Записки Ленинградского орденов Ленина и Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова, т. XXXIV, вып. 1, 1957 г.

МЕХАНИКА ЩЕКОВОЙ ДРОБИЛКИ

П. А. Журавлев

При подготовке руд к обогащению, а также при строительстве различных сооружений широко применяются машины для дробления крупных кусков горных пород. Среди них видное место занимают так называемые щековые дробилки, в которых куски горных пород раздавливаются путем периодического нажатия на них двух прямоугольных щек — качающейся и неподвижной.

Для нормальной работы такой дробилки необходимо, чтобы при нажатии щек на кусок руды, последний не выталкивался ими вверх, а заклинивался между ними. Это возможно не при любом угле α между щеками, а лишь при углах, меньших некоторого наибольшего угла.

Определение наибольшего угла захвата α_{max} излагается в работах многих авторов [1, 2, 3], где приводится следующий результат: $\alpha_{max} = 2\varphi$ (φ — угол трения). При этом авторы пренебрегают весом дробимого куска по сравнению с давлением щек на него, но не приводят количественной оценки данного допущения.

Целью настоящей статьи является определение указанного угла захвата с учетом веса дробимого материала. Как нам известно, в литературе такого решения не имеется.

Пусть вертикальная щека дробилки неподвижна. Подвижной щекой, создающей необходимую силу давления Q на кусок руды, является наклонная щека (рис. 1).

Будем считать силу Q заданной [1] и направленной перпендикулярно к поверхности наклонной щеки.

На зажатый кусок руды, кроме силы Q, действуют еще собственный вес P, нормальная реакция N вертикальной щеки и силы трения щек F_1 и F_2. Все силы считаем расположенными в вертикальной плоскости, проходящей через точки A и B касания куска руды о щеки, перпендикулярно к плоскостям щек. В общем случае вертикальная плоскость действия взаимно уравновешивающихся сил P, R_1 и R_2 может быть и не перпендикулярна плоскостям щек (R_1 и R_2 есть силы суммарного действия щек на кусок руды).

Силы трения F_1 и F_2 направляем по щекам вниз, что соответствует стремлению куска руды двигаться вверх. Из дальнейших рассуждений будет следовать, что это возможно лишь при условии достаточно

[1] Сила Q определяется из условия равновесия наклонной щеки. Считаем, что эта щека создает силу Q статически. Работа дробилки в движении здесь не рассматривается.

большого отношения сил $\frac{Q}{P}$. При меньшем отношении $\frac{Q}{P}$ возможно направление сил трения вверх по щекам, а также обращение этих сил в нуль на одной или на обоих щеках. Но, так как при этом выталкивания вверх куска руды из зева дробилки не будет, то последние случаи не рассматриваются.

Поставленный вопрос об условиях равновесия куска руды может быть решен графически (рис. 2). Изобразив силы Q и P векторами в определенном масштабе, сложим их по правилу параллелограмма в одну силу R. Тогда на кусок руды будут действовать только три силы. Причем линии действия двух из них R и F_2 пересекаются в точке D. Че-

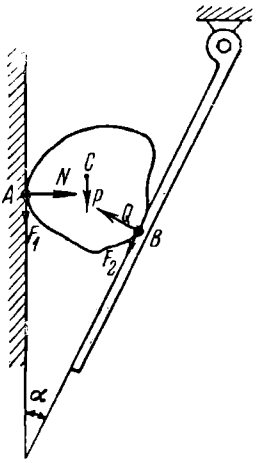


Рис. 1. Схема дробилки

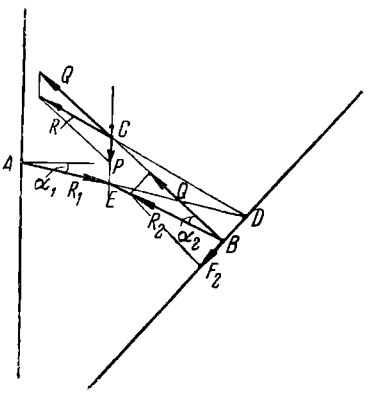


Рис. 2. Графическое решение задачи о равновесии куска руды

рез эту же точку должна пройти и линия действия третьей силы — полной реакции R_1 левой щеки (в общем случае щека может быть расположена и не вертикально).

Восстановив перпендикуляр к этой щеке, найдем угол α_1 между реакцией R_1 и данным перпендикуляром. Если окажется, что этот угол меньше угла трения φ, $\alpha_1 < \varphi$, то скольжения куска руды по поверхности данной щеки не будет.

Так как линия действия силы R_2, равнодействующей сил Q и F_2, должна пройти через точку E пересечения линий действия сил R_1 и P, то аналогичный угол α_2 находится между направлениями BE и Q.

