

О ПРИТОКЕ ВОДЫ К НЕСОВЕРШЕННЫМ СКВАЖИНАМ ПРИ НАЛИЧИИ ТУРБУЛЕНТНОГО И ЛАМИНАРНОГО РЕЖИМОВ ФИЛЬТРАЦИИ

Н. Г. Паукер

Буровые скважины широко используются для откачки воды из водообильных пород в городском, промышленном, транспортном и сельскохозяйственном водоснабжении, осушении шахт и карьеров, борьбе с водой при возведении крупных гидротехнических сооружений и т. п. При соответствующих гидрогеологических условиях такие скважины нередко оборудуются высокопроизводительными насосами, в результате работы которых вокруг скважины в водоносном горизонте образуется значительная депрессионная воронка. Скорости фильтрации и гидравлические градиенты вблизи водоприемной части скважины, особенно при напорном водоносном горизонте, могут превзойти значения, подчиняющиеся линейному закону фильтрации. Тогда в ближайшей к скважине зоне возникает чаще всего турбулентный вид движения, характеризующийся, как известно, квадратичной зависимостью между скоростью движения подземных вод и гидравлическим градиентом. Чаще это проявляется в трещиноватых породах, но может возникнуть и в грубо-обломочном и зернистом материале.

Такое представление о переходе ламинарного движения в турбулентное признается многими исследователями, но в расчетных формулах пока не находит должного отражения.

Впервые квадратичную закономерность для расчета водопритока к вертикальным выработкам применил А. А. Краснопольский в 1912 г. [16]. Его формулы для совершенного колодца в напорном и безнапорном горизонтах, как известно, основаны на представлении, что турбулентный режим в трещиноватых породах распространяется на весь водоносный горизонт и при откачке квадратичная зависимость имеет место во всей депрессионной воронке. Фактический же материал наблюдений и экспериментов, особенно последних двух-трех десятилетий, свидетельствует о том, что такое представление не отвечает действительности. В большинстве случаев даже в закарстованных породах преобладающая часть депрессионной воронки отвечает условиям ламинарного движения и только в узколокальной, сравнительно небольшой зоне вокруг выработки наблюдается значительное отклонение от закона Дарси. Этот вопрос рассмотрен в 1941 г. А. С. Храмушевым, который разработал метод определения критических градиентов при переходе границ между зонами ламинарного, переходного и турбулентного ре-

жимов [26]. Однако расчет по его формулам представляет известные трудности.

В 1945 г. В. И. Щелкачев предложил расчетные формулы для притока воды к скважине при наличии в ближней зоне турбулентного движения и в остальной ламинарного [29]. При движении воды к скважине переход от одного закона к другому происходит, по мнению В. И. Щелкачева, постепенно, без скачка, но для простоты гидродинамического решения поставленной задачи и получения крайнего возможного результата допускается, что внутри области кризиса закона Дарси справедлив всюду закон Шези-Краснопольского. Для определения радиуса зоны перехода одного вида движения в другой и соответствующего ему напора в водоносном горизонте В. И. Щелкачев использует еще число Рейнольдса — самое нижнее значение критического числа Рейнольдса, принимая его равным 4. На основе полученных зависимостей можно определять приток к скважине и обоснованно рассчитывать кривую зависимости дебита от понижения, что получило известное отражение в практике нефтяной гидрогеологии.

В. М. Насберг [19] указывает, что в условиях трещиноватых пород формулой Щелкачева для критической скорости (при $Re_{кр} = 4$) не рекомендуется пользоваться и предлагает свою так называемую обобщенную формулу Дюпюи — Краснопольского, выведенную на основе закономерности Прони. Достоинством формулы, по его мнению, является то, что она охватывает как ламинарный, так и турбулентный режимы, включая и переходную зону между этими режимами. В. М. Насберг также считает, что при расчетах по этой формуле можно обойтись без знания критической скорости и критического градиента, что особенно важно в случае реальных трещиноватых пород, для которых эти показатели весьма трудно определимы. График этой формулы, построенной в координатах понижения и расхода, именуется обычно кривой дебита. С безразмерными коэффициентами эта формула давно известна в литературе как формула Келлера. В. М. Насберг дает аналитическую зависимость и для построения пьезометрической кривой.

Вопросами ламинарного и турбулентного режимов, в той или иной мере связанными с притоками воды к скважинам, занимались также Н. М. Победоносцев (1933), М. Маскет (1937), И. Ф. Володько (1941), Г. Розе (1945), М. А. Великанов (1945), Ч. Вентворт (1946), Н. К. Гиринский (1947), И. А. Чарный (1948), Е. Е. Керкис (1948), М. А. Гатальский (1948), В. А. Евдокимова (1949), Г. М. Ломизе (1951), С. В. Троянский (1952), Ф. Энгелунд (1953), В. В. Куриленко (1954), Е. М. Минский (1955) и др. Общим для всех этих исследователей является признание того, что зона турбулентного режима имеет значительно меньшие размеры в общей депрессионной воронке, чем зона ламинарного движения.

Тем не менее в практике обычных гидрогеологических расчетов это не учитывается. Несмотря на то, что уже более 17 лет прошло со времени опубликования работы А. С. Храмушева [26], в большинстве выходящих ныне руководств и учебников формулы Краснопольского приводятся без всяких поправок и замечаний. Так, например, в книге И. А. Скабаллановича «Гидрогеологические расчеты» (1954) и в справочнике В. В. Куриленко «Определение притока воды к котлованам и расчет водопонизительных установок» (1954) определение притока и расчет коэффициента фильтрации при турбулентном режиме предлагается производить по формулам, предусматривающим распространение этого режима на всю сферу влияния выработки. Аналогичное положение и в современных учебных пособиях: А. И. Силина-Бекчурина

«Специальная гидрогеология» (1951), П. П. Климентова «Гидрогеология» (1955), Н. А. Скабаллановича и М. В. Седенко «Инженерная геология, гидрогеология и осушение месторождений» (1955), Г. В. Богомолова и А. И. Силина-Бекчурина «Специальная гидрогеология» (1955) и т. д.

Из самых последних работ по интересующему нас вопросу наиболее обстоятельной является работа Е. Е. Керкиса [14]. В ней детально рассмотрены расчетные схемы и выведены новые формулы, позволяющие определять притоки воды к скважинам, колодцам, горным выработкам и котлованам при наличии зоны турбулентного режима, рассчитывать коэффициенты фильтрации и критические градиенты по данным опытных гидрогеологических работ, а также определять динамический уровень в скважинах при заданном расходе воды.

Однако в приведенной работе, так же как и в работах В. И. Щелкачев и А. С. Храмушева, все полученные зависимости даны для гидродинамически совершенных выработок. В практике же часто бывают скважины, не полностью вскрывшие водоносный горизонт, т. е. гидродинамически несовершенные по степени и характеру вскрытия водоносного горизонта. Для этого случая теоретическая сторона вопроса разработана еще очень слабо. Нам известны только работы И. А. Чарного [27] и Е. М. Минского [17]. В этих работах, так же как и в упомянутой статье В. М. Насберга, на всю область влияния (при откачке воды из скважины) распространяется двучленная закономерность сопротивления (закон Прони)

$$J = av + bv^2, \quad (1)$$

где J — гидравлический уклон;

v — скорость фильтрации;

a и b — постоянные коэффициенты, не зависящие от J и v .

По мнению некоторых исследователей, такое представление теоретически недостаточно обосновано, поэтому всю область влияния они разделяют на зоны с различными режимами фильтрации.

Нам представляется правильным следовать по пути, по которому шли А. С. Храмушев, В. И. Щелкачев и Е. Е. Керкис, в частности, для упрощения решения принимать только две основные зоны вокруг скважины: турбулентную и ламинарную. Последнее положение более подробно обосновано в работе Е. Е. Керкиса [14], в которой показано также, какие ошибки при расчетах могут произойти, если не учитывать локальную зону турбулентного режима.

В настоящей статье сделана попытка найти зависимости между основными величинами, характеризующими приток воды из напорного водоносного горизонта к гидродинамически несовершенной скважине при наличии двух режимов фильтрации: турбулентного, вблизи скважины и ламинарного во всей остальной зоне влияния.¹

Схема водопритока

Так как внутренняя зона действительно невелика и измеряется всего несколькими метрами, как максимум десятком метров (в радиусе от водоприемной части несовершенной скважины), то при установлении искомой зависимости необходимо учесть особенность гидродинамической

¹ Основное содержание данной работы с выводом формулы водопритока было доложено автором 13 мая 1954 г. на научно-технической конференции Ленинградского горного института.

сетки несовершенной выработки. При наличии только ламинарного режима точного гидромеханического решения задачи притока воды к несовершенной скважине, насколько нам известно, нет. Имеющиеся расчетные формулы являются в той или иной степени приближенными или эмпирическими. Тем более неизбежны некоторые допущения и упрощения в рассматриваемом более сложном случае, так как в конечном итоге необходимо получить зависимости, доступные для рядовых гидрогеологических расчетов.

Решим поставленную задачу по фрагментам и представим себе следующую схему движения воды к несовершенной скважине при двух режимах фильтрации (рис. 1).

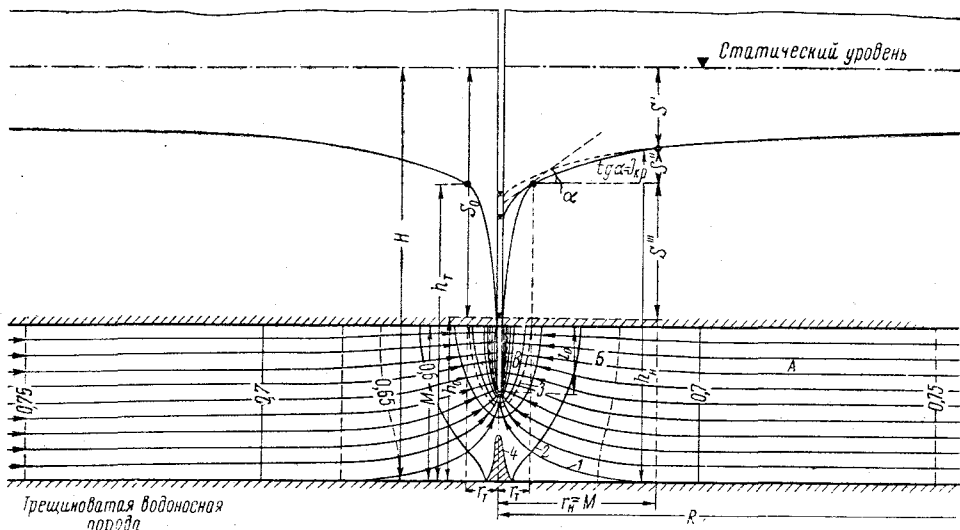


Рис. 1. Схема водопитока к несовершенной скважине в условиях ламинарного и турбулентного режимов фильтрации:

H — первоначальный напор; h_0 — сниженный напор при общем понижении S_0 ; h_n — сниженный напор на границе зон А и В при понижении S' ; h_T — сниженный напор на границе зон А и В при понижении $S' + S''$; M — мощность водоносного горизонта; R — радиус питания (депрессии); $r_n = M$ — радиус зоны, где заметно сказывается влияние несовершенства скважины; r_T — радиус зоны турбулентного режима фильтрации; $J_{кр}$ — критический градиент при переходе ламинарного движения в турбулентное; l_0 — вскрытая часть водоносного горизонта; 1 — линии тока; 2 — линии равного напора; 3 — граница зоны турбулентного движения; 4 — зона относительного застоя

Разделим всю область фильтрации на три фрагмента — три осесимметричные зоны А, В и В.

