Записки Ленинградского орденов Ленина и Трудового Красного Знамени Горного института, том XXII, 1948

IV. Маркшейдерское дело

К вопросу о влиянии ошибки центрирования теодолита в вершине соединительного треугольника на точность решения задачи примыкания по способу Вейсбаха

(при ориентировках шахт)

Доц. В. А. Романов

(Статья представлена в 1944 г., сокращена в 1947 г.)

§ 1. Введение

Затрагиваемый в настоящей статье вопрос неоднократно являлся предметом исследования как деятелей отечественной маркшейдерии, так и зарубежной. Мы позволим себе указать те литературные источники, в которых предпринимались попытки дать решение затрагиваемого вопроса. Такими источниками и их авторами являются:

Проф., доктор Бахурин И. М. Курс маркшейдерского искусства, спец. часть, стр. 52—53.

Проф., доктор Оглоблин Д. Н. Ориентировка подземной съемки через одну вертикальную шахту, стр. 160—162, изд. 1938 г.

Проф., доктор Оглоблин Д. Н. Ориентировка подземной маркшейдерской съемки, стр. 133—134, изд. 1944 г.

Маркш. Скиба П. В. О влиянии ошибки центровки теодолита при ориентировке по способу Вейсбаха (труды Маркшейдерской комиссии, вып. II, 1934 г.).

Доц. Горский Б. П. О влиянии ошибки центрирования при ориентировке по способу Вейсбаха (сборник научно-исследовательских работ Днепропетровского Горного института, вып. I по маркшейдерскому делу, 1935 г.).

Инж. Онар Г. Д. Влияние ошибки центровки теодолита при ориентировках шахт по способу Вейсбаха (журнал «Советский метрополитен», № 10, 1939 г.).

Доц. Алифонов Н. Е. Влияние эксцентриситета установки теодолита в вершине треугольника Вейсбаха на точность ориентирования рудничной съемки (сборник трудов Днепропетровского Горного института, вып. III, 1941 г.).

Prof. Dr. Wandhoff. Zentrische oder exzentrische Schachtlotung. (Mitt a. d. Markscheidewesen, 1930).

Prof. Dr. Wandhoff. Welches Schachtlotverfahren ist überlegen? (Mitt. aus dem Markscheidewesen, 1931/32).

В настоящей статье мы не будем критически разбирать взгляды каждого из названных авторов и отсылаем интересующихся этим вопросом к нашей диссертационной работе. Нашей задачей является решение затрагиваемого вопроса в общем виде и краткое сообщение о причинах, которые привели указанных авторов к диаметрально противоположным точкам зрения по затрагиваемому вопросу.

В результате будут даны некоторые указания для руководства при практической работе.

§ 2. Некоторые замечания к перечисленным работам и постановка вопроса в настоящей статье

Профессор, доктор Оглоблин Д. Н. в своем курсе, изд. 1938 г., на стр. 161 утверждает, что углы A_1 и B_1 найдены быть не могут и, таким образом, введение их в вычисление угла простирания линии $C_1Д$ неверно. Мы согласны с тем, что углы A_1 и B_1 вычислены быть не могут, если в натуре измерение сторон соединительного треугольника производить от висящих в шахте отвесов (или их проекций) до закрепленной вершины соединительного треугольника (а о таких случаях и идет речь у доц. Горского, проф. Оглоблина, инж. Онар, доц. Алифонова и в примере, приведенном маркшейдером Скиба). Мы вместе с тем решительно возражаем против того, что углы A_1 и B_1 не могут быть вычислены вообще. Если измерение сторон соединительного треугольника производить от отвесов до центра инструмента, то тогда углы A_1 и B_1 легко вычисляются и искомая ошибка примыкания за счет ошибки центрирования теодолита будет равна Δc. Заметим, что значительное количество статей, написанных по затрагиваемому вопросу, объясняется (как мы установили в диссертационной работе) тем обстоятельством, что некоторые авторы (доц. Горский, проф. Оглоблин, инж. Онар и доц. Алифонов) вполне отчетливо заявляют, что измерение сторон соединительного треугольника производится ими от закрепленной вершины треугольника до висящих в шахте отвесов (или их проекций), другие же (проф. Бахурин), вероятно, считают, что стороны соединительного треугольника измеряются от центра инструмента до отвесов (или их проекций). Маркшейдер Скиба не проводит этого весьма существенного различия, так как в теоретической части своей статьи он об этом умалчивает, а в практическом примере поступает аналогично доц. Горскому и другим. Проф. Оглоблин Д. Н. в своем курсе изд. 1944 г. изложил затрагиваемый вопрос по Скиба и тем самым негласно отказался от своей точки зрения, изложенной в курсе изд. 1938 г. и отрицавшей правильность воззрений Скиба.

