*Записки Ленинградского орденов Ленина и Трудового Красного Знамени горного института, том XXVI, вып. I, 1952 г.*

# *Маркшейдерское дело*

## МЕТОДИКА ОЦЕНКИ ТОЧНОСТИ ПОДСЧЕТА ЗАПАСОВ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ[1]

*Проф. Д. А. Казаковский*

### I. Несколько замечаний по методике подсчета запасов

Известные в настоящее время методы подсчета запасов с достаточной полнотой исчерпывают все случаи и специфические условия различных месторождений. Правильный выбор метода из числа существующих обеспечивает получение результатов с такой ошибкой, величина которой определяется не столько методами подсчета, сколько детальностью разведки.

С этой точки зрения разработка новых методов подсчета (особенно по данным предварительных и детальных разведок) не является актуальной задачей.

Следует иметь в виду, что с точки зрения точности все методы подсчета, применяемые на практике, являются примерно равноценными, за исключением метода среднего арифметического. Последний в случае резко выклинивающихся залежей, когда $\frac{\sum m_к}{n_к} < \frac{\sum m}{n}$ (где $\sum m_к$ — сумма мощностей по крайним, контурным, скважинам; $\sum m$ — сумма мощностей по всем скважинам; $n_к$ и $n$ — число контурных и всех скважин), дает заниженный результат

Для невыклинивающихся залежей $\frac{\sum m_к}{n_к}$ и $\frac{\sum m}{n}$ могут находиться в различных соотношениях, в силу чего метод среднего арифметического может давать результат заниженный, завышенный и аналогичный результату других, более точных методов.

*Последний случай наиболее вероятен при подсчете запасов в пределах участков, являющихся частью разведанной площади пластовой* залежи, мощность которой неопределенно колеблется около среднего значения (например, при маркшейдерских замерах добычи на угольных месторождениях).

[1] Сокращенное изложение доклада, прочитанного автором в Москве в январе 1950 г. на методическом совещании по маркшейдерскому образованию.

Методы подсчета запасов при эксплуатационных разведках нуждаются в дальнейшем развитии, главным образом в направлении упрощения техники подсчетов, связанных с использованием тех многочисленных данных, с которыми в этих случаях приходится иметь дело. Здесь следует более широко применять приемы сглаживания, а также методы математической статистики (в частности, теории корреляции) для выяснения закономерностей оруденения, а также для оконтуривания рудных залежей.

Следует более широко применять специальные горногеометрические графики, позволяющие заменять громоздкие вычисления сравнительно простыми графическими операциями. Насколько это целесообразно, показывает пример подсчета запасов сурьмяного месторождения, выполненного кафедрой маркшейдерского дела Ленинградского горного института в 1941 г.

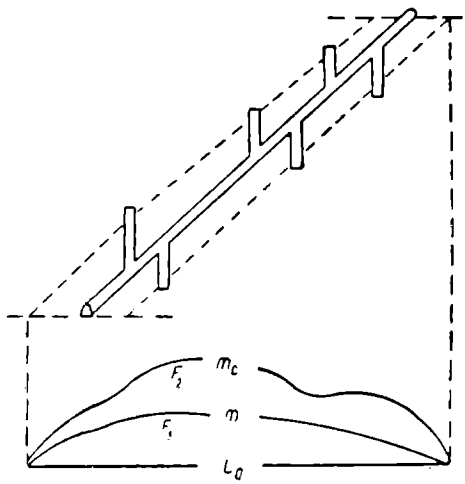



Рис. 1. Графики для подсчета средней мощности и средних содержаний

В рассматриваемом примере для определения средних значений мощности ($m_{ср}$) и содержаний полезного компонента ($c_{ср}$) по данным опробования восстающих выработок и разведочных гезенков строились графики $m$ и $mc$ (рис. 1). Построенные кривые позволяли легко определять указанные выше величины из соотношений:

$$m_{ср} = \frac{F_1}{L_0} \quad \text{и} \quad c_{ср} = \frac{F_2}{F_1},$$

где $m_{ср}$ средняя вертикальная мощность залежи в сечении по гезенку;

$F_1$ — площадь, ограниченная кривой изменения $m$;

$F_2$ — площадь, ограниченная кривой изменения $mc$;

$L_0$ длина горизонтальной проекции сечения рудной залежи (рис. 1).

Впоследствии по величинам $m_{ср}$ и $c_{ср}$ подсчитывались запасы по каждой из зон, тяготеющих к той или иной восстающей выработке.

В связи с большим числом проб и опробованных выработок применение графиков в значительной степени упростило подсчет запасов.

На этом же месторождении методами теории корреляции была исследована связь интенсивности оруденения с расстоянием от висячего бока залежи. При отсутствии отчетливо выраженной границы оруденения со стороны лежачего бока результаты исследования позволили более обоснованно подойти к оконтуриванию залежи на вертикальных разрезах.

Методами теории корреляции автором была установлена тесная обратная зависимость между содержанием $Fe_2O_3$ и $SiO_2$ на железорудном месторождении при подсчете запасов этого месторождения в 1937 г. Это обстоятельство было с успехом использовано для подсчета запасов и объективного контроля результатов опробования. Аналогичным

способом автором была исследована связь объемного веса угля с содержанием в нем конституционной зоны и на основании этого разработан весьма простой аналитический метод определения объемного веса угля в массиве.

Приемы объемного сглаживания, примененные проф. П. А. Рыжовым при геометризации Риддерского месторождения, позволили выявить некоторые закономерности оруденения. Приведенными примерами далеко не исчерпываются случаи успешного приложения математических и горногеометрических приемов к обработке разведочных данных, что указывает на несомненную перспективность этих приемов и желательность их дальнейшей разработки и широкого внедрения в производство.

## II. Оценка ошибок аналогии и изменчивости показателей (признаков) залежи при подсчете запасов

### 1. Общие замечания

К числу основных ошибок, входящих в общую погрешность подсчитанных запасов, относятся: 1) технические ошибки; 2) ошибка аналогии; 3) ошибка оконтуривания.

Технические ошибки являются результатом неточного определения численных значений показателей (мощности, содержания компонентов, объемного веса) в различных точках залежи. Величина их зависит не только от чисто технических факторов, связанных с техникой разведки и опробования, но и от целого ряда естественных факторов (условий залегания, физико-химических свойств полезного ископаемого и т. д.).

С этой точки зрения термин „технические ошибки" следует признать недостаточно удачным. В случаях, когда известны характер (знак) и величина ошибок отдельных измерений, нетрудно оценить влияние их на конечные результаты подсчета запасов или средних значений. Для этого можно воспользоваться широко известными формулами погрешности функции от измеренных величин.

Технические ошибки не связаны с изменчивостью залежи, поэтому метод оценки влияния их на конечные результаты подсчетов остается одним и тем же независимо от формы разведочной сетки и густоты разведочных точек.

Ошибки аналогии своим происхождением обязаны тому обстоятельству, что среднее значение мощности (или другого показателя), как правило, определяется по ограниченному количеству измерений. При подсчете запасов методами, отличными от метода среднего арифметического, ошибки аналогии являются следствием замены действительной формы залежи некоторой условной формой, свойственной тому или иному способу подсчета запасов.

Из сказанного со всей очевидностью следует необоснованность полной замены термина „ошибка аналогии" термином „ошибка репрезентативности" При определении средних значений показателей, а также при подсчете запасов методом среднего арифметического такая замена не вызывает возражений. Что же касается других методов подсчета запасов, то здесь термин „ошибка аналогии" является более удачным и более отвечающим смысловому значению этой ошибки.

Оценка численных значений ошибок аналогии является более трудной задачей по сравнению с оценкой технических ошибок. По указанной причине мы и остановимся главным образом на вопросе оценки ошибок аналогии.

## 2. Сумма мощностей и линейных запасов по скважинам и зависимость ее от положения разведочной сетки

При любом методе подсчета кубатуры залежи полученный результат можно рассматривать как функцию суммы мощностей по скважинам или точкам разведочной сетки.

В самом деле, между кубатурой (объемом) и средней мощностью залежи существует прямая зависимость. С другой стороны, при одном и том же количестве скважин сумма мощностей пропорциональна средней мощности и, следовательно, связана прямой зависимостью с подсчитанным объемом.

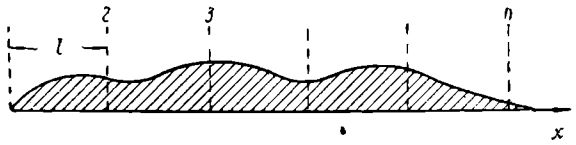



Рис. 2. Разрез „осажденной" залежи по разведочной линии

Посмотрим, каким образом изменяется сумма мощностей в зависимости от положения и густоты сетки разведочных точек.

Пусть по некоторой разведочной линии (рис. 2) задано $n$ скважин на расстоянии $l$ ($м$) друг от друга. Совместим ось абсцисс с направлением разведочной линии.

При смещении сетки скважин в интервале $l$ вправо или влево от заданного положения мощности по отдельным скважинам будут изменяться в зависимости от положения этих скважин:

$$m_1 = f_1(x); \quad m_2 = f_2(x), \ldots \quad m_n = f_n(x), \tag{1}$$

где $m_1, m_2, \ldots m_n$ — мощности по 1-й, 2-й... $n$-й скважинам;

$x$ — абсцисса начальной скважины (в качестве начальной может быть принята любая скважина разведочной линии).

При смещении начальной скважины за пределы интервала $l$ положения сетки и численные значения суммы мощностей будут повторяться, в связи с чем можно ограничиться лишь рассмотрением случаев, при которых $x \leqslant l$.

Сложив кривые, выражающие закон изменения мощности залежи по каждой из скважин, получим суммарную кривую, выражающую закон изменения суммы мощностей по скважинам.

Следовательно, сумма мощностей также будет являться функцией координат начальной скважины:

$$\sum m = \psi(x), \quad x \leqslant l. \tag{2}$$

Аналогичное положение будет справедливо и в отношении всей залежи в целом.

Представим себе, что вся область распространения залежи покрыта квадратной сеткой скважин. Примем одну из скважин сетки за начальную и проведем через нее, как через начало координат оси $ox$ и $oy$, совпадающие с направлением разведочных линий.

Сеткой скважин вся область распространения залежи разбивается на прилегающие друг к другу квадраты.