Зона А распространяется от контура питания R до границы, где уже существенно сказывается влияние несовершенства скважины и линии тока приобретают заметную деформацию, отклоняясь от плоскорадиального потока к трехмерному.

Зона В простирается от предыдущей границы до области развития турбулентного режима, т. е. до контура, где гидравлические градиенты достигают критического значения для ламинарного режима.

Зона В занимает положение от предыдущей границы до водоприемной части скважины.

Падение напора и форма пьезометрической поверхности в каждой из зон подчиняется закономерностям, свойственным гидравлическим режимам этих зон.

В зоне А снижение напора S' может быть рассчитано по обычной формуле Дюпюи от H до h_n .

В зоне B снижение напора S'' от h_T до h_c можно подсчитать по какой-либо из проверенных формул для несовершенных выработок.

Наконец в зоне B , в пределах от h_T до h_0 для определения S''' необходимо применить закономерность, свойственную турбулентному режиму, но в условиях сильно деформированного фильтрационного потока, вследствие чего обычную формулу Шези-Краснопольского здесь использовать невозможно. Необходимо подыскать соответствующую функциональную зависимость между расходом, напором, коэффициентом фильтрации при турбулентном режиме и граничными условиями.

Границы между двумя внутренними зонами не могут быть строго определены. Для установления границы между зоной A и B можно воспользоваться имеющимися экспериментальными данными. Так, в работе М. Маскета [34] рассмотрено распределение эквипотенциалей вокруг несовершенной скважины и показано, что на расстоянии, равном примерно мощности пласта, линии тока совсем незначительно отклоняются от прямолинейного пути, т. е. распределение потенциала становится практически равномерным по всей мощности пласта. Н. Н. Биндеман, опираясь на экспериментальные данные, указывает, что наиболее деформированная часть потока у несовершенной скважины сосредоточивается в зоне радиусом $1 \div 1,5 l_0$ (l_0 — вскрытая часть водоносного горизонта), а менее деформированная — на расстоянии $1 \div 1,5$ мощности [4]. Е. М. Минский считает, что это влияние сказывается на расстоянии до 0,8 от мощности пласта [17]. С. К. Абрамов и В. Д. Бабушкин на основе проведенных опытов по методу ЭГДА показывают, что на расстоянии от скважины порядка $1 \div 1,5$ мощности пласта поток становится близким к плоско-радиальному [1].

Таким образом, можно считать, что далее мощности пласта, считая от оси скважины, влияние «несовершенства» на положении депрессионной поверхности практически не сказывается и, следовательно, за границу зон A и B допустимо принять расстояние, равное мощности водоносного горизонта M , если, конечно, величина эта соизмерима со вскрытой частью водоносного горизонта. Поверхность равного напора здесь можно считать цилиндрической.

Как показывают опыты на пространственных моделях ЭГДА, самые нижние линии тока близки по своей конфигурации к параболам [1, 33, 34]. Поэтому нижнюю поверхность фильтрационного потока к несовершенной скважине можно представить себе в виде опрокинутой воронки параболического сечения. Во внутренней ее части существует, по-видимому, зона относительного застоя (на рис. 1 она заштрихована).

Поверхности равного напора фильтрационного потока во внутренних двух зонах представляют собой поверхности второго порядка, притом меняющиеся по форме по мере приближения к скважине, и у самой водоприемной части близки к цилиндрической поверхности.

Для упрощения (при решении поставленной задачи) сделаем допущение, что сечение фильтрационного потока в зонах B и B цилиндрическое, равное по площади выпуклой эквипотенциальной поверхности второго порядка, а нижняя граница фильтрационного потока (в сечении вертикальной плоскостью) представляет собой параболу вида $y^2 = 2px$ (рис. 2). Параметр $2p$ этой параболы может быть найден из граничных условий. Так, при $x=M$, $y=M-l_0$, $(M-l_0)^2=2pM$, откуда $2p = \frac{(M-l_0)^2}{M}$, и вид параболы

$$y^2 = \frac{(M-l_0)^2}{M} x$$

Определение понижения напора в зоне А. Найти величину S' в этой зоне не представляет особого труда. По обычной формуле Дююи

$$S' = \frac{Q}{2\pi KM} (\ln R - \ln M), \quad (5)$$

где S' — разность напоров между контуром питания и границей зон А и В, $S' = H - h_n$;

Q — расход фильтрационного потока (приток к скважине), $m^3/сутки$;

K — коэффициент фильтрации при ламинарном режиме, $m/сутки$;

M — полная мощность напорного водоносного горизонта, m ;

R — приведенный радиус влияния (депрессии), т. е. радиус кругового контура питания для данной скважины, m .

Во всех остальных зонах фильтрационный расход Q будет тот же, если оба ограничивающих водоупора водонепроницаемы.

Определение понижения напора в зоне В. В этой зоне для нахождения S'' можно использовать существующие формулы для одиночных скважин, несовершенных по степени вскрытия водоносного пласта, причем водоприемная часть примыкает к верхнему водоупору. Приводим в последовательности опубликования некоторые формулы для напорного горизонта при ламинарном режиме.

1. Формула Форхгеймера [31]

$$Q = \frac{2\pi KMS_0}{\ln \frac{R}{r_0}} \sqrt{\frac{l_0 + 0,5r_0}{M}} \sqrt[4]{\frac{2M - l_0}{M}}. \quad (6)$$

2. Формула Дююи с поправкой Е. А. Замарина на активную зону [10]

$$Q = \frac{2\pi Kl_0 S_0}{\ln \frac{R}{r_0}} f\left(\frac{S_0}{l_0}\right), \quad (7)$$

где $f\left(\frac{S_0}{l_0}\right)$ — функция от отношения $\frac{S_0}{l_0}$ находится по эмпирической таблице, составленной Е. А. Замариным¹.

3. Формула Козени [32]

$$Q = \frac{2\pi Kl_0 S_0}{\ln \frac{R}{r_0}} \left[1 + 7 \sqrt{\frac{r_0}{2l_0}} \cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{l_0}{M}\right) \right]. \quad (8)$$

4. Формула Маскета [34]

$$Q = \frac{2\pi KMS_0}{\frac{M}{2l_0} \left[2 \ln \frac{4M}{r_0} - \ln \Phi\left(\frac{l_0}{M}\right) \right] - \ln \frac{4M}{R}}, \quad (9)$$

где $\Phi\left(\frac{l_0}{M}\right)$ — сокращенное обозначение функции Гамма для аргумента $\frac{l_0}{M}$;

$$\Phi\left(\frac{l_0}{M}\right) = \frac{\Gamma\left(0,875 \frac{l_0}{M}\right) \Gamma\left(0,125 \frac{l_0}{M}\right)}{\Gamma\left(1 - 0,875 \frac{l_0}{M}\right) \Gamma\left(1 - 0,125 \frac{l_0}{M}\right)}.$$

¹ Вначале эта поправка относилась только к безнапорному водоносному горизонту, а впоследствии ее стали применять и к напорному при $f\left(\frac{S_0}{l_0}\right) l_0 \ll M$.

Для облегчения вычислений логарифм функции Φ во многих руководствах дается в виде графика.

5. Формула Аргунова [2]

$$Q = \frac{2\pi KMS_0}{\frac{M-l_0}{l_0} \left(\operatorname{arsh} \frac{l_0}{r_0} - \operatorname{arsh} \frac{l_0}{R} \right) + \ln \frac{R}{r_0}} \quad (10)$$

6. Формула Ли-Бок-Бентона [33]

$$Q = \frac{2\pi KMS_0}{\ln \frac{R}{r_0} + \left[\left(\frac{M}{l_0} \right)^{\frac{3}{4}} - 1 \right] \ln \frac{M}{r_0}} \quad (11)$$

7. Формула Абрамова [1]

$$Q = \frac{2\pi Kl_0 S_0}{\ln \frac{R}{r_0}} \left(1 - 7 \sqrt{\frac{r_0}{M}} \ln \frac{l_0}{M} \right) \quad (12)$$

Существует еще ряд формул для различных случаев: Ч. Слехтера [35], В. С. Козлова [15], В. Д. Бабушкина [3], Н. К. Гириного [7], Н. А. Огильви [21], В. М. Насберга [20], М. М. Глоговского [9] и др. Нет необходимости приводить их все. Мы не рассматриваем также методы решения несовершенных скважин, разработанные М. Д. Миллионщиковым (1944), Б. И. Сегал (1946), П. Я. Полубариновой-Кочиной (1948) и другими, поскольку эти способы хотя в математическом отношении и более совершенны, но весьма трудоемки для обычных расчетов.

Большинство из перечисленных формул достаточно детально проанализировано и проверено на моделях ЭГДА в обстоятельной работе С. К. Абрамова и В. Д. Бабушкина [1]. * Часть этих формул [(6), (7), (8), (11), (12)] являются эмпирическими, другие выведены гидромеханическим способом, но с известными допущениями и различной степенью приближения.

Целесообразно привести графическое сопоставление отдельных формул, чтобы легче было выбрать из них наиболее пригодные для расчета S'' . Для удобства сравнения нами построен график в следующих координатных осях: по ординатам — относительное вскрытие пласта $\frac{l_0}{M}$; по абсциссам — приведенный приток q_r . Последний, равный $\frac{Q}{KS_0}$, вычислен для случая, когда $M = 10$ м, $r_0 = 0,1$ м и $R = 1000$ м (рис. 3). В дополнение к графическим изображениям семи формул нанесена кривая, рассчитанная по экспериментальным данным В. И. Щурова. Известно, что в нефтепромысловом деле при расчетах несовершенных скважин очень широко пользуются специальными графиками, составленными на основании опытов В. И. Щурова на электролитических моделях. Эти графики вошли в различные руководства и инструкции, в частности во «Временную инструкцию по исследованию и установлению технологического режима эксплуатации нефтяных скважин» [6], откуда нами заимствованы исходные данные.

