Записки Ленинградского орденов Ленина и Трудового Красного Знамени горного института, том XXVII, вып. I, 1952 г.

ПРИМЕНЕНИЕ ЦИКЛОГРАММ ДЛЯ РАСЧЕТОВ РУДНИЧНОГО ТРАНСПОРТА[1]

Доц. Н. В. Филатов

При выборе агрегатов и определении оптимальных параметров проектируемых машин, а также при массовых расчетах во время исследований наиболее удобно пользоваться графическими методами расчетов. Графические работы отличаются быстротой операций, значительной простотой, высокой точностью и, что особенно важно при выборе вариантов, — наглядностью.

Существует много различных методов графических расчетов. Одним из весьма распространенных является метод номографический, основанный на графическом изображении функциональных зависимостей. Широко распространен также метод векторных расчетов.

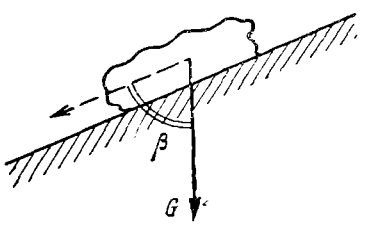


Рис.

Циклографические методы применяются при круговых функциональных зависимостях и представляют разновидность векторных расчетов. Циклограммы отличаются наглядностью и простотой построений. Они могут являться характеристиками машин и процессов их работы. Применение циклограмм известно в электротехнике, механике, в теории упругости и т. д. В транспорте циклограммы не применялись.

В предлагаемой работе показаны общие принципы циклографических расчетов, которые можно применить как для исследования транспорта, так и для расчета элементов машин.

В рудничном транспорте перевозка груза производится под действием веса груза G и при совместном действии веса груза и внешней силы двигателя F. Первый способ назовем транспортированием по I классу, второй — по II классу.

Если по некоторой плоскости (рис. 1) движется груз под действием своего веса (I класс), то справедливо следующее уравнение движения:

$$G(\cos\beta - f\sin\beta) = mj' \qquad (1)$$

[1] Доклад, прочитанный на научно-технической конференции в Ленинградском горном институте 18 мая 1951 г.

или

$$j' = g\psi, \tag{2}$$

где G — вес груза;

β — угол давления силы тяжести, угол между отвесом и направлением движения (рис. 1, пунктирный вектор);

f — коэффициент трения груза о проводники;

j' — ускорение тела при свободном падении груза по проводникам;

m — масса груза;

ψ — динамический коэффициент, равный выражению в скобках в уравнении (1).

Как следует из уравнений (1) и (2), движение по вертикали вверх при $\beta = 180^\circ$ замедленное, а движение вниз при $\beta = 0^\circ$ ускоренное, причем получим: $\sin\beta = 0$, $\psi = 1$ и $(j') = (g)$. Движение с постоянной скоростью при $j' = 0$ и $\psi = 0$ получается в случаях, когда угол давления

$$\beta = 90^\circ - \varphi,$$

где φ — угол трения.

Если вокруг вертикальной оси построить конус вершиной вверх с углом при вершине, равным $\beta = 90^\circ - \varphi$, то в I зоне пространства внутри конуса будет ускоренное движение, во II зоне — на поверхности конуса будет движение с постоянной скоростью, а в III зоне пространства — выше конуса — замедленное движение.

Таким образом, пространство динамически делится на три зоны, внутри которых будут строго определенные режимы тяги. При движении по I классу эти режимы будут определяться уравнением (2), а при движении по II классу — уравнением (3)

$$j = g\left(\psi + \frac{F}{G}\right), \tag{3}$$

где $F > 0$ при действии внешней силы по движению;

$F < 0$, когда внешняя сила действует против движения.

Из равенств (2) и (3) можно установить, что в рудничном транспорте могут иметь место 13 различных режимов тяги. В табл. 1 дана классификация условий тяги в рудничном транспорте, разработанная на основе изложенного выше.