Итак, если в соединительном треугольнике измерять стороны от центра инструмента до отвесов, то искомая ошибка будет равна Δc (как у И. М. Бахурина). Если же измерять стороны от закрепленной вершины треугольника до отвесов, то искомая ошибка будет зависеть от многих факторов (не только от длины подходного стана).

Выяснением величины искомой ошибки для этого случая мы и займемся.

Пусть на рис. 1 будут:

C — точка, отмечающая вершину треугольника Вейсбаха,

C_1 — точка стояния инструмента,

γ — угол при вершине соединительного треугольника,

γ_1 — угол при точке стояния инструмента.

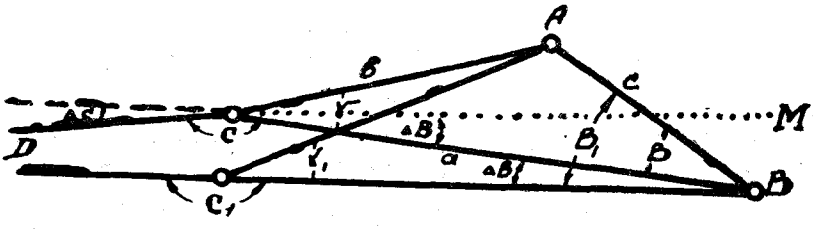


Рис. 1.

Если бы инструмент был установлен в точке G, то азимут линии CD вычислялся бы по формуле:

$$(CD) = (AB) + C - B,$$

где угол G измеряется между направлением CB и GD, т. е. между направлением на более удаленный отвес (или его проекцию) и направлением на точку D[1], и угол B вычисляется по одной из формул (синусов, сторон). Заметим, что при решении треугольника по формуле синусов угол B будет вычисляться по формуле $\sin B = \frac{\sin\gamma}{AB} AC$. Обозначая $AB = c$, $AC = b$ и $CB = a$, получим:

$$\sin B = \frac{\sin\gamma}{c} b,$$

т. е. $\angle B = \mathrm{F}(\gamma, b, c)$ есть некоторая функция от γ, b и c.

Если треугольник решать по формуле сторон, то $\angle B = F_2(a, b, c)$. Так как инструмент установлен в точке C_1, то измеренными элементами будут: угол $C_1 = \angle BC_1D$, угол $\gamma_1 = \angle AC_1B$ и стороны a, b, c соединительного треугольника. В данном случае азимут линии C_1D будет вычисляться по формуле:

$$(C_1D) = (AB) + C_1 - B_1.$$

[1] В курсах по маркшейдерскому делу рекомендуется измерять угол DC_1B, т. е. сперва визировать на неподвижный сигнал.

Итак, искомая ошибка вычисления азимута стана в зависимости от эксцентриситета установки инструмента выразится так:

$$(C_1D) - (CD) = C_1 - C - B_1 + B = C_1 - C - (B_1 - B). \quad (1)$$

Мы позволим себе назвать углы C и B истинными, т. е. определенными при строго центренной стоянке инструмента, а углы C_1 и B_1 измеренными при эксцентренной стоянке инструмента. Таким образом, искомая ошибка вычисления азимута стана CD в зависимости от эксцентриситета установки теодолита имеет смысл невязки (Beobachtung —Soll).