Из рассмотрения рис. 3 и анализа формул, произведенного С. К. Абрамовым и В. Д. Бабушкиным [1], можно сделать следующие выводы.

* Ими не рассмотрены только формулы (7), (10) и (11).

1. Наиболее близко отвечают опытным данным формулы Маскета, Абрамова, Ли-Бок-Бентона и с некоторыми ограничениями Козени. Отклонения в сторону увеличения q_r при малых значениях $\frac{l_0}{M}$ дает формула Форхгеймера, в сторону уменьшения q_r — формулы Аргунова и Дююи-Замарина.

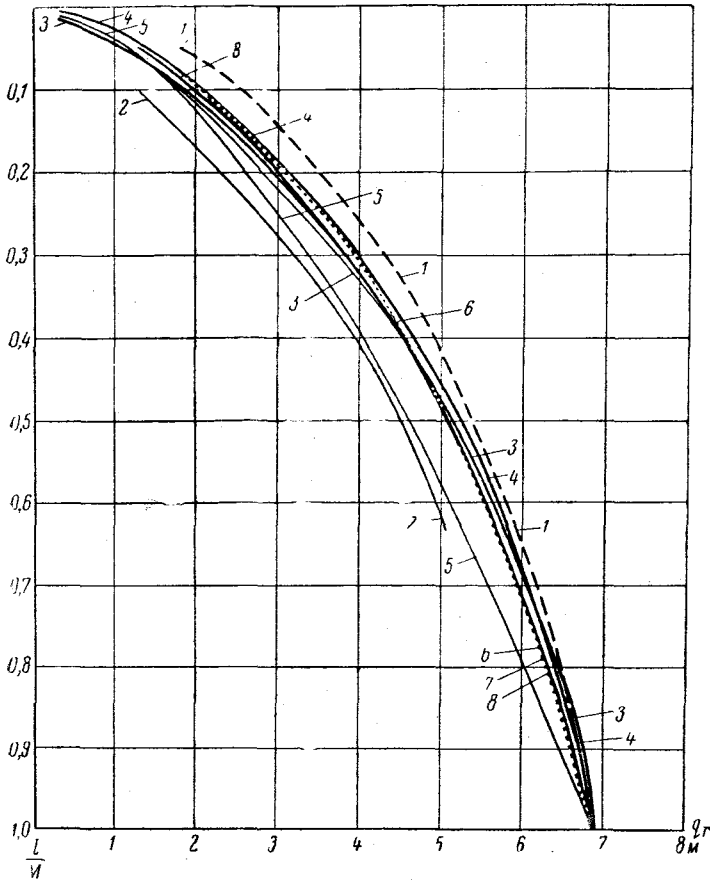


Рис. 3. Сравнительная характеристика формул для гидродинамически несовершенных скважин в условиях напорного водоносного горизонта:

1 — Форхгеймера (6); 2 — Дююи (7) с поправкой Замарина; 3 — Козени (8); 4 — Маскета (9); 5 — Аргунова (10); 6 — Ли-Бок-Бентона (11); 7 — Абрамова (12); 8 — по опытным данным В. И. Шурова на электролитических моделях. Кривые построены при $r_0 = 0,1$ м; $M = 10$ м и $R = 1000$ м; q_r — приведенный расход;

$\frac{l_0}{M}$ — относительное вскрытие водоносного горизонта скважиной

2. По мере увеличения $\frac{l_0}{M}$ — рост дебита затухает. Это особенно заметно на интервале $0,7 \div 1,0 \frac{l_0}{M}$, где кривые дебита многих формул сильно сближаются. При $\frac{l_0}{M} > 0,9 \div 0,95$ вообще нет необходимости пользоваться формулами для несовершенных скважин, а расчеты вполне допустимо производить по обычной формуле Дююи.

3. На величину q_r влияют также значения $\frac{l_0}{r_0}$, $\frac{M}{r_0}$ и $\frac{R}{M}$, но в мень-

шей мере, чем $\frac{l_0}{M}$. Влияние $\frac{l_0}{r_0}$ и $\frac{M}{r_0}$ на различные формулы сказывается не одинаково, поэтому необходимо установить пределы пользования отдельными формулами в зависимости от соотношения основных параметров.

4. В связи с этим приводим сопоставление расчета q_r по семи формулам и опытам В. И. Щурова для случая, когда r_0 в 10 раз больше, т. е. при $\frac{M}{r_0} = 10$ и $\frac{l_0}{r_0}$ от 0,05 до 10 (табл. 1). При этом остальные значения величин, входящих в соответствующие формулы, те же, что и для графика рис. 3.

Таблица I

$\frac{l_0}{M}$	$\frac{l_0}{r_0}$	По графику В. И. Щурова	Форхгеймера (6)	Дюпюи-Замарина (7)	Козени (8)	Маскета (9)	Аргунова (10)	Ли-Бок-Бентона (11)	Абрамова (12)
0,025	0,25	3,72	2,95	—	2,48	0?	3,78	1,53?	2,09
0,05	0,50	4,22	3,40	—	3,64	0?	3,92	2,39	3,48
0,10	1,0	5,00	4,17	1,82?	5,41	9,7?	4,24	3,58	5,56
0,15	1,5	5,77	4,73	2,44?	6,70	7,43?	4,60	4,44	7,10?
0,20	2,0	6,17	5,27	3,10?	7,91?	7,22?	4,96	5,12	8,30?
0,25	2,5	6,70	5,72	3,70?	8,85?	7,50?	5,31	5,67	9,25?
0,30	3,0	6,84	6,15	4,20?	9,70?	7,50?	5,66	6,12	10,1?
0,40	4,0	7,48	6,87	5,13?	10,9?	7,89	6,27	6,85	11,0?
0,50	5,0	7,97	7,46	5,92?	11,6?	8,25	6,82	7,42	11,5?
0,60	6,0	8,32	7,95	6,66?	12,0?	8,62	7,34	7,87	11,6?
0,70	7,0	8,64	8,43	7,28?	11,8?	8,83	7,83	8,25	11,4?
0,80	8,0	8,90	8,75	8,00?	11,2?	9,04	8,27	8,58	10,9?
0,90	9,0	9,02	9,06	8,44?	10,3?	9,07	8,71	8,86	10,1?
1,00	10,0	9,10	9,35	9,10	9,10	9,10	9,10	9,10	9,10

Примечание. В скобках указаны номера формул.

Как видно из табл. 1, при $r_0 = 1$ м формулы Козени (8) и Абрамова (12) уже не могут быть использованы, а формула Маскета (9) только при значении $\frac{l_0}{M} > 0,4$ и $\frac{l_0}{r_0} \geq 4$. При относительно малых величинах r_0 формула Маскета хорошо согласуется с опытными данными. Её широко пользуют, особенно в нефтепромысловом деле. Но при $\frac{l_0}{r_0} < 2$ теряется физический смысл этой формулы. Поэтому условием ее применения будет соблюдение соотношения $\frac{l_0}{r_0} > 4$. Следовательно, в рассматриваемом случае при использовании формулы (9) r_T не должно быть больше $0,25 \div 0,3 l_T$.

5. Формула (7) Дюпюи-Замарина, так же как и формулы Козлова, Бабушкина, Гириного, выведена из условия неограниченной мощности водоносного горизонта, поэтому при конечном значении M все эти формулы дают значительные отклонения, особенно при $\frac{l_0}{M} > 0,2$, и для рассматриваемого случая не пригодны.

6. Формула (6) Форхгеймера дает несколько завышенные результаты при $\frac{M}{r_0} > 100$ и малых значениях $\frac{l_0}{M}$. В. Д. Бабушкин считает поэтому её не пригодный для практического применения. Однако при $\frac{M}{r_0} < 50$, в частности, при $\frac{M}{r_0} = 10$, как видно из табл. 1, она еще может быть использована. Поэтому в дальнейшем при расчете S'' она нами учитывается.

7. Эмпирическая формула Козени применима при $\frac{M}{r_0} > 80$, так как при этом ограничении рассчитанные по ней величины дебита близки к опытным данным [1], но при $\frac{M}{r_0} < 50$ и некоторых значениях $\frac{l_0}{M}$ она даёт уже физически противоречивые результаты.

8. Формула Абрамова, как указывает автор [1], проверена на достаточно широком экспериментальном материале¹ при диапазоне $\frac{M}{r_0}$ от 400 до 20 и $\frac{l_0}{M}$ от 0,05 до 1. Хотя автор рекомендует ее для взаимодействующих несовершенных скважин, формула (12) с успехом может быть использована и для одиночных скважин. Сопоставляя ее с формулой Козени, видим, что она отличается от последней только видом коэффициента несовершенства β :

по Козени,

$$\beta_K = \frac{Q_{\text{несов}}}{Q_{\text{сов}}} = \frac{l_0}{M} \left[1 + 7 \sqrt{\frac{r_0}{2l_0}} \cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{l_0}{M}\right) \right]; \quad (13)$$

по Абрамову этот коэффициент можно представить в следующем виде:

$$\beta_A = \frac{Q_{\text{несов}}}{Q_{\text{сов}}} = \frac{l_0}{M} \left(1 + 7 \sqrt{\frac{r_0}{M}} \ln \frac{M}{l_0} \right). \quad (14)$$

Отличие заключается только во втором члене выражения, стоящего в квадратных скобках. Если взять отношение

$$\frac{\sqrt{\frac{r_0}{2l_0}} \cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{l_0}{M}\right)}{\sqrt{\frac{r_0}{M}} \ln \frac{M}{l_0}}$$

для значений $\frac{l_0}{M}$ от 0,03 до 0,95, то нетрудно убедиться, что это отношение колеблется в пределах 0,94—1,1. Таким образом, расхождение между формулами Козени и Абрамова составляет всего 6—10%, т. е. лежит в пределах обычной точности гидрогеологических расчетов. На рис. 3 кривые обеих формул очень близки друг к другу. Но при $r_0 = 1$ м и $\frac{l_0}{M} > 0,1$, как видно из табл. 1, формула (12) дает уже недопустимые отклонения от опытных данных. Поэтому формулу Абрамова, так же как и Козени, следует применять при $\frac{M}{r_0} > 50$. В нашем случае, если $r_T < 0,02$ М, то при любых соотношениях $\frac{l_0}{M}$, если $r_T < 0,1$ М, применять ее следует только при $\frac{l_0}{M} < 0,1$ и $\frac{l_0}{r_0} < 1$.