Мощности по отдельным скважинам сетки при ее поступательном смещении будут изменяться в соответствии с характером элементов поверхности $m = f(x, y)$ в пределах квадратов сетки, т. е.

$$\left.\begin{aligned} m_1 &= f_1(x, y); \\ m_2 &= f_2(x, y); \\ m_n &= f_n(x, y); \quad x \leqslant l, \ y \leqslant l, \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

где $m_1, m_2, \ldots m_n$ — мощности по 1-й, 2-й, ..$n$-й скважинам;
$x, y$ — координаты начальной скважины;
$l$ — расстояние между скважинами.

Сложив почленно приведенные выражения, получим:

$$\sum m = \psi(x, y), \quad x \leqslant l, \quad y \leqslant l. \tag{4}$$

Истинное значение объема залежи символически можно записать таким образом:

$$V_{\text{ист}} = \iint_T f(x, y)\, dxdy \tag{5}$$

или

$$V_{\text{ист}} = \int_0^l \int_0^l \psi(x, y)\, dxdy, \tag{6}$$

где $T$ — область распространения залежи;

$V_{\text{ист}}$ — истиный объем тела, ограниченного снизу горзионтальной плоскостью, а сверху — поверхностью $m = f(x, y)$ или $\sum m = \psi(x, y)$.

Назовем частное от деления истинного объема залежи на квадрат расстояния между скважинами *истинной* суммой мощностей.

Таким образом,

$$\sum m_{\text{ист}} = \frac{V_{\text{ист}}}{l^2} = \frac{\int_0^l \int_0^l \psi(x, y)\, dxdy}{l^2} \tag{7}$$

При данном расстоянии между скважинами $\sum m_{\text{ист}}$ является величиной постоянной, не зависящей от положения разведочной сетки. Относительное отклонение реальной суммы от ее истинного значения $\mu(\Sigma m)_p$ будет являться функцией координат точки заложения начальной скважины. При поступательном смещении разведочной сетки это отклонение принимает отрицательные и положительные значения. При этом по крайней мере одно из этих отклонений обладает наибольшим численным значением.

В зависимости от соотношения $\sum m_{ист}$ и $\sum m_{мин}$ или $\sum m_{макс}$ указанное отклонение будет равно:

$$\mu\left(\sum m\right)_{пр} = \frac{\sum m_{макс}}{\sum m_{ист}} - 1 \qquad (8)$$

или

$$\mu\left(\sum m\right)_{пр} = \frac{\sum m_{мин}}{\sum m_{ист}} - 1. \qquad (9)$$

Практически предельные отклонения отметок топографической поверхности от ее среднего уровня примерно равны как в сторону положительных, так и в сторону отрицательных значений.

Условимся называть предельным то положение разведочной сетки, при котором относительное отклонение суммы принимает наибольшее численное значение, благоприятным — при котором это отклонение равно нулю, и случайным — при котором отклонение принимает значения, отличные от нулевого и предельного.

Нетрудно показать, что изменение объема или запасов по мере сгущения или разрежения сетки разведочных точек является следствием зависимости этих величин от координат точки заложения начальной скважины.

Как показывают фактические данные, подобные колебания могут быть весьма значительными и достигают 50% среднего значения запасов, полученных при различных сетках[1]. Об этом же свидетельствуют и данные экспериментирования на моделях.

На модели, описанной нами ниже, предельное отклонение суммы мощностей для „разведочных" линий достигало в ряде случаев 20% и более.

Посмотрим, каким образом изменяется реальное и предельное отклонения суммы мощностей при уменьшении расстояния между скважинами. Для упрощения рассуждений и выводов будем уменьшать расстояние между скважинами в 2, 4, 8 и т. д. раз. При уменьшении расстояния в 2 раза количество скважин возрастает примерно в 4 раза. Закон изменения суммы мощностей при расстоянии между скважинами в $\frac{l}{2}$ (*м*) можно записать в таком виде:

$$\sum m' = \psi'(x, y), \qquad (10)$$

$$x \leqslant \frac{l}{2},$$

$$y \leqslant \frac{l}{2}$$

Топографическая поверхность (10) является суммой четырех частей топографической поверхности (4), полученных путем деления последней вертикальными плоскостями, проведенными параллельно осям *ox* и *oy* на расстояние от них в $\frac{l}{2}$ (*м*). Так как топографическая поверхность (4) не может иметь четырех одинаковых по величине наименьших

[1] Например, Н. Л. Николаев, Результаты подсчета запасов Алмалыкского месторождения, Разведка недр, № 1, 1935.

или наибольших отметок, при этом в точках, симметрично расположенных относительно указанных плоскостей, то можно написать:

$$\frac{\sum m'_{\text{мин}}}{4} > \sum m_{\text{ми}} \quad \text{и} \quad \frac{\sum m_{\text{макс}}}{4} < \sum m_{\text{макс}}, \tag{11}$$

где $\sum m'_{\text{мин}}$, $\sum m'_{\text{макс}}$ наименьшая и наибольшая отметки суммарной топографической поверхности (10).

Далее, на основании формулы (7), можно написать:

$$\sum m_{\text{ист}} = \frac{V_{\text{ист}}}{\left(\frac{l}{2}\right)^2} = 4 \sum m_{\text{ист}}. \tag{12}$$

Таким образом, выражение для предельного отклонения суммы мощностей при интервале между скважинами, равном 0,5 $l$, принимает следующий вид:

$$\left.\begin{aligned} \mu'\left(\sum m\right)_{\text{пр}} &= \frac{\sum m'_{\text{мин}}}{4 \sum m_{\text{ист}}} \quad 1 \\ \text{или} \\ \mu'\left(\sum m\right)_{\text{пр}} &= \frac{\sum m'_{\text{макс}}}{4 \sum m_{\text{ист}}} \quad 1. \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

На основании выражений (8), (9) и (13) можно написать:

$$\mu'\left(\sum m\right)_{\text{пр}} < \mu\left(\sum m\right)_{\text{пр}}$$

Точно так же

$$\mu''\left(\sum m\right)_{\text{пр}} < \mu'\left(\sum m\right)_{\text{пр}}$$

или вообще:

$$\mu\left(\sum m\right)_{\text{пр}} > \mu'\left(\sum m\right)_{\text{пр}} > \mu''\left(\sum m\right)_{\text{пр}}, \tag{14}$$

где

$$\mu\left(\sum m\right)_{\text{пр}}, \quad \mu'\left(\sum m\right)_{\text{пр}}, \quad \mu''\left(\sum m\right)_{\text{пр}}$$

д. предельные отклонения суммы мощностей для расстояний между скважинами в $l$, $\frac{l}{2}$, $\frac{l}{4}$ и д.

Неравенство (14) говорит о том, что по мере уменьшения расстояния между скважинами, численное значение предельного отклонения все время убывает и стремится к нулю.

Выберем теперь в пределах топографической поверхности (4) некоторую произвольную точку $K$ с координатами $x_K$, $y_K$. Обозначим сумму мощностей, соответствующую этой точке, через $\sum m_K$.

При переходе от суммарной поверхности (4) к поверхности (10) точка $K$ совпадет с какими-то другими точками $E$, $F$ и $M$ топографической поверхности (4) с отметками:

$$\sum m_E \quad \sum m_F, \quad \sum m_M.$$

Так как $\sum m_K$, $\sum m_E$, $\sum m_F$ и $\sum m_M$ по численной величине не могут находиться в различных отношениях, то сумма их $\sum m'$ может находиться в следующих соотношениях с $\sum m_K$:

$$\frac{\sum m'}{4} > \sum m_K, \quad \frac{\sum m'}{4} < \sum m_K, \quad \frac{\sum m'}{4} = \sum m_K$$

Таким образом, при переходе от расстояния между скважинами в $l$ (*м*) к расстоянию 0,5 $l$ реальное отклонение суммы мощностей $\mu(\sum m)_р = \frac{\sum m}{\sum m_{ист}}$ 1 может увеличиться, уменьшиться и остаться прежним по величине.

Резюмируем приведенные выше доказательства и рассуждения.

1. Сумма мощностей по скважинам, а также относительное отклонение суммы от ее истинного значения зависят от координат точки заложения начальной скважины, т. е. от способа расположения разведочной сетки.

2. По мере смещения разведочной сетки реальное отклонение, соответствующее случайному положению разведочной сетки, принимает как положительные, так и отрицательные значения, не превосходящие по численному значению предельного отклонения. В ряде случаев отклонение принимает нулевые значения, соответствующие благоприятному расположению разведочной сетки.

3. Предельное отклонение имеет двусторонний характер по знаку, определяется изменчивостью мощности и, в отличие от реального отклонения, не зависит от координат точки заложения начальной скважины.

4. При уменьшении расстояния между скважинами предельное отклонение постоянно убывает и стремится к нулю, а реальное отклонение стремится к нулю, попеременно убывая и возрастая.

5. Скорость убывания предельного и реального отклонений неопределенна, зависит от характера топографической поверхности $m = f(x, y)$ и не связана какой-либо математической зависимостью с увеличением количества скважин.

Аналогичные выводы можно сформулировать и в отношении сумм линейных запасов руды $\sum q$ и металла $\sum p$.

В связи с тем, что суммы мощностей и линейных запасов связаны прямой зависимостью с кубатурой и запасами, то приведенные выводы справедливы и по отношению к подсчитанным по данным разведки кубатуре и запасам.

## 3. Терминология. Метод общих цифр при подсчете запасов

В математической статистике для характеристики дисперсии пользуются средним квадратическим отклонением и относительным отклонением среднего арифметического (или так называемым показателем вариации).

При изучении случайных ошибок измерений пользуются среднеквадратической и вероятной ошибками.

Статистические величины и результаты измерений, с которыми имеют дело статистика и практика измерений, являются случайными величинами по своей природе. Последовательность этих величин в ряду, а также последовательность появления их при опыте (испыта-

нии) не оказывает никакого влияния на величину дисперсии и ошибки подсчитанного среднего значения.

При изучении ошибок, связанных с подсчетом объемов, запасов и средних значений показателей месторождений, мы не можем во всех случаях пользоваться квадратической и вероятной ошибками, поскольку природа величин, с которыми мы имеем дело в этом случае, отлична от природы статистических величин. В частности, здесь не всегда можно отождествлять понятие дисперсии с понятием ошибки, с одной стороны; с другой стороны, нельзя не считаться с влиянием на ошибку результата последовательности появления величин в ряду, т. е. с характером распределения измеренных величин по площади или в пространстве.