Из таблицы видно, что во II зоне движение с постоянной скоростью возможно только под действием веса, а движение с переменной скоростью — только при условии применения внешней силы. II класс движения, ускоренного в I зоне и замедленного в III, можно получить при двух условиях, а в остальных случаях только при одном условии. Поскольку все режимы движения характеризуются параметрами (см. таблицу), циклограммы можно построить в виде векторных планов в соответствии с описанным выше конусом движения, причем они будут охватывать все режимы тяги.

Для нахождения таких векторных планов через центр тяжести тела O проведем оси координат $x - y$, направив ось y по отвесу (рис. 2). Из точки O' и O'' на вертикальной оси проведем окружности, касательные к горизонтальной оси.

Если диаметры окружности принять в соответственном масштабе μ, равном ускорению тел при падении $\overline{OD} = \overline{OH} = 2r\mu = g$, то эти окружности явятся геометрическим местом точек концов векторов ускорений, проведенных из начала координат O по направлению движения

Таблица 1

Режим движения	Класс движения			
		II класс		
		I зона		III зона
Ускоренный $j > 0$	$\psi > 0$ (I зона)	1. $\psi > \left\|-\frac{F}{G}\right\|$ 2. $\frac{F}{G} > 0$	$\frac{F}{G} > 0$	$\left\|-\psi\right\| > \left\|\frac{F}{G}\right\|$
С постоянной скоростью $j = 0$	$\psi = 0$ (II зона)	$\left\|\psi\right\| = \left\|-\frac{F}{G}\right\|$	—	$\left\|-\psi\right\| = \left\|\frac{F}{G}\right\|$
Замедленный $j < 0$	$\psi < 0$ (III зона)	$\left\|\psi\right\| < \left\|-\frac{F}{G}\right\|$	$\frac{F}{G} < 0$	1. $\left\|-\psi\right\| > \left\|\frac{F}{G}\right\|$ 2. $\frac{F}{G} < 0$

при отсутствии трения (идеальный случай). При этом в равенстве (1) будет $\psi = \cos\beta$ и, следовательно, $j' = g\cos\beta$. Последнее представляет

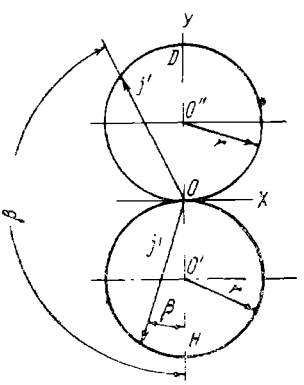


Рис. 2

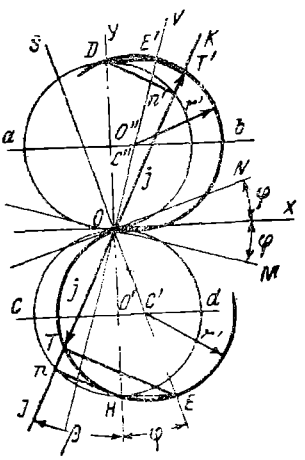


Рис. 3

уравнение окружности в полярных координатах, отвечающих данному случаю.

Принимая во внимание соотношение $\operatorname{tg}\beta = \frac{x}{y}$, получим уравнение окружности, отнесенное к вершине угла в прямоугольных координатах,

$$x^2 + y^2 = gy,$$

где g равно диаметру окружности.

Таким образом векторы, проведенные в верхней окружности, будут равны замедлению при движении вверх, а векторы в нижней окружности равны ускорению при движении вниз. Очевидно, в идеальном случае движение по горизонтали должно быть с постоянной ско-

ростью, вследствие чего вектор ускорения по горизонтальной оси равен нулю.

Наличие трения вызывает отклонение осей координат от первоначального положения на угол трения φ. На рис. 3 эти оси обозначены буквами $S—N$ и $V—M$.