9. Приближенная формула Аргунова, как указывает автор [2], является интерполяционной, т. е. совпадающей с точными гидромеханическими решениями для крайних случаев. Когда $l_0 = M$, формула (10) переходит в обычную формулу Дюпюи. Если мощность весьма велика, то формула (10) приобретает вид

$$Q = \frac{2\pi K l_0 S_0}{\operatorname{arsh} \frac{l_0}{r} - \operatorname{arsh} \frac{l_0}{R}}$$

¹ По методу ЭГДА на электролитических моделях.

Когда скважина только вскрыла водоносный горизонт, т. е. при $l_0=0$, формула (10) преобразуется в

$$Q = \frac{2\pi KS}{\frac{1}{r} - \frac{1}{R} + \frac{1}{M} \ln \frac{R}{r}},$$

где r — расстояние от оси скважины, на котором снижение пьезометрического уровня составляет величину S .

Поэтому формулой (10) можно пользоваться для различных значений r_T без ограничения.

П. П. Аргунов считает, что его формула дает немного завышенные величины понижения. Это подтверждается сравнением ее с другими формулами, например (8), (9), (12), и опытными данными, так как кривая формулы (10) на рис. 3 дает более низкие значения q_r .

Как показывают соответствующие расчеты по формуле (10), результаты их удовлетворительно согласуются с фактическими наблюдениями в природных условиях [23].

10. Эмпирическая формула (11) трех авторов Ли, Бок и Бентона, полученная на основе опытов с электролитическими моделями [33], судя по графику рис. 3 и табл. 1, хорошо согласуется с аналогичными опытными данными В. И. Щурова и с кривыми по формулам Маскета, Абрамова и др. Ввиду относительной простоты формулы (11) ее можно применять для практических расчетов, и в частности для различных значений r_T .

На основании изложенного о несовершенных скважинах приходим к заключению, что для определения понижения S'' в зоне B можно пользоваться формулами Аргунова, Ли-Бок-Бентона, Форхгеймера и с соответствующими ограничениями формулами Маскета, Козени, Абрамова.

Соответственно получим в границах от h_n до h_T и от M до r_T :

из (10)

$$S'' = \frac{Q}{2\pi KM} \left[\frac{M - l_T}{l_T} \left(\operatorname{arsh} \frac{l_T}{r_T} - \operatorname{arsh} \frac{l_T}{M} \right) + \ln \frac{M}{r_T} \right]; \quad (15)$$

из (11)

$$S'' = \frac{Q}{2\pi KM} \left\{ \ln \frac{M}{r_T} + \left[\left(\frac{M}{l_T} \right)^{\frac{3}{4}} - 1 \right] \ln \frac{M}{r_T} \right\}; \quad (16)$$

из (6)

$$S'' = \frac{Q}{2\pi KM \beta_\Phi} \ln \frac{M}{r_T}, \quad (17)$$

где

$$\beta_\Phi = \sqrt{\frac{l_T + 0.5r_T}{M}} \sqrt[4]{\frac{2M - l_T}{M}};$$

из (9)

$$S'' = \frac{Q}{2\pi KM} \left\{ \frac{M}{l_T} \left[\ln \frac{4M}{r_T} - \frac{1}{2} \ln \Phi \left(\frac{l_T}{M} \right) \right] - \ln 4 \right\}; \quad (18)$$

из (12)

$$S'' = \frac{Q}{2\pi KM} \frac{\ln M - \ln r_T}{\beta_A}. \quad (19)$$

Определение понижения напора в зоне В. Для нахождения S''' следует использовать квадратичную зависимость между скоростью фильтрации v и гидравлическим градиентом J

$$v = K_T \sqrt{J}, \quad (20)$$

где K_T — коэффициент фильтрации при турбулентном режиме, м/сутки.

Вывод уравнения водопритока произведем аналогично выводу формулы Краснопольского, но только в пределах зоны В, т. е. от h_T до h_0 и соответственно от r_T до r_0 и от l_T до l_0 .

В отличие от вывода Краснопольского переменная величина сечения потока l здесь меняется не только в зависимости от r , но и от высоты l , т. е.

$$\begin{aligned} F &= f(l, r); \\ F_i &= 2\pi r_i l_i. \end{aligned} \quad (21)$$

Как известно,

$$Q = F_i v_i = F_i K_T \sqrt{J_i}. \quad (22)$$

В дифференциальной форме исходное уравнение будет иметь следующий вид:

$$Q = 2\pi r l K_T \sqrt{\frac{dh}{dr}}. \quad (23)$$

Подставим в (23) выражение для l из формулы (3):

$$Q = 2\pi r \left(l_0 + \frac{M-l_0}{\sqrt{M}} \sqrt{r} \right) K_T \sqrt{\frac{dh}{dr}}. \quad (24)$$

Возведем (24) в квадрат и разделим переменные:

$$\left(\frac{Q}{2\pi K_T} \right)^2 \frac{dr}{r^2 \left(l_0 + \frac{M-l_0}{\sqrt{M}} \sqrt{r} \right)^2} = dh. \quad (25)$$

Проинтегрируем полученное дифференциальное уравнение от h_0 до h_T и соответственно от r_0 до r_T :

$$\int_{h_0}^{h_T} dh = \left(\frac{Q}{2\pi K_T} \right)^2 \int_{r_0}^{r_T} \frac{dr}{r^2 \left(l_0 + \frac{M-l_0}{\sqrt{M}} \sqrt{r} \right)^2}. \quad (26)$$

Для решения интеграла в правой части выражения (26) предварительно сделаем подстановку $\sqrt{r} = t$ и обозначим $\frac{M-l_0}{\sqrt{M}} = a$, тогда

$$\int \frac{dr}{r^2 \left(l_0 + \frac{M-l_0}{\sqrt{M}} \sqrt{r} \right)^2} = \int \frac{2dt}{t^3 (l_0 + at)^2}. \quad (27)$$

Интеграл решается по методу Остроградского способом неопределенных коэффициентов:

$$\int \frac{2dt}{t^3 (l_0 + at)^2} = \frac{At^2 + Bt + C}{t^2 (l_0 + at)} + \int \frac{Ddt}{t} + \int \frac{Edt}{l_0 + at}. \quad (28)$$

Не приводя всех математических выкладок, дадим окончательный результат:

$$S''' = h_T - h_0 = \left(\frac{Q}{2\pi K_T l_0} \right)^2 \left[\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_T} + \frac{6 \left(\frac{M}{l_0} - 2 + \frac{l_0}{M} \right) + \frac{4(M-l_0)}{\sqrt{M} \sqrt{r_T}}}{l_0 + \frac{M-l_0}{\sqrt{M}} \sqrt{r_T}} - \right. \\ \left. - \frac{6 \left(\frac{M}{l_0} - 2 + \frac{l_0}{M} \right) + \frac{4(M-l_0)}{\sqrt{M} \sqrt{r_0}}}{l_0 + \frac{M-l_0}{\sqrt{M}} \sqrt{r_0}} + 6 \left(\frac{M}{l_0^2} - \frac{2}{l_0} + \frac{1}{M} \right) \times \right. \\ \left. \times \ln \frac{\frac{\sqrt{r_T}}{l_0 + \frac{M-l_0}{\sqrt{M}} \sqrt{r_T}}}{\frac{\sqrt{r_0}}{l_0 + \frac{M-l_0}{\sqrt{M}} \sqrt{r_0}}} \right]. \quad (29)$$

Обозначим все выражение, стоящее в квадратных скобках, через ξ , а все члены этого выражения, начиная с третьего, через ε :

$$\xi = \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_T} + \varepsilon \quad (30)$$

(размерность ξM^{-1}).

Тогда

$$S''' = \left(\frac{Q}{2\pi K_T l_0} \right)^2 \xi, \quad (31)$$

откуда

$$Q = 2\pi K_T l_0 \sqrt{\frac{S'''}{\xi}} \quad (32)$$

или

$$Q = 2\pi K_T l_0 \sqrt{\frac{S'''}{\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_T} + \varepsilon}}. \quad (33)$$

Полученное выражение по форме очень близко к общеизвестной формуле Краснопольского для напорных вод [16]

$$Q = 2\pi K_T M \sqrt{\frac{S_0}{\frac{1}{r_0} - \frac{1}{R}}}. \quad (34)$$

Если взять пределы интегрирования от r_0 до r_T , то формулу Краснопольского можно представить в следующем виде:

$$Q = 2\pi K_T M \sqrt{\frac{S'''}{\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_T}}}. \quad (35)$$

Если допустить, что $r_T \rightarrow R$ и $l_0 = M$, то формулы (34) и (35) будут тождественны. Принципиальная разница между (33) и (34) заключается в том, что формула (33) предусматривает турбулентный режим только в ограниченной зоне — вблизи скважины, а (34) выведена из предпосылки, что этот режим распространяется до границы области питания, что не отвечает современным представлениям.

Сделаем некоторое преобразование формулы (31), выразив в ней K_T через K .

На границе зон ламинарного и турбулентного режимов гидравлический градиент равен критическому $J_{кр}$.

