = AB$. Следовательно, $\frac{\Delta H}{\Delta n} \approx \frac{\partial H}{\partial n}$, т. е. $\frac{\Delta H}{\Delta n}$ приблизительно равно производной величины H по нормали или градиенту функции H. Вектор $\overline{MC}$, равный $-\frac{\Delta H}{\Delta n}$, может быть разложен на два взаимно перпендикулярных вектора: $\overline{MD} = -\frac{\Delta H}{\Delta x} \approx -\frac{\partial H}{\partial x}$ и $\overline{ME} = -\frac{\Delta H}{\Delta z} \approx -\frac{\partial H}{\partial z}$.

Для упрощения полагаем $k = 1$.

2. От окончания вектора $\overline{MC}$ откладываем вертикально вниз отрезок $\overline{CF} = \gamma - 1$, проводим линию $\overline{MF}$, соединяющую начало вектора $\overline{MC}$ с точкой F. Вектор $\overline{MF}$ и представляет искомую скорость фильтрации.

Действительно, вектор $\overline{MF}$ является диагональю прямоугольника со сторонами, равными:

$$\overline{MD} = -\frac{\Delta H}{\Delta x} \text{ и } \overline{DF} = \overline{CD} - \overline{CF} = -\frac{\Delta H}{\Delta z} - (\gamma - 1).$$

Следовательно:

$$\overline{MD} = \sqrt{\left(\frac{\Delta H}{\Delta x}\right)^2 + \left[\frac{\Delta H}{\Delta z} + (\gamma - 1)\right]^2} \qquad (18)$$

На основании первого и последнего из выражений (11) при $k = 1$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_z^2} = \sqrt{\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^2 \left[\frac{\partial H}{\partial z} + (\gamma - 1)\right]^2} \qquad (18')$$

Поскольку мы считаем возможной замену частных производных $\frac{\partial H}{\partial x}$ и $\frac{\partial H}{\partial z}$ отношениями конечных разностей $\frac{\Delta H}{\Delta x}$ и $\frac{\Delta H}{\Delta z}$, выражения (18) и (18′) следует считать одинаковыми.

3. Для получения величины скорости фильтрации при коэффициенте фильтрации k, не равном единице, необходимо, очевидно, умножить полученное значение v на k.

4. Рассмотренное построение дает возможность определить угол между направлением скорости фильтрации и нормалью к изолиниям H (рис. 5, $< CMF = \alpha$).

Угол можно измерить на чертеже или рассчитать, решая треугольник CMF в последнем случае

$$\frac{\sin\alpha}{\gamma - 1} = \frac{\sin \angle MCD}{MF},$$

но поскольку

$$\sin \angle MCD = \frac{\frac{\Delta H}{\Delta x}}{\frac{\Delta H}{\Delta n}} \quad \text{и} \quad \overline{MF} = v,$$

$$\sin\alpha = \frac{\gamma - 1}{v} \frac{\frac{\Delta H}{\Delta x}}{\frac{\Delta H}{\Delta n}} \tag{19}$$

Построение и формула (19) показывают, что угол α уменьшается с уменьшением величины $\gamma - 1$ и при $\gamma - 1 = 0$, т. е. при $\gamma = 1$ становится равным нулю.

Расчет составляющих скорости фильтрации по формулам (11) и полной величины ее по формуле (18) менее удобен, чем рассмотренное построение, так как требует раздельного определения величин $\frac{\partial H}{\partial x}$ и $\frac{\partial H}{\partial z}$, что при неизбежных неточностях в проведении изолиний приведенного уровня может дать бо́льшие погрешности, чем графическое построение, при котором определяется только одна величина $\frac{\Delta H}{\Delta n}$.

Кроме разобранного способа графического построения, при установившемся движении подземных вод можно применять другой способ определения скорости фильтрации, дающий при недостаточно точном начертании линий $H =$ пост. меньшие погрешности и позволяющей избежать незакономерных колебаний направления фильтрации, получающихся при пользовании первым способом.

Основой второго способа является то, что при установившемся движении изолинии удельного веса являются вместе с тем линиями тока, т. е. струи воды различной минерализации не смешиваются друг с другом и не меняют своего очертания во времени. Действительно, при ламинарном движении смешение вод различной минерализации может происходить только в результате диффузии. Скорость диффузии столь мала, что может не учитываться даже при очень медленном движении подземных вод в породах с коэффициентами водопроницаемости порядка тысячных долей метров в сутки (не говоря о больших значениях).

Сущность второго способа определения скорости фильтрации заключается в следующем (рис. 6).

Рассматривая небольшой отрезок AB линии $\gamma =$ пост. (линии тока), пересекающий две смежные линии $H =$ пост., как прямолинейный, изме-

ряем его длину ΔS и определяем величину $\frac{\Delta H}{\Delta S}$, где ΔH — разность приведенных уровней, отвечающая длине ΔS. Из точки M, расположенной на отрезке AB посредине между изолиниями $H + \Delta H$ и H, отложим в направлении уменьшения H вектор $\overline{MD}$. Из той же точки M отложим по нормали к изолиниям H вектор $\overline{MC} = -\frac{\Delta H}{\Delta n}$ Вектор $\overline{MD} = -\frac{\Delta H}{\Delta S}$ представляет проекцию вектора $\overline{MC}$ на направление AB, поэтому отрезок, соединяющий концы указанных векторов, перпендикулярен продолжению линии AB. Отложив от точки C вертикально вниз отрезок CE, равный $\gamma - 1$, отсечем на линии MD отрезок ME, который, согласно построению, изображенному на рис. 5 и рассмотренному выше, равен скорости фильтрации (при $k = 1$).

Поскольку $\overline{ME} = \overline{MD} - \overline{DE}$, $v = \frac{\Delta H}{\Delta S} - (\gamma - 1) \sin \beta$, где β — угол, образуемый линией AD с горизонталью, так как $\sin \beta = \frac{\Delta z}{\Delta S}$ (рис. 5), получаем следующее выражение для скорости фильтрации (при k не равном 1):

$$v = -k \frac{\Delta H + (\gamma - 1)\Delta z}{\Delta S} \qquad (20)$$

Формула (20) служит для расчета величины скорости фильтрации при втором способе определения. Пользуясь формулой 20), необходимо иметь в виду, что величина ΔH всегда является отрицательной, поскольку подземные воды движутся в направлении меньших значений H. Δz положительно при восходящем движении подземных вод и отрицательно при нисходящем.

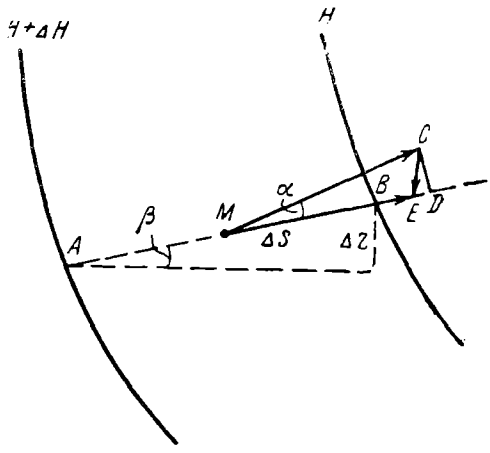


Рис. 6. Схема определения скорости фильтрации при установившемся движении подземных вод переменного удельного веса

Практически построение гидродинамических профилей для вод переменного удельного веса необходимо производить следующим образом.