Если через центры O' и O'' окружностей идеального случая провести горизонтальные линии ab и cd и из точек C' и C'' пересечения последних с осями V и S провести радиусом r' окружности касательно к осям M и N, то эти окружности будут геометрическим местом точек концов векторов ускорений, проведенных из начала координат по направлению движения (при наличии трения).

Для доказательства этого, под углом β к вертикальной оси проведем прямую KI. Точки T и T' пересечения этой прямой с окружностями радиусов r' соединим с точками E и E' пересечения тех же окружностей с осями V и S. Получим прямоугольные треугольники EOT и $E'OT'$,

Из треугольника EOT следует:

$$\frac{OT}{OE} = \cos(\beta + \varphi).$$

Из треугольника OHE следует:

$$\frac{OH}{OE} = \cos\varphi.$$

Так как $\mu OH = g$, то из последних двух равенств получим:

$$\frac{OT}{OH}\cos\varphi = \cos(\beta + \varphi),$$

откуда

$$\mu\overline{OT} = g\,\frac{\cos(\beta+\varphi)}{\cos\varphi}$$

или

$$\mu\overline{OT} = g(\cos\beta - f\sin\beta) = g\psi.$$

Следовательно, отрезки, соединяющие точку O с дугой HTO, равны ускорению при движении I класса под уклон $\beta < 90°$. Очевидно, движение I класса с постоянной скоростью происходит вниз по осям M и N, так как при таком направлении радиусы-векторы равны нулю.

Отсюда заключаем, что отрезки осей M и N, расположенные ниже горизонтали, являются образующими конуса движения. Дуга OTH является геометрическим местом точек концов векторов ускорений в I зоне пространства при движении I класса. Следовательно, отрезок прямой IK между окружностями идеального случая и движения при наличии трения пропорционален силе трения:

$$nT = \frac{g\cos\beta}{\mu} - OT = \frac{gf\sin\beta}{\mu}$$

Рассуждениями, подобными предыдущим, легко доказать, что отрезки, соединяющие начало координат O с окружностью в пределах дуги $DE'O$ в масштабе μ, равны замедлению в III зоне движения I класса.

Здесь отрезок вектора $n'T'$, заключенный между окружностями идеального случая и при наличии трения, также пропорционален силе трения.

Умножив отрезки $\overline{nT}$ и $n'T'$ на масштаб и массу тела m, получим силу трения движущегося тела по направляющей плоскости

$$Gf \sin \beta = \overline{nT} \mu m.$$

На рис. 4 дан полный векторный план ускорений при движении по I классу. Жирная линия в верхней части рисунка (выше II зоны) является геометрическим местом точек концов векторов замедления при движении в III зоне, а жирная линия в нижней части рисунка является геометрическим местом точек концов векторов ускорения при движении в I зоне.

Векторные планы могут служить не только для расчетов величин ускорений и замедлений. Их можно использовать также для определения других динамических параметров: ψ, FN.

Как видно из уравнения (2), ψ прямо пропорционален ускорению. Следовательно, если диаметр окружности идеального случая принять равным единице, то полученный нами векторный план ускорения силы тяжести будет являться также векторным планом динамического коэффициента ψ.

Согласно таблице, постоянная скорость может быть получена при движении I класса вниз под углом трения к горизонтали или при движении II класса, когда имеет место равенство:

$$|\pm G\psi| = |\mp F|.$$

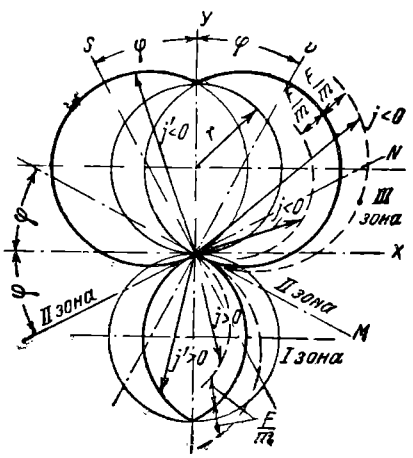


Рис. 4

Тогда, если принять масштаб диаметра окружности идеального случая равным весу движущегося груза, то тот же векторный план будет являться векторным планом силы тяги при движении II класса с постоянной скоростью.