Приняв коэффициенты трения руды об обе щеки одинаковыми, получим, что если $\alpha_2 < \varphi$, то кусок руды не будет скользить и по другой щеке. Следовательно, он не будет выдавлен из зева дробилки.

Из чертежа видно, что $\alpha > \alpha_1 + \alpha_2$, значит $\alpha > 2\varphi$.

В качестве примера приведем один из возможных случаев предельного равновесия куска руды, изображенный на рис. 3. Здесь предположено, что линии действия сил R_1 и R_2 составляют с нормалями к плоскостям щек предельные углы φ и $OA = OB$. Тогда линия действия силы P обязательно должна пройти через точку E биссектрисы угла α, причем $\alpha > 2\varphi$. Построив многоугольник сил, можно для заданных углов α и φ найти отношения всех сил к силе Q,

в частности то отношение $\frac{P}{Q}$, при котором имеет место данный предельный случай.

Если же задаться углом и отношением $\frac{P}{Q}$, то найдем предельный угол захвата

Для аналитического решения поставленной задачи составим уравнения равновесия куска руды, согласно рис. 4,

$$\sum X = N - Q\cos\alpha - F_2\sin\alpha = 0; \tag{1}$$

$$\sum Y = Q\sin\alpha - P - F_1 - F_2\cos\alpha = 0; \tag{2}$$

$$\sum M_G = F_1 a_1 - Pd \quad F_2 a_2 = 0^* \tag{3}$$

Отсюда, например, по заданным величинам Q, P, α, a_1, a_2, d можно найти силы N, F_1 и F_2. Но нас интересуют условия предельного равновесия куска руды. В частности, такой случай предельного равновесия, когда

$$F_1 = fN; \quad F_2 = fQ,$$

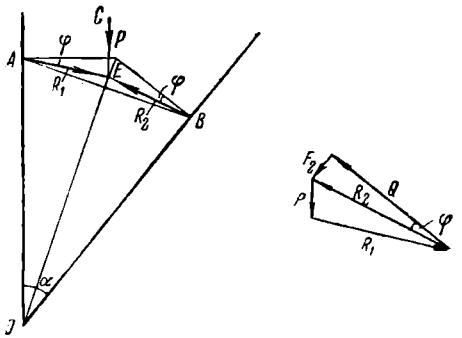


Рис. 3. Силы, действующие на кусок руды при одном из случаев предельного равновесия

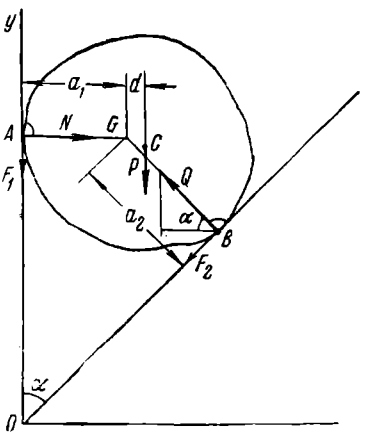


Рис. 4. К составлению уравнений равновесия куска руды

где f — коэффициент трения.

Тогда, исключив из уравнений (1) и (2) силу N, получим

$$(1 - f^2)\sin\alpha - 2f\cos\alpha = \frac{P}{Q}$$

или, положив здесь $f = \operatorname{tg}\varphi$, после несложных преобразований придем к зависимости

$$\sin(\alpha - 2\varphi) = \frac{P}{Q}\cos^2\varphi. \tag{4}$$

Отсюда видно, что по заданному углу трения φ и отношению $\frac{P}{Q}$ можно найти угол α_{max}, соответствующий рассмотренному нами

* За центр моментов можно было бы взять и другую точку плоскости, например, точку O.

равновесию куска руды при предельных значениях сил трения на обеих щеках

$$\left.\begin{aligned} \alpha_{max} &= 2\varphi + \arcsin\left(\frac{P}{Q}\cos^2\varphi\right); \\ \alpha_{max} &> 2\varphi. \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

В частности, если приближенно считать $\frac{P}{Q} \approx 0$, что и имеет место на практике, то получим $\alpha_{max} \approx 2\varphi$.

Уравнение (3) накладывает ограничение на относительное расположение точек A, B и линии веса P

Из уравнения (3) находим

$$F_1 = P\frac{d}{a_1} + F_2\frac{a_2}{a_1}$$

Подставив сюда предельные значения сил трения, разделив на Q и учтя зависимость (4), после преобразований получим

$$a_1 \sin\varphi\cos(\alpha - \varphi) = d\sin(\alpha - 2\varphi) + a_2\sin\varphi\cos\varphi.$$

Задавшись, например, величиной $\frac{a_1}{d}$, можно найти $\frac{a_2}{d}$. Когда $d = 0$, получим формулу для определения отношения

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{\cos(\alpha - \varphi)}{\cos\varphi}.$$

Заметим, что должно быть

$$\frac{a_2}{a_1}\cos\varphi < 1, \text{ т. е. } a_1 > a_2\cos\varphi.$$

Кроме того, $a_2 \neq a_1$ при $P \neq 0$.