Мы замечаем, что искомая ошибка (невязка) зависит от углов C_1, C, B и B_1. Условимся разность $(C_1 - C)$ считать за истинную ошибку измерения примычного угла за счет эксцентриситета, а $(B_1 - B)$ за истинную ошибку вычисления угла при отвесе B (острого угла), то, обозначая

$$C_1 - C = C_I \quad \text{и} \quad B_1 - B = C_{II},$$

получим

$$W = C_I - C_{II}. \quad (2)$$

Мы видим, что C_1 не зависит от того, какая из формул принята для решения треугольника (определения угла B), а C_2 существенно зависит от того, по какой формуле вычисляется острый угол при отвесе.

Если треугольник Вейсбаха решен по формуле синусов, то

$$\sin B_1 = \frac{\sin \gamma_1}{c} b, \text{ а } \sin B = \frac{\sin \gamma}{c} b,$$

т. е. C_{II} будет зависеть от истинной ошибки измерения угла при вершине.

Если треугольник Вейсбаха решен по формуле сторон, то не трудно догадаться, что $C_{II} = 0$, так как $B_1 = B$ и искомая ошибка (невязка)

$$W = C_I. \quad (3)$$

Итак, нам удалось впервые установить, что искомая ошибка будет зависеть от того, по какой формуле решается треугольник Вейсбаха. Мы можем также заключить следующее: если треугольник Вейсбаха решен по формуле сторон, то искомая ошибка не зависит от формы соединительного треугольника.

Прежде чем установить общее выражение для W, мы рассматриваем несколько вспомогательных вопросов.

§ 3. Истинная ошибка измерения примычного угла треугольника Вейсбаха за счет эксцентриситета установки инструмента

Профессор В. И. Бауман в своем курсе (ч. II, стр. 39, изд. 1932 г.) дает следующую формулу истинной ошибки измерения угла в зависимости от эксцентриситета установки теодолита.

$$0_{s(B)} = \rho l \frac{c}{ab}, \quad (a)$$

где l — проекция эксцентриситета установки теодолита на радиус описанного круга через точки A, B, C (рис. 2) a и b — стороны измеряемого угла, c — линия, соединяющая концы сторон измеряемого угла.

$$B - B_1 = \rho \frac{l \cdot c}{a \cdot b} . \qquad (4)$$

Если применить формулу (4) к рис. 1, то

$$C_1 - C = C_1 = \rho \frac{l \cdot DB}{CD \cdot CB} .$$

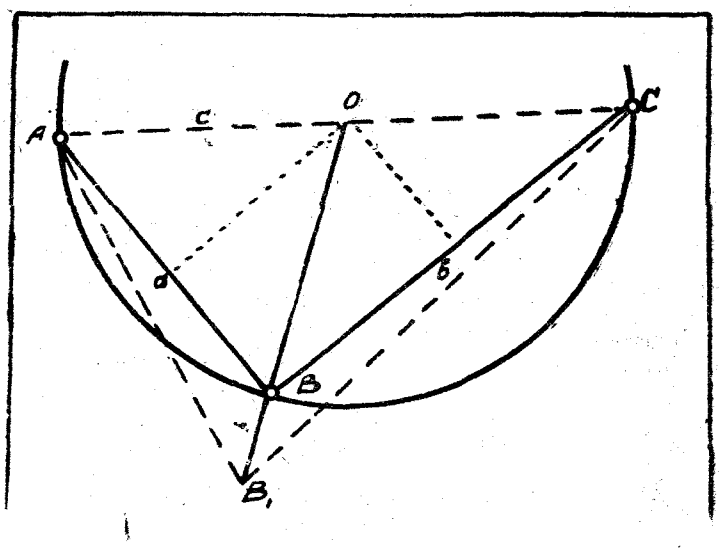


Рис. 2

Так как DC велика по сравнению с CB, то

$$DB \approx DC$$

и

$$C_1 - C = C_1 = \rho \frac{l}{CB} = \rho \frac{l}{a} .$$

Ошибка, которая вызывается заменой DB через DC, maximum равна $\rho \frac{l}{DC}$, которой мы при достаточной длине DC пренебрегаем.

