Записки Ленинградского орденов Ленина и Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова, т. XXXIV, вып. 3, 1958 г.

ИНДЕКСЫ СТРУКТУРЫ ПРОДУКЦИИ

(Их обоснование и значение)

Родин Д. П.

Вопрос о структуре продукции является важным как в масштабах отраслей народного хозяйства, так и для отдельных предприятий. Он связан с воспроизводством в различных отраслях, ассортиментом товаров народного потребления и повышением качества продукции.

В статистико-экономическом анализе сдвигов в ассортиментном составе и качестве продукции существенное значение имеет индексный метод. Система различных индексов разносторонне обрисовывает, количественно измеряет эти структурные изменения и различия.

В промышленной статистике, служащей базой такого анализа, индексы структуры встречаются в различных разделах и имеют многообразное применение. Конкретный экономический анализ продукции обычно встречается с необходимостью рассмотрения ее структуры, а следовательно, и исчисления индексов. Как показано ниже, повседневно исчисляемый индекс физического объема должен пониматься и рассматриваться в угольной промышленности во взаимосвязи с индексом структуры. Индексы себестоимости, заработной платы, производительности труда, исчисление рентабельности и т. д. связаны с индексами структуры продукции. Индексы структуры важны непосредственно как показатели состава продукции, сортности, выражение ее изменений, для сравнения с планом.

В другом случае эти индексные показатели структуры продукции помогают понять и измерить количественно факторы общего изменения масс продукции при различном соизмерении, взвешивании ее отдельных частей.

Значение индексов сортности важно потому, что под этой последней можно понимать не только сорта в узком смысле слова (1-й, 2-й и т. д.), но и виды отдельных изделий или товаров (например, уголь по маркам, различные артикулы одноименных товаров и т. п.). Индексы структуры могут характеризовать сдвиги в расчленении продукции по месторождениям, предприятиям, участкам, лавам, способам добычи, характеру горноподготовительных работ и другим подразделениям структуры. И, однако, при всем этом значении индексов структуры следует признать, что их обоснование, формулы, значение и место в системе статистических характеристик не являются разработанными и требуют изучения.

Настоящая работа посвящена обоснованию индексов структуры продукции промышленности, формам исчисления, взвешивания, значе-

нию их при статистико-экономическом анализе, выяснению связи индексов структуры продукции с другими статистическими показателями, выяснения способов количественного выражения факторов сдвигов в суммах и средних величинах и места индексов структуры в аналитических цепях.

Для обоснования формул индекса структуры, его индексируемых чисел и весов надо принять во внимание следующие соображения:

1. При построении индексов структуры следует иметь в виду, что они должны ответить на вопрос: как изменилась структура продукции. Этим и определяются сравниваемые, индексируемые величины агрегатных индексов — относительные величины, доли каждого вида продукции в общем количестве.

Если Q — число изделий определенного вида, то $\frac{Q}{\Sigma Q}$ (обозначим Q') — доля, индексируемая величина $\left(\frac{Q_1}{\Sigma Q_1} = Q_1'\right.$ для отчетного и $\left.\frac{Q_0}{\Sigma Q_0} = Q_0'\right.$ для базисного периодов).

Поскольку индексируемые величины — доли каждого сорта, сумма индексируемых величин для каждого периода, очевидно, равна 1.

Индивидуальный индекс структуры продукции

$$i_{Q'} = \frac{\frac{Q_1}{\sum Q_1}}{\frac{Q_0}{\sum Q_0}} = \frac{Q_1}{Q_0} : \frac{\sum Q_1}{\sum Q_0}.$$

Величина $\frac{Q_1}{Q_0} = i_Q$ — индивидуальный индекс физического объема.

Величина $\frac{\sum Q_1}{\sum Q_0}$ Π_Q — показатель изменения общего объема продукции в натуральном выражении.

Экономическое значение, сравнительная значимость, стоимостное соизмерение отдельных видов, частей общей массы продукции выражается их ценами и тем экономически решается вопрос о ценах как весах (коэффициентах соизмерения) долей каждого вида продукции в общих индексах структуры продукции. Хотя индексируемые числа индексов структуры продукции, в отличие от таковых в индексе физического объема, выражаются не абсолютными, а относительными числами (долями, процентами), веса индексов структуры по экономическому смыслу их, таким образом, совпадают с обычными весами индекса физического объема.

2. Экономический смысл агрегатного (всего) индекса структуры продукции может быть характеризован по смыслу агрегатного индекса физического объема. Как известно, индекс физического объема определяется двумя факторами: изменением абсолютного объема продукции и изменениями в соотношении частей, ассортименте продукции.