Пусть теперь неподвижная щека расположена наклонно и составляет с вертикалью угол β. Другая же щека образует с неподвижной щекой попрежнему угол α. Коэффициенты трения куска руды о щеки будем считать различными и равными $f_1 = \operatorname{tg}\varphi_1$, $f_2 = \operatorname{tg}\varphi_2$.

Тогда в случае предельного равновесия куска руды ($F_1 = f_1N$; $F_2 = f_2Q$) вместо зависимости (5) получим иную формулу для определения угла α_{max}

$$\alpha_{max} = \varphi_1 + \varphi_2 + \arcsin\left[\frac{P}{Q}\cos(\beta - \varphi_1)\cos\varphi_2\right].$$

Если считать $\frac{P}{Q} \approx 0$, то $\alpha \approx \varphi_1 + \varphi_2$, или при одинаковых коэффициентах трения $\alpha_{max} \approx 2\varphi$.

Предположив, что предельное трение имеет место только на одной из щек, а на другой щеке — трение меньше предельного, или на обеих щеках трение меньше предельного, получим неравенство

$$\sin[\alpha_{max} - (\varphi_1 + \varphi_2)] < \frac{P}{Q}\cos(\beta - \varphi_1)\cos\varphi_2.$$

Примем кусок руды за шар с центром тяжести в его геометрическом центре (рис. 5).

Из уравнения моментов относительно точки C получаем

$$F_1 = F_2 = F. \tag{6}$$

Составим уравнение моментов относительно точки O

$$\sum M_0 = -NAO - PAC + QBO = 0,$$

откуда

$$Q = N + P\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2},$$

т. е. обязательно $Q > N$.

Поэтому на основании равенства (6), при одинаковых коэффициентах трения куска руды об обе щеки, одновременно не может быть

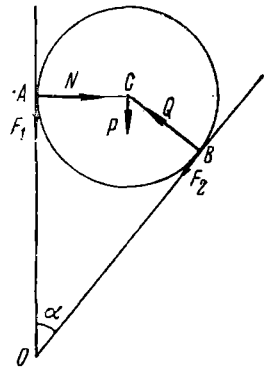


Рис. 5. Случай куска руды шаровой формы

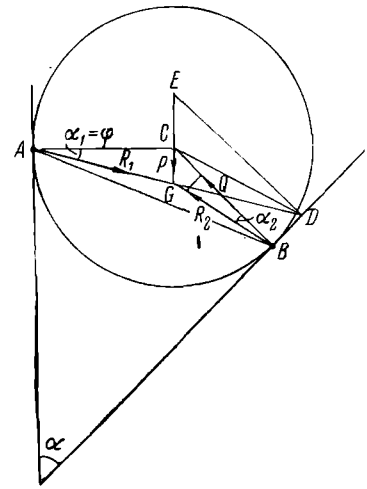


Рис. 6. Графическое решение задачи о равновесии куска руды шаровой формы

$F_1 = fN$ и $F_2 = fQ$. Возможен лишь такой случай предельного равновесия, когда $F_1 = fN$, а $F_2 < fQ$ или

$$F = fN \text{ при } N < Q. \tag{7}$$

Значения сил F и N найдем из уравнений (1) и (2)

$$F = \frac{Q\sin\alpha - P}{1+\cos\alpha}; \quad N = \frac{Q(1+\cos\alpha) - P\sin\alpha}{1+\cos\alpha}. \tag{8}$$

Подставив выражения (8) в формулу (7), после деления на Q, получим

$$\sin\alpha - f(1+\cos\alpha) = \frac{P}{Q}(1 - f\sin\alpha).$$

Отсюда по заданным f и $\frac{P}{Q}$ можно найти угол α_{max}, соответствующий рассмотренному предельному равновесию шара.

Так как $1 - f\sin\alpha > 0$, то $\sin\alpha > f(1+\cos\alpha)$. Следовательно, при учете веса шара угол между щеками будет больше 2φ, что очевидно из предыдущего неравенства после подстановки $f = \operatorname{tg}\varphi$.

Если считать $\frac{P}{Q} \approx 0$, то $\sin\alpha \approx f(1+\cos\alpha)$ и опять $\alpha_{max} \approx 2\varphi$.

Предельное равновесие при $F_2 = fQ$, $F_1 < fN$ невозможно.

На рис. 6, где представлено графическое решение рассмотренной задачи, показано определение наименьшего отношения $\left(\frac{P}{Q}\right)_{min}$, при котором еще не будет иметь места выдавливание куска руды, при наличии предельного трения (с известным углом φ) на вертикальной щеке и заданном угле α ($\alpha > 2\varphi$).