С одной стороны,

$$Q = 2\pi r_T l_T K J_{кр}, \quad (36)$$

с другой —

$$Q = 2\pi r_T l_T K_T \sqrt{J_{кр}}. \quad (36')$$

Исключая из этих выражений $J_{кр}$, получим

$$Q = 2\pi r_T l_T \frac{K_T^2}{K} \quad (37)$$

или

$$K_T^2 = \frac{QK}{2\pi r_T l_T}. \quad (38)$$

Полученное выражение для K_T подставим в (31):

$$S''' = \frac{Q^2 \xi}{(2\pi l_0)^2 \frac{QK}{2\pi r_T l_T}} = \frac{Q l_T r_T}{2\pi K l_0^2} \xi. \quad (39)$$

Умножим числитель и знаменатель формулы (39) на M и окончательно получим

$$S''' = \frac{Q}{2\pi KM} \frac{l_T r_T}{l_0^2} M \xi. \quad (40)$$

Вывод общей формулы для несовершенной скважины в условиях двух режимов фильтрации

Просуммируем понижения во всех фрагментах и получим общую формулу. Она может иметь различный вид, поскольку «несовершенство» скважины может быть выражено различными зависимостями. Если гидродинамическое несовершенство учитывать по Маскету, то общая формула примет вид

$$S_0 = S' + S'' + S''' = \frac{Q}{2\pi KM} \left[\ln R - \ln M + \frac{M}{l_T} \ln \frac{4M}{r_T} - \frac{M}{2l_T} \ln \Phi \left(\frac{l_T}{M} \right) - \ln 4 + \frac{r_T l_T}{l_0^2} M \xi \right] \quad (41)$$

или

$$Q = \frac{2\pi KMS_0}{\ln R - \ln 4M + \frac{M}{l_T} \left[\ln \frac{4M}{r_T} - 0,5 \ln \Phi \left(\frac{l_T}{M} \right) \right] + \frac{r_T l_T}{l_0^2} M \xi}. \quad (42)$$

Как видно из формулы (42), на величину водопритока влияет целый ряд факторов — K , M , S_0 , r_0 , r_T , R , вследствие чего структура формулы довольно сложна. Не останавливаясь на значениях таких

известных величин, как K , M , R и т. д., покажем на конкретном примере, какое влияние оказывает увеличение радиуса зоны турбулентного режима r_T . Как видно из рис. 4, при уменьшении $\frac{l_0}{M}$ роль r_T возрастает. Для удобства сравнения приведена табл. 2. Если, например, $r_T = 5r_0$ или в нашем конкретном случае $0,5 \text{ м}$, то η при $\frac{l_0}{M} = 0,2$

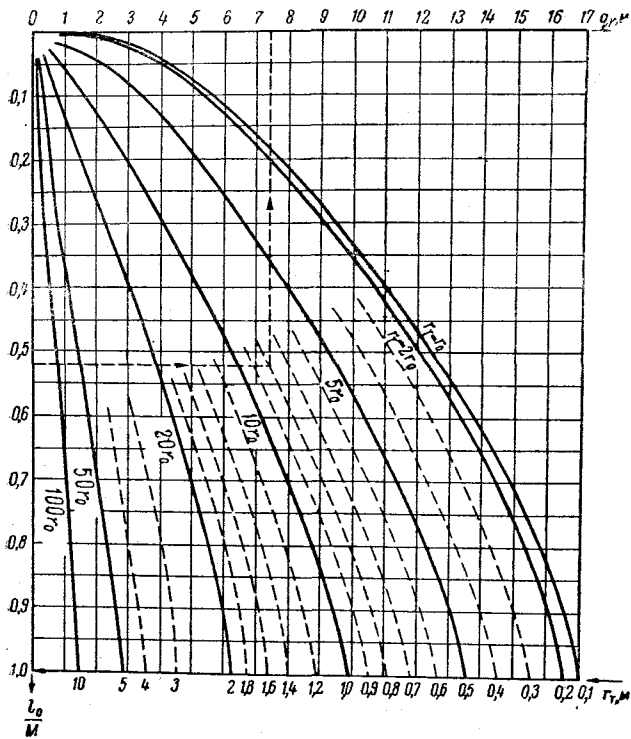


Рис. 4. График зависимости приведенного расхода q_r от величины радиуса зоны турбулентного режима и относительного вскрытия водоносного горизонта. Кривые $q_r = f(r_T, l, M)$ построены по формуле (42) при $r_0 = 0,1 \text{ м}$; $M = 25 \text{ м}$ и $R = 1000 \text{ м}$.

$$q_r = \frac{Q}{KS_0}$$

в 1,2 раза больше, чем при $\frac{l_0}{M} = 0,9$; при $r_T = 100r_0$ или 10 м соответственно в 2,5 раза больше и т. д. В пределах одного и того же $\frac{l_0}{M}$, естественно, с увеличением r_T уменьшается q_r .

Таблица 2

$\frac{l_0}{M}$	$\eta = \frac{q_{r_T=r_0}}{q_{r_T=5r_0}}$	$\eta = \frac{q_{r_T=r_0}}{q_{r_T=10r_0}}$	$\eta = \frac{q_{r_T=r_0}}{q_{r_T=100r_0}}$
0,2	1,51	2,71	32,5
0,5	1,35	2,02	17,3
0,7	1,33	1,89	14,6
0,9	1,28	1,77	13,2
1,0	1,26	1,73	12,7

Все это вполне отвечает физическому смыслу явления. Действительно, чем меньше вскрыт водоносный горизонт, т. е. чем больше гидродинамическое несовершенство скважины, тем сильнее при прочих равных условиях проявляется турбулентный режим, что выражается в уменьшении расхода при неизменном понижении либо в увеличении понижения при постоянном расходе.

Из анализа формулы (42) следует, что:

- 1) при $r_r = r_0$ она обращается в формулу (9) Маскета;
- 2) при $r_r = r_0$ и $l_0 = M$ она переходит в обычную формулу Дюпюи

$$Q = \frac{2\pi KMS_0}{\ln R - \ln r_0}; \quad (43)$$

3) при $r_r \neq r_0$ и $l_0 = M$ получается формула Керкиса для совершенной скважины при наличии турбулентного и ламинарного движений [14]

$$Q = \frac{2\pi KMS_0}{\ln R - \ln r_r + \frac{r_r}{r_0} - 1}; \quad (44)$$

4) при $r_r \rightarrow R$ и $l_0 = M$ формула (42) преобразуется в известную формулу Краснопольского (34).

Если для первых трех случаев преобразование формулы (42) в соответствующие частные случаи не представляет особого труда, то для четвертого из них необходимо показать путь преобразования.

При $r_r = R$ и $l_0 = l_r = M$ формула (42) приобретает следующий вид:

$$Q = \frac{2\pi KMS_0}{R \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{R} \right)}, \quad (45)$$

так как $\xi = \frac{1}{r_0} - \frac{1}{R}$, когда $\varepsilon \rightarrow 0$.

Из выражения (38) получим

$$K_r^2 = \frac{QK}{2\pi RM}, \quad (46)$$

откуда

$$K = \frac{2\pi RM}{Q} K_r^2. \quad (47)$$

Подставим (47) в выражение (45)

$$Q = \frac{2\pi MS_0}{R \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{R} \right)} \frac{2\pi RM K_r^2}{Q} = \frac{(2\pi K_r M)^2 S_0}{Q \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{R} \right)}, \quad (48)$$

или

$$Q^2 = (2\pi K_r M)^2 \frac{S_0}{\frac{1}{r_0} - \frac{1}{R}}$$

и окончательно

$$Q = 2\pi K_r M \sqrt{\frac{S_0}{\frac{1}{r_0} - \frac{1}{R}}}, \quad (49)$$

т. е. получили формулу (34).

Таким образом, выведенная формула (42) интерполяционная, в какой-то мере обобщающая расчеты водопритока по законам Дарси и Шези-Краснопольского.

Несовершенство скважины в зоне B может быть выражено в ней не только формулой (9) Маскета. Например, из выражений (5), (16) и (40) получим иной вид зависимости (42), где гидродинамическое несовершенство учтено формулой Аргунова

$$S_0 = \frac{Q}{2\pi KM} \left[\ln R - \ln r_T + \frac{M - l_T}{l_T} \left(\operatorname{arsh} \frac{l_T}{r_T} - \operatorname{arsh} \frac{l_T}{M} \right) + \frac{r_T l_T}{l_0^2} M\xi \right] \quad (50)$$

или

$$Q = \frac{2\pi KMS_0}{\ln \frac{R}{r_T} + \frac{M - l_T}{l_T} \left(\operatorname{arsh} \frac{l_T}{r_T} - \operatorname{arsh} \frac{l_T}{M} \right) + \frac{r_T l_T}{l_0^2} M\xi} \quad (51)$$

Расчетный вид этой формулы

$$Q = 2,73 \frac{KMS_0}{\lg \frac{R}{r_T} + 0,434 \left(\frac{M}{l_T} - 1 \right) \left(\operatorname{arsh} \frac{l_T}{r_T} - \operatorname{arsh} \frac{l_T}{M} \right) + 0,434 \frac{r_T l_T}{l_0^2} M\xi} \quad (51')$$

Аналогично, учитывая «несовершенство» по Ли-Бок-Бентону, получим

$$S_0 = \frac{Q}{2\pi KM} \left\{ \ln R - \ln M + \ln \frac{M}{r_T} + \left[\left(\frac{M}{l_T} \right)^{\frac{3}{4}} - 1 \right] \ln \frac{M}{r_T} + \frac{r_T l_T}{l_0^2} M\xi \right\} \quad (52)$$

или

$$Q = \frac{2\pi KMS_0}{\ln \frac{R}{M} + \left(\frac{M}{l_T} \right)^{\frac{3}{4}} \ln \frac{M}{r_T} + \frac{r_T l_T}{l_0^2} M\xi} \quad (53)$$

То же по Ф. Форхгеймеру

$$S_0 = \frac{Q}{2\pi KM} \left(\ln \frac{R}{M} + \frac{\ln M - \ln r_T}{\beta_\Phi} + \frac{r_T l_T}{l_0^2} M\xi \right) \quad (54)$$

или

$$Q = \frac{2\pi KMS_0}{\ln \frac{R}{M} + \frac{\ln M - \ln r_T}{\sqrt{\frac{l_T + 0,5r_T}{M}} \sqrt{\frac{2M - l_T}{M}}} + \frac{r_T l_T}{l_0^2} M\xi} \quad (55)$$

То же по С. К. Абрамову

$$S_0 = \frac{Q}{2\pi KM} \left[\ln R - \ln M + \frac{\ln M - \ln r_T}{\beta_A} + \frac{r_T l_T}{l_0^2} M\xi \right] \quad (56)$$

или

$$Q = \frac{2\pi KMS_0}{\ln R - \ln M + \frac{M(\ln M - \ln r_T)}{l_T \left(1 + 7 \sqrt{\frac{r_T}{M} \ln \frac{M}{l_T}} \right)} + \frac{r_T l_T}{l_0^2} M\xi} \quad (57)$$

То же по И. Козени

$$S_0 = \frac{Q}{2\pi KM} \left(\ln R - \ln M + \frac{\ln M - \ln r_T}{\beta_K} + \frac{r_T l_T}{l_0^2} M\xi \right) \quad (58)$$

или

$$Q = \frac{2\pi KMS_0}{\ln \frac{R}{M} + \frac{M(\ln M - \ln r_T)}{l_T \left[1 + 7 \sqrt{\frac{r_T}{2l_T} \cos \left(\frac{\pi}{2} \frac{l_T}{M} \right)} \right]} + \frac{r_T l_T}{l_0^2} M\xi} \quad (59)$$

Формулу (42), как и (51), (53), (55), (57), (59), в общем виде можно было бы изобразить как

$$Q = \frac{2\pi KMS_0}{\ln \frac{R}{M} + f(l_r, r_r, M) + \frac{r_r l_r}{l_0^2} M\xi}, \quad (60)$$

где $f(l_r, r_r, M)$ — функция, отражающая сопротивление в зоне B или влияние „несовершенства“.