Затраченная мощность равна произведению силы на скорость:

$$N = FV.$$

Тогда, приняв диаметр окружности идеального случая равным мощности вертикального подъема, получим векторный план мощности, необходимой для транспортирования груза с постоянной скоростью в том или ином направлении при коэффициенте трения $f = \operatorname{tg} \varphi$.

Векторный план дает возможность найти экстремальные значения динамических параметров. Как указано на рис. 4, максимальные векторы плана направлены вверх под углом φ к вертикали. Ввиду этого при неизменном φ движение в этом направлении будет иметь наибольшее замедление I класса. Наибольшие значения будут в этом направлении и у других динамических параметров: силы тяги и динамического коэффициента мощности. Минимальное значение этих параметров будет при движении вниз под углом φ к горизонтали (II зона).

Максимальные значения динамического коэффициента:

$$\psi_{\text{макс}} = -(\cos \varphi + f \sin \varphi).$$

Минимальные значения того же коэффициента:

$$\psi_{\text{мин}} = \sin\varphi - f\cos\varphi = 0.$$

В идеальных случаях движения, когда $f = 0$ и $\varphi = 0$, $\psi = -1$, а $\psi_{\text{мин}} = 0$, что было видно при первоначальных построениях.

Таким образом, как видно из таблицы, графа — II класс II зона и графа — I класс с постоянной скоростью имеют минимальные значения динамических параметров. Максимальные значения параметров могут быть получены при режимах: замедленном I класса движения и замедленном II класса III зоны.

При построении векторных планов для переходных режимов тяги II класса заметим, что уравнение (3) отличается от уравнения (2) слагаемым $\frac{F}{G}g$ или $\frac{F}{m}$. Следовательно, если прибавлять или отнимать от векторов ускорений отрезки, равные $\frac{F}{G}g$ или $\frac{F}{m}$, то мы получим векторный план ускорений переходных режимов тяги II класса. При этом концы векторов j опишут кривую, которая носит название улитки Паскаля. В самом деле, согласно формуле (3) можно написать

$$j = j \pm \frac{F}{m}$$

Но из предыдущих рассуждений

$$j' = \frac{g}{\cos\varphi}\cos(\beta - \varphi),$$

тогда

$$j = \frac{g}{\cos\varphi}\cos(\beta - \varphi) \pm \frac{F}{m},$$

а это и есть уравнение улитки Паскаля в полярных координатах, где

$$\frac{g}{\cos\varphi} = \text{const} \quad \text{и} \quad \frac{F}{m} = \text{const}.$$

Если принять диаметр окружности плана при идеальном движении равным единице, мы получим векторный план суммы $\psi \pm \frac{E}{G}$.

На рис. 4 пунктиром дается векторный план ускорений тела при движении по II классу при различных значениях $\frac{F}{m}$ (улитка Паскаля). При этом тяга соответствует следующим условиям таблицы: замедленному режиму движения II класса III зоны и ускоренному режиму движения II класса I зоны.

На рис. 5 пунктиром дан тоже векторный план ускорений тела, движущегося по II классу при тяге, отвечающей следующим условиям таблицы: ускоренное движение во II и III зонах II класса и замедленное в I и II зонах II класса. В этих случаях получаются замедленные движения при спуске груза (I зона) и ускоренное при подъеме (III зона). Рис. 5 является поэтому векторным планом динамических параметров при замедленном спуске и ускоренном подъеме.

Силой F максимальный эффект достигается во II зоне, а минимальный — при подъеме под углом φ к вертикали (рис. 5).

Таким образом, из приведенных построений видно, что векторные планы охватывают все основные режимы тяги в рудничном транспорте.

На основании векторных планов может быть предложен простой циклографический метод расчетов, который состоит из следующих построений.