Если иметь в виду, что применительно к мощности и вообще данным разведки часто приходится иметь дело не со случайными величинами, а с величинами, подчиненными локальным закономерностям изменения, то становится понятной ограниченная применимость таких критериев дисперсии, как квадратическое отклонение.

Основываясь на отличии природы ошибок, связанных с подсчетом объемов и средних значений показателей месторождений, от природы случайных ошибок измерений, есть основание предложить несколько иную терминологию ошибок. В дальнейшем мы будем различать: а) реальную ошибку подсчитанной величины (объема, среднего значения показателя и т. д.); б) предельную ошибку подсчитанной величины; в) возможную предельную ошибку.

Под реальной ошибкой будем понимать относительную разность между подсчитанным значением величины и ее истинным значением при случайном расположении сетки разведочных скважин или вообще точек измерения показателей.

Под предельной ошибкой будем понимать максимальную относительную разность между подсчитанным и истинным значением величины, соответствующую предельному положению сетки разведочных точек.

Под возможной предельной ошибкой будем подразумевать то значение относительной разности между подсчитанным и истинным значением величины, больше которого не может быть реальная ошибка при любом положении сетки разведочных точек.

Смысловое значение возможной предельной ошибки можно пояснить следующим примером. Имеем ряд эталонных метровых жезлов, из которых один обладает наибольшим отклонением от истинного значения. При этом по численной величине отклонение равно $+\Delta_{\text{макс}}$. Не зная, который из жезлов имеет отклонение $+\Delta_{\text{макс}}$, мы берем наугад один из эталонных жезлов, сравниваем с рабочим жезлом и находим, что разность между длиной эталонного и рабочего жезлов равна $+\Delta$. Величина $\Delta_{\text{макс}}+\Delta$ будет являться возможной предельной ошибкой рабочего жезла, которой мы и должны характеризовать его точность, поскольку не знаем, какую фактическую ошибку имел тот эталонный жезл, с которым сравнивался жезл рабочий.

Как было указано выше, сумма мощностей по скважинам зависит от места заложения начальной скважины разведочной сетки.

Обозначим частное от деления кубатуры залежи в пределах нулевого контура, подсчитанной каким-либо способом, на квадрат расстояния между скважинами через $\sum m_a$, е. положим:

$$\sum m_a = \frac{V_p}{l^2}. \qquad (15)$$

Так как $V_p$ зависит от места заложения начальной скважины, то можем написать:

$$\sum m_a = f'(x, y), \quad x \leqslant l, \quad y \leqslant l. \tag{16}$$

Обозначим:

$$\left(\sum m_a\right)_{ист} = \frac{\int_0^l \int_0^l \sum m_a dx dy}{l^2} \tag{17}$$

Ввиду того, что

$$\left(\sum m_a\right)_{ист} \neq \sum m_{ист},$$

где

$$\sum m_{ист} = \frac{\int_0^l \int_0^l \sum m dx dy}{l^2},$$

отклонение отметок поверхности (16) от средней отметки $\left(\sum m_a\right)_{ист}$ по численным значениям больше отклонений отметок поверхности (4) от средней отметки $\sum m_{ист}$. Таким образом, наиболее точное значение кубатуры залежи в пределах нулевого контура (при относительно густой сетке скважин) получается из формулы:

$$V = l^2 \sum m. \tag{18}$$

Аналогичные формулы можно применить и при подсчете запасов руды или металла. Так, например:

$$Q = l^2 \sum q, \tag{19}$$

$$P = l^2 \sum p. \tag{20}$$

Подсчет кубатуры залежи и запасов при помощи формул (18), (19) и (20) будем называть в дальнейшем подсчетом по методу общих цифр.

## 4. Изменчивость показателей месторождения и ее численная характеристика

Производя разведку месторождений и подсчет запасов, нам неизбежно приходится считаться с изменчивостью показателей. Чем более изменчиво месторождение, тем больше должно быть собрано данных о нем, т. е. тем в большем числе точек должны быть измерены численные значения показателей. Однако не всякая изменчивость является неблагоприятным фактором при подсчете запасов.

Если, например, мощность залежи хотя и не остается постоянной, но изменяется по закону прямой линии, то такая изменчивость не явится осложняющим фактором, так как в этом случае даже при весьма малом количестве разведочных данных форма залежи может быть охарактеризована достаточно точно, а подсчет запасов и средних характеристик может быть произведен без заметных ошибок.

С этой точки зрения под изменчивостью показателей необходимо понимать не изменение вообще, а такое изменение, которое складывается из незакономерного возрастания и убывания. За основу численной характеристики абсолютной изменчивости принимается, таким обра-

зом, не интенсивность изменения показателей, а средняя величина вторых разностей из измеренных значений показателя

$$i = \frac{\sum \Delta^{II}}{k}, \tag{21}$$

где $\sum \Delta^{II}$ — сумма численных значений вторых разностей из измеренных значений показателя (признака);

$k$ — число вторых разностей.

Числом $i$ можно пользоваться для характеристики сложности (пересеченности) топографических поверхностей и поверхностей топографического порядка (скрытых топографических поверхностей).

В математической статистике для характеристики абсолютной изменчивости пользуются средним квадратическим отклонением, а для характеристики относительной изменчивости — коэффициентом вариации.

Было предложено воспользоваться коэффициентом вариации и для численной характеристики изменчивости показателей месторождения.

При наличии закономерных изменений, в отличие от коэффициента вариации, среднее значение вторых разностей более остро характеризует изменчивость и является более приемлемой характеристикой.

Если иметь в виду то обстоятельство, что в изменении мощностей и других показателей мы часто можем наблюдать локальные закономерности, то становится вполне очевидным преимущество характеристики изменчивости указанным числом $i$.

Применительно к разведке квадратной сетью скважин численные значения вторых разностей необходимо вычислять по всем линиям скважин вдоль сетки, поперек и по двум диагональным направлениям.

Так как в диагональном направлении расстояние между скважинами в 1,4 раза больше, чем в поперечном и в продольном, то имеет смысл придавать вторым разностям различные веса, а именно: разностям в поперечном и продольном направлениях придавать вес, равный $q=1$, а разностям в диагональных направлениях: $q = \frac{1}{1,4} = 0,7$

Таким образом, в общем случае число $i$, которое назовем показателем пересеченности топографической поверхности или абсолютной изменчивостью, будет равно:

$$i = \frac{\sum \Delta^{II} q}{k}, \tag{22}$$

где $\sum \Delta^{II} q$ — сумма численных значений вторых разностей, умноженных на их веса;

$k$ — число вторых разностей.

Число $i$, характеризуя пересеченность топографической поверхности, в общем случае не может само по себе характеризовать изменчивость показателя, так как последняя обратно пропорциональна среднему значению показателя $K_{ср}$.

Следовательно, числу, которое характеризует степень изменчивости показателя, необходимо придать следующее выражение:

$$I = \frac{i}{K_{ср}} = \frac{\sum \Delta^{II} q}{k K_{ср}}. \tag{23}$$

Это число назовем относительной изменчивостью или, в соответствии с установившейся терминологией, просто *показателем изменчивости.*

Применительно к изучению изменчивости мощности будем иметь:

$$I_m = \frac{i_m}{m_{ср}}, \tag{24}$$

а применительно к изучению линейных запасов руды $q$ и металла $p$ получим:

$$I_q = \frac{i_q}{q_{ср}}, \quad I_p = \frac{i_p}{p_{ср}} \tag{25}$$

## 5. Показатель изученности

Ошибки подсчитанных объема и запасов залежи зависят не только от степени изменчивости мощности или линейных запасов, а, равным образом, и от густоты сетки разведочных точек. Однако нетрудно показать, что определяющим здесь является не абсолютное расстояние между точками разведочной сетки, а отношение площади распространения залежи к квадрату расстояния между точками, т. е. число:

$$\alpha = \frac{F}{l^2}. \tag{26}$$

Выражение (26) можно записать также в таком виде:

$$\alpha = \frac{F}{l^2} \approx n,$$

где $n$ — количество скважин.

Число $\alpha$ назовем относительной густотой точек разведочной сетки.

Посмотрим теперь, от чего зависит величина предельного отклонения суммы мощностей по скважинам. Как было установлено выше, это отклонение равно:

$$\mu\left(\sum m\right)_{пр} = \frac{\sum m_{мин} - \sum m_{ист}}{\sum m_{ист}}$$

или

$$\mu\left(\sum m\right)_{пр} = \frac{\sum m_{мин} - \sum m_{ист}}{\alpha m_{ср}}$$

Как следует из приведенного соотношения, отклонение прямо пропорционально разности $\sum m_{мин} - \sum m_{ист}$ и обратно пропорционально $\alpha m_{ср}$. Так как разность $\sum m_{мин} - \sum m_{ист}$ связана прямой зависимостью с показателем пересеченности, то числу, с которым предельная ошибка связана прямой зависимостью, можно придать следующее выражение:

$$t = \frac{i}{\alpha m_{ср}} = \frac{I}{\alpha} \approx \frac{I}{n}. \tag{27}$$

---

[1] В отличие от коэффициента вариации предлагаемый показатель позволяет характеризовать изменчивость того или иного признака раздельно по различным направлениям, например, по простиранию и падению залежи (Труды ВНИМИ, вып. XVII, 1949).

Число $t$ по своей численной величине мало, поэтому есть смысл выражать его в промиллях. В соответствии с этим будем иметь:

$$t = \frac{1000I}{n}. \tag{28}$$

Величина, обратная $t$, будет связана прямой зависимостью со степенью изученности какого-либо признака залежи. Обозначив это число через $R$, будем иметь:

$$R = \frac{n}{1000I}. \tag{28'}$$

Подставив выражение для $I$, окончательно получим:

$$R = \frac{nkm_{ср}}{1000\sum \Delta^{II} g}, \tag{29}$$

где $n$ количество скважин или вообще точек измерения показателя;

$k$ — число вторых разностей из измеренных значений мощности;

$m_{ср}$ — средняя мощность;

$\sum \Delta^{II} g$ — сумма вторых разностей, умноженных на их веса.

Число $R$ назовем показателем изученности мощности залежи. Это число связано обратной зависимостью с величиной относительного отклонения суммы мощностей.

Аналогичные показатели разведанности могут быть даны и для характеристики других признаков залежи (линейных запасов руды и металла, объемного веса и т. д.).

