

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВОДОПРОНИЦАЕМОСТИ И РАДИУСА ВЛИЯНИЯ ПО ДАННЫМ ОПЫТНЫХ КУСТОВЫХ ОТКАЧЕК МЕТОДОМ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

Е. Е. Керкис

Расчеты коэффициента фильтрации и радиуса влияния по данным опытных кустовых откачек обычно производятся по формуле Дюпюи. Расчет выполняется отдельно для каждой пары наблюдательных скважин, затем определяется среднее из полученных результатов или принимается наиболее приемлемое значение коэффициента фильтрации и радиуса влияния. Расхождения между величинами, получаемыми при параллельных расчетах по различным парам наблюдательных скважин, зависят от: 1) степени однородности водоносных пород; 2) качества проведенных опытных работ, 3) отклонений направления движения подземных вод при откачке отвечающего строго радиальному потоку. Нередко, особенно в трещиноватых породах, эти расхождения бывают значительными, причем среднее из отдельных полученных значений коэффициента водопроницаемости или радиуса влияния может существенно отличаться от истинной величины.

Другой способ расчета — графо-аналитический метод С. А. Коля — дает возможность непосредственно получить средние значения указанных выше величин для всех наблюдательных скважин каждого луча опытного гидрогеологического куста.

С. А. Коль [2], используя логарифмическую анаморфизу, преобразует депрессионную линию в прямую, причем для безнапорных вод по оси ординат откладываются квадраты расстояний уровня воды от горизонтального водоупорного ложа.

Коэффициент водопроницаемости при этом рассчитывается на основании углового коэффициента прямой, изображающей депрессионную линию, а радиус влияния отвечает точке пересечения этой линии с прямой линией — статического уровня подземных вод (обычно горизонтальной или почти горизонтальной). Если же точки, отвечающие уровням воды в наблюдательных скважинах, не ложатся на прямую, а обнаруживают известный разброс (что может быть вызвано неоднородностью пород или другими причинами), проведение усредненной прямой, изображающей наиболее вероятное положение депрессионной линии, встречает затруднения и производится нередко довольно субъективно.

Метод наименьших квадратов, рассмотренный в настоящей статье, позволяет при разбросе точек установить вполне определенно наиболее вероятное положение депрессионной линии и рассчитать значения коэффициента водопроницаемости и радиуса влияния по данным всех

наблюдательных скважин, расположенных на одном луче, без графических построений.

Уравнения депрессионной линии при радиальном движении:
напорных вод

$$S = \frac{0,366Q}{kM} (\lg R - \lg r); \quad (1)$$

безнапорных вод

$$S(2H - S) = \frac{0,732Q}{k} (\lg R - \lg r), \quad (2)$$

где S — понижение уровня в точке депрессионной линии, расположенной на расстоянии r от оси опытной скважины;

Q — расход воды;

k — коэффициент водопроницаемости;

M — мощность напорного водоносного горизонта;

R — радиус влияния;

H — мощность безнапорного водоносного горизонта.

Обозначим в выражении (1):

$$\frac{0,366Q}{kM} \lg R = X; \quad \frac{0,366Q}{kM} = Y; \quad \lg r = \xi. \quad (3)$$

Тогда уравнение (1) примет вид

$$S = X - Y\xi. \quad (4)$$

Аналогично обозначим в выражении (2):

$$\frac{0,732Q}{k} \lg R = I; \quad \frac{0,732Q}{k} = V; \quad \lg r = \xi; \\ S(2H - S) = \eta. \quad (5)$$

В результате получим

$$\eta = U - V\xi. \quad (6)$$

Уравнение (4) представляет линейную зависимость S от ξ , а уравнение (6) — η от ξ .

Пусть понижения уровней воды в наблюдательных скважинах при опытной откачке равны $S_1; S_2; S_3$ при расстояниях наблюдательных скважин от оси опытной скважины соответственно $r_1; r_2; r_3$ и т. д.

Положение наиболее вероятной усредненной прямой, выражаемой уравнением (4) для напорных вод, при случайных отклонениях фактических данных от этой зависимости определится по методу наименьших квадратов на основании условия

$$\sum (S - S_i)^2 = \sum (X - Y\xi_i - S_i)^2 = \text{minimum}, \quad (7)$$

где S_i — фактические понижения уровня в наблюдательных скважинах;

$S = X - Y\xi$ — понижения, отвечающие наиболее вероятному положению депрессионной линии в точках с теми же абсциссами.