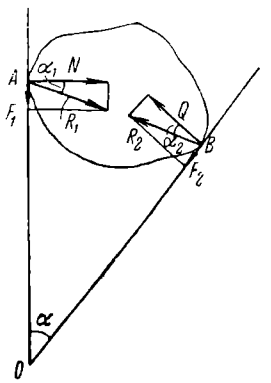


Рис. 7. К решению задачи о равновесии куска руды при условии пренебрежения его весом

Для этого из точки A под углом φ к нормали проводим линию действия реакции R_1 вертикальной щеки до пересечения с наклонной щекой в точке D. Затем из точки D восстанавливаем перпендикуляр до пересечения с линией веса P в точке E. Длины DE и EC будут пропорциональны силам Q и P, так что отношение $\left(\frac{P}{Q}\right)_{min} = \frac{EC}{ED}$. Проводим теперь линию действия силы R_2, которая должна пройти через точку G пересечения сил P и R_1. Теперь легко определить отношения всех сил к силе Q. Заметим, что угол $\alpha_2 < \varphi$.

При увеличении отношения $\frac{P}{Q}$ линии действия сил R_1 и R_2 будут приближаться к своим нормалям и равновесие куска руды, безусловно, обеспечено.

При уменьшении отношения $\frac{P}{Q}$ эти линии будут отходить от нормалей. При $\frac{P}{Q} < \left(\frac{P}{Q}\right)_{min}$ сила R_1 сразу же выйдет за пределы угла φ конуса трения, равновесие нарушится и начнется скольжение куска руды по вертикальной щеке вверх.

Если, как обычно делается, сразу пренебречь силой веса P по сравнению с силой давления Q, то все рассуждения значительно упрощаются.

Пусть кусок руды находится в предельном покое, так что силы R_1 и R_2 взаимно уравновешиваются, $\bar{R}_1 = -\bar{R}_2$, а силы трения равны предельным значениям: $F_1 = fN$; $F_2 = fQ$ (рис. 7).

Так как $\frac{F_1}{N} = \frac{F_2}{Q} = f$, то $\operatorname{tg}\alpha_1 = \operatorname{tg}\alpha_2 = f$; $\alpha_1 = \alpha_2 = \varphi$ и $N = Q$; $F_1 = F_2$. Кроме того, как необходимое условие получим равенство $OA = OB$. При этом $\alpha_{max} = 2\varphi$.

Все это имеет место при любом расположении щек дробилки и для куска не обязательно шарообразной формы.

В литературе существует неправильное [1] указание, что $N \neq Q$ (в наших обозначениях) [1, стр. 84]. В другом исследовании при выводе

[1] По замечанию В. В. Зверевича.

условия $\alpha \leqslant 2\varphi$ вместо куска произвольной формы взят шаровой кусок и сказано, что это внесет лишь весьма незначительную разницу (порядка 2—4%) в окончательный результат [2, стр. 47]. В действительности же, как видно из изложенного, никакой разницы здесь не будет.

При $OA \neq OB$ исходное предположение о том, что обе силы трения одновременно достигают своих предельных значений, не будет выполняться. Надо считать, что только одна из сил трения достигла своего предельного значения, другая же его не достигла. Или же вообще кусок руды в равновесии не находится.

При $OA > OB$ $\alpha_1 > \alpha_2$. И в случае предельного равновесия $F_1 = fN$, а $F_2 < fQ$; $f = \operatorname{tg}\varphi = \operatorname{tg}\alpha_1$; $\alpha_1 = \varphi$.

При $OB > OA$ $\alpha_2 > \alpha_1$ и $F_1 < fN$; $F_2 = fQ$; $f = \operatorname{tg}\varphi = \operatorname{tg}\alpha_2$; $\alpha_2 = \varphi$.

В обоих случаях $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$, и так как $\alpha_1 + \alpha_2 < 2\varphi$, то $\alpha < 2\varphi$.

Заключение

При учете собственного веса дробимых кусков предельный угол захвата в щековых дробилках получается несколько большим, чем в том случае, когда весом дробимого материала пренебрегают. Однако при имеющих место на практике отношениях весов кусков к силам давления на них [2] это увеличение оказывается незначительным. Поэтому практически можно считать $\alpha_{max} \approx 2\varphi$.

Использованная литература

1. Левенсон Л. Б. и Прейгерзон Г И. Дробление и грохочение полезных ископаемых. Гостоптехиздат, 1940.

2. Левенсон Л. Б. и Цигельный П. М. Дробильно-сортировочные машины и установки. Государственное издательство литературы по строительству и архитектуре, 1952.

3. Тарасов И. П. К теории расчета угла захвата в щековых дробилках. Механизация строительства, 1948, № 8.