Поэтому, если индекс физического объема разделить на показатель изменения абсолютного в натуральном выражении объема продукции (т. е. устранить влияние изменения этого абсолютного объема), получим величину, характеризующую изменение структуры. Поскольку речь идет об одной и той же продукции (добытом угле, руде, горноподгото-

вительных работах и т. п.), но состоящей из разных марок и сортов продукции, видов работ, — суммирование, определение абсолютного объема допустимо.

3. Изменение структуры продукции при неизменных ценах выражается изменением средней цены. Значит, изменение средней цены разносортных товаров характеризует тем самым изменение сортности и вообще структуры продукции. Различие (при неизменных ценах) средних цен, например отчетных и базисных, в таком случае объясняется только различием в сортовой структуре продукции, сдвигами в структуре (а не абсолютными числами), определяющими изменения средней неизменной цены.

Приведенным обоснованиям соответствуют различные выражения одного и того же индекса; каждое обоснование индекса структуры может быть оформлено соответствующим выражением, формулой того же индекса.

Если исходить, например, из сопоставления средних неизменных цен [3], что, видимо, более наглядно, то индекс структуры выразится соотношением этих средних: средней цены, взвешенной по отчетной структуре к средней цене, взвешенной по базисной структуре

$$J_{Q'(P)} = \frac{\overline{P}_{(Q_1)}}{\overline{P}_{(Q_0)}},$$

где $J_{Q'(P)}$ — индекс структуры продукции, взвешенный по неизменным ценам;

$\overline{P}_{(Q_1)}$ — средняя неизменная цена, взвешенная по отчетной продукции;

$\overline{P}_{(Q_0)}$ — средняя из тех же неизменных цен, взвешенная по базисной продукции.

Так как все три обоснования дают один и тот же индекс, то из любого выражения (формулы) индекса структуры можно путем элементарных преобразований получить другие формулы:

$$J_{Q'(P)} = \frac{\overline{P}_{(Q_1)}}{\overline{P}_{(Q_0)}} = \frac{\dfrac{\sum PQ_1}{\sum Q_1}}{\dfrac{\sum PQ_0}{\sum Q_0}} = \frac{\sum \dfrac{Q_1}{\sum Q_1} P}{\sum \dfrac{Q_0}{\sum Q_0} P} = \frac{\sum Q_1' P}{\sum Q_0' P}.$$

Здесь видна агрегатная форма индекса структуры продукции, отвечающего на вопрос: как изменилась структура индекса, где доли каждого вида продукции выступают индексируемыми числами, весами же являются цены.

К этому же индексу структуры приходим и по смыслу соотношения индекса физического объема и составляющих его индекса структуры продукции и показателя общего изменения объема продукции в натуральном выражении.

Индекс физического объема $J_{Q(P)} = \dfrac{\sum Q_1 P}{\sum Q_0 P}$; показатель изменения абсолютного объема $\Pi_Q = \dfrac{\sum Q_1}{\sum Q_0}$.

Разделив индекс физического объема на одну из составляющих его величин — показатель изменения абсолютного объема продукции, получаем $J_{Q'(P)}$:

$$J_{Q(P)} : \Pi_Q = \frac{\sum Q_1 P}{\sum Q_0 P} : \frac{\sum Q_1}{\sum Q_0} = \frac{(\sum Q_1 P) : \sum Q_1}{(\sum Q_0 P) : \sum Q_0} = \frac{\overline{P}_{(Q_1)}}{\overline{P}_{(Q_0)}} = J_{Q'(P)}.$$

Величина индекса структуры продукции большая, указывает изменение структуры в сторону ее удорожания, возрастания удельного веса более дорогих, высших марок, сортов. Например, при $J_{Q'(P)} = 1{,}2$ средняя неизменная цена отчетного периода составляет 1,2 от средней неизменной цены базисного периода, а значит, благодаря изменению структуры и общая стоимость продукции должна (при одинаковом объеме в натуральном выражении и неизменных ценах) возрасти на 20%.

Поясним исчисление индекса структуры продукции на элементарном примере, где имеется изменение как объема, так и структуры при одинаковых ценах (табл. 1)

Таблица 1

Сорта, марки	Количество		Цена за единицу, руб.
	в базисном периоде	в отчетном периоде	
А	1000	3000	100
Б	4000	7000	50
	5000	10000	—

Средняя цена единицы отчетной продукции $\overline{P}_{(Q_1)}$ выражается величиной

$$\frac{100 \times 3000 + 50 \times 7000}{3000 + 7000} = \frac{650\,000}{10\,000} = 65 \text{ руб.}$$

Средняя цена единицы базисной продукции $\overline{P}_{(Q_0)}$ составляет

$$\frac{100 \times 1000 + 50 \times 4000}{1000 + 4000} = \frac{300\,000}{5000} = 60 \text{ руб.}$$

Различие средних цен 65 руб. и 60 руб. объясняется изменением структуры продукции. Средние не изменились бы при взвешивании по одинаковой структуре продукции, выраженной долями или процентами.