Для выполнения условия (7) необходимо, чтобы

$$\frac{\partial \sum (S - S_i)^2}{\partial X} = 0 \text{ и } \frac{\partial \sum (S - S_i)^2}{\partial Y} = 0.$$

Дифференцируя уравнение (4), получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sum (S - S_i)^2}{\partial X} &= \frac{\partial \sum (X - Y\xi_i - S_i)^2}{\partial X} = \\ &= 2nX - 2\sum \xi_i Y - 2\sum S_i = 0 \end{aligned}$$

или

$$nX - \sum \xi_i Y = \sum S_i, \quad (8)$$

где n — число наблюдательных скважин на луче;

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sum (S - S_i)^2}{\partial Y} &= \frac{\partial \sum (X - Y\xi_i - S_i)^2}{\partial Y} = \\ &= -2X \sum \xi_i + 2Y \sum (\xi_i^2) + 2\sum \xi_i S_i = 0 \end{aligned}$$

или

$$X \sum \xi_i - Y \sum (\xi_i^2) = \sum S_i \xi_i. \quad (9)$$

По уравнениям (8) и (9)

$$X = \frac{\sum \xi_i \sum S_i \xi_i - \sum (\xi_i^2) \sum S_i}{(\sum \xi_i)^2 - n \sum (\xi_i^2)}; \quad (10)$$

$$Y = \frac{n \sum S_i \xi_i - \sum \xi_i \sum S_i}{(\sum \xi_i)^2 - n \sum (\xi_i^2)}. \quad (11)$$

На основании выражений (3)

$$k = \frac{0,366Q}{MY}; \lg R = \frac{X}{Y}.$$

Подстановка в эти выражения полученных значений X и Y и замена величин ξ значениями $\lg r_i$ дает зависимости для расчета k и $\lg R$ при откачке напорных вод:

$$k = \frac{0,366Q [n \sum (\lg r_i)^2 - (\sum \lg r_i)^2]}{M (\sum S_i \sum \lg r_i - n \sum S_i \lg r_i)}; \quad (12)$$

$$\lg R = \frac{\sum S_i \sum (\lg r_i)^2 - \sum S_i \lg r_i \sum \lg r_i}{\sum S_i \sum \lg r_i - n \sum S_i \lg r_i}. \quad (13)$$

Уравнение наиболее вероятной депрессионной линии получается путем подстановки численных значений X и Y в уравнение (4) и замены величины ξ значением $\lg r$.

Для безнапорных вод усредненная прямая, выраженная уравнением (6), определится по методу наименьших квадратов на основании условия

$$\sum (\eta - \eta_i)^2 = \sum (U - V\xi - \eta_i)^2 = \text{minimum}, \quad (14)$$

где

$$\begin{aligned}\eta &= S(2H - S); \\ \eta_i &= S_i(2H - S_i).\end{aligned}\quad (15)$$

Так как уравнения (14) и (17) одинаковы, выражения для U и V получаются такими же, как выражения (10) и (11) для X и Y , но величины S_i согласно формуле (15), должны быть заменены значениями η_i . Учитывая, что согласно выражениям (5)

$$k = \frac{0,732Q}{V}; \lg R = \frac{U}{V},$$

получаем зависимости для расчета k и $\lg R$ для безнапорных вод:

$$k = \frac{0,732Q [n \sum (\lg r_i)^2 - (\sum \lg r_i)^2]}{\sum S_i(2H - S_i) \sum \lg r_i - n \sum S_i(2H - S_i) \lg r_i}; \quad (16)$$

$$\lg R = \frac{\sum S_i(2H - S_i') \sum (\lg r_i)^2 - \sum S_i'(2H - S_i) \sum \lg r_i}{\sum S_i(2H - S_i) \sum \lg r_i - n \sum S_i(2H - S_i) \lg r_i}. \quad (17)$$

Уравнения наиболее вероятной депрессионной линии получаются так же как и для напорных вод, путем подстановки в уравнение (6) численных значений U и V , а также подстановок

$$\eta = S(2H - S) \text{ и } \xi = \lg r.$$

Определение величин k и R по приведенным формулам может быть произведено без графического построения. Однако построение депрессионной кривой по методу С. А. Коля наглядно показывает отклонения фактических понижений при опытной откачке от их теоретических значений и, таким образом, дает возможность судить о качестве опыта и влиянии различных факторов, искажающих форму депрессионной линии.

При незначительной величине входных потерь напора в число значений S_i и r_i , входящих в формулы для расчета k и R , можно дополнительно включить величины S_0 и r_0 — понижения уровня в опытной скважине и наружного радиуса ее фильтра. Об этом можно судить по графику, построенному по методу С. А. Коля, на котором уровень воды в опытной скважине при малых входных потерях напора не должен существенно отклоняться книзу от прямой, изображающей депрессионную линию и построенной по уровням воды в наблюдательных скважинах.