Итак, $C_1 = \rho \frac{l}{a}$ (рис. 1). Если назовем через l_s случайное направление эксцентриситета и угол между направлением эксцентриситета и радиусом описанного круга через φ (считая против часовой стрелки), то

$$C_1 = \rho \frac{l_s \cdot \cos \varphi}{a} . \qquad (I)$$

Если мы измеряем примычный угол при ориентировке по способу Вейсбаха, то при достаточной длине подходного стана направление радиуса описанного круга (через точки D, C, B) будет совпадать с направлением перпендикуляра к стороне $C_1B = a$, т. е. в формуле $C_1 = \rho\frac{l}{a}$ l направлено перпендикулярно к стороне a.

Доказательство, что направление радиуса описанного круга при достаточной длине подходного стана будет совпадать с направлением перпендикуляра к стороне a, мы не приводим, хотя это не представляет затруднений.

Таким образом, при определении истинной ошибки примычного угла за счет эксцентренной установки теодолита, по формуле (I) угол φ будет углом между направлением эксцентриситета установки теодолита и перпендикуляром к длинной стороне соединительного треугольника.

§ 4. Истинная ошибка измерения угла при вершине треугольника Вейсбаха за счет эксцентриситета установки инструмента

На основании формулы (а) и рис. 1 имеем

$$\theta_{(\gamma)} = \rho l \frac{AB}{AC \cdot BC} = \rho l \frac{c}{a \cdot b}, \text{ т. е. } \gamma_1 - \gamma = \rho l \frac{c}{a \cdot b}, \qquad (5)$$

где l — проекция эксцентриситета установки теодолита на радиус описанного круга около треугольника CAB.

Для того чтобы вычислить l, что стоит в формуле (5), необходимо знать угол между направлением эксцентриситета установки теодолита и радиусом описанного круга около треугольника CAB. Так как мы знаем угол между направлением эксцентриситета установки теодолита и направлением перпендикуляра к длинной стороне a соединительного треугольника (радиусом описанного круга около треугольника DC_1B), то нам достаточно определить угол между направлением перпендикуляра к длинной стороне соединительного треугольника и радиусом описанного круга около соединительного треугольника, проходящим через вершину соединительного треугольника.

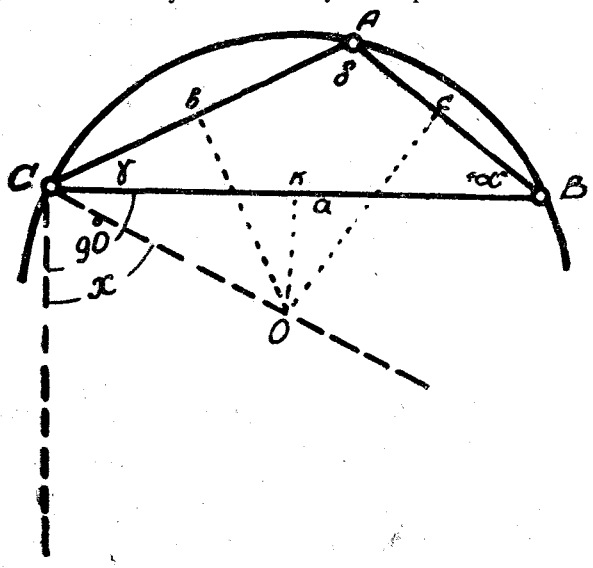


Рис. 3.

Для доказательства построим рис. 3.