Прежде всего определяют для заданных условий тяги коэффициент трения или сопротивления движению

$$f = \operatorname{tg}\varphi.$$

Затем строят систему прямоугольных координат (рис. 6). Из начала координат проводят прямую под углом трения φ к вертикали. В некотором масштабе откладывают на последней отрезок OD, равный какой-либо единице: g, 1, G. Из середины этого отрезка C проводят горизонтальную до пересечения с наклонной прямой в точке C_1. Из точки пересечения последних, как из центра, проводят окружность через начало координат. Полученная фигура является расчетной циклограммой, так как окружность будет геометрическим местом точек концов векторов динамических параметров, проведенных по направлению движения из координат вправо и из точки пересечения окружности с осью ординат влево. Окружность ограничивает режимы движения I класса: вправо от оси ординат движения замедленного, а влево — ускоренного. Режимы II класса при движении с постоянной скоростью находятся по той же окружности, а переходные режимы — по пунктирам, изменяющим величину ускорения или замедления I класса на величину отношения $\frac{F}{m}$

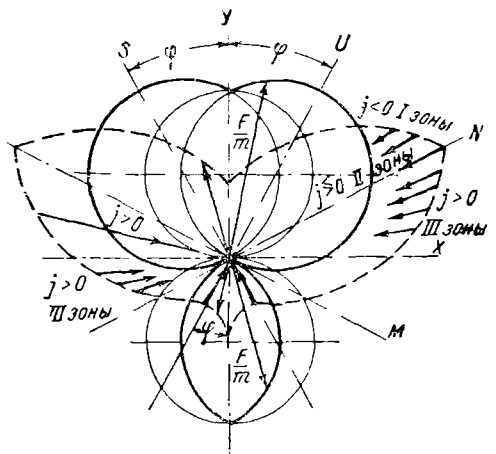


Рис. 5

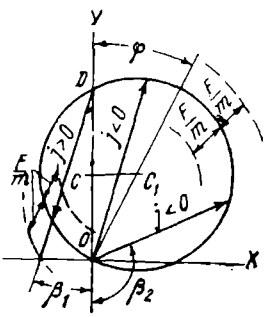


Рис. 6

Циклографические расчеты можно применять при выборе варианта транспорта и особенно при выборе параметров вновь проектируемых машин. При этом для машин угол φ получают не по коэффициенту трения груза о поверхность, направляющую движение, а по коэффициенту сопротивления движения механизма. Тогда на циклограмме рис. 6 пунктирные линии будут откладываться от линий окружности на расстояние, равное не отношению $\frac{F}{m}$, а отношению $\frac{F + R_{XX}}{m}$, где R_{XX} — сила сопротивления холостого хода механизма. Полученная циклограмма будет характеризовать работу двигателя.

Рассмотрим несколько основных случаев применения циклографических расчетов.

Случай 1. По векторным планам можно сравнивать динамические параметры различных установок. На рис. 7 дан пример такого векторного плана установок: клетевого подъема вертикального (откло-

нения трассы от вертикали ± 15°), клетевого наклонного (в пределах 35—75°) и транспорта концевым канатом (в пределах 0—35°). Сплошными линиями показан векторный план для движения с постоянной скоростью, а пунктиром дается векторный план пусковых режимов. Выше оси абсцисс показаны режимы подъема, ниже оси абсцисс — режимы спуска. Вертикальный подъем принят при коэффициенте трения скольжения башмаков по рельсам $f=0{,}27$, $\varphi=15°$ Наклонный подъем принят при коэффициенте сопротивления движению $\operatorname{tg}\varphi=0{,}0087$, что соответствует углу трения $\varphi=30'$ Откатка концевым канатом взята с учетом трения каната о почву при $\operatorname{tg}\varphi=0{,}0175$ и $\varphi=1°$ Отсюда можно сравнивать мощности установок, зависящие от наклона трассы и от трения в машинах, $N=\mathcal{F}(\psi)$.