1. По всем данным определений приведенных уровней, отметки которых наносят на профиль в точках, отвечающих открытым интервалам скважин, при измерениях уровней проводятся изолинии H.

2. По всем данным определений минерализации и удельного веса воды строятся изолинии удельного веса.

3. Для участков профиля, где начертание изолиний наиболее обоснованно, определяются направления и величины скорости фильтрации, которые показываются на профиле в виде векторов. При этом в случае установившегося и ламинарного движения подземных вод рекомендуется пользоваться обоими рассмотренными выше способами определения направления и скорости фильтрации, данные которых будут контролировать друг друга.

На рис. 7 изображен небольшой участок гидродинамического профиля, составленного при обработке материалов исследований для гидротехнического строительства. Профиль пересекает долину одной из больших рек Европейской части СССР, дренирующую воды разнообразной минерализации и удельного веса.

2. Задачи второй группы

Решение задач второй группы, состоящее в теоретических расчетах приведенных уровней и скоростей фильтрации, а также построениях сетки движения при заданных пограничных условиях, требует интегрирования полученного ранее дифференциального уравнения второго порядка в частных производных (13).

Общего решения этого уравнения нет. Поэтому ниже рассматриваются только некоторые частные случаи для условий плоской задачи,

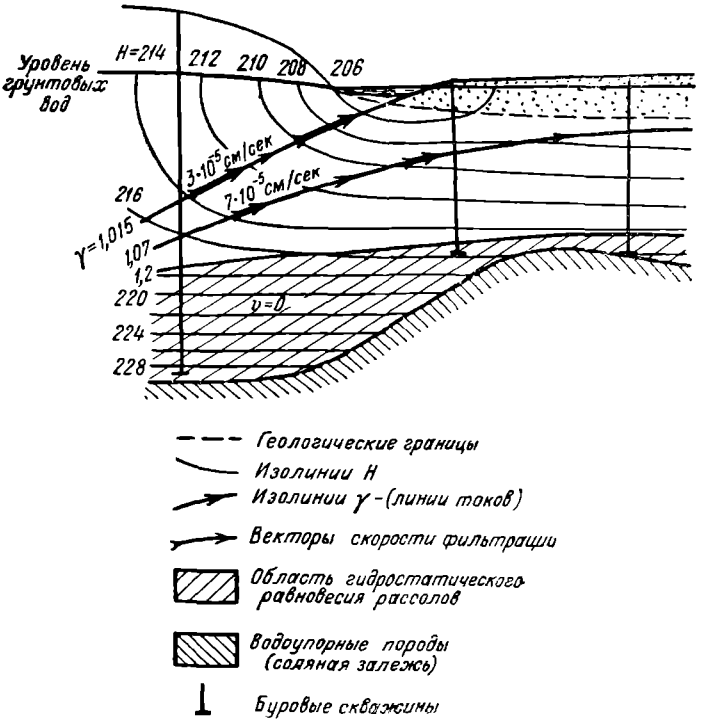


Рис. 7. Участок схематического гидродинамического профиля речной долины при переменном удельном весе подземных вод

имеющие практическое значение и позволяющие привести уравнение (13) к уравнению Лапласа.

Рассмотрим условия, при которых возможно приведение общего дифференциального уравнения фильтрации при переменном удельном весе к уравнению Лапласа.

Уравнение (13) для случая плоской задачи имеет вид

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} + \frac{\partial \gamma}{\partial z} = 0. \qquad (21)$$

Предположим, что приведенный уровень H, являющийся функцией координат x и z, представляет сумму двух функций. Первая $H_н$ выражает напор для пресных вод и, следовательно, удовлетворяет уравнению Лапласа при данных пограничных условиях. Вторая отражает влияние повышенного и переменного удельного веса на приведенный уровень.

Вторую функцию представим выражением

$$h_\gamma = \int_z^{z_0} (\gamma - 1)\,(dz),$$

где z — переменная отметка точки, для которой дается значение h_γ;

z_0 — отметка верхней границы распространения подземных вод повышенного удельного веса на той же вертикали, что и z.

Выражение для h_γ аналогично зависимости, характеризующей увеличение приведенного уровня за счет повышенного удельного веса в гидростатических условиях. Таким образом, приведенный уровень будет равен

$$H = H_н + \int_z^{z_0} (\gamma - 1)\,dz. \tag{22}$$

Найдем условие, которому должен удовлетворять удельный вес γ, чтобы приведенный уровень, согласно выражению (22), удовлетворял уравнению (21). Для этого дифференцируем выражение (22) два раза по x и два по z.

Двукратное дифференцирование по x дает

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 H_н}{\partial x^2} + \int_z^{z_0} \frac{\partial^2 \gamma}{\partial x^2}\,dz. \tag{23}$$

Двукратное дифференцирование по z дает

$$\frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 H_н}{\partial z^2} - \frac{\partial \gamma}{\partial z} \tag{24}$$

Подставляя полученные значения $\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}$ и $\frac{\partial^2 H}{\partial z^2}$ в уравнение (21) и учитывая, что $\frac{\partial^2 H_н}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_н}{\partial z^2} = 0$ (поскольку $H_н$, являясь функцией напора для пресных вод, удовлетворяет уравнению Лапласа), получаем

$$\int_z^{z_0} \frac{\partial^2 \gamma}{\partial x^2}\,dz = 0 \quad \text{или} \quad \frac{\partial^2 \gamma}{\partial x^2} = 0. \tag{25}$$

Таким образом, выражением (22) можно пользоваться в тех случаях, когда $\frac{\partial^2 \gamma}{\partial x^2} = 0$, т. е. γ является линейной функцией от x или не зависит от него. Зависимость же γ от z может иметь любой вид.

Имея определенную зависимость удельного веса от x и z, удовлетворяющую условию $\frac{\partial^2 \gamma}{\partial x^2} = 0$, и сетку движения пресных подземных вод для данных пограничных условий (например, полученную посредством метода электро-гидродинамических аналогий), можно на основании уравнения (22) построить изолинии H и составить гидродинамический профиль способами, рассмотренными выше.

Величина определенного интеграла, входящая в формулу (22), определяется способом графического интегрирования, для выполнения которого должны быть составлены графики зависимости удельного веса от глубины (эпюры удельного веса).

Приведем несколько примеров, характеризующих движение и равновесие вод переменного удельного веса.