Индекс структуры

$$J_{Q'(P)} = \frac{\overline{P}_{(Q_1)}}{\overline{P}_{(Q_0)}} = \frac{65}{60} = 1{,}08335.$$

Величина индекса структуры продукции в этом примере больше единицы, что является результатом изменения структуры, увеличения удельного веса продукции более ценного сорта *А*.

По агрегатной форме подсчет этого же самого индекса ведется так:

$$\frac{\sum \frac{Q_1}{\sum Q_1} P}{\sum \frac{Q_0}{\sum Q_0} P} = \frac{\frac{3000}{10\,000} 100 + \frac{7000}{10\,000} 50}{\frac{1000}{5000} 100 + \frac{4000}{5000} 50} = \frac{0{,}3 \times 100 + 0{,}7 \times 50}{0{,}2 \times 100 + 0{,}8 \times 50} =$$

$$= \frac{65 \text{ руб.}}{60 \text{ руб.}} = 1{,}08335.$$

Индекс физического объема при таких же весах:

$$J_{Q(P)} = \frac{3000 \times 100 + 7000 \times 50}{1000 \times 100 + 4000 \times 50} = \frac{650\,000 \text{ руб.}}{300\,000 \text{ руб.}} = 2{,}1667.$$

Так как

$$П_Q = \frac{\sum Q_1}{\sum Q_0} = \frac{10000}{5000} = 2,$$

то индекс структуры

$$J_{Q'(P)} = 2{,}1667 : 2 = 1{,}08335.$$

Индексом структуры продукции можно воспользоваться для расчета потерь или превышения в сумме стоимости. Для этого числитель и знаменатель индекса структуры следует умножить на $\sum Q_1$ отчего его величина не изменится.

Умножим на $\sum Q_1$

$$J_{Q'(P)} = \frac{\bar{P}_{(Q_1)} \sum Q_1}{\bar{P}_{(Q_0)} \sum Q_1}.$$

Это выражение индекса структуры можно использовать для определения разности в абсолютных значениях числителя и знаменателя индекса. Разность указывает на абсолютный размер увеличения или уменьшения суммы реализации (себестоимости и т. д.) вследствие только изменения структуры продукции при предположении одинакового физического объема (умножении на $\sum Q_1$, т. е. на отчетный объем).

В нашем примере так исчисленный индекс выразится

$$J_{Q'(P)} = \frac{65 \text{ руб.} \times 10\,000}{60 \text{ руб.} \times 10\,000} = \frac{650\,000}{600\,000} = 1{,}08335.$$

Превышение на 50 000 руб. имеет место вследствие изменения структуры в отчетном периоде по сравнению с базисным.

Фактическая выручка в отчетном периоде ($\Sigma Q_1 P$) составляла 650 000 руб. против базисной ($\Sigma Q_0 P$), равной 300 000 руб., т. е. имело место превышение на 350 000 руб. Но это общее превышение (характеризуемое индексом физического объема $J_{Q(P)}$) получилось как вследствие увеличения объема продукции (выражаемого $П_Q$), так и улучшения, удорожания структуры. Исчисление же по индексу структуры показывает, что было бы, как изменилась бы стоимостная масса при одинаковом отчетном объеме выпуска как в базисном, так и отчетном периодах при разном структурном составе продукции за счет сдвигов в структуре.

Теоретически возможное умножение числителя и знаменателя индекса структуры продукции на базисную ΣQ_0 может быть использовано в исключительных случаях, так как при анализе обычно интересует вопрос о значении структурных сдвигов для фактически изготовленной продукции.

Уже в этом упрощенном примере видна связанность анализируемых явлений, факторы, определяющие конечный результат и выражение этой обусловленности явлений связанностью показателей.

Изменение суммы выручки с 300 000 до 650 000 руб. определилось изменением объема продукции и ее структуры

$$300\,000 \times 2 \times 1{,}08335 = 650\,000 \text{ руб.}$$

В общем виде этот переход от базисной суммы $\sum Q_0 P$ к отчетной $\sum Q_1 P$ выражается цепью

$$(\sum Q_0 P)\, \Pi_Q \times J_{Q'(P)} = \sum Q_1 P.$$

Базисные и отчетные данные могут быть выражены средними ценами: $\bar{P}_{(Q_1)}$ — отчетная цена и $\bar{P}_{(Q_0)}$ — базисная цена за единицу продукции. Различие средней отчетной цены от базисной при неменяющихся ценах определяется изменением структуры, поэтому переход выразится так:

$$\bar{P}_{(Q_0)} \times J_{Q'(P)} = \bar{P}_{(Q_1)}.$$

Во взятом примере средняя отчетная цена

$$\bar{P}_{(Q_1)} = \frac{650\,000}{10\,000} = 65 \text{ руб.}$$

Средняя базисная $\frac{300\,000}{5\,000} = 60$ руб.