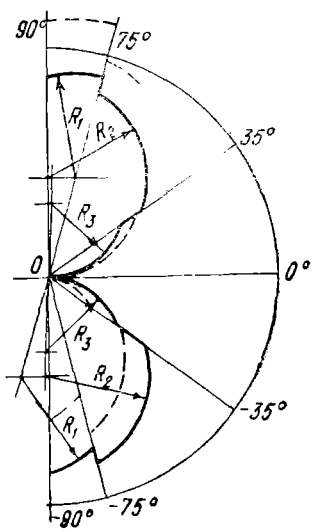


Рис.

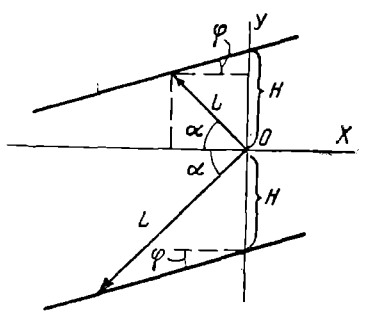


Рис. 8

Случай 2. Векторный план позволяет выбрать тип транспортной установки по динамическим показателям и по мощности установки, если известны ψ, скорости перевозки и грузоподъемности транспортных агрегатов. В некоторых случаях этого может быть недостаточно, так как грузоподъемность и скорость зависят от длины трассы, а длина трассы в горных условиях зависит часто от ее наклона. Ввиду этого необходимо найти также графическую зависимость между мощностью установки и длиной трассы $N=\mathcal{F}(L)$. Такая зависимость находится из следующих рассуждений.

Если на горизонтальной оси вправо и влево от начала прямоугольных координат отложить в некотором масштабе длину трассы L при горизонтальных условиях $\alpha=0°$ и из полученных точек провести линии под углом φ к горизонтали, то получим прямые, являющиеся геометрическим местом точек, расстояние от которых до начала координат равно длине трассы при соответствующем наклоне транспортных машин одинаковой мощности.

В доказательство сказанного проведем из начала координат $X-Y$ по направлению транспортирования под углом α вектор длиной L (рис. 8), равный длине трассы.

Если грузоподъемность агрегата, отнесенная к погонному метру трассы, равна q_1, то мощность установки будет равна

$$N=Lq_1V\psi=Lq_1V\cos\alpha(\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\varphi).$$

Из рис. 8 следует, что $x=L\cos\alpha$,

тогда

$$N=xq_1V(\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\varphi)$$

или

$$\frac{N}{q_1 V} = x \operatorname{tg} \alpha + x \operatorname{tg} \varphi.$$

Но по рис. 8

$$x \operatorname{tg} \alpha = y,$$

тогда

$$\frac{N}{q_1 V} = y + x \operatorname{tg} \varphi$$

или

$$\frac{N}{q} = y + x \operatorname{tg} \varphi.$$

Отсюда следует, что указанные выше точки лежат на одной прямой. В самом деле, последнее выражение является уравнением прямой в координатах $X - Y$, где угловым коэффициентом является $\operatorname{tg} \varphi$, а $\frac{N}{q_1 V}$ — постоянный отрезок, отсекаемый прямой на оси y.

Из выражения $N = L q_1 V \psi$ видно, что этот отрезок равен L установки при $\alpha = 90°$, когда $\psi = 1$, т. е. высоте подъема

$$H = \frac{N}{q_1 V}.$$

Тогда построение графика можно делать, откладывая на вертикальной оси при N *квт*

$$H = \frac{102N}{q_1 V}.$$

На рис. 8 ниже оси абсцисс такие же построения показаны для условий транспортирования вниз. Эти построения удобно применять при определении длины стана конвейера заданной мощности.

Циклограммы с указанием последних закономерностей, построенные для типовых машин, характеризуют их тяговые качества и могут использоваться для проектных работ.

На рис. 9 дан пример, где показаны длины различных установок при одинаковых мощностях элеватора и скребкового конвейера.