Пример 1. Движение грунтовых вод переменного удельного веса по наклонному водоупору, падающего согласно с уклоном поверхности грунтовых вод

Рассмотрим поток грунтовых вод переменного удельного веса, в основании которого залегают водоупорные породы со слабым уклоном поверхности в направлении движения потока (рис. 8). Минерализация и, следовательно, удельный вес подземных вод возрастают в направлении сверху вниз согласно эпюре, изображенной слева на рис. 8. В наиболее простом случае при равномерном движении грунтовых вод водоносный слой имеет постоянную мощность. Зависимость удельного

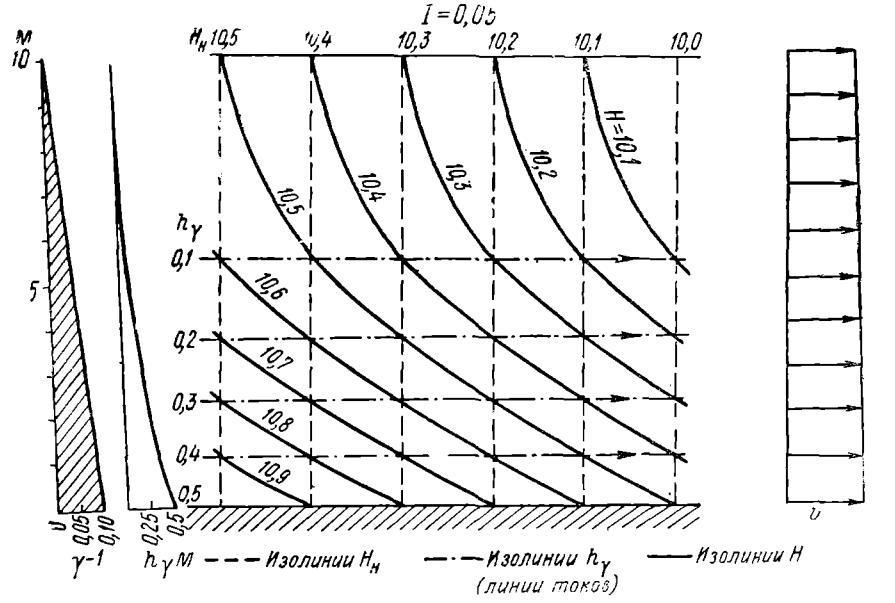


Рис. 8. Построение сетки движения грунтовых вод переменного удельного веса. Наклонный водоупор с уклоном, равным уклону водной поверхности

веса от глубины принимаем по закону трапеции (рис. 8, эпюра $\gamma - 1$, слева) одинаковой на всем протяжении потока. При такой зависимости удовлетворяется условие $\frac{\partial \gamma}{\partial x^2} = 0$. Движение подземных вод считаем установившимся.

Линии равных напоров для пресных вод в рассматриваемом случае изобразятся на профиле прямыми, перпендикулярными линиям водоупора и зеркала грунтовых вод.

Для построения изолиний приведенных уровней определяем величины h_γ посредством графического интегрирования по эпюре $\gamma - 1$ (рис. 8, значения h_γ характеризуют нарастание площади эпюры $\gamma - 1$). Построив эпюру h_γ, на ее основании проводим на профиле линии равных значений h_γ, которые в данном случае параллельны водоупорному ложу (рис. 8, линия h_γ = пост. проведены с интервалом 0,1 *м*).

Для определения приведенного уровня необходимо на основании формулы (22) суммировать значения $H_н$ и h_γ^1. Как видно из рис. 8, линии H = пост. пройдут через точки пересечения линии $H_н$ = пост.

и $h_\gamma = \text{пост.}$, совпадая с диагоналями прямоугольников, образуемых этими линиями, и представляют собой подобные друг другу кривые.

Для определения величины скоростей фильтрации в данном случае целесообразно воспользоваться уравнением (20), учитывая, что линии токов пройдут параллельно линиям $\gamma = \text{пост.}$ и $h_\gamma = \text{пост.}$ Уравнение (20) представим в виде

$$v = -k\left[\frac{\Delta H}{\Delta S} + (\gamma - 1)\sin\beta\right].$$

Как видно из чертежа (рис. 8), $\frac{\Delta H}{\Delta S}$ везде постоянно, угол наклона линии тока к горизонтали β также постоянен. Таким образом, скорость фильтрации возрастает незначительно книзу только в зависимости от увеличения $\gamma - 1$. Эпюра скоростей фильтрации изображена на рис. 8, справа.

Поскольку скорость фильтрации вдоль линий тока является постоянной, подтверждается наличие в данных условиях установившегося движения, что было принято в качестве одного из исходных положений.

Близкими к рассмотренному случаю будут условия фильтрации для потока грунтовых вод с трапецоидальной эпюрой удельного веса при горизонтальном положении водоупора. Однако вследствие уменьшения мощности водоносной зоны в направлении движения потока гидродинамическая картина будет несколько более сложной, поэтому рассмотренная выше схема будет применима лишь в качестве приближенной.

Необходимо отметить, что наличие трапецоидальной эпюры удельного веса наблюдается в природе довольно редко. Обычные эпюры минерализации и удельного веса для природных неоднородных рассолов характеризуются вогнутой в сторону оси ординат формой, что часто является следствием диффузии. Очевидно, при криволинейной эпюре удельного веса для рассмотренного случая линейной зависимости между γ и x не будет и изложенные выше построения будут иметь приближенный характер.

Пример 2. Движение грунтовых вод переменного удельного веса по наклонному водоупору при падении последнего в сторону, противоположную уклону зеркала грунтовых вод

Пусть водоупорное ложе грунтового потока имеет угол наклона β (рис. 9, $\sin\beta = 0{,}125$), а поверхность грунтовых вод — уклон в противоположную сторону (рис. 9, средний уклон поверхности грунтовых вод $I = 0{,}02$). Эпюру удельного веса, так же как и в предыдущем случае, считаем трапецоидальной и одинаковой для всего рассматриваемого участка потока.

Для пресных вод линии равных напоров изобразятся слабо выпуклыми в сторону падения поверхности грунтовых вод линиями, близкими к вертикальным прямым, несколько сгущающимися в направлении падения зеркала грунтовых вод соответственно уменьшению живого сечения грунтового потока.

Для характеристики условий движения вод переменного удельного веса поступаем так же, как в предыдущем примере, т. е. на основании измерения площадей на эпюре — 1 проводим линии $h_\gamma = \text{пост.}$, которые будут параллельны водоупору. Затем проводим изолинии приведенных уровней, которые пройдут через точки пересечения линии равного напора для пресных вод и линий $h_\gamma = \text{пост.}$ (рис. 9).

Для определения скорости фильтрации пользуемся попрежнему формулой (20). Эпюра скоростей фильтрации изображена справа на рис. 9 (эпюра взята для сечения потока, отвечающего отметке приведенного уровня у поверхности грунтовых вод, — 20,4). В данном случае скорость фильтрации, постоянная в зоне развития пресных вод, постепенно падает до нуля для рассолов с удельным весом 1,16 и меняет свое направление на противоположное для еще более концентрированных рассолов, постепенно увеличиваясь в зоне развития последних. Таким образом, в данном случае пресные воды и рассолы с минерализацией, не превышающей определенного предела, движутся с уклоном вверх, в сторону падения поверхности грунтового потока.