Приведенные зависимости справедливы, очевидно, только для линейного закона фильтрации. Отклонения от линейного закона могут наблюдаться в грубо трещиноватых и закарстованных породах, а также в рыхлых породах с очень высокой водопроницаемостью (например, галечники без песчаного заполнителя), но в основном захватывают только внутреннюю часть области депрессии. Во внешней же части депрессии, обычно во много раз большей внутренней зоны, сохраняется линейный закон. Поэтому расчеты k и R по предлагаемой схеме могут применяться и при наличии отклонений от линейного закона фильтрации, если использовать только величины понижений уровня воды в наблюдательных скважинах, расположенных во внешней части области депрессии, где имеет место линейный закон фильтрации. Построение по методу С. А. Коля позволяет легко судить об отклонениях от линей-

ного закона: понижения уровня воды в наблюдательных скважинах, расположенных в соответствующей зоне, значительно увеличиваются.

Примеры расчетов. 1. Напорные воды. $Q = 192 \text{ м}^3/\text{сутки}$; $M = 8 \text{ м}$.

Понижение уровня воды в наблюдательных скважинах и расстояние их от оси опытной скважины приведены в табл. 1. В этой же таблице приведены значения $\lg r_i$; $(\lg r_i)^2$ и $S_i \lg r_i$ входящие в зависимости (12) и (13) для определения k и R .

Т а б л и ц а

Скважина	$r_i, \text{м}$	$S_i, \text{м}$	$\lg r_i$	$(\lg r_i)^2$	$S_i \lg r_i$	Примечание
Центральная	$0,06(r_0)$	6,0	-1,222	1,495	-7,34	Понижение в центральной скважине использовано для расчетов, так как входные потери напора очень малы (рис. 1)
Наблюдательные { 1	5	2,8	0,699	0,489	1,96	
2	15	2,0	1,176	1,383	2,35	
3	50	1,05	1,699	2,830	1,78	
	$\Sigma 11,85$		2,352	6,245	-1,25	

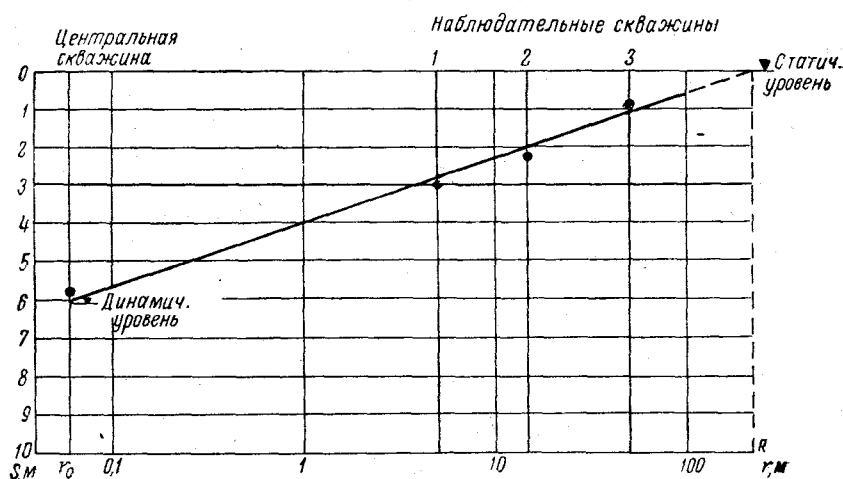


Рис. 1. Депрессионная кривая при откачке из напорного водоносного горизонта, преобразованная в прямую.

Расчет по формулам (12) и (13) дает:

$$k = \frac{0,366 \cdot 192 (4 \cdot 6,245 - 2,352)^2}{8 [(11,85 \cdot 2,35 - 4 (-1,25))]} = 5,2 \text{ м/сутки};$$

$$\lg R = \frac{11,85 \cdot 6,245 - (-1,25) \cdot 2,352}{11,85 \cdot 2,352 - 4 (-1,25)} = 2,34; R = 218 \text{ м}.$$

Для получения уравнения депрессионной линии рассчитываем величины X и Y по формулам (10) и (11):

$$X = \frac{2,352 (-1,25) - 6,245 \cdot 11,85}{2,325^2 - 4 \cdot 6,245} = 3,95;$$

$$Y = \frac{4 (-1,25) - 2,375 \cdot 11,85}{2,325^2 - 4 \cdot 6,245} = 1,68.$$

Уравнение депрессионной линии получим при подстановке полученных численных значений X и Y в формулу (4):

$$S = 3,95 - 1,69 \lg r. \quad (18)$$

На рис. 1 нанесены понижения уровня в центральной и наблюдательной скважинах при опытной откачке и депрессионная линия, удовлетворяющая уравнению (18).