Длины установок одинаковой мощности измеряются отрезками одинаковых радиусов: для элеватора, работающего на подъем OA, OB, OC, OD, а элеватора, работающего на спуск OA', OB', OC', OD' для скребкового конвейера, работающего на подъем при наклонах 45, 30, 15, 0° OF, OG, OH, OI, а для спуска при наклоне 15° — отрезок OE.

Случай 3. Циклограммы позволяют также разрешать некоторые конструктивные задачи. Так, например, циклографическим способом чрезвычайно просто определяется момент отрыва груза от ленты при загрузке ленточных конвейеров, момент разгрузки ковшевых элеваторов, момент отрыва сыпучего груза от стенок вращающихся транспортирующих труб и т. д.

Особенность расчетов разгрузок по циклограммам при наличии центробежных сил состоит в следующем. В момент разгрузки сила трения груза о поверхность, направляющую движение, будет уменьшена или увеличена на величину произведения центробежной силы и коэффициента трения. Увеличение силы трения будет отвечать

условиям, подобным вращающимся трубам, а уменьшение — барабанам ленточных конвейеров.

Для всех таких случаев выражение (2) получит вид:

$$\frac{j}{g} = \psi + f\frac{V^2}{gr}, \qquad (4)$$

где последний член пропорционален силе трения, на которую уменьшается или увеличивается трение под влиянием центробежной силы.

Поскольку последний член этого равенства пропорционален силе трения, то на векторном плане он должен быть направлен по касательной к цилиндрической поверхности в точке отрыва груза.

На рис. 10 приведен пример определения момента отрыва груза от ленты при разгрузке ленточного конвейера.

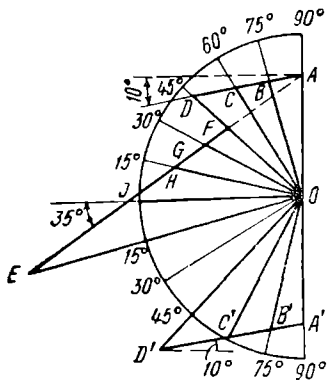


Рис. 9

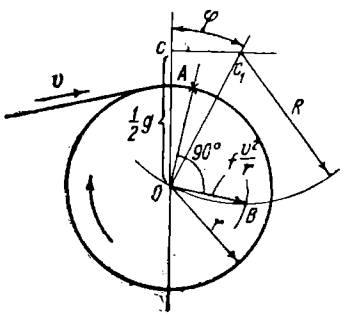


Рис. 10

Допустим, что радиус барабана r, а скорость ленты v. В некотором масштабе на вертикали откладываем отрезок OC, равный $0{,}5g$ и проводим прямую под углом трения груза о ленту φ. Из точки C проводим горизонтальную до пересечения с наклонной прямой в точке C_1. Из точки C_1 проводим дугу радиусом R через центр барабана. Из центра барабана O радиусом, равным $f\frac{V^2}{r}$, проводим дугу, которая отсекает на дуге радиуса R отрезок OB. Вектор, соединяющий точки O и B, указывает направление скольжения груза в момент разгрузки. Из O восстановим перпендикуляр к этому вектору и в A, точке пересечения этого перпендикуляра с окружностью барабана, получим точку отрыва груза.

Подобные же построения необходимы при любых разгрузках, происходящих при наличии центробежных сил.

В заключение изложенного можно отметить следующие основные положения.

1. Циклограммы способны в значительной части охватить многообразие условий пространственных схем рудничного транспорта и дать наглядное представление о динамических его особенностях. Так, например, они обнаруживают экстремумы режимов тяги, показывают кинематическое единство разнообразных транспортных устройств, дают сравнительную картину их тяговых режимов и т. п.

2. Циклографические расчеты отличаются простотой, точностью и единообразием для любых транспортных установок. Их можно применить при выборе и конструировании транспортных установок, а также при исследованиях рудничного транспорта.

Поступило 10. 1. 1952 г.