## 6. Оценка предельного отклонения суммы мощностей от ее истинного значения

Предельное относительное отклонение суммы мощностей мы можем рассматривать как функцию показателя изученности, т. е.

$$\mu\,(\sum m)_{пр} = f(R). \tag{30}$$

Эту функцию на первом этапе можно задать таблично или в виде графика. После того как такая таблица будет составлена, не представит никакого труда решать обратную задачу, т. е. по вычисленному значению $R$ находить относительное предельное отклонение.

Составление таблицы функциональной зависимости (30) возможно или путем экспериментирования на телах геометрически правильной формы, или путем сравнения объемов, подсчитанных по данным разведки с фактическими объемами, полученными при эксплуатации месторождения, или, наконец, путем экспериментирования на моделях тел неправильной формы.

Первый способ нельзя признать совершенным. Мощности геометрически правильных тел в своем изменении подчинены определенной закономерности, поэтому выводы, сделанные на основе экспериментов, в этом случае будут иметь ограниченный характер.

Отрицательными сторонами второго способа являются громоздкость, недостаточная точность и, главное, невозможность определения интересующих нас предельных ошибок.

Третий путь — экспериментирование на модели тела неправильной формы, — очевидно, является более правильным и более приемлемым способом исследования. Здесь мы ничем не связаны в смысле выбора размеров модели, ее формы и густоты сети разве-

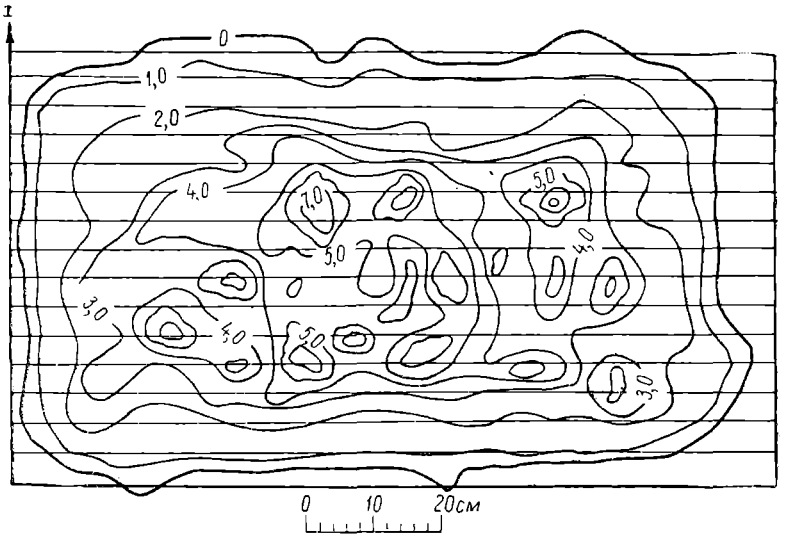



Рис. 3. План цементной модели в изомощностях (мощности указаны в *см*)

дочных точек. Мы можем проследить зависимость ошибок подсчитанного объема или показателя разведанности от способа расположения разведочной сетки, определить предельные ошибки, вычислить показатель изученности для сеток с разнообразной густотой разведочных точек и т. д.

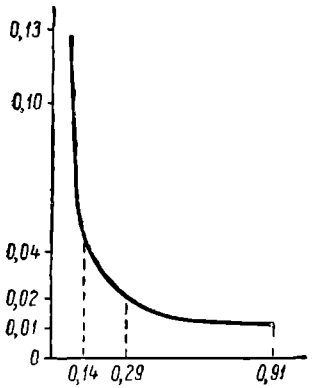



Рис. 4. График функции $\mu\left(\sum m\right)_{\text{пр}} = f(k)$

Нами была изготовлена такая модель (размером около $1{,}2 \times 0{,}6 \times 0{,}03$ *м*) из цемента в виде тела, снизу ограниченного плоскостью, а сверху — топографической поверхностью весьма неправильной, волнистой формы (рис. 3).

В точках, расположенных по квадратной сетке (через 0,5 *см*), были определены численные значения мощности (около 30 000 измерений). Такое большое количество измерений необходимо было произвести в целях:

а) определения истинного значения кубатуры;

б) удобства образования суммарных топографических поверхностей $\sum m = \psi(x, y)$ для сеток с различным расстоянием между „скважинами"

Обработка результатов измерений заключалась в определении:

а) истинного значения объема „залежи";

б) отметок суммарной топографической поверхности $\sum m = \psi(x, y)$ для расстояний между точками сетки в 32, 16, 12, 8, 6, 4 и 3 *см*;

в) предельных относительных отклонений сумм мощностей по „скважинам" от их истинного значения для интервалов между разведочными точками в 32, 16, 12, 8, 6, 4 и 3 *см*;

г) численных значений показателя изменчивости $I$ и показателя изученности $R$;

д) в составлении таблицы зависимости $\mu(\sum m)_{пр}$ или, что то же самое, $\mu(v)_{пр}$ от $R$ для сеток в 16, 12, 8, 6, 4 *см*.

Особо разработанная форма записи измерений в значительной степени облегчила их обработку.

В принятой форме (табл. 1) измеренные значения мощности по всем 136 профилям записывались в столбцах в 32 строчки. При этом начальная точка на всех профилях имела одну и ту же ординату ($y = 50$).

При такой записи сумма отметок по горизонтальным строкам (табл. 1, 2) давала отметки суммарной топографической поверхности по данному профилю при различных расстояниях между „скважинами", а сумма суммарных отметок по соответствующим профилям — отметки суммарной топографической поверхности $\sum m = \psi(x, y)$ в различных точках ячеек $16 \times 16$ *см*, $12 \times 12$ *см*, $8 \times 8$ *см*, $6 \times 6$ *см*, $4 \times 4$ *см*.

Таблица 1

**Форма записи результатов измерения мощности модели.**
**Линия № 55. Начальная „скважина" $x = 25$, $y = 50$, контур $y_1 = 65$, $y_2 = 1039$**

| Номера скважин | Измеренные мощности | | | | | | | Сумма |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 30 | 18 | 40 | 74 | 34 | 17 | 213 |
| 2 | 0 | 31 | 19 | 42 | 73 | 39 | 16 | 220 |
| 3 | 0 | 31 | 20 | 45 | 69 | 40 | 15 | 220 |
| 4 | 0 | 32 | 21 | 49 | 67 | 44 | 13 | 226 |
| 5 | 3 | 34 | 23 | 50 | 59 | 47 | 9 | 225 |
| 6 | 5 | 39 | 26 | 52 | 55 | 50 | 7 | 234 |
| 7 | 8 | 41 | 29 | 54 | 51 | 53 | 0 | 236 |
| 8 | 10 | 44 | 37 | 55 | 46 | 53 | — | 245 |
| 9 | 12 | 46 | 43 | 55 | 40 | 53 | | 249 |
| 10 | 12 | 48 | 46 | 53 | 34 | 52 | | 245 |
| 11 | 13 | 49 | 50 | 49 | 33 | 51 | | 244 |
| 12 | 13 | 50 | 53 | 47 | 32 | 50 | | 244 |
| 13 | 15 | 51 | 53 | 42 | 33 | 47 | | 240 |
| 14 | 16 | 50 | 54 | 37 | 34 | 44 | | 236 |
| 15 | 17 | 50 | 54 | 36 | 35 | 44 | | 234 |
| 16 | 20 | 50 | 53 | 34 | 36 | 38 | | 231 |
| 17 | 23 | 49 | 51 | 35 | 39 | 30 | | 227 |
| 18 | 25 | 48 | 51 | 38 | 43 | 26 | | 231 |
| 19 | 28 | 46 | 50 | 40 | 45 | 25 | | 234 |
| 20 | 30 | 44 | 50 | 45 | 49 | 26 | | 244 |
| 21 | 34 | 40 | 49 | 47 | 51 | 26 | | 247 |
| 22 | 36 | 38 | 47 | 50 | 55 | 25 | | 251 |
| 23 | 37 | 35 | 45 | 53 | 57 | 25 | | 252 |
| 24 | 38 | 33 | 43 | 59 | 57 | 24 | | 254 |
| 25 | 38 | 30 | 40 | 61 | 57 | 23 | | 249 |
| 26 | 38 | 27 | 38 | 64 | 56 | 23 | | 246 |
| 27 | 38 | 24 | 34 | 65 | 55 | 23 | | 239 |
| 28 | 37 | 22 | 34 | 66 | 53 | 22 | | 234 |
| 29 | 37 | 21 | 35 | 69 | 41 | 20 | | 223 |
| 30 | 36 | 19 | 35 | 72 | 38 | 20 | | 223 |
| 31 | 33 | 19 | 37 | 74 | 37 | 19 | | 219 |
| 32 | 30 | 18 | 38 | 75 | 34 | 18 | | 213 |
| | | | | | | Сумма . | | 7535 |

Таблица 2

**Получение ординат суммарной топографической поверхности по профилю 55 при расстоянии между „скважинами“ $l = 8$ *см*, $l = 4$ *см*, $l = 2$ *см***

$l = 8$ *см*

| № | Измеренные мощности | | Сумма |
|---|---|---|---|
| 1 | 213 | 227 | 440 |
| 2 | 220 | 231 | 451 |
| 3 | 220 | 234 | 454 |
| 4 | 226 | 244 | 470 |
| 5 | 225 | 247 | 472 |
| 6 | 234 | 251 | 485 |
| 7 | 236 | 252 | 488 |
| 8 | 245 | 254 | 499 |
| 9 | 249 | 249 | 498 |
| 10 | 245 | 246 | 491 |
| 11 | 244 | 239 | 483 |
| 12 | 244 | 234 | 478 |
| 13 | 240 | 223 | 463 |
| 14 | 236 | 220 | 256 |
| 15 | 234 | 219 | 453 |
| 16 | 231 | 213 | 444 |
| | | | 7525 |

$l = 4$ *см*

| № п/п | Измеренные мощности | | Сумма |
|---|---|---|---|
| 1 | 440 | 498 | 938 |
| 2 | 451 | 491 | 942 |
| 3 | 454 | 483 | 937 |
| 4 | 470 | 478 | 948 |
| 5 | 472 | 463 | 935 |
| 6 | 485 | 456 | 941 |
| 7 | 488 | 453 | 941 |
| 8 | 499 | 444 | 943 |
| | | | 7525 |

$l = 2$ *см*

| № п/п | Измеренные мощности | | Сумма |
|---|---|---|---|
| 1 | 938 | 935 | 1873 |
| 2 | 942 | 941 | 1883 |
| 3 | 937 | 941 | 1878 |
| 4 | 948 | 943 | 1891 |
| | | | 7525 |

В табл. 3, 4, 5 приведены численные значения отметок суммарной топографической поверхности для ячеек 16×16, 8×8 и 4×4 *см*. Эти отметки были подсчитаны для точек, расположенных через 0,5 *см* (в табл. 3 и 4 с целью сокращения отметки даны через 1 *см*). Табл. 1, **3**, 4 и 5 иллюстрируют зависимость суммы мощностей от места заложения начальной „скважины“ сетки и изменение $\mu\,(\sum m)_{\text{пр}}$ по мере уменьшения расстояния между точками измерения мощности.