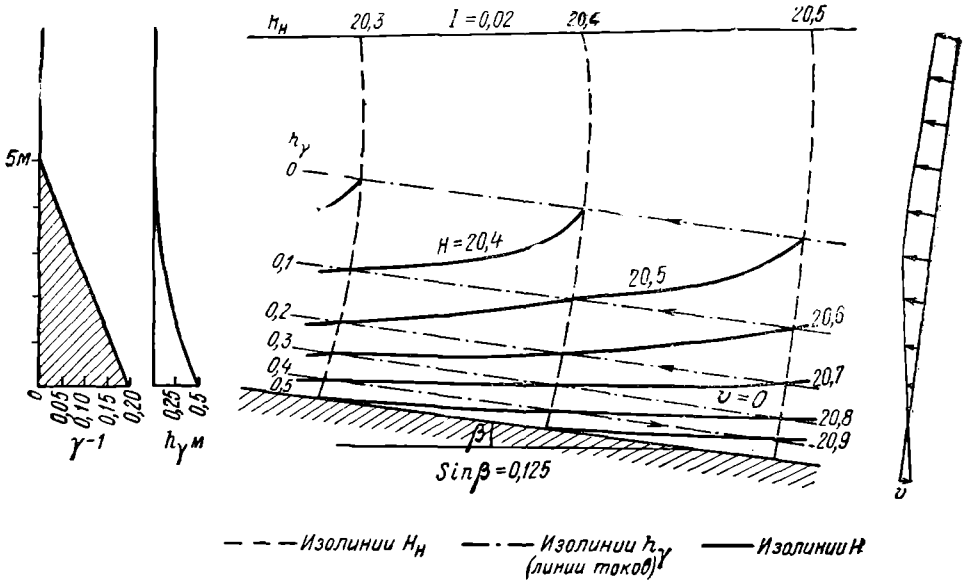


Рис. 9. Построение сетки движения грунтовых вод переменного удельного веса. Наклонный водоупор с падением, противоположным уклону водной поверхности

Рассолы же более высокой минерализации как бы стекают вниз по поверхности водоупора. На границе между рассолами, движущимися наклонно вверх, и рассолами, стекающими вниз по водоупору, наблюдается плоскость, параллельная поверхности водоупора, где скорость движения грунтовых вод равна нулю.

Чтобы рассмотренный вид движения подземных вод переменного удельного веса имел установившийся характер, запасы рассолов, очевидно, должны быть практически неограниченными, а сток рассолов должен поступать в подземные или поверхностные водоемы очень большой емкости [1].

Движение подземных вод переменного удельного веса, близкое к рассмотренному, было обнаружено при изучении движения рассолов вдоль поверхности соляной залежи в долине одной из рек. На исследованном участке, для которого был составлен приближенный гидродинамический профиль, было установлено, что рассолы с минерализацией не свыше

---

[1] Подземными «водоемами» могут быть хорошо водопроницаемые, мощные и широко распространенные слои.

100 *г/л* и удельным весом до 1,07 на обоих берегах движутся в направлении реки и поступают в реку или аллювиальные отложения. Для рассолов с минерализацией более 200 *г/л* и удельным весом свыше 1,13 обнаружено очень медленное вследствие малых коэффициентов водопроницаемости движение в сторону правого берега реки, вдоль наклонной к западу поверхности соляной залежи, являющейся водоупором для вышележащих трещиноватых пород. Движение рассолов в данном случае близко к установившемуся, так как запасы их непрерывно пополняются за счет выщелачивания солей, а сток рассолов с минерализацией

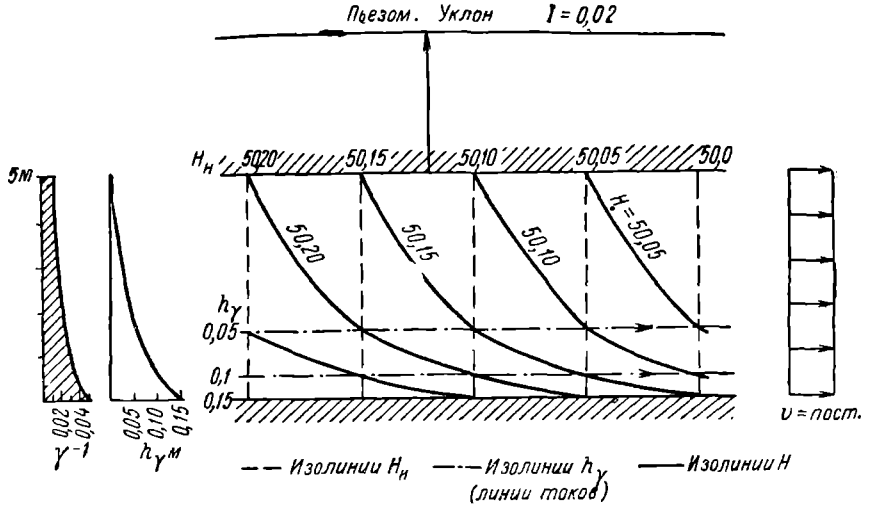


Рис. 10. Построение сетки движения напорных вод переменного удельного веса при горизонтальном залегании водоносного пласта

более 200 *г/л* направлен в сторону обширной области развития трещиноватых пород, расположенной в стороне от долины реки.

Пример 3. Движение подземных вод переменного удельного веса по горизонтально залегающему напорному водоносному пласту

Для горизонтально залегающего напорного водоносного пласта постоянной мощности линии равных напоров для пресных вод изобразятся вертикальными прямыми, густота которых будет отвечать уклону пьезометрической поверхности.

Зависимость (эпюру) удельного веса от глубины считаем одинаковой на всем протяжении пласта. При этом условии γ не будет зависеть от x при любой форме эпюры.

Производим те же построения, что и в ранее рассмотренных примерах, т. е. строим эпюру h_γ (рис. 10), проводим линии h_γ = пост., а затем линии H = пост. Из чертежа видно, что скорость фильтрации в данном случае не меняется в вертикальном направлении (рис. 10, эпюра справа), так как линии токов горизонтальны, а расстояния по горизонтали между линиями H = пост. одинаковы. Кроме того, движение подземных вод является, очевидно, установившимся.

Пример 4. Движение подземных вод переменного удельного веса по наклонно залегающему напорному водоносному пласту

Построения, показанные на рис. 11, отвечают двум случаям: падению пласта, согласному с уклоном пьезометрической поверхности (рис. 11, *а*), и падению пласта в направлении, противоположном уклону