2. Безнапорные воды. $Q = 174 \text{ м}^3/\text{сутки}$; $H = 8,1 \text{ м}$.

Данные опытной кустовой откачки и исходные величины для расчета k и R приведены в табл. 2.

Таблица 2

Номер скважины	$r_i, \text{м}$	$S_i, \text{м}$	$S_i (2H - S_i)$	$\lg r_i$	$(\lg r_i)^2$	$S_i (2H - S_i) \lg r_i$	Примечание
Центральная	0,084 (r_0)	1,51	22,20	-1,076			
Наблюдательные	2	0,72	11,12	0,301	0,091	3,34	Понижение уровня в центральной скважине для расчетов не использовано, так как входные напора потери значительны
	6	0,55	8,61	0,778	0,607	6,71	
	20	0,37	5,86	1,301	1,697	7,63	
	70	0,19	3,05	1,845	3,405	5,62	
		Σ	28,64	4,225	9,800	23,30	

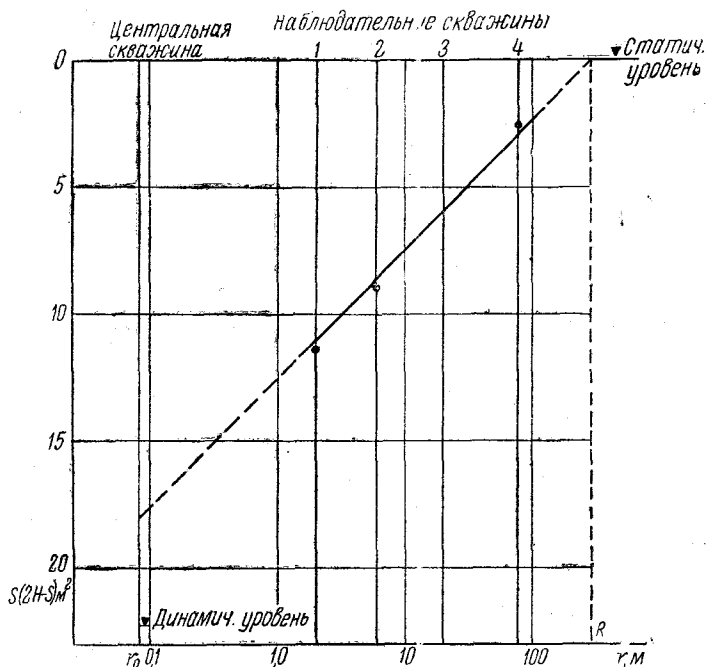


Рис. 2. Депрессионная кривая при откачке из безнапорного водоносного горизонта, преобразованная в прямую

По формулам (16) и (17):

$$k = \frac{0,732 \cdot 174 (4 \cdot 5,80 - 4,225^2)}{28,64 \cdot 4,225 - 4 \cdot 23,30} = 25 \text{ м/сутки};$$

$$\lg R = \frac{28,64 \cdot 5,80 - 23,30 \cdot 4,225}{28,64 \cdot 4,225 - 4 \cdot 23,30} = 2,46; R = 290 \text{ м}.$$

Параметры депрессионной линии U и V рассчитываем по формулам (10) и (11), заменяя в них значения S_i величинами $S_i(2H - S_i)$:

$$U = \frac{4,225 \cdot 23,30 - 5,80 \cdot 28,64}{4,225^2 - 4 \cdot 5,80} = 12,5;$$

$$V = \frac{4 \cdot 23,30 - 4,225 \cdot 28,64}{4,225^2 - 4 \cdot 5,80} = 5,09.$$

На основании формул (2) и (6) получаем уравнение депрессионной линии

$$S(2H - S) = 12,5 - 5,09 \lg r. \quad (19)$$

На рис. 2 нанесены фактические данные опытной откачки и депрессионная линия, удовлетворяющая уравнению (19). На оси ординат нанесены значения $S(2H - S)$, а по оси абсцисс — $\lg r$. Динамический уровень воды в центральной скважине в данном случае значительно ниже, чем это отвечает уравнению (19).

Использованная литература

1. Каменский Г. Н. Основы динамики подземных вод. Гостеолиздат, 1943.
2. Коль С. А. Графо-аналитический метод определения коэффициента фильтрации горных пород по результатам откачки воды на фильтрационном участке и некоторые вопросы, связанные с его применением. Сб. 9 Гидроэнергопроекта. Госэнергоиздат, 1941, № 9.
3. Керкис Е. Е. Определение радиуса влияния при расчете водопритоков. Углетехиздат, 1945.