Образованные описанным выше способом суммарные топографические поверхности позволили определить $\mu\,(\sum m)_{\text{пр}}$ для квадратных разведочных сеток с различными расстояниями между точками.

Параллельно с этим были определены показатели изученности $R$ и по полученным данным составлена табл. 7

Табл. 7 может быть использована для определения относительного предельного отклонения не только суммы мощностей, но также и сумм других показателей (линейных запасов руды и металла, и др.), характеризующихся незакономерным изменением.

Как показывают исследования по модели, показатель изученности $R$ до некоторого своего предела (критического значения) не зависит от способа расположения разведочной сетки. Это критическое значение $R$ определяется степенью изменчивости показателей залежи. Чем больше изменчивость, тем при меньшем $n$ или $\alpha$ $R$ достигает критического значения.

Судя по данным нашей модели, для сильно изменчивых залежей критическое значение $R$ соответствует $n$, равному 20—24. При $n$, меньшем указанного значения, $R$ начинает зависеть от способа расположения разведочной сетки и функция $\mu\,(\sum m)_{\text{пр}} = f(R)$ утрачивает однозначность. Таким образом, определение предельной погрешности объема, запасов или среднего значения показателя залежи для сильно

**Отметки суммарной топографической поверхности через 1 *см* при расстоянии между „скважинами" в 16 *см*. Координаты начальной скважины $x = 22$, $y = 50$** (горизонтальные строки таблицы соответствуют направлению оси $ox$, вертикальные $oy$)

| | 1 | 2 | 3 | 4 | | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 565 | 561 | 564 | 573 | 587 | 601 | 599 | 598 | 607 | 601 | 613 | 590 | 578 | 562 | 556 | 565 | 565 |
| 2 | 568 | 547 | 559 | 561 | 573 | 583 | 591 | 590 | 600 | 592 | 606 | 586 | 579 | 674 | 579 | 568 | 568 |
| 3 | 546 | 540 | 552 | 563 | 567 | 581 | 581 | 589 | 599 | 598 | 591 | 583 | 592 | 580 | 577 | 565 | 516 |
| 4 | 568 | 552 | 572 | 562 | 579 | 586 | 596 | 596 | 607 | 603 | 613 | 613 | 602 | 598 | 591 | 582 | 568 |
| 5 | 584 | 568 | 595 | 591 | 584 | 605 | 597 | 597 | 602 | 605 | 631 | 633 | 619 | 606 | 597 | 591 | 584 |
| 6 | 577 | 575 | 600 | 601 | 600 | 603 | 604 | 600 | 604 | 606 | 635 | 627 | 616 | 598 | 589 | 586 | 577 |
| 7 | 587 | 597 | 615 | 633 | 623 | 622 | 615 | 608 | 613 | 610 | 642 | 638 | 614 | 582 | 571 | 591 | 587 |
| 8 | 589 | 601 | 634 | 648 | 644 | 658 | 634 | 630 | 630 | 641 | 655 | 649 | 611 | 577 | 572 | 576 | 589 |
| 9 | 602 | 612 | 646 | 661 | 652 | 649 | 646 | 649 | 653 | 661 | 670 | 658 | 612 | 576 | 572 | 589 | 602 |
| 10 | 606 | 614 | 648 | 659 | 659 | 665 | 670 | 680 | 686 | 685 | 689 | 666 | 643 | 597 | 597 | 599 | 606 |
| 11 | 610 | 611 | 649 | 659 | 668 | 678 | 678 | 685 | 700 | 694 | 701 | 703 | 666 | 625 | 617 | 609 | 610 |
| 12 | 628 | 629 | 637 | 645 | 676 | 670 | 677 | 678 | 686 | 696 | 695 | 703 | 674 | 652 | 630 | 620 | 628 |
| 13 | 652 | 646 | 646 | 645 | 654 | 651 | 656 | 668 | 684 | 689 | 694 | 693 | 664 | 650 | 633 | 639 | 652 |
| 14 | 647 | 650 | 644 | 640 | 625 | 639 | 650 | 654 | 666 | 675 | 679 | 670 | 644 | 637 | 625 | 641 | 647 |
| 15 | 620 | 621 | 624 | 617 | 620 | 633 | 629 | 626 | 631 | 647 | 660 | 642 | 612 | 601 | 602 | 612 | 620 |
| 16 | 587 | 593 | 586 | 586 | 599 | 615 | 612 | 607 | 607 | 615 | 628 | 619 | 687 | 567 | 569 | 580 | 587 |
| 17 | 565 | 561 | 564 | 573 | 587 | 601 | 599 | 598 | 607 | 601 | 613 | 590 | 578 | 562 | 556 | 565 | 565 |

$$\Sigma m_{\text{ист}} = \frac{9882}{16} = 617 \qquad \Sigma m_{\text{мин}} = 540 \qquad \mu(\Sigma m)_{\text{пр}} = \frac{(617-540)\,100}{617} \approx 13\%$$

изменчивых залежей принципиально возможно при наличии не менее 20—24 измерений. Для залежей средней изменчивости и слабо изменчивых критическое значение $n$ меньше 20—24.

## 7. Ошибка аналогии при подсчете запасов в пределах внешнего (нулевого) контура

### *а) Метод общих цифр*

При подсчете запасов методом общих цифр [формулы (18), (19), (20)] нет надобности в построении внешнего контура. Поэтому ошибка подсчитанного объема запасов руды или металла в этом случае не содержит ошибки оконтуривания и является ошибкой аналогии.

Эта ошибка (вследствие того, что $l$ определяется практически без погрешности) будет равна установленному выше отклонению суммы мощностей от ее „истинного" значения, т е.

$$\mu(V)_{\text{р}} = \mu(\Sigma m)_{\text{р}}, \tag{31}$$

$$\mu(V)_{\text{пр}} = \mu(\Sigma m)_{\text{пр}}. \tag{32}$$

Аналогично:

$$\left.\begin{aligned} \mu(Q)_{\text{р}} &= \mu(\Sigma q)_{\text{р}}, \\ \mu(Q)_{\text{пр}} &= \mu(\Sigma q)_{\text{пр}}, \\ \mu(P)_{\text{р}} &= \mu(\Sigma p)_{\text{р}}, \\ \mu(P)_{\text{пр}} &= \mu(\Sigma p)_{\text{пр}}, \end{aligned}\right\} \tag{33}$$

Таблица 4

**Отметки суммарной топографической поверхности через 1 *см* при расстоянии между скважинами 8 *см*. Координаты начальной скважины $x = 25$, $y = 50$**
(все отметки уменьшены на 2000 *мм*)

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 427 | 435 | 493 | 482 | 429 | 388 | 373 | 401 | 427 | |
| 2 | 460 | 438 | 502 | 472 | 454 | 419 | 437 | 437 | 460 | $\Sigma m_{ист} = \frac{9882}{4} = 2470$ |
| 3 | 455 | 443 | 503 | 513 | 493 | 464 | 453 | 448 | 455 | |
| 4 | 489 | 492 | 517 | 523 | 531 | 496 | 494 | 476 | 489 | $\Sigma m_{макс} = 2566$ |
| 5 | 522 | 508 | 566 | 562 | 521 | 512 | 483 | 495 | 522 | |
| 6 | 494 | 495 | 558 | 538 | 485 | 477 | 468 | 481 | 494 | $\Sigma m_{мин} = 2373$ |
| | 451 | 457 | 541 | 530 | 469 | 438 | 417 | 437 | 451 | |
| 8 | 413 | 450 | 483 | 502 | 541 | 417 | 387 | 393 | 413 | $\mu (\Sigma m)_{пр} = 4\%$ |
| 9 | 427 | 435 | 493 | 482 | 429 | 388 | 373 | 401 | 427 | |

Таблица 5

**Отметки суммарной топографической поверхности через 0,5 *см* при расстоянии между скважинами 4 *см*. Координаты начальной скважины $x = 25$, $y = 50$**
(все отметки уменьшены на 9000 *мм*)

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Сумма | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 899 | 833 | 843 | 846 | 915 | 882 | 940 | 904 | 899 | 7062 | |
| 2 | 930 | 838 | 878 | 909 | 954 | 928 | 942 | 921 | 930 | 7300 | |
| 3 | 993 | 807 | 829 | 919 | 965 | 910 | 928 | 880 | 993 | 7231 | $v_{ист} = \frac{(56\,504 + 9000 \times 64)\ 25}{10^6} =$ |
| 4 | 880 | 817 | 809 | 900 | 972 | 944 | 963 | 875 | 880 | 7160 | $= \frac{15\,812\,600}{10^6} = 15{,}813$ *куб. дм.* |
| 5 | 868 | 823 | 802 | 833 | 914 | 908 | 928 | 847 | 868 | 6924 | |
| 6 | 873 | 805 | 808 | 817 | 886 | 882 | 878 | 841 | 873 | 6800 | $\Sigma m_{ист} = \frac{15\,812\,600}{40^2} = 9882$ |
| 7 | 974 | 797 | 855 | 831 | 881 | 885 | 894 | 871 | 974 | 6988 | |
| 8 | 881 | 844 | 839 | 848 | 941 | 907 | 902 | 877 | 881 | 7039 | $\Sigma m_{мин} = 9802$ |
| 9 | 899 | 833 | 843 | 846 | 915 | 882 | 940 | 904 | 899 | 7062 | $\Sigma m_{макс} = 9993$ |
| | | | | | | | | | | | $\mu \left(\sum m\right)_{пр} \approx 1\%$ |

56 504 *

* Без чисел 9-й строки и 9-й колонки.