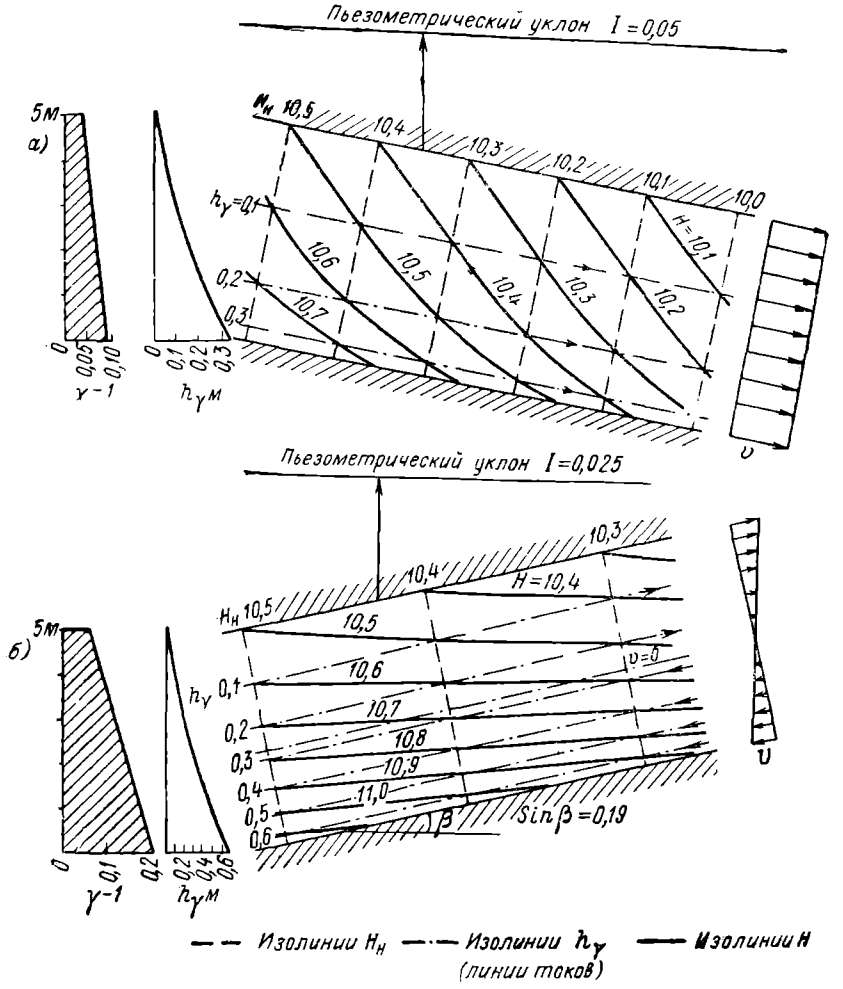


Рис. 11. Построение сетки движения напорных вод переменного удельного веса: *а* — падение водоносного пласта, согласное с пьезометрическим уклоном; *б* — падение водоносного пласта, противоположное пьезометрическому уклону

пьезометрической поверхности (рис. 11, *б*). Эпюры удельного веса в обоих случаях приняты трапецоидальными, одинаковыми на всем рассматриваемом протяжении пласта. Это является необходимым условием для обеспечения линейной зависимости γ от x.

Построения выполнены так же, как и в предыдущих примерах. Из чертежей видно, что при согласном падении пласта форма линии близка к очертанию этих линий для горизонтального напорного пласта. Скорость фильтрации в данном случае мало меняется в зависимости от глубины, только наиболее высокоминерализованные рассолы, находящиеся близ

водоупорного ложа, обнаруживают небольшое увеличение скорости фильтрации, вызванное дополнительным действием гравитационных сил, подобно тому, как это имело место при движении грунтовых вод по наклонному водоупору (пример 1).

При падении поверхности водоупорного ложа, несогласном с направлением верхней части потока (рис. 11, *б*), распределение скоростей фильтрации по вертикали подобно наблюдаемому для грунтового потока при несогласном уклоне водоупора. В данном случае также наблюдается течение менее минерализованных рассолов в направлении, противоположном уклону водоупорного ложа, и движение рассолов высокой минерализации близ по уклону водоупора под влиянием силы тяжести. Движение в обоих случаях установившееся.

Пример 5. Гидростатическое равновесие подземных вод повышенного удельного веса при движении вышележащих слоев воды с меньшей минерализацией

При обычном в природных условиях распределении подземных вод переменной минерализации по удельному весу, т. е. постепенном увеличении минерализации и удельного веса в направлении сверху вниз, нередко наблюдается, что нижние, наиболее минерализованные слои подземных вод не имеют движения, находясь в состоянии гидростатического равновесия. При этом вышележащие слои воды в том же водоносном пласте движутся с постепенно возрастающей скоростью.

При отсутствии движения подземных вод скорость фильтрации и ее составляющие равны нулю. Следовательно, при коэффициенте водопроницаемости, большем нуля, $v = 0$ и

$$v_x = v_y = v_z = 0.$$

На основании уравнений (11)

$$\frac{\partial H}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial H}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial H}{\partial z} = -(\gamma - 1 \tag{26}$$

Таким образом, поверхности $H =$ пост. для рассолов, находящихся в состоянии гидростатического равновесия, представляют горизонтальные плоскости, расстояние между которыми обратно пропорционально величине $\gamma - 1$ (на основании последнего уравнения).

Для получения представления о характере пограничной поверхности между движущимися рассолами и рассолами, находящимися в гидростатическом равновесии, воспользуемся уравнением (20), представив его в виде

$$v = -k\left[\frac{dH}{dS} + (\gamma - 1)\frac{dz}{dS}\right]$$

Полагая в этом уравнении $v = 0$, получаем

$$\frac{dH}{dS} = (\gamma - 1)\frac{dz}{dS} = -(\gamma - 1)\sin\beta, \tag{27}$$

где β — угол наклона к горизонту касательной к линии тока, для которой $v = 0$, т. е. пограничной линии между движущимися и покоящимися рассолами, в сечении поверхности вертикальной плоскостью, параллельной движению подземных вод.

Из уравнения (27) определяем угол β:

$$\sin\beta = -\frac{\frac{dH}{dS}}{\gamma - 1} \approx -\frac{\frac{\Delta H}{\Delta S}}{\gamma - 1}. \tag{28}$$

Выражение (28) показывает, что пограничная поверхность между движущимися и покоящимися рассолами вообще не является плоскостью. При пересечении этой поверхности вертикальной плоскостью, параллельной направлению движения подземных вод, получаем кривую, касательные к которой образуют с горизонталью угол тем больший, чем гуще проходят изолинии H и чем меньше удельный вес воды. Кроме того, для указанной линии проекция вертикального вектора, равного $\gamma - 1$ (т. е. $(\gamma - 1)\sin\beta$), представляет вектор, равный по величине, но противоположный по направлению $\frac{dH}{dS}$, что очевидно на основании зависимости (27) и рис. 12.

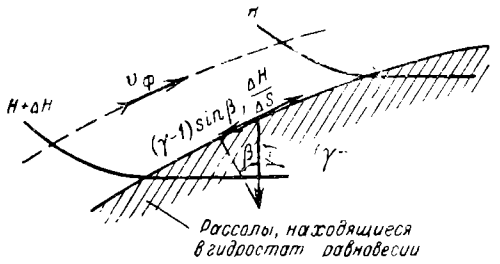


Рис. 12. Схема гидростатического равновесия подземных вод повышенного удельного веса при движении покрывающих вод меньшего удельного веса

Гидростатическое состояние рассолов, покрываемых пресными водами, было неоднократно установлено при гидрогеологических исследованиях. Одним из примеров этому может служить известная схема равновесия между морской и пресной водой, просачивающейся в породы на острове или морском побережье. Рассолы, близкие к насыщению хлористым натрием, с удельным весом 1,20—1,21, находящиеся в состоянии гидростатического равновесия с залегающими над ними движущимися рассолами меньшей концентрации, были встречены во впадинах поверхности соляных залежей некоторых месторождений.

Гидростатическое равновесие рассолов может наблюдаться также и для грунтовых вод (например, в засушливых районах).

Примером гидростатического равновесия рассолов может служить рассмотренный ниже рис. 15, где покоящиеся рассолы наиболее высокой концентрации образуют возвышенную гряду, протягивающуюся вдоль реки.

Пример 6. Условия равновесия и движения рассолов в мульдообразных артезианских пластах

Повышенный удельный вес рассолов может являться причиной длительного нахождения их в состоянии гидростатического равновесия или близком к нему в глубоких частях артезианских бассейнов.