Частные значения (60) для отдельных случаев получаются такие же, как и при преобразовании формулы (42).

Практическое значение выведенной формулы для двух режимов фильтрации. Поскольку формула (60) является обобщенной и учитывает целый ряд факторов, то для производства расчетов по ней необходимо иметь большее количество исходных данных, чем для некоторых ее частных случаев. В нее входит, например, такая величина, как ξ , выражение для которой (29) и (30) очень громоздко для непосредственных вычислений. Поэтому нами составлена соответствующая номограмма для графо-аналитического определения этой величины. Так как ξ во всех приведенных формулах стоит совместно с M , то для построения номограммы удобнее пользоваться безразмерной величиной $M\xi$. В этом случае будем иметь функцию не четырех, а трех переменных r_0 , r_r и l_0 . Для этого пришлось сделать следующее преобразование выражения для ξ .

Введем относительные величины

$$\alpha = \frac{l_0}{M}; \quad \lambda = \frac{r_0}{M} \text{ и } \tau = \frac{r_r}{M}$$

и подставим их в выражение для ξ :

$$\begin{aligned} \xi = & \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_r} + 6 \left(\frac{M}{l_0} - 2 + \frac{l_0}{M} \right) \left[\frac{1}{l_0 + \frac{M-l_0}{\sqrt{M}} \sqrt{r_r}} - \frac{1}{l_0 + \frac{M-l_0}{\sqrt{M}} \sqrt{r_0}} + \right. \\ & \left. + \frac{2,3}{l_0} \lg \frac{\frac{\sqrt{r_r}}{l_0 + \frac{M-l_0}{\sqrt{M}} \sqrt{r_r}}}{\frac{\sqrt{r_0}}{l_0 + \frac{M-l_0}{\sqrt{M}} \sqrt{r_0}}} \right] + \frac{4(M-l_0)}{\sqrt{M}} \times \\ & \times \left[\frac{1}{\sqrt{r_r} \left(l_0 + \frac{M-l_0}{\sqrt{M}} \sqrt{r_r} \right)} - \frac{1}{\sqrt{r_0} \left(l_0 + \frac{M-l_0}{\sqrt{M}} \sqrt{r_0} \right)} \right] = \\ & = \frac{1}{M\lambda} - \frac{1}{M\tau} + 6 \left(\frac{1}{\alpha} - 2 + \alpha \right) \left\{ \frac{1}{M[\alpha + (1-\alpha)\sqrt{\tau}]} - \right. \\ & \left. - \frac{1}{M[\alpha + (1-\alpha)\sqrt{\lambda}]} + \frac{2,3}{M\alpha} \lg \frac{\sqrt{\tau}[\alpha + (1-\alpha)\sqrt{\lambda}]}{\sqrt{\lambda}[\alpha + (1-\alpha)\sqrt{\tau}]} \right\} + \\ & + 4(1-\alpha) \left\{ \frac{1}{M[\alpha + (1-\alpha)\sqrt{\tau}]\sqrt{\tau}} - \frac{1}{M[\alpha + (1-\alpha)\sqrt{\lambda}]\sqrt{\lambda}} \right\}. \quad (61) \end{aligned}$$

Обозначив $\alpha + (1 - \alpha)\sqrt{\tau} = \rho$ и $\alpha + (1 - \alpha)\sqrt{\lambda} = \varphi$ и вынеся за общую скобку M , получим

$$\xi = \frac{1}{M} \left\{ \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\tau} + 6 \left(\frac{1}{\alpha} - 2 + \alpha \right) \left[\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\varphi} + \frac{2,3}{\alpha} \lg \left(\sqrt{\frac{\tau}{\lambda}} \frac{\varphi}{\rho} \right) \right] + 4(1 - \alpha) \left(\frac{1}{\rho \sqrt{\tau}} - \frac{1}{\varphi \sqrt{\lambda}} \right) \right\}, \quad (62)$$

откуда

$$M\xi = \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\tau} + \frac{6(1 - \alpha)^2}{\alpha} \left[\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\varphi} + \frac{2,3}{\alpha} \lg \frac{\sqrt{\tau}}{\sqrt{\lambda}} \frac{\varphi}{\rho} \right] + 4(1 - \alpha) \left(\frac{1}{\rho \sqrt{\tau}} - \frac{1}{\varphi \sqrt{\lambda}} \right). \quad (63)$$

В общем виде

$$M\xi = f(\alpha, \lambda, \tau). \quad (64)$$

Для формулы (63) и построена номограмма (рис. 5). Значения α , λ и τ приняты в пределах наиболее встречающихся в практике случаев:

$$\lambda = \frac{r_0}{M} = 0,0004 \div 0,1; \quad \tau = \frac{r_T}{M} = 0,0002 \div 1.*$$

Поскольку α является третьей переменной величиной, причем $\alpha > \tau > \lambda$, то пришлось номограмму представить в виде четырех квадрантов, из которых в каждом дается по два значения α . В первом α равна 0,05 и 0,1; во втором — 0,2 и 0,3; в третьем — 0,4 и 0,5 и в четвертом — 0,7 и 0,9.

Величина $M\xi$ для промежуточных значений α (в соответствующих квадрантах) находится простой интерполяцией.

Таким образом, ξ можно получить графически по номограмме, зная M , l_0 , r_0 и r_T .

Произведенные в настоящей статье приемы расчета несовершенных скважин в условиях напорного движения при двух режимах фильтрации могут быть использованы для решения следующих вопросов.

1. Определения критического градиента и радиуса r_T зоны B для трещиноватых и слабозакарстованных пород на опытном фильтрационном участке (при наличии нескольких наблюдательных скважин и достаточном числе понижений, позволяющих установить переход ламинарного движения в турбулентное в ближайшей к скважине зоне).

2. Определения притока воды к скважине при значительных понижениях и входных градиентах больше критического.

3. Расчета понижения в скважине при заданном расходе.

Определение $J_{кр}$ и r_T на опытном участке требует более тщательного анализа фактического материала с соответствующими графическими построениями. Рассмотрение такого случая на конкретном гидрогеологическом материале по Подмосковному бассейну является предметом следующей статьи.

При определении притока сначала задаются разными значениями S_0 и строят график $Q = f(S_0)$, по которому находят искомый приток при заданном понижении.

* Если $r_T > M$, то без особой погрешности допустимо расчеты производить по формуле (44) Керкиса. Однако на практике чаще встречаются случаи, когда $r_T \ll M$.

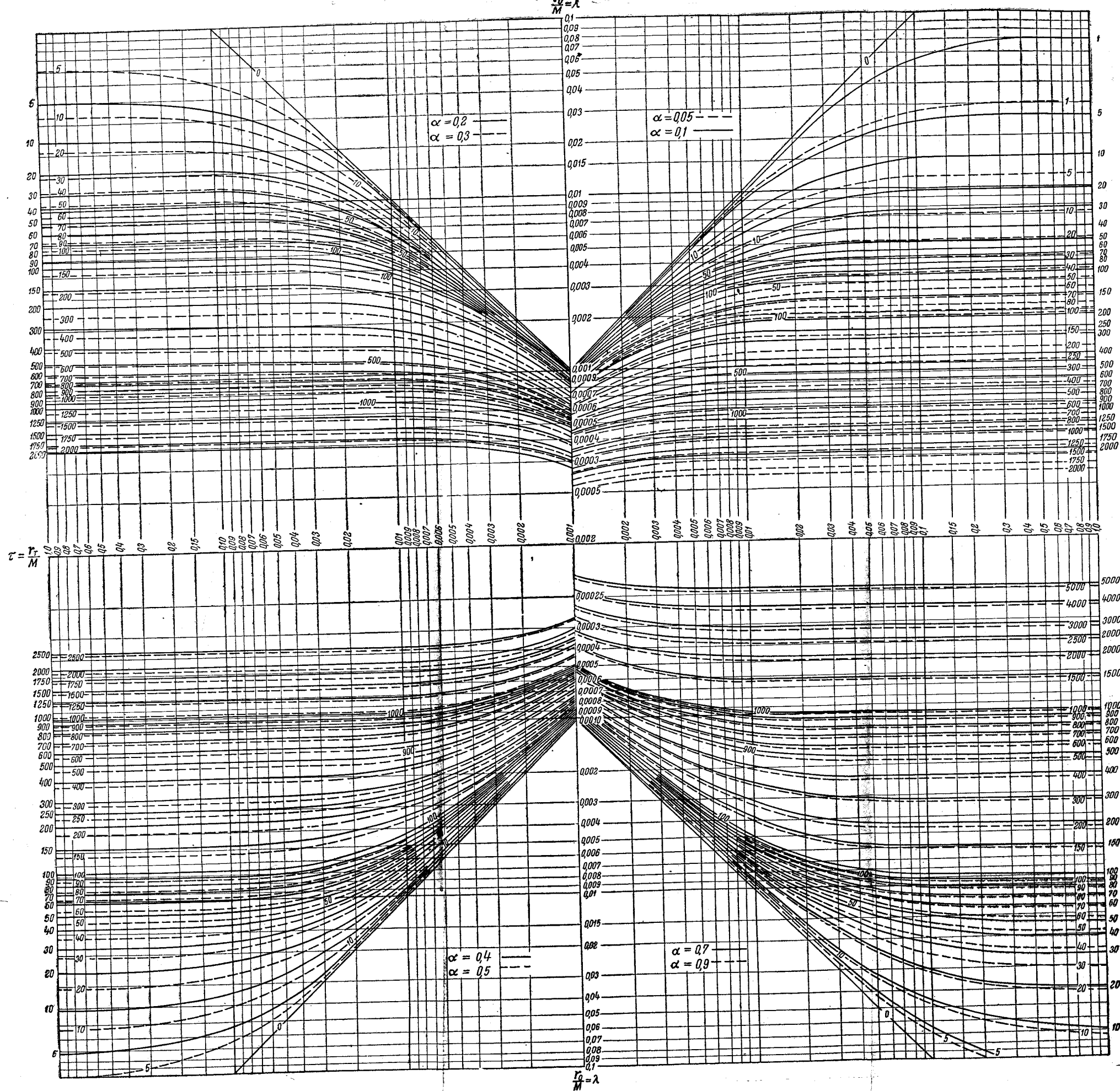


Рис. 5. Номограмма для определения $M\xi$:

$$\alpha = \frac{l}{M}; \quad \lambda = \frac{r_0}{M}; \quad \tau = \frac{r_\tau}{M}; \quad \rho = \alpha + (1-\alpha)\sqrt{\tau}; \quad \varphi = \alpha + (1-\alpha)\sqrt{\lambda};$$

$$M\xi = \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\tau} + \frac{6(1-\alpha)^2}{\alpha} \left[\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\varphi} + \frac{2.3}{\alpha} \left(\lg \frac{\varphi}{\rho} + \lg \sqrt{\frac{\tau}{\lambda}} \right) \right] + \frac{1}{\alpha^2} (1-\alpha) \left[\frac{1}{\rho \sqrt{\tau}} - \frac{1}{\varphi \sqrt{\lambda}} \right].$$

Для сплошных линий α цифровые значения $M\xi$ вынесены за рамку номограммы. Для пунктирных линий α значения $M\xi$ помещены внутри номограммы.