Из треугольника CKO $\cos(90 - x) = \frac{a}{2R}$,

где R — радиус описанного круга.

Так как $2R = \frac{a}{\sin\delta}$,

то $\cos(90 - x) = \sin\delta$,

где x — острый угол.

$\sin x = \sin\delta$, где

угол δ — тупой.

Итак, $x = 180^\circ - \delta$, (6)

где x — искомый угол между направлением перпендикуляра к стороне a и радиусом описанного круга около треугольника CAB в точке C.

Итак, формула (5) примет вид

$$\gamma_1 - \gamma = d\gamma = \rho\frac{l_s \cdot \cos(\varphi + x) \cdot c}{a\ b} = \rho\frac{l_s \cos(180 + \varphi - \delta)\, c}{a \cdot b}$$

и окончательно

$$d\gamma = -\rho\frac{l_s \cdot \cos(\delta - \varphi) \cdot c}{a \cdot b}. \quad (6)$$

§ 5. Истинная ошибка вычисленного по формуле синусов острого угла при отвесе за счет эксцентриситета установки инструмента

Так как стороны в треугольниках ABC и ABC_1 (рис. 1) равны друг другу (мы не измеряем сторон треугольника ABC_1), то, очевидно, искомая ошибка будет вызвана ошибкой измерения угла γ.

$$\sin B = \frac{\sin\gamma}{c}\, b,$$

диференцируя, получим

$$\cos B \cdot dB = \frac{\cos\gamma}{c}\, b \cdot d\gamma$$

и

$$dB = \frac{b}{c} \cdot \frac{\cos\gamma}{\cos B}\, d\gamma, \quad (7)$$

где $dB = C_{II}$ и есть искомая ошибка.

Подставляя значение $d\gamma$ из (6), получим:

Итак,

$$C_{II} = -\frac{b}{c}\frac{\cos\gamma}{\cos\alpha} \cdot \rho\frac{l_s \cdot \cos(\delta - \varphi) \cdot c}{a \cdot b},$$

где α — означает угол B.

Итак,

$$C_{II} = -\rho\frac{l_s}{a} \cdot \frac{\cos(\delta - \varphi) \cdot \cos\gamma}{\cos\alpha}. \quad (II)$$

Подставляя теперь значения C_1 и C^1_1 из формул (I) и (II) в формулу (2), получим

$$W = \rho \frac{l_s \cdot \cos\varphi}{a} + \rho \frac{l_s}{a} \cdot \frac{\cos(\delta - \varphi) \cdot \cos\gamma}{\cos\alpha}. \qquad (III)$$

Формула (III) дает общее выражение погрешности вычисления азимута стана CD в зависимости от эксцентриситета установки теодолита в вершине треугольника Вейсбаха.

1) Если $\varphi = 0°$, т. е. эксцентриситет направлен перпендикулярно a — длинной стороне треугольника Вейсбаха, то

$$W = \rho \frac{l_s}{a} + \rho \frac{l_s \cdot \cos\delta \cdot \cos\gamma}{a \cdot \cos\alpha}. \qquad (III')$$

2) Если $\varphi = 90°$, т. е. эксцентриситет направлен вдоль a — длинной стороны треугольника Вейсбаха , то

$$W = \rho \frac{l_s \cdot \sin\delta \cos\gamma}{a \cdot \cos\alpha}. \qquad (III'')$$

3) Если $\alpha = 0°$, $\gamma = 0°$ и $\delta = 180°$, т. е. треугольник Вейсбаха имеет вытянутую форму, то

$$W = \rho \frac{l_s \cos\varphi}{a} + \rho \frac{l_s}{a}(-\cos\varphi) = 0,$$

т. е. мы приходим к интересному выводу: при вытянутой форме треугольника Вейсбаха ошибка вычисления азимута примычного стана в зависимости от эксцентриситета установки теодолита в вершине треугольника Вейсбаха равна нулю при любом направлении эксцентриситета, т. е. не зависит от его направления.