Для суждения об условиях гидростатического равновесия рассолов в артезианских пластах рассмотрим следующую схему: мульдообразно изогнутый артезианский пласт заполнен в более глубоко погруженной части минерализованной водой с удельным весом, бо́льшим единицы, а в краевых зонах пресной водой ($\gamma = 1$) У выходов пласта на поверхности напорные воды переходят в безнапорные, причем уровень последних у концов мульды неодинаковый (за счет различного высотного положения концов мульды или разницы в условиях питания). Пусть отметка уровня воды на одном конце мульды H_1 и на противо-

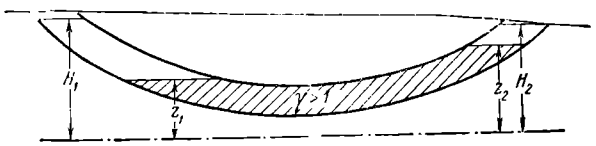


Рис. 13. Схема гидростатического равновесия рассолов в артезианском пласте

положном H_2; отсчет уровня ведется от произвольной горизонтальной плоскости, причем $H_1 > H_2$ (рис. 13). Вследствие неодинакового гидростатического давления по краям мульды рассолы должны переместиться в сторону края, где уровень воды стоит ниже, и расположиться асимметрично по отношению к оси мульды. Соответственно указанному, высотная отметка границы рассолов и пресных вод в левой части мульды будет z_1, а в правой z_2, причем $z_2 > z_1$, поскольку $H_1 > H_2$.

Если рассолы находятся в состоянии гидростатического равновесия, то давление в центре мульды p будет уравновешиваться весом воды, находящейся как в правой, так и в левой части мульды. Следовательно;

$$p = (H_1 - z_1)\delta_0 \quad (z_1 - z_0)\delta_0 = (H_2 - z_2)\delta_0 + (z_2 - z_0)\delta,$$

где δ_0 — вес единицы объема пресной воды;

δ — вес единицы объема рассола;

z_0 — отметка точки в центре мульды, где гидростатическое давление равно p.

После проведения алгебраических преобразований получаем

$$(H_1 - H_2)\delta_0 = (z_2 - z_1)(\delta - \delta_0)$$

или

$$z_2 - z_1 = (H_1 - H_2)\frac{\delta_0}{\delta - \delta_0} = \frac{H_1 - H_2}{\gamma - 1}. \qquad (29)$$

Выражение (29) показывает, что разность высотных отметок границы между рассолами и пресными водами значительно превышает разность уровней воды по краям мульды, поскольку величины $(\gamma - 1)$ значительно меньше единицы.

При достаточно большой величине разности уровней $H_1 - H_2$ величина $z_2 - z_1$, согласно формуле (29), может стать большей H_2. При этом состояние гидростатического равновесия рассолов нарушится и рассолы начнут вытесняться наружу на участках разгрузки артезианского пласта в более низко расположенной части мульды. Этот процесс будет продолжаться до полного вытеснения рассолов и превращения артезианского пласта в проточный, заключающий на всем протяжении пресную воду.

Схему подобного вытеснения рассолов очень просто воспроизвести в лаборатории, заполнив и-образную трубку в нижней части окрашенным рассолом, а в верхней — пресной водой. Приливая пресную воду в более высокое колено трубки, можно наблюдать перемещение границы между рассолом и пресной водой и вытеснение пресной воды из противоположного колена. При определенном уровне пресной воды в более высоком колене вся пресная вода из противоположного колена будет вытеснена и начнет вытекать рассол. Если продолжать поддерживать в высоком колене трубки воду на прежнем уровне, то вытеснение рассола будет продолжаться с постепенным ускорением до тех пор, пока трубка не будет на всем протяжении промыта и не начнется циркуляция пресной воды.

Рассмотренные зависимости значительно схематизируют природные условия, поскольку в действительности минерализация подземных вод в артезианских пластах изменяется постепенно, а резкие границы между рассолами и пресными водами отсутствуют. В естественных условиях при рассмотрении гидростатического равновесия рассолов необходимо

---

[1] Зависимость (29) может быть также получена на основании общих уравнений фильтрации при переменном удельном весе, но приведенные элементарные выводы проще и наглядней.

пользоваться средними значениями удельного веса минерализованных вод для правой и левой частей мульды, в соответствии с чем вместо зависимости (29) получим выражение

$$_2(\gamma_2 - 1) = z_1(\gamma_1 - 1) + z_0(\gamma_2 - \gamma_1) + H_1 - H_2, \qquad (30)$$

где — средний удельный вес минерализованных вод для левой части мульды;

γ_2 — то же, для правой части мульды.

Остальные обозначения прежние. Вывод формулы аналогичен выводу выражения (29).

В случае, если условие (30) не будет удовлетворено, рассолы, находящиеся в нижней части артезианского пласта, будут перемещаться вместе с покрывающими их на обоих концах мульды пресными водами. Но действующий градиент, очевидно, будет меньше, чем при наличии одних пресных вод:

$$I = \frac{H_1 - H_2 + z_1(\gamma_1 - 1) - z_2(\gamma_2 - 1) + z_0(\gamma_2 - \gamma_1)}{L}, \qquad (31)$$

где L — длина пути фильтрации.

Уменьшение действующего градиента для мульдообразно изогнутых артезианских пластов при развитии высокоминерализованных вод должно обязательно учитываться при расчете скорости фильтрации. В противном случае могут получиться ее неправильные завышенные значения.

Пусть, например, $H_1 = 120$ *м*, $H_2 = 110$ *м*, $z_1 = -100$ *м*, $z_2 = 0$, $z_0 = -200$ *м* (даны абсолютные отметки), $L = 50\,000$ *м*, $\gamma_1 = 1{,}05$, $\gamma_2 = 1{,}06$.

Градиент, вычисленный без учета повышенного удельного веса рассолов, равен

$$I = \frac{120 - 110}{50\,000} = 0{,}0001.$$

Градиент, вычисленный по формуле (31) с учетом повышенного удельного веса, равен

$$I_1 = \frac{120 - 110 - 100(1{,}05 - 1) - 200(1{,}06 - 1{,}05)}{50\,000} = 0{,}00003,$$

т. е. фактически действующий градиент в 3 с лишним раза меньше вычисленного без учета повышенного удельного веса подземных вод.

Повышенный удельный вес высокоминерализованных вод имеет большое значение для формирования их химического состава в глубоких частях артезианских бассейнов. Скопляясь в нижних частях артезианских структур, рассолы вследствие повышенного удельного веса могут в течение длительного геологического времени находиться в состоянии гидростатического равновесия или крайне медленного движения, подвергаясь сложным процессам метаморфизации. И только в периоды более интенсивных движений земной коры или значительных изменений климата разности уровней подземных вод на противоположных выходах на поверхность артезианского пласта могут достигнуть величины, достаточной для полного вытеснения рассолов и превращения артезианского горизонта, а иногда и всего артезианского бассейна, в проточный, характеризующийся нахождением пресных вод не только в краевых зонах, но и в центральной части мульды.