Третий случай более простой, для которого ниже приводится конкретный пример.

Пример расчета. Скважина диаметром 12" вскрыла трещиноватые известняки на глубину 6 м при общей мощности напорного горизонта 14 м. Коэффициент фильтрации, определенный по наблюдательным скважинам, вне пределов турбулентного движения, равен 60 м/сутки. Критический градиент для этих известняков по данным опытных работ около 0,08. Требуется определить понижение динамического уровня в скважине, если проектируемый дебит 10 л/сек.

Следовательно, дано: $M=14$ м, $l_0=8$ м, $r_0=0,152$ м, $K=60$ м/сутки; $J_{кр}=0,08$ и $Q=864$ м³/сутки.

Решение. 1. Определяем r_{τ} . Вначале, пользуясь выражением (36), найдем

$$r_{\tau} l_{\tau} = \frac{Q}{2\pi K J_{кр}} = \frac{864}{2 \cdot 3,14 \cdot 60 \cdot 0,08} = 28,7 \text{ м}^2.$$

Далее, используя формулу (4), найдем способом подбора

$$r_{\tau} \left(l_0 + \frac{M-l_0}{M} \sqrt{r_{\tau}} \right) = 28,7 \text{ м}^2.$$

При $r_{\tau}=2,7$ м левая часть уравнения равна правой. Таким образом, нашли, что $r_{\tau}=2,7$ м, отсюда

$$l_{\tau} = \frac{28,7}{2,7} = 10,63 \text{ м}.$$

2. Находим $M\xi$. Зная α , λ и τ , величину $M\xi$ легко найти по номограмме (рис. 5)

$$\alpha = \frac{l_0}{M} = \frac{8}{14} = 0,57; \quad \lambda = \frac{r_0}{M} = \frac{0,152}{14} = 0,011;$$

$$\tau = \frac{r_{\tau}}{M} = \frac{2,7}{14} = 0,19.$$

Для $\alpha=0,5$ $M\xi=68$ (по номограмме); для $\alpha=0,57$ значение $M\xi$ находим экстраполяцией:

$$M\xi = 68 \frac{0,57}{0,50} = 78,5,$$

откуда

$$\xi = \frac{78,5}{14} = 5,54 \text{ м}^{-1}.$$

3. Находим общее понижение S_0 . Для этого можно применить любую из выведенных ранее формул (41), (50), (52), (54), (56), (58).

Определим, например, понижение по формуле (41):

$$S_0 = 0,366 \frac{Q}{KM} \left[\lg \frac{R}{4M} + \frac{M}{l_{\tau}} \lg \frac{4M}{r_{\tau}} - \frac{M}{2l_{\tau}} \lg \Phi \left(\frac{l_{\tau}}{M} \right) + 0,434 \frac{r_{\tau} l_{\tau}}{l_0^2} M\xi \right].$$

$\lg \Phi \left(\frac{l_0}{M} \right)$ можно найти по графику, помещенному в различных руководствах, например в справочнике И. А. Скабаллановича («Гидрогео-

логические расчеты», 1954), либо в книге В. И. Аравина и Ф. Н. Ну- мерова («Фильтрационные расчеты», 1955).

При $\frac{l_r}{M} = \frac{10,63}{14} = 0,76$ находим по графику $\lg \Phi(0,76) \cong 0,7$.

Радиус депрессии (приведенный) принимаем равным 1000 м. Тогда

$$S_0 = 0,366 \frac{864}{60 \cdot 14} \left[\lg \frac{1000}{4 \cdot 14} + \frac{14}{10,63} \lg \frac{4 \cdot 14}{2,7} - \frac{14 \cdot 0,7}{2 \cdot 10,63} + \right. \\ \left. + 0,434 \frac{28,7}{8^2} 78,5 \right] = 6,77 \text{ м.}$$

4. Интересно теперь сопоставить полученную величину S_0 с понижениями, вычисленными по другим формулам, причем как для двух режимов фильтрации, так и при одном ламинарном движении, а также для случая, если бы эта скважина была гидродинамически совершенной.

А. Расчет S_0 по формуле (9) Маскета при отсутствии турбулентной зоны фильтрации

$$S_0 = 0,366 \frac{Q}{KM} \left\{ \frac{M}{2l_0} \left[2 \lg \frac{4M}{r_0} - \lg \Phi \left(\frac{l_0}{M} \right) \right] - \lg \frac{4M}{R} \right\} = \\ = 0,366 \frac{864}{60 \cdot 14} \left\{ \frac{14}{2 \cdot 8} \left[2 \lg \frac{4 \cdot 14}{0,152} - \lg \Phi \left(\frac{8}{14} \right) \right] + \lg \frac{1000}{4 \cdot 14} \right\} = 1,77 \text{ м.}$$

т. е. в 3,8 раза меньше.

Б. Расчет S_0 по формулам (50) и (10).

$$S_0 = 0,366 \frac{Q}{KM} \left[\lg \frac{R}{r_r} + 0,434 \frac{M - l_r}{l_r} \left(\operatorname{arsh} \frac{l_r}{r_r} - \operatorname{arsh} \frac{l_r}{M} \right) + \right. \\ \left. + 0,434 \frac{r_r l_r}{l_0^2} M \xi \right] = 0,366 \frac{864}{60 \cdot 14} \left[\lg \frac{1000}{2,7} + \right. \\ \left. + 0,434 \frac{14 - 10,63}{10,63} \left(\operatorname{arsh} \frac{10,63}{2,7} - \operatorname{arsh} \frac{10,63}{14} \right) + 0,434 \frac{28,7}{8^2} 78,5 \right] = 6,8 \text{ м.}$$

Если не учитывать турбулентного режима, то по формуле (10) Аргунова понижение составило бы

$$S_0 = 0,366 \frac{Q}{KM} \left[\lg \frac{R}{r_0} + 0,434 \frac{M - l_0}{l_0} \left(\operatorname{arsh} \frac{l_0}{r_0} - \operatorname{arsh} \frac{l_0}{R} \right) \right] = \\ = 0,366 \frac{864}{60 \cdot 14} \left[\lg \frac{1000}{0,152} + 0,434 \frac{14 - 8}{8} \left(\operatorname{arsh} \frac{8}{0,152} - \operatorname{arsh} \frac{8}{1000} \right) \right] = 2,01 \text{ м,}$$

т. е. в 3,4 раза меньше.

В. Расчет S_0 по формулам (52) и (11).

$$S_0 = 0,366 \frac{Q}{KM} \left[\lg \frac{R}{M} + \left(\frac{M}{l_r} \right)^{\frac{3}{4}} \lg \frac{M}{r_r} + 0,434 \frac{r_r l_r}{l_0^2} M \xi \right] = \\ = 0,366 \frac{864}{60 \cdot 14} \left[\lg \frac{1000}{14} + \left(\frac{14}{10,63} \right)^{\frac{3}{4}} \lg \frac{14}{2,3} + 0,434 \frac{28,7}{8^2} 78,5 \right] = 6,79 \text{ м.}$$

При отсутствии турбулентного режима по формуле (11) Ли-Бок-Бентона S_0 составило бы

$$S_0 = 0,366 \frac{Q}{KM} \left\{ \lg \frac{R}{r_0} + \left[\left(\frac{M}{l_0} \right)^{\frac{3}{4}} - 1 \right] \lg \frac{M}{r_0} \right\} = \\ = 0,366 \frac{864}{60 \cdot 14} \left\{ \lg \frac{1000}{0,152} + \left[\left(\frac{14}{8} \right)^{\frac{3}{4}} - 1 \right] \lg \frac{14}{0,152} \right\} = 1,82 \text{ м,}$$

т. е. в 3,7 раза меньше.

Г. Расчет S_0 по формулам (54) и (6)

$$S_0 = 0,366 \frac{Q}{KM} \left(\lg \frac{R}{M} + \frac{\lg M - \lg r_T}{\sqrt{\frac{l_T + 0,5r_T}{M}} \sqrt{\frac{2M - l_T}{M}}} + \right. \\ \left. + 0,434 \frac{l_T r_T}{l_0^2} M \xi \right) = 0,366 \frac{864}{60 \cdot 14} \left(\lg \frac{1000}{14} + \right. \\ \left. + \frac{\lg 14 - \lg 2,7}{\sqrt{\frac{10,63 + 0,5 \cdot 2,7}{14}} \sqrt{\frac{28 - 10,63}{14}}} + 0,434 \frac{28,7}{8^2} 78,5 \right) = 6,78 \text{ м.}$$

При отсутствии турбулентного режима S_0 по формуле (6) Форхгеймера составило бы

$$S_0 = 0,366 \frac{Q \lg \frac{R}{r_0}}{KM \sqrt{\frac{l_0 + 0,5r_0}{M}} \sqrt{\frac{2M - l_0}{M}}} = \\ = 0,366 \frac{864}{60 \cdot 14} \frac{\lg 0,152}{\sqrt{\frac{8 + 0,5 \cdot 0,152}{14}} \sqrt{\frac{2 \cdot 14 - 8}{14}}} = 1,75 \text{ м,}$$

т. е. в 3,9 раза меньше.

Д. Расчет S_0 по формулам (56) и (12)

$$S_0 = 0,366 \frac{Q}{KM} \left[\lg \frac{R}{M} + \frac{\lg M - \lg r_T}{\frac{l_T}{M} \left(1 - r \sqrt{\frac{r_T \ln M}{l_T}} \right)} + \right. \\ \left. + 0,434 \frac{r_T l_T}{l_0^2} M \xi \right] = 0,366 \frac{864}{60 \cdot 14} \left[\lg \frac{1000}{14} + \right. \\ \left. + \frac{\lg 14 - \lg 2,7}{\frac{10,63}{14} \left(1 + 7 \sqrt{\frac{2,7}{14}} 2,3 \lg \frac{14}{10,63} \right)} + 0,434 \frac{28,7}{8^2} 78,5 \right] = 6,65 \text{ м.}$$

Сопоставим ее с расчетом S_0 по формуле (12) Абрамова, если не учитывать турбулентного режима фильтрации:

$$S_0 = 0,366 \frac{Q (\lg R - \lg r_0)}{K l_0 \left(1 + 7 \sqrt{\frac{r_0}{M}} 2,3 \lg \frac{M}{l_0} \right)} = \\ = 0,366 \frac{864 (\lg 1000 - \lg 0,152)}{60 \cdot 8 \left(1 + 16,1 \sqrt{\frac{0,152}{14}} \lg \frac{14}{8} \right)} = 1,79 \text{ м,}$$

т. е. в 3,7 раза меньше.