Следовательно, в числах переход выглядит так:

$$60 \times 1{,}08335 = 65 \text{ руб.}$$

Надо различать аналитические цепи перехода при средних величинах от анализа сумм в отношении отсутствия или наличия показателя изменения объема продукции в натуральном выражении.

В предыдущем изложении допущено упрощение: были предположены неменяющиеся цены. Теперь предположим, что изменяется не только общий объем продукции и ее структура, но и цены. С таким дополнением табл. 1 примет вид табл. 2.

Таблица 2

Сорта, марки	Базисный период		Отчетный период	
	количество	цена за единицу, руб.	количество	цена за единицу, руб.
А	1000	100	3 000	80
Б	4000	50	7 000	60
Итого	5000	—	10 000	—

Теперь реальная базисная сумма стоимости продукции остается той же, равной $100 \times 1000 + 50 \times 4000 = 300\,000$ руб.

Реальная отчетная сумма $\Sigma P_1 Q_1 = 80 \times 3000 + 60 \times 7000 = 660\,000$ руб.

Переход от $\Sigma P_0 Q_0$ к $\Sigma P_1 Q_1$ определяется не только изменением абсолютного объема продукции и ее структуры, но и изменением цен, чего не было в предыдущем рассмотрении. Количественно изменение цен выражается индексом цен. Взвешивание этого последнего принято обычно производить по отчетным весам, отчетному объему продукции, т. е. по форме $J_{P(Q_1)} = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1}$ тогда как исчисление индекса объема, увязанного с этим индексом цен, производится взвешиванием по базисным ценам [1].

Следовательно, исчисленные индексы остаются неизменными и далее, поскольку индекс физического объема и индекс структуры были взвешены по базисным весам.

Индекс цен

$$J_{P(Q_1)} = \frac{80 \times 3000 + 60 \times 7000}{100 \times 3000 + 50 \times 7000} = \frac{660\,000}{650\,000} = 1{,}0154.$$

Показатель соотношения реальных отчетной и базисной сумм (иначе называемой индексом переменного состава) представляет собой, как известно, произведение индекса физического объема на индекс цен. В отличие от индексов фиксированного состава, обозначим его как показатель, где изменяются и цены и количество

$$\Pi_{PQ} = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_0} = J_{Q_0(P_0)} \times J_{P(Q_1)} = \frac{\sum Q_1 P_0}{\sum Q_0 P_0} \times \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1}.$$

В численных значениях нашего примера

$$\frac{660\,000}{300\,000} = 2{,}2 = 2{,}1667 \times 1{,}0154.$$

Так как

$$J_{Q(P)} = \Pi_Q \times J_{Q'(P)},$$

то вместо индекса физического объема может быть поставлено произведение показателя изменения объема продукции в натуральном выражении на индекс структуры продукции

$$\Pi_{PQ} = \Pi_Q \times J_{Q'(P_0)} \times J_{P(Q_1)},$$

в нашем примере

$$2{,}2 = 2 \times 1{,}08335 \times 1{,}0154.$$

Цепь, связывающая базисную сумму $\sum P_0 Q_0$ с отчетной $\sum P_1 Q_1$, теперь представляется в виде

$$\sum P_1 Q_1 = (\sum P_0 Q_0)\, \Pi_Q \times J_{Q'(P_0)} \times J_{P(Q_1)},$$

в числах примера

$$660\,000 = 300\,000 \times 2 \times 1{,}08335 \times 1{,}0154.$$

---

[1] Теория статистики. Госстатиздат, 1956, стр. 197, 201, 202; Т. И. Козлов, В. Е. Овсиенко, Д. В. Савинский, В. И. Смирнский. Курс общей теории статистики. Изд. МГУ, 1956, стр. 210—213, 222—224.

Итак, во-первых, вследствие увеличения физического объема продукции в два раза базисная сумма в отчетном периоде возросла также в два раза и в силу действия только этого фактора вместо 300 000 дошла до 600 000 руб. (увеличение на 300 000); во-вторых, вследствие изменения структуры, ее удорожания, что выражается индексом структуры, базисная сумма возросла еще в 1,08335 раза и в силу действия этого фактора дошла до $600\,000 \times 1{,}08335 = 650\,000$ руб. (увеличение еще на 50 000); наконец, из-за возрастания цен, что выражается индексом цен, произошло еще одно увеличение стоимостной массы, которая и составляет реальную отчетную величину $\Sigma P_1 Q_1$, равную $650\,000 \times 1{,}0154 = 660\,000$ руб. (увеличение из-за действия этого фактора на 10 000