Пример 7 Простейшая схема движения подземных вод переменного удельного веса в основании плотины

Рассмотрим наиболее простой случай однородных по водопроницаемости пород, залегающих в основании плотины, и распределение удельных весов, удовлетворяющих условию $\frac{\partial^2\gamma}{\partial z^2}=0$. В подобном случае для суждения об условиях движения полезных вод переменного удельного веса можно воспользоваться способом, рассмотренным выше, т. рассчитать значения приведенного уровня для любой точки осно-

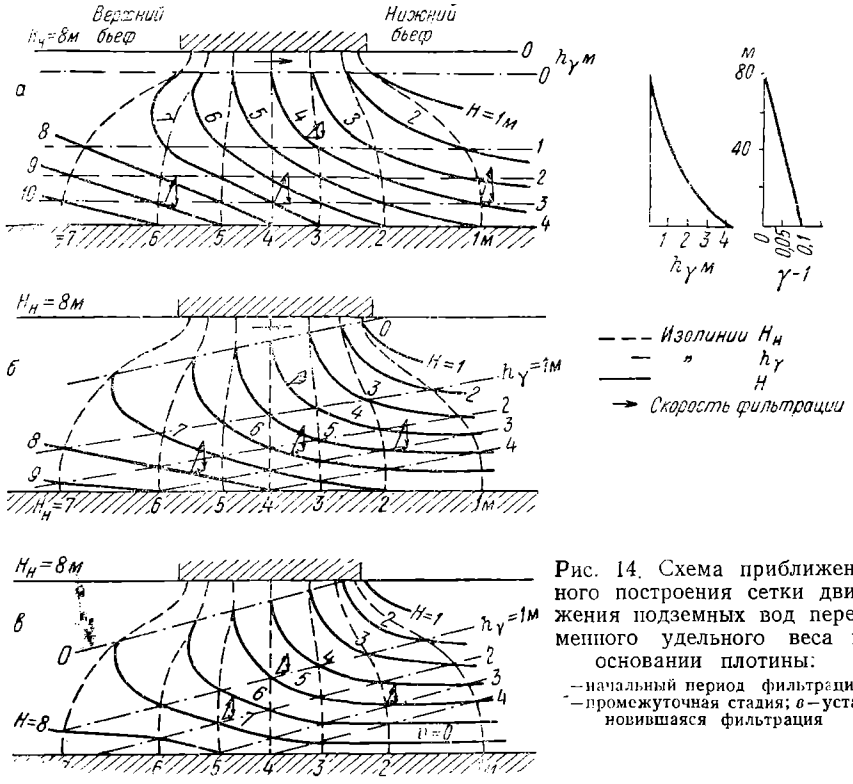


Рис. 14. Схема приближенного построения сетки движения подземных вод переменного удельного веса в основании плотины:
а—начальный период фильтрации —промежуточная стадия; в—установившаяся фильтрация

вания плотины по формуле (22). При этом значения $H_н$ следует брать на основании сетки движения подземных вод под плотиной для пресных вод, которая может быть получена методом электро-гидродинамических аналогий, а в более простых случаях посредством расчетов. Величины h_γ рассчитываются методом графического интегрирования на основе заданного распределения удельных весов. После построения изолиний приведенного уровня скорости фильтрации рассчитываются по формулам (11) или определяются посредством графического построения (см. рис. 5).

На рис. 14 изображены три схемы расположения изолиний приведенного уровня для фильтрационного потока, проходящего в основании плотины при переменном удельном весе подземных вод. Все схемы построены способом, рассмотренным выше.

Первая схема (*а*) отвечает условиям начального периода (через короткий промежуток времени после создания подпора). При построении изолиний приведенного уровня принято, что до создания подпора

наблюдалось горизонтальное залегание рассолов различной минерализации (горизонтальное положение изолиний удельного веса) и в результате фильтрации еще не произошло заметного нарушения первоначальных условий. Движение подземных вод в данном случае является неустановившимся и изолинии удельного веса не совпадают с линиями токов. Со стороны верхнего бьефа при этом наблюдается «отжим» рассолов пресными водами вниз; в нижнем бьефе, наоборот, — подъем поверхности рассолов вверх.

Вторая схема (*б*) представляет распределение вод переменного удельного веса, наблюдаемое по истечении некоторого промежутка времени после создания подпора, но до наступления установившегося режима фильтрации; «отжим» рассолов в верхнем бьефе и поднятие их в нижнем бьефе продолжаются, но перемещение рассолов происходит медленнее, чем в начальной стадии, характеризуемой первой схемой.

Третья схема (*в*) характеризует распределение вод переменного удельного веса, примерно отвечающее установившейся фильтрации. Мощность зоны рассолов в верхнем бьефе значительно уменьшилась по сравнению с их первоначальным положением согласно первой схеме. В нижнем бьефе мощность зоны рассолов увеличилась — здесь сформировался «низовой клин» рассолов. Наиболее концентрированные рассолы (согласно схеме с удельным весом более 1,1) не имеют движения, находясь в равновесии с вышележащими слоями менее концентрированных, находящихся в движении, рассолов.

При построении второй и третьей схем принято, что зависимость удельного веса от глубины является линейной, т. е. эпюра удельного веса имеет трапецеидальную форму. Это необходимо для удовлетворения условия $\frac{\partial^2\gamma}{\partial z^2}=0$.

Схемы, аналогичные изображенным на рис. 14, получены были в щелевом лотке.

Первая и вторая схемы являются примером неустановившегося движения подземных вод переменного удельного веса, которое имеет для подземных вод более широкое распространение, чем для пресных, поскольку в данном случае неустановившийся характер движения зависит не только от применения положения свободной поверхности ненапорных вод, но и от изменения положения границ подземных вод различной минерализации. Неустановившееся движение подземных вод переменного удельного веса может продолжаться длительное время (в отдельных случаях измеряемое годами) в зависимости от водопроницаемости пород и их водоотдачи.

Пример 8. Построение сетки движения подземных вод переменного удельного веса способом последовательного приближения

Изолинии приведенных уровней и изолинии удельного веса для условий установившегося движения могут быть построены способом последовательного приближения, т. е. путем постепенного исправления их очертания до тех пор, пока не будут удовлетворены основные уравнения фильтрации при переменном удельном весе: (11), (13) и (20). Этот способ близок к построению сетки способом последовательного приближения для пресных вод, но сложнее вследствие отсутствия ортогональности между линиями приведенного уровня и линиями токов. Однако несмотря на указанное, этот способ может быть применен для решения ряда задач, если пользоваться следующими приемами.

1. Первоначально выполняется построение изолиний приведенного уровня в первом приближении по рассмотренному выше способу, т. е. путем сложения [согласно формуле (22)] значений напора для фильтрации пресных вод при данных пограничных условиях и величины h_γ. Для расчета h_γ первоначально намечается некоторое приближенное расположение изолиний удельного веса, например по аналогии с известными примерами.

Поскольку вообще условие $\frac{\partial^2\gamma}{\partial x^2} = 0$ может быть не выполнено, полученные изолинии могут в большей или меньшей степени отклоняться от очертания, отвечающего основным уравнениям фильтрации при пере-

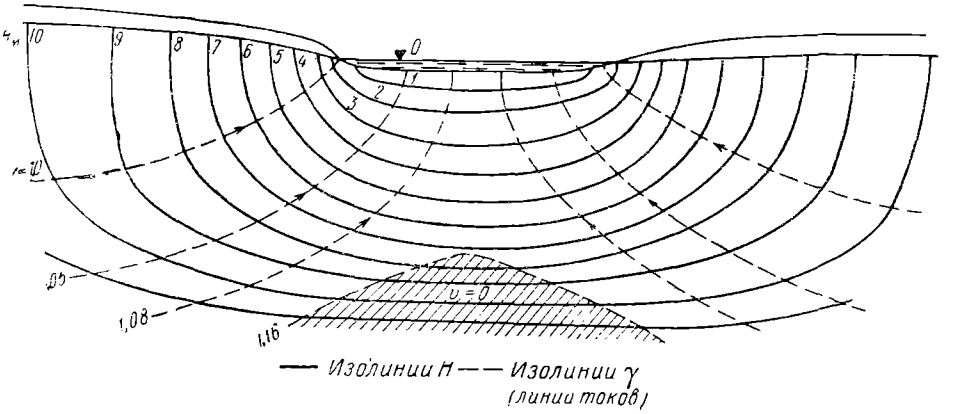


Рис. 15. Схема дренажа подземных вод переменного удельного веса рекой, построенная способом последовательного приближения

менном удельном весе. Поэтому первоначальное начертание изолиний приведенного уровня должно быть подвергнуто последовательному исправлению. Одновременно следует исправлять начертание первоначально намеченных изолиний удельного веса.