Е. Расчет S_0 по формулам (58) и (8)

$$S_0 = 0,366 \frac{Q}{KM} \left\{ \lg \frac{R}{M} + \frac{\lg M - \lg r_T}{\frac{l_T}{M} \left[1 + 7 \sqrt{\frac{r_T}{2l_T}} \cos \left(\frac{\pi}{2} \frac{l_T}{M} \right) \right]} + \right. \\ \left. + 0,434 \frac{l_T r_T}{l_0^2} M \xi \right\} = 0,366 \frac{864}{60 \cdot 14} \left\{ \lg \frac{1000}{14} + \right. \\ \left. + \frac{\lg 14 - \lg 2,7}{\frac{10,63}{14} \left[1 + 7 \sqrt{\frac{2,7}{2 \cdot 10,63}} \cos \left(\frac{\pi}{2} \frac{10,63}{14} \right) \right]} + 0,434 \frac{28,7}{8^2} 78,5 \right\} = 6,65 \text{ м.}$$

Если бы турбулентный режим отсутствовал, то по формуле (8) Козени величина S_0 составила бы

$$S_0 = 0,366 \frac{Q (\lg R - \lg r_0)}{Kl_0 \left[1 + 7 \sqrt{\frac{r_0}{2l_0}} \cos \left(\frac{\pi}{2} \frac{l_0}{M} \right) \right]} =$$

$$= 0,366 \frac{864 (\lg 1000 - \lg 0,152)}{60 \cdot 8 \left[1 + 7 \sqrt{\frac{0,152}{16}} \cos \left(\frac{\pi}{2} \frac{8}{14} \right) \right]} = 1,78 \text{ м},$$

т. е. в 3,7 раза меньше.

Ж. Наконец, небезынтересно сопоставить значения S_0 , полученные и для гидродинамически совершенной скважины.

При наличии турбулентного режима (в зоне с радиусом 2,7 м) понижение можно определить по формуле (44) Керкиса

$$S_0 = \frac{Q}{2\pi KM} \left(\ln \frac{R}{r_r} + \frac{r_r}{r_0} - 1 \right) = \frac{864}{6,28 \cdot 60 \cdot 14} \left(2,3 \lg \frac{1000}{2,7} + \frac{2,7}{0,152} - 1 \right) = 3,7 \text{ м}.$$

При отсутствии турбулентного режима (вблизи скважины) понижение можно определить по обычной формуле (43) Дюпюи

$$S_0 = 0,366 \frac{Q \lg \frac{R}{r_0}}{KM} = 0,366 \frac{864 \lg \frac{1000}{0,152}}{60 \cdot 14} = 1,44 \text{ м}.$$

5. Все полученные значения S_0 сведены в табл. 3.

Таблица 3

Режим движения подземных вод	Рассчитанная величина S_0 для скважин							
	совершенных по формулам		гидродинамически несовершенных по формулам					
	Дюпюи	Керкиса	Аргунова	Ли-Бок-Бентона	Форхгеймера	Маскета	Абрамова	Козени
Ламинарный	1,44 (43)	—	2,01 (10)	1,82 (11)	1,75 (6)	1,77 (9)	1,79 (12)	1,78 (8)
Ламинарный и турбулентный	—	3,70 (44)	6,80 (50)	6,79 (52)	6,78 (54)	6,77 (41)	6,65 (56)	6,65 (58)

Примечание. В скобках указан номер соответствующей формулы.

Как показывают приведенные подсчеты, несмотря на сравнительно небольшую зону турбулентного режима, разница между соответствующими значениями понижений получается значительная.

При водопонижительных работах в Селижаровском угленосном районе [23] разница между величиной S_0 в водопонижающих скважинах при чисто ламинарном и смешанном характере движения в некоторых случаях достигала нескольких десятков метров. Это показывает, что при проектировании водопонижительных работ в трещиноватых или слабозакарстованных породах следует учитывать возможность появления зоны турбулентного режима фильтрации и использовать методику расчета, приведенную в настоящей статье.

Использованная литература

1. Абрамов С. К., Бабушкин В. Д. Методы расчета притока воды к буровым скважинам. Госстройиздат, 1955.
2. Аргунов П. П. Расчет водопонижительных установок. Сб. «Строительное водопонижение и гидромеханика грунтовых вод», Минстройиздат, 1950, № 15.
3. Бабушкин В. Д. Влияние положения и длины фильтра несовершенной скважины на ее производительность. Изд. ин-та Водгео, 1947.
4. Биндеман Н. Н. Методы определения водопроницаемости горных пород откачками, наливками и нагнетаниями. Углетехиздат, 1951.
5. Володько И. Ф. К методам лабораторного изучения движения подземных вод в трещиноватых породах. «Гидрогеология и инженерная геология», 1941, № 8.
6. Временная инструкция по исследованию и установлению технологического режима эксплуатации нефтяных скважин. Госоптехиздат, 1954.
7. Гиринский Н. К. Некоторые вопросы динамики подземных вод. К расчету движения подземных вод к скважинам. Сб. «Гидрогеология и инженерная геология» ВСЕГИНГЕО, 1947, № 9.
8. Гиринский Н. К. Определение коэффициента фильтрации по данным откачек при неустановившемся дебите и понижениях. Госгеолиздат, 1950.
9. Глоговский М. М. Дебит скважин несовершенных по степени вскрытия пласта. Тр. Моск. нефт. ин-та им. Губкина, 1951, вып. 11.
10. Замарин Е. А. Определение коэффициента фильтрации откачкой. Вестник ирригации, 1929, № 1.
11. Каменский Г. Н. Основы динамики подземных вод. Изд. I, 1935; изд. II, 1943.
12. Каменский Г. Н., Климентов П. П., Овчинников А. М. Гидрогеология месторождений полезных ископаемых. Госгеолиздат, 1953.
13. Керкис Е. Е. К вопросу о движении подземных вод в трещиноватых породах. Записки ЛГИ, 1948, т. XXII.
14. Керкис Е. Е. Определение водопроницаемости горных пород и притока воды к водозаборам при развитии турбулентного движения подземных вод. Записки ЛГИ, 1956, т. XXXII, вып. 2.
15. Козлов В. С. Расчет дренажных сооружений. Госстройиздат, 1940.
16. Краснопольский А. А. Грунтовые и артезианские колодцы. СПб, 1912.
17. Минский Е. М. О притоке жидкости и газа к несовершенным скважинам при нелинейном законе сопротивления. ДАН СССР, 1955, т. 103, № 3, стр. 379—382.
18. Насберг В. М. Разработка формул для расчета фильтрации в колодцы. Тбилисский научно-исслед. гидроэнергетич. ин-т, 1946.
19. Насберг В. М. Обобщенная формула Дюпюи-Краснопольского для напорной совершенной скважины и ее некоторые приложения. Изв. Тбилисс. НИИ сооружений и гидроэнергетики, 1947, т. I.
20. Насберг В. М. Гидродинамическая сетка при фильтрации без подпора из скважины и применении сетки для определения водопроницаемости грунта. Изв. Тбилисс. НИИ сооружений и гидроэнергетики, 1950, т. III.
21. Огильви Н. А. Теоретические основы проектирования водопонижительных установок в напорных водоносных системах. Автореферат канд. диссертации, МГРИ, 1946.
22. Победоносцев Н. М. Аналитическое определение точки перехода ламинарного течения подземных вод в турбулентное. Вопросы гидрогеологии и инженерной геологии, 1933, вып. 3.
23. Паукер Н. Г. О расчете коэффициента фильтрации, радиуса влияния и понижения пьезометрического уровня по данным групповой откачки из несовершенных скважин. Записки ЛГИ, 1956, т. XXXII, вып. 2.
24. Троянский С. В. Законы движения подземных вод и осушение обводненных месторождений полезных ископаемых. Научн. тр. по вопросам горного дела (МГРИ), 1954, сб. № 13—14.
25. Троянский С. В. О законах движения подземных вод в закарстованных породах. Тезисы докладов на совещании по изучению карста 30 января—3 февраля 1956. Изд-во АН СССР, 1956, вып. 7.
26. Храмушев А. С. Теоретические основы графо-аналитического метода определения коэффициента водопроницаемости трещиноватых и грубообломочных пород. Сб. «Гидрогеология и инженерная геология», ВСЕГИНГЕО, 1941, № 8.
27. Чарный И. А. О притоке к несовершенным скважинам при одновременном существовании различных законов фильтрации в пласте. Изв. АН СССР, ОТН, 1950, № 6, 1953, № 2.
28. Чарный И. А. Основы подземной гидравлики. Госоптехиздат, 1956.

29. Щелкачев В. И. Анализ существующих методов исследования скважин. НИС Грозн. нефт. ин-т и Грозн. обл. изд., 1945.
30. Engelund, F. On the laminar and turbulent flows of ground water through homogeneous sand. Trans. Dan. Acad. Tech. Sci., № 3: Contr. Hydraulic Lab. Tech., Univ. Denmark, Bull. № 4, 105 pp., 1953 (abst. in Appl. Mech Rev., v. 7, p. 373, 1954)
31. Forchheimer P. Hydraulik, 1914 (Русский перевод: Форхгеймер Ф. Гидравлика, ОНТИ, 1930)
32. Kozeny J. Theorie und Berechnung die Brunnen. Wasserkraft und Wasserwirtschaft, 1933, № 9 u. № 11.
33. Li Wen Hsiung, Bock Paul, Benton Georg S. A new formula for flow into partially penetrating Wells in aquifers. Trans. American Geophysical Union, 1954, 35, № 5.
34. Muskat, M. The Flow of homogeneous fluids through Porous Media, New York, 1937. (Русский перевод книги: Маскет М. Течение однородных жидкостей и газов в пористой среде. Гостоптехиздат, 1949).
35. Slichter Ch. The motions of underground Waters. Water-supply and irrigation, Washington, 1902. (Русский перевод А. Д. Стопневича, Сlichter Ч. Подземные воды. СПб, 1912).
-