Таблица 6

**Вычисление предельной ошибки площади сечения, подсчитанной по формуле трапеции**
(цементная модель, профиль № 89)

| Расстояния между точками | $l = 32$ см | $l = 16$ см | $l = 8$ см | $l = 4$ см | $l = 2$ см |
|---|---|---|---|---|---|
| $\Sigma m_{макс}$ | 143 | 234 | 413 | 815 | 1620 |
| $\Sigma m_{мин}$ | 69 | 169 | 394 | 797 | 1609 |
| $\Sigma m_{ист}$ | 101 | 202 | 404 | 808 | 1615 |
| $\varepsilon = \frac{m_1 + m_n}{4}$ | 9 | 8 | 5 | 4 | 4 |
| $k = \Sigma m_{макс} - \varepsilon$ | 134 | 226 | 403 | 811 | 1616 |
| $k' = \Sigma m_{мин} - \varepsilon$ | 60 | 161 | 389 | 793 | 1605 |
| $\Delta = k - \Sigma m_{ист}$ | 23 | 24 | 4 | 3 | 1 |
| $\Delta = \Sigma m_{ист} - k'$ | 41 | 61 | 15 | 15 | 10 |
| $\mu(F) = \frac{100\,\Delta}{\Sigma m_{ист}}$ | 23% | 12% | 1% | 0,4% | 0,1% |
| $\mu(F)_{пр} = \frac{100\Delta'}{\Sigma m_{ист}}$ | 41% | 30% | 4% | 2% | 0,6% |
| Количество скважин | 3 | | 12 | 24 | 49 |

Таблица 7

**Относительные предельные отклонения суммы мощностей от ее „истинного" значения для квадратной сетки разведочных точек**

| Показатель изученности $R$ | $\mu(\sum m)_{пр}$ |
|---|---|
| 0,91 | 0,01 (1%) |
| 0,29 | 0,02 (2%) |
| 0,14 | 0,04 (4%) |
| 0,05 — 0,06 | 0,10 (10%) |
| 0,02 — 0,04 | 0,13 (13%) |

где $\mu(V)_р$, $\mu(V)_{пр}$, $\mu(Q)_р$, $\mu(Q)_{пр}$, $\mu(P)_р$, $\mu(P)_{пр}$ — реальные и предельные относительные ошибки объема, запасов руды и запасов металла.

Руководствуясь соображениями, изложенными выше, можно сделать следующие выводы:

1. Реальная ошибка объема (запаса руды, запаса металла) зависит от координат точки заложения начальной скважины (способа расположения разведочной сетки).

2. При заданном расстоянии между скважинами эта ошибка может принимать нулевые, положительные и отрицательные значения, по численной величине не превосходящие предельной ошибки.

3. Для заданного расстояния между скважинами предельная ошибка не зависит от способа расположения разведочной сетки и определяется изменчивостью величин ($m$, $q$ или $p$).

4. При уменьшении расстояния между скважинами реальные ошибки стремятся к нулю, попеременно убывая и возрастая, а предельные — все время убывая.

5. Так как реальная ошибка зависит от способа расположения разведочной сетки, т. е. фактора, не поддающегося учету, то оценить ее по данным разведки не представляется возможным.

Предельные ошибки объема запасов руды и запасов металла могут быть оценены (при соответствующей густоте и форме разведочной сетки) в зависимости от показателя изученности по табл. 1.

### *б) Подсчет объемов и запасов другими методами*

Подсчет объемов и запасов другими методами связан с построением нулевого (внешнего) контура. В данном случае полученные в результате подсчетов цифры объемов или запасов содержат одновременно ошибку аналогии и ошибку оконтуривания.

В отличие от подсчета методом общих цифр здесь следует различать: а) реальную и предельную ошибки оконтуривания; б) реальную и предельную ошибки аналогии; в) реальную и предельную ошибки аналогии и оконтуривания или общую реальную или предельную ошибку; г) возможную предельную ошибку аналогии и оконтуривания или общую возможную предельную ошибку.

Определить численное значение реальной и предельной ошибок аналогии при подсчете объема и запасов методами, отличными от метода общих цифр, не представляется возможным по следующим причинам.

1. Величина реальной ошибки аналогии зависит от способа расположения разведочной сетки, т. е. фактора, не поддающегося учету.

2. Единственным критерием, которым можно воспользоваться при суждении о точности произведенного подсчета, является сам результат подсчета. Однако этот результат содержит общую ошибку, т. е. ошибку аналогии и ошибку оконтуривания, которые, складываясь алгебраически, могут частично или полностью компенсировать друг друга.

3. Предельные ошибки для различных методов подсчета в общем случае различны, поэтому оценка их по данным таблиц, составленных на основе экспериментирования на моделях тел неправильной формы, исключается ввиду громоздкости такого метода и невозможности разработки общего подхода к решению задачи.

Поскольку получаемая в результате подсчета цифра объема или запасов содержит не только ошибку аналогии, но и ошибку оконтуривания, то здесь принципиально может итти речь об оценке общей ошибки, т. е. ошибки аналогии и оконтуривания. Однако определить реальную и предельную ошибки аналогии и оконтуривания не представляется возможным, поскольку они зависят не только от изменчивости показателей залежи, а также от способа расположения разведочной сетки, формы внешнего контура, характера выклинивания залежи и т. п.

Остается, таким образом, единственный способ характеристики точности результата, а именно характеристика при помощи возможной предельной ошибки аналогии и оконтуривания.

В соответствии с этим, результат метода общих цифр мы можем рассматривать как эталон и посредством сравнения с ним результатов какого-либо другого метода выражать ошибку последнего через ошибку метода общих цифр.

При этом мы должны ориентироваться на наиболее худший случай, т. е на неблагоприятное расположение разведочной сетки. Мы можем случайно заложить начальную скважину сетки в точках, соответствующих наибольшему или наименьшему значениям отметки топографической поверхности [4].

В этом случае при условии полного совпадения поверхностей

$$\sum m = \psi(x, y) \quad \text{и} \quad \frac{V_p}{l^2} = \psi_1(x, y)$$

возможная предельная ошибка подсчитанного объема будет равна предельной ошибке метода общих цифр. Так как указанные поверхности не совпадают друг с другом и так как мы не знаем, соответствует ли положение начальной скважины наибольшему или наименьшему значению отметки поверхности $\sum m = \psi(x, y)$, то для получения численного значения возможной предельной ошибки аналогии и оконтуривания мы должны арифметически сложить предельную ошибку метода общих цифр с относительным значением разности между объемом, полученным методом общих цифр и другим методом. Знак возможной предельной ошибке придается тот, который имеет указанное выше значение разности объемов.

Таким образом, общее выражение для возможной предельной ошибки аналогии и оконтуривания $\mu(V_{АО})_{вп}$ при подсчете объема любым методом можно представить в следующем виде:

$$\mu(V_{АО})_{вп} = \pm \mu(V)_{пр} + \frac{V_p - l^2 \sum m}{V_{ист}} \tag{34}$$

По отношению к результатам метода общих цифр будем иметь[1]:

$$\mu(V_{АО})_{вп} = \pm \mu(V)_{пр} + \left(\frac{V_p}{l^2 \sum m} - 1\right) \tag{35}$$

---

[1] В этом случае $\mu(\sum m)_{пр}$ по сравнению с данными табл. 1 увеличится на $\mu(\sum m)_{пр}\left(\frac{1}{1-\mu(\sum m)_{пр}} - 1\right)$. Однако подобным увеличением можно пренебречь, так как даже при максимальном значении $\mu(\sum m)_{пр}$, равном 0,13 (13%), оно составит менее 0,02 (2%).

или

$$\mu(V_{АО})_{вп} = \pm \mu\left(\sum m\right)_{пр} + \left(\frac{V_р}{l^2 \sum m} - 1\right) \qquad (35')$$

Аналогичные выражения для ошибок запасов руды $\mu(Q_{АО})_{вп}$ и запасов металла $\mu(P_{АО})_{вп}$ будут иметь вид:

$$\mu(Q_{АО})_{вп} = \pm \mu\left(\sum q\right)_{пр} + \left(\frac{Q_р}{l^2 \sum q} - 1\right), \qquad (36)$$

$$\mu(P_{АО})_{вп} = \pm \mu\left(\sum p\right)_{пр} + \left(\frac{P_р}{l^2 \sum p} - 1\right), \qquad (37)$$

где $\mu(\sum m)_{пр}$, $\mu(\sum q)_{пр}$, $\mu(\sum p)_{пр}$ предельные отклонения сумм мощностей, линейных запасов руды и линейных запасов металла по точкам разведочной сетки от „истинных" значений этих сумм (определяются по табл. 7 в зависимости от показателей изученности $R_m$, $R_q$ и $R_p$);

$V_р$, $Q_р$, $P_р$ — подсчитанные по данным разведки любым методом значения кубатуры залежи, запасов руды и металла.

Выражение (34) можно записать в таком виде:

$$\mu(V_{АО})_{вп} = \pm \mu(V)_{пр} + \frac{V_р - V_{ист} + V_{ист} - l^2 \sum m}{V_{ист}},$$

откуда далее:

$$\mu(V_{АО})_{вп} = \pm \mu(V)_{пр} + [\mu(V_{АО})_р - \mu(V)_{пр}], \qquad (38)$$

где $\mu(V_{АО})_р$ — реальная ошибка аналогии и оконтуривания;

$\mu(V)_р$ реальная ошибка аналогии метода общих цифр.

Так как по численной величине $\mu(V)_р \leqslant \mu(V)_{пр}$, то из соотношения (38) следует:

$$\mu(V_{АО})_{вп} \geqslant \mu(V_{АО})_р. \qquad (39)$$

Это соотношение остается справедливым и для случая подсчета запасов руды и металла.

Таким образом, возможная предельная ошибка по численной величине или больше или равна реальной ошибке аналогии и оконтуривания. С этой точки зрения возможная предельная ошибка, как характеристика точности подсчитанных запасов, является вполне приемлемой. Помимо этого, подобная характеристика является универсальной, поскольку позволяет характеризовать точность результата независимо от того, каким методом производился подсчет запасов.

## 8. Ошибка аналогии при подсчете запасов в пределах внутреннего (разведанного) контура

Объем залежи в пределах внутреннего контура при подсчете методом общих цифр равен:

$$V' = l^2 \sum m - V''_{ист},$$

где $V''_{ист}$ истинное значение объема в пределах межконтурной полосы.

Объем $V'$, так же как и истинное значение объема залежи, во внутреннем контуре ($V'_{ист}$) является функцией координат точки заложения начальной скважины, т. е. зависит от положения разведочной сетки.

Обозначим:

$$\sum m'_{ист} = \frac{V'_{ист}}{l^2}; \quad \sum m' = \frac{V'}{l^2} = \sum m - \frac{V''_{ист}}{l^2}$$

Составим разность

$$\sum m' - \sum m'_{ист} = \frac{l^2 \sum m - V''_{ист} - (V_{ист} - V''_{ист})}{l^2}$$

Нетрудно видеть, что эта разность при любом расположении сетки скважин равна:

$$\sum m - \sum m'_{ист},$$

где $\sum m$ — сумма мощностей по точкам разведочной сетки;

$\sum m_{ист} = \frac{V_{ист}}{l^2}$;

$V_{ист}$ — истинное значение объема залежи в пределах нулевого контура.

Таким образом,

$$\sum m' - \sum m_{ист} = \sum m - \sum m_{ист}. \qquad (40)$$

Приведенное выражение показывает, что топографическую поверхность $\sum m'$ по отношению к поверхности $\sum m'_{ист}$ можно рассматривать как поверхность $\sum m = f(x, y)$ по отношению к $\sum m_{ист}$.

На этом основании общее выражение ошибки при подсчете объема залежи в пределах внутреннего контура можно вывести, исходя из тех же соображений, которые были положены в основу вывода соотношения (35′).

В рассматриваемом случае мы должны принять в качестве эталона результаты метода ближайших районов (отвечающего по своей идее методу общих цифр и дающего наиболее точные результаты) и сконструировать выражение по типу формулы (35′).

В качестве первого члена этого выражения необходимо взять $\mu(\sum m)_{пр}$, а в качестве второго — относительную разность между объемом, подсчитанным в пределах внутреннего контура интересующим нас методом ($V''_р$) и методом ближайших районов ($V'$).

Таким образом, выражение для возможной предельной ошибки аналогии принимает вид:

$$\mu(V'_A)_{вп} = \pm \mu\left(\sum m\right)_{пр} + \left(\frac{V''_р}{V'} - 1\right), \qquad (41)$$

где $\mu(\sum m)_{пр}$ — предельное относительное отклонение суммы мощностей по точкам разведочной сетки (определяется по табл. 7).

При пользовании выражением (41) численные значения $\mu(\sum m)_{пр}$ и $\frac{V''_р}{V'} - 1$ суммируются арифметически и сумме придается знак

разности $\frac{V'_{\text{р}}}{V'} - 1$. Выражения, аналогичные (41), можно написать и для возможных предельных ошибок запасов руды $\mu(Q''_A)_{\text{вп}}$ и металла $\mu(P''_A)_{\text{вп}}$

$$\mu(Q''_A)_{\text{вп}} = \pm \mu\left(\sum q\right)_{\text{пр}} + \left(\frac{Q''_{\text{р}}}{Q'} - 1\right), \tag{42}$$

$$\mu(P'_A)_{\text{вп}} = \pm \mu\left(\sum p\right)_{\text{пр}} + \left(\frac{P'_{\text{р}}}{P'} - 1\right), \tag{43}$$

где $\mu(\sum q)_{\text{пр}}$, $\mu(\sum p)_{\text{пр}}$ — относительные предельные отклонения сумм линейных запасов руды и металла по точкам разведочной сетки (определяются по табл. 1 в зависимости от показателей изученности $R_q$ и $R_{\text{р}}$);

$Q''_{\text{р}}$, $P'_{\text{р}}$ — запасы руды и металла, подсчитанные интересующим нас методом;

$Q'$, $P'$ — запасы руды и металла, подсчитанные методом ближайших районов.

Возможные предельные ошибки могут быть положены в основу сравнительной оценки точности подсчета запасов различными методами. Подобная оценка осуществима, когда при подсчетах в пределах внешнего контура разности $V_1 - l^2 \sum m$ (или $Q_1 - l^2 \sum q$, $P_1 - l^2 \sum p$) и $V_2 - l^2 \sum m$ (или $Q_2 - l^2 \sum q$, $P_2 - l^2 \sum p$), при подсчетах в пределах внутреннего контура $V_1' - V_1$ (или $Q_1' - Q'$, $P_1' - P'$) и $V_2' - V'$ (или $Q_2' - Q'$, $P_2' - P'$) имеют один и тот же знак [1]

При этом наиболее точным следует считать результат, который ближе к $l^2 \sum m$ (или $l^2 \sum q$, $l^2 \sum p$) при подсчетах в пределах внешнего контура и к $V'$ (или $Q'$ $P'$) — при подсчетах во внутреннем контуре.

Следует отметить, что изложенная выше методика оценки ошибок может быть распространена не только на случай разведки квадратной сеткой скважин, а также и на случай разведки другими сетками, образованными равными и однообразно ориентированными фигурами (ромбическая, прямоугольная).

В последнем случае в приведенных выше формулах следует $l^2$ заменить $F$ (где $F$ — площадь ячейки разведочной сетки), а для величин $\mu(\sum m)_{\text{пр}}$, $\mu(\sum q)_{\text{пр}}$, $\mu(\sum p)_{\text{пр}}$ составить таблицы, аналогичные табл. 1, для каждой формы сетки в отдельности.

Эта методика может быть распространена на случай оценки ошибок средних значений мощности ($m_{\text{ср}}$), объемного веса ($d_{\text{ср}}$) и содержания полезных компонентов ($c_{\text{ср}}$).

Здесь, так же как и при подсчете запасов, предельные ошибки могут быть связаны с относительными отклонениями сумм мощностей [при определении $\mu(m_{\text{ср}})$], сумм мощностей и линейных запасов руды [при определении $\mu(d_{\text{ср}})$], сумм линейных запасов руды и линейных запасов металла [при определении $\mu(c_{\text{ср}})$].

---

[1] Где $V_1$, $Q_1$, $P_1$ — кубатура, запас руды и запас металла, подсчитанные первым из сравниваемых методов; $V_2$, $Q_2$, $P_2$ — вторым из сравниваемых методов; $V'$, $Q'$, $P'$ — кубатура, запас руды и запас металла, подсчитанные методом ближайших районов.

С указанными отклонениями могут быть связаны далее величины оптимальных расстояний между точками разведочной сетки, минимальных сечений горизонталей на горногеометрических графиках и допустимые предельные величины отклонений сглаженных кривых от эмпирических кривых при линейном и площадном сглаживании.

## 9. Возможность применения формул математической статистики и других методов для оценки ошибок аналогии

По вопросу оценки ошибок аналогии различными авторами в различное время был сделан целый ряд предложений.

К числу этих предложений следует отнести:

1) сопоставление запасов, подсчитанных по данным разведки, с запасами, выявленными при эксплуатации;

2) подсчет запасов по данным постепенно разрежаемой или сгущаемой сетки разведочных точек;

3) определение ошибки по данным экспериментирования на телах геометрически правильной формы;

4) аналитическое выражение ошибки с принятием поверхности $m = f(x, y)$ за огибающую поверхность;

5) определение ошибок по формулам теории погрешностей и вариационной статистики.

Предложения первой группы (В. Г Соловьева и др.) предусматривают составление особых таблиц, связывающих величину ошибки с коэффициентом вариации $v$ или показателем „разведанности" $R_v = \frac{n}{v}$ (где $n$ — число скважин).

Таблицы составляются на основе сравнения запасов, подсчитанных по данным разведки, с запасами, выявленными при эксплуатации. По замыслу авторов, подобные таблицы, будучи однажды составленными, впоследствии позволяют решать обратную задачу, т. е. по вычисленному значению коэффициента вариации (или показателя „разведанности") находить величину ошибки.

Подобный способ нельзя признать приемлемым по следующим принципиальным соображениям.

1. Сравнение запасов, подсчитанных по данным разведки, с запасами, выявленными при эксплуатации (само по себе трудно осуществимое и недостаточно точное), дает представление о реальных ошибках, связанных с заданным положением разведочной сетки. Как было показано выше, эти ошибки ни в какой мере не являются характерными и не могут служить критерием точности подсчета запасов.

2. Коэффициент вариации не может являться показателем, характеризующим степень изученности признаков (показателей) залежи. Показатель „разведанности" $R_v$ более отвечает этому назначению, однако и он, будучи связанным с коэффициентом вариации, дает представление о степени изученности того или иного признака лишь при определенном характере распределения численных значений последнего.

К способам второй группы необходимо отнести: а) способ, предусматривающий сравнение запасов, подсчитанных по фактически имеющейся и разреженной сеткам разведочных точек; б) способ, предложенный Н. Л. Николаевым [6].

Первый из указанных способов принципиально не приемлем. В данном случае объектом исследования являются „реальные" значения

объемов и запасов, постоянство которых, как было показано выше, по мере уменьшения расстояния между скважинами может не нарушаться и при значительных ошибках аналогии.

Сущность предложения Н. Л. Николаева сводится к следующему. Допустим, месторождение разведано сеткой скважин с расстоянием между последними в 100 *м*. По той сетке подсчитаем кубатуру залежи $V_{100}$, запас руды $Q_{100}$ и запас металла $P_{100}$. Производя разрядку скважин, можно найти кубатуру залежи и запасы для сеток 200, 300, 400 *м* и т. д.

По полученным данным далее можно подсчитать так называемые „коэффициенты изменчивости" объема

$$\frac{V_{400}}{V_{300}} = t_{300}, \quad \frac{V_{300}}{V_{200}} = t_{200}, \quad \frac{V_{200}}{V_{100}} = t_{100},$$

и аналогично запасов руды и металла.

Автор считает, что, отложив по оси *oy* расстояния между скважинами, а по оси *ox* — численные значения $1 - t_{300}$, $1 - t_{200}$, $1 - t_{100}$, мы получим кривую изменения последних. Составив уравнение кривой, можем найти точку пересечения ее с осью *ox*. Эта точка будет отвечать численному значению $1 - t_0$, при этом $t_0 = \frac{V_{100}}{V_0}$ (где $V_0$ — значение объема при „нулевом" расстоянии между скважинами, т. е. истинное значение объема).

Далее, зная $t_0$ и $V_{100}$, можно найти $V_0$ и ошибки подсчитанных объемов для различных сеток скважин. Аналогично строятся кривые изменчивости для запасов руды и металла и находятся „истинные" значения последних, а затем их ошибки (по уклонениям от истинных значений).