Из формулы (III) мы заключаем, что искомая ошибка W при решении треугольника Вейсбаха по формуле синусов существенным образом зависит от формы треугольника. (Мы здесь находим новые подтверждения основного требования, чтобы форма треугольника была вытянутой при решении его по формулам синусов.)

Одним из интересных выводов, который мы получаем из формулы (III), является зависимость искомой ошибки W от a — длинной стороны соединительного треугольника (чем больше a, тем меньше ошибка), что, правда, при вытянутой форме треугольника не имеет места.

Если треугольник решать по формуле сторон, то, как мы уже показали (форм. 3),

$$W = C_1 = \rho \frac{l_s \cos\varphi}{a}. \qquad (IV)$$

1) Если $\alpha = 0°$, т. е. эксцентриситет направлен перпендикулярно стороне a, то

$$W = \rho \frac{l_s}{a},$$

т. е. достигает своего максимума.

2) Если $\varphi = 90°$, т. е. эксцентриситет направлен вдоль стороны a, то $W = 0$, т. е. достигает минимума.

Отсюда вывод: инструмент нужно тщательно центрировать в створе стороны a. Форма треугольника, который решается по формуле сторон, не оказывает влияния на величину W.

В данном случае W зависит от направления эксцентриситета, от его величины и от расстояния инструмента до отвеса.

Для решения числовых примеров полезно формуле (III) придать вид

$$W = \rho \cdot \frac{l_s}{a}\left[\cos\varphi + \frac{\cos(\delta-\varphi)\cos\gamma}{\cos\alpha}\right]. \qquad \text{(III,а)}$$

§ 6. Примеры на применение формул III, III′ и III″

Мы будем определять искомую ошибку «W» по нашим формулам и сравнивать с той , которая получается из решения треугольников, т. е. фактически.

ПРИМЕР 1

(Из статьи маркш. П. В. Скиба)

Дано: $l_s = 30$ мм; $\varphi = 0°$; $\delta = 179°37'30''$;
$\alpha = 0°04'16''$ — угол при вершине,
$b = 8{,}026$ м — длинная сторона, $\gamma = 0°18'11''$.

По формуле (III,а) имеем:

$$W'' = \rho'' \frac{30}{8026}\left[1 + \frac{(-0{,}999979)\ 1}{0{,}999986}\right] = \rho \frac{30}{8026} 0{,}000009 \approx 0'',$$

т. е. эксцентриситет установки теодолита в данном случае не оказывает влияния на точность решения задачи примыкания по способу Вейсбаха.

Маркшейдер Скиба пришел к аналогичному выводу ($W = 0$), но поспешил сделать обобщение.

ПРИМЕР 2

(Из статьи доц. Б. П. Горского)

Дано: $l_s = 10$ мм; $\varphi = 90°$, $\delta = 125°26'30''$;
$\alpha = 24°00'00''$ угол при вершине,
$\gamma = 30°33'30''$,
$b = 4{,}006$ м – длинная сторона.

Аналогично примеру 1 по формуле (III″) найдем

$$W'' = \rho'' \frac{10}{4006} \cdot \frac{0{,}815 \times 0{,}914}{0{,}861} = 445'' = 7'25''.$$

Доцент Б. П. Горский получил путем долгих вычислений искомую ошибку величиной в $7'24''$.

ПРИМЕР 3

(Пример, который приведен нами в диссертации)

Дано: $l_2 = 40$ мм; $\varphi = 90°$,

$\delta = 179°48'45''$,

$\alpha = 0°05'00''$ — угол при вершине,

$\gamma = 0°06'15''$,

$b = 4{,}500$ м — длинная сторона.

По формуле (III″) имеем

$$W'' = \rho \frac{40}{4500} \cdot 0{,}003273 = 6''.$$

Ранее путем долгих вычислений мы получили искомую ошибку величиной в 8″, т. е. еще раз убеждаемся в справедливости выведенной формулы.