2. При исправлении начертания изолиний приведенного уровня и удельного веса проще всего пользоваться следующими приемами.

На участке, где необходимо исправить направление изолинии, определяем $\frac{\Delta H}{\Delta n}$ и откладываем величину вектора $-\frac{\Delta H}{\Delta n}$ (по нормали к линиям $H = \text{пост.}$). От конца этого вектора откладываем вертикально вниз вектор $(\gamma - 1)$ При правильном начертании линий $H = \text{пост.}$ и $\gamma = \text{пост.}$ окончание вектора (-1) будет находиться на касательной к линии $\gamma = \text{пост.}$, поскольку эта линия является линией тока (при установившемся движении), а сложение векторов $-\frac{\Delta H}{\Delta n}$ и $-(\gamma - 1)$ дает скорость фильтрации. В случае, если окончание вектора ложится выше или ниже касательной изолинии удельного веса, очертание изолиний приведенного уровня и удельного веса исправляется, и т. д.

Указанным способом построена схема дренажа речной долины грунтовых вод переменного удельного веса (рис. 15). Схема отвечает горизонтальному положению водоупора и постоянному коэффициенту водопроницаемости. Для первоначального построения схемы была использована сетка движения для пресных грунтовых вод, питающих дрену, не доведенную до водоупора. Как видно из рис. 15, рассолы, минерализация и удельный вес которых достаточно велики (рис. 15, $\gamma = 1{,}16$, соответствующая площадь заштрихована), находятся в состоянии гидро-

статического равновесия, образуя вдоль речной длины возвышенную гряду. Залегающие выше рассолы меньшей минерализации находятся в движении, скорость которого возрастает по мере приближения удельного веса воды к единице.

Изображенная на рис. 16 схема движения рассолов при откачке из буровой скважины также приближенно построена рассмотренным способом. Схема представляет случай скважины, не доведенной до водоупора и до откачки находившейся в зоне развития слабоминерализованных вод, покрывающих рассолы. Коэффициент водопроницаемости постоянный, водоупор залегает горизонтально. Схема показывает, что

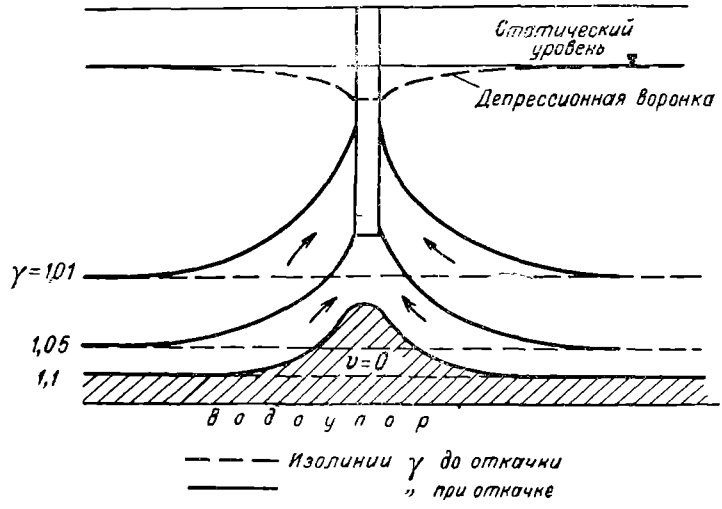


Рис. 16. Схема движения вод переменного удельного веса откачке из скважины, не доведенной до водоупора

при откачке даже с небольшим понижением поверхность рассолов поднимается кверху в виде куполообразного тела. При этом в рассматриваемом случае менее концентрированные рассолы ($\gamma = 1{,}05$) «подсасываются» скважиной, примешиваясь к откачиваемой воде; более концентрированные находятся в состоянии равновесия.

Пример 9. Моделирование условий движения подземных вод переменного удельного веса

Принципиальные схемы распределения вод неодинакового удельного веса при различных схемах фильтрации могут быть довольно простым способом воспроизведены в фильтрационных лотках. Для этого рассолы следует окрашивать. Проще всего воспроизвести схему распределения пресной воды и рассолы определенной концентрации. В качестве фильтрующей среды может служить песок, лучше мелкозернистый [1]. Подобным образом были воспроизведены схемы распределения рассолов при дренаже грунтовых вод рекой и при откачке из скважины. В первом случае лоток представляет четырехугольную банку размером около $30 \times 15 \times 15$ *см*, во втором случае была использована полукруглая банка.

[1] Распределение вод различной минерализации от коэффициента фильтрации не зависит, но в грунте с небольшой водопроницаемостью, очевидно, будет меньше расход воды, проходящей через лоток, что облегчает проведение опыта.

Значительно более сложным является воспроизведение схемы движения рассолов, состоящих из нескольких слоев различной минерализации; в этом случае приходится давать каждому слою соответствующую окраску и обеспечить отсутствие перемешивания слоев рассолов различной концентрации при загрузке лотка, а при длительной фильтрации — также непрерывную подачу их без перемешивания.

Опыты в щелевом лотке дали возможность не только установить общую схему распределения вод различной минерализации, но и изучить процесс отжима рассолов в верхнем бьефе и формирования «низового клина» рассолов во времени, установив продолжительность отдельных стадий этого процесса. При этом наряду с моделированием при постоянной по глубине водопроницаемости были проведены опыты в условиях уменьшающегося вниз коэффициента водопроницаемости (в щелевом лотке с клинообразно сходящимися внизу стенками).

В заключение автор обращает внимание на необходимость дальнейшей разработки вопросов, рассматриваемых в настоящей статье. В первую очередь необходима широкая опытная проверка различных способов определения направления и скорости фильтрации в полевых условиях, а также детальное освещение различных случаев равновесия и движения подземных вод переменного удельного веса, наблюдаемых в природе.

ЛИТЕРАТУРА

Силин Бекчурин А. И., Метод построения гидродинамических сеток для случая переменного удельного веса подземных вод по данным гидрогеологических наблюдений при бурении, Гидрогеология и инженерная геология, 1941, № 8.

2. Силин-Бекчурин А. И., О влиянии кинематической плотности приведенных давлений и проницаемости пород на скорость фильтрации рассолов в нефтяных горизонтах Уральско-Волжской области, Доклады АН СССР, 1947, т. 58, № 6.
3. Силин-Бекчурин А. И., О куполообразном залегании минерализованных вод в долинах рек Камы и Волги, Советская геология, 1941, № 4.
4. Силин-Бекчурин А. И., Метод приближенного расчета скоростей фильтрации и подземного стока рассолов по пьезометрам, Труды лаборатории гидрогеологических проблем АН СССР, 1949, т. II.
5. Полубаринова Кочина Л. Я., О неустановившемся движении грунтовых вод в двух слоях различной плотности, Известия АН СССР, ОТН, 1940, № 6.