Предложение Н. Л. Николаева на первый взгляд кажется весьма заманчивым, так как позволяет определять не только ошибки объемов и запасов, но и истинные значения последних. На самом деле это не так. Как нами было установлено выше, реальные значения объемов и запасов по мере уменьшения расстояния между скважинами стремятся к истинному значению, попеременно возрастая и убывая. При таком условии кривая величин $1 - t$, вопреки утверждению автора, не будет затухающей кривой.

Следовательно, для кривой невозможно подобрать интерполяционную формулу, а найденная точка пересечения кривой с осью *ox* никакому истинному значению обмена (или запаса) отвечать не будет.

Высказанные здесь замечания убедительно подтверждаются и данными работы Н. Л. Николаева. По крайней мере, половина кривых изменчивости, полученных им для Алмалыкского месторождения, имеет не затухающий, а сложный характер.

Автор не мог правильно объяснить причину такого явления и считал, что все это является случайностью и следствием недостаточной густоты разведочной сетки.

По этой же причине оказались неудачными и исследования ошибок путем экспериментирования над телами геометрически правильной формы (кафедра „маркшейдерского дела" ДГИ). В этих работах ошибки объемов, подсчитанных различными способами, при различной форме разведочных сеток (ромбическая, прямоугольная) и различном расстоянии между „скважинами" определялись путем сравнения с теоретическим объемом тел геометрически правильной формы.

При этом, как и следовало ожидать, оперирование „реальными" значениями объемов (полученными при данном положении разведочной сетки) привело к странным и необъяснимым с точки зрения исполнителей работ явлениям.

В ряде случаев ошибки объемов не уменьшались, а увеличивались по мере сгущения сетки разведочных точек. Все эти случаи *были исключены при окончательной обработке материалов, поэтому* исследователи *пришли к выводу, что уменьшение расстояния между* „скважинами" в 2 раза вызывает уменьшение ошибок в $2-2\sqrt{2}$ раза. Как было показано выше, такой закономерности в убывании „реальных" ошибок аналогии не может быть. Они могут не только уменьшаться (в любое число раз), но и увеличиваться.

Для перехода от ошибок, полученных на моделях, к ошибкам в случае реальных разведок исследователи рекомендовали исходить из соотношения числа „скважин" на модели и в натуре. Такой критерий разведанности, как совершенно не учитывающий изменчивости показателей залежи, является абсолютно не приемлемым.

Четвертый способ оценки ошибок аналогии нашел применение в работах кафедры математики Ленинградского горного института. В этих работах даются формулы для общего выражения ошибок методов треугольников и ближайших районов. При выводе формул поверхность $m=f(x,y)$ принята за огибающую, с чем нельзя согласиться, поскольку такое допущение является в высшей степени искусственным.

Способ аналитического выражения ошибки имеет и еще ряд недостатков. В частности, полученные в этом случае формулы не являются универсальными, а для некоторых методов подсчета запасов (параллельных сечений, среднего арифметического и др.) вывести их вообще не представляется возможным. Формулы, выведенные для метода треугольников и метода ближайших районов, не дают возможности определить численную величину ошибки, а позволяют дать лишь сравнительную оценку точности указанных методов и проследить изменение ошибки по мере сгущения разведочной сетки.

Однако выводы, полученные исследователями по последнему вопросу, нельзя признать правильными.

Они считают, что имеет место равенство:

$$M_2 = M_1 \frac{n_1}{n_2}, \tag{44}$$

где $M_1$ — ошибка при числе скважин $n_1$;
$M_2$ — ошибка при числе скважин $n_2$.

Этот вывод существенно отличается от вывода авторов, пользующихся формулами вариационной статистики. Последние полагают, что

$$M_2 = M_1 \sqrt{\frac{n_1}{n_2}}$$

На самом деле, как мы показали выше, при уменьшении расстояния между скважинами реальные ошибки могут оставаться прежними по величине или уменьшаться, а также увеличиваться в произвольное число раз, а предельные уменьшаются в произвольное число раз.

Такая неопределенность в поведении ошибок исключает возможность предрасчета количества скважин (или вообще точек разведочной сетки), необходимых для получения запасов или средних значений с заранее заданной точностью.

Эта задача может быть решена лишь методом последовательных приближений, на основе вычислений по данным постепенно разрежаемой сетки.

Следует отметить, что из всех перечисленных выше способов оценки ошибок аналогии наибольшее развитие получил метод, основанный на применении формул математической статистики.

Можно назвать целый ряд исследователей, занимавшихся разработкой этого метода. Однако применение его без учета характера изменения показателей залежи, формы разведочной сетки и характера, применяемых методов подсчета запасов, приводит к неправильным выводам.

При закономерном изменении показателей (например, мощности линзообразных залежей) дисперсия измеренных значений показателя не имеет прямой связи с ошибками средних объемов или запасов.

В этом случае подсчитанные ошибки будут преувеличенными. Следует иметь в виду также и то обстоятельство, что последовательность в распределении численных значений показателей по площади и в пространстве, не оказывая влияния на величину дисперсии, влияет на величину ошибки. Иначе говоря, перестановка численных значений показателей залежи, не нарушая статистического закона распределения, вызывает изменение ошибки подсчитанных средних объемов и запасов.

Учитывая наличие локальных и общих закономерностей в измерении показателей, можно считать, что в ряде случаев формулы математической статистики должны давать завышенные результаты, особенно при оценке ошибок средних мощностей и объемов и, очевидно, в меньшей мере при оценке ошибок средних содержаний. На это указывают, в частности, данные экспериментирования на моделях и вычисления для конкретных случаев разведки.

Из основного недостатка указанных формул проистекает целый ряд противоречивых положений, легко обнаруживающихся на основе анализа суммарной топографической поверхности:

$$\sum m = \psi(x,y).$$

В частности, как было показано выше, предельные ошибки аналогии не зависят от способа расположения разведочной сетки. Наряду с этим среднеквадратические ошибки, вычисленные по данным разведки, будут различными для различных положений сетки.

Авторы, пользующиеся формулами математической статистики, исходят из случайного характера ошибок аналогии. На самом деле эти ошибки для ряда методов подсчета запасов и особенно для метода среднего арифметического имеют характер односторонних ошибок по знаку.

При уменьшении расстояния между скважинами в два раза реальная ошибка аналогии может остаться прежней по величине, увеличиться или уменьшиться в произвольное число раз. Предельная ошибка при указанных условиях уменьшается в произвольное число раз в зависимости от характера суммарных топографических поверхностей:

$$\sum m = \psi(x,y), \quad \sum q = \psi'(x,y), \quad \sum p = \psi''(x,y).$$

Наряду с этим применение формул математической статистики приводит нас к выводу об уменьшении ошибки в $\sqrt{\frac{n_2}{n_1}}$, т. е. в 2 раза.

Применимость формул вариационной статистики обусловливается не только характером изменчивости показателей, но также и формой разведочной сетки.

В случае неравномерного (по площади) распределения точек разведочной сетки подсчитанные ошибки ни в какой мере не будут отвечать действительности. Справедливость этого положения нетрудно доказать, в частности, на примере подсчета запасов способом блоков.

Такое же положение будет иметь место и в случае подсчета запасов методом вертикальных сечений. Увеличение числа скважин по разведочным линиям без изменения расстояний между сечениями не вызовет существенного снижения ошибки подсчитанных запасов. Пользуясь формулами математической статистики, мы приходим к прямо противоположному выводу.

Применимость формул статистики ограничивается и выбранным методом подсчета запасов. По своей идее эти формулы полностью соответствуют подсчету запасов способом среднего арифметического.

В применении же к значительной части других способов указанные формулы становятся слишком искусственными, а в некоторых случаях вообще неприемлемыми.

Вопрос о том, при каком характере изменчивости показателей залежи и при какой форме сетки возможно применение методов математической статистики, в настоящее время остается открытым.

С этой целью необходимо поставить специальные теоретические и экспериментальные исследования (на моделях) или разработать такие приемы, которые позволяли бы исключать искажающее влияние общих и локальных закономерностей.

Подобные исследования позволят установить применимость методов математической статистики при решении рассматриваемого вопроса и более эффективно использовать их в практике разведочного дела.

## Заключение

Анализ вопроса оценки ошибок подсчитанных запасов позволяет сделать следующие выводы:

1. Для учета влияния технических ошибок могут быть беспрепятственно и во всех случаях использованы формулы погрешности функции от измеренных величин.

2. Оценка ошибок аналогии является более сложной задачей, решение которой принципиально возможно лишь в случае равномерного расположения и достаточно большого числа точек разведочной сетки.

3. Величина ошибки аналогии зависит от способа расположения разведочной сетки. Это обстоятельство, подмеченное впервые нами, позволяет сделать вывод о том, что методы оценки ошибок, основанные на сравнении результатов подсчета по данным постепенно разрежаемой или сгущаемой сетки разведочных точек, не могут быть признаны приемлемыми.

В такой же степени непригодны и методы, основанные на сравнении запасов, подсчитанных по данным разведки, с запасами, выявленными при эксплуатации.

4. Применимость формул математической статистики ограничивается: а) формой разведочной сетки; б) характером изменчивости показателей (признаков) залежи; в) характером применяемых способов подсчета запасов.

Принципиально эти формулы могут быть применены при определенном характере изменения показателей залежи, равномерном распределении точек разведочной сетки и при подсчете запасов такими методами, при применении которых приходится пользоваться средними величинами, получаемыми по большому числу данных.

5. Предлагаемый метод оценки ошибок по „показателю изученности" хотя и не решает вопроса в полном объеме, но свободен от ряда недостатков, свойственных формулам математической статистики.

6. Коэффициент вариации далеко не во всех случаях может служить надежным критерием степени изменчивости того или иного признака (показателя) залежи. Этим целям при определенных условиях более отвечает показатель изменчивости, вычисляемый по вторым разностям.

Поступило 20. V. 1951 г.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Рыжов П. А., Геометрия недр, Гостоптехиздат, 1941.
2. Рыжов П. А., Учет потерь полезных ископаемых на рудниках цветных металлов, Казахский филиал АН СССР, 1943.
3. Орлова Е. В., Русинов А. А., Новый метод определения степени разведанности, Разведка недр, № 4, 1935.
4. Казаковский Д. А., Влияние способа расположения скважин на величину ошибки в подсчете запасов (фонды ЛГИ, 1938).
5. Николаев Н. Л., Определение степени разведанности месторождений, Разведка недр, № 1, 1935.