ПРИМЕР 4

[Из статьи доц. Н. Е. Алифонова (пример 3)]

Дано: $l_s = 0{,}001$ м, $\varphi = 85°$ (определен нами),

$a = 8{,}931$ м — длинная сторона,

$\delta = 164°57'41''$,

$\alpha = 10°02'19''$,

$\gamma = 5°$ — угол при вершине.

По формуле (III) имеем

$$W'' = \rho'' \frac{1}{8931}\left[0{,}087156 + \frac{0{,}174317 \times 0{,}996}{0{,}985}\right] =$$

$$= \rho'' \frac{1}{8931} \times 0{,}259730 \approx 7''.$$

Н. Е. Алифонов путем долгих вычислений получил искомую ошибку величиной в 6″.

ПРИМЕР 5

[Из статьи доц. Н. Е. Алифонова (пример 4)]

Данные те же, что и в примере 4, но $\varphi = 0°$.

По формуле (III) имеем

$$W'' = \rho'' \frac{1}{8931}\left[1 + \frac{(-0{,}966) \times 0{,}996}{0{,}986}\right] \equiv 0'',5.$$

Алифонов Н. Е. путем долгих вычислений получил $W = 0''$.

Итак, мы опробировали нашу формулу на всех, имеющихся в нашем распоряжении, примерах. Выведенная нами формула быстро дает правильный ответ на поставленный вопрос, в то время как авторы

предыдущих статей производили довольно значительные вычисления, чтобы определить величину искомой ошибки.

Примеры 1 и 2 статьи доц. Н. Е. Алифонова решаются по нашей формуле мгновенно, так как при вытянутой форме соединительного треугольника искомая ошибка равна нулю.

§ 7. Заключение

Мы позволим себе еще раз подчеркнуть, что при измерении сторон соединительного треугольника от отвесов (или их проекций) до центра инструмента искомая ошибка равна Δc; при измерении же сторон соединительного треугольника от отвесов (или их проекций) до закрепленной вершины соединительного треугольника искомая ошибка должна вычисляться по формуле

$$W = \rho \frac{l_s \cos \varphi}{a} + \rho \frac{l_s \cos (\delta - \varphi) \cos \gamma}{a \cos \alpha},$$

где l_s — линейная величина эксцентриситета,

φ — угол между направлением эксцентриситета и перпендикуляром к длинной стороне соединительного треугольника, направленным в сторону примычного угла, если он меньше 180° и, наоборот, направленным в противоположную сторону, если он больше 180°,

a — расстояние от вершины треугольника до дальнего отвеса;

δ — вычисленный, тупой угол при отвесе;

α — вычисленный острый угол при отвесе;

γ — измеренный угол при вершине соединительного треугольника.

Мы будем считать свое сообщение достигшим цели, если оно положит конец противоречивым воззрениям по затронутому вопросу и даст представление читателю о причинах, которые привели авторов перечисленных статей к противоположным заключениям.

В практической работе следует руководствоваться нижеследующим:

1. Линии в соединительном треугольнике необходимо измерять по правилу: отвесы (или их проекции) — центр инструмента, так как в таком случае искомая ошибка будет зависеть только от длины подходного стана.

2. Вершину соединительного треугольника на дневной поверхности желательно определять тригонометрическим путем или полигонометрией с достаточно длинными сторонами, так как тогда Δc (рис. 1) будет малой.

3. Если координаты вершины соединительного треугольника на дневной поверхности определены полигонным ходом с короткими сторонами, то следует определить дирекционный угол направления с отдаленной точки триангуляции (полигонометрии) на вершину соединительного треугольника, для чего необходимо на точке триангуляции (полигонометрии), которая при визировании на отвесы будет являться задним сигналом, измерить, по крайней мере, два угла. Для контроля полезно вычислить дирекционный угол указанного направления по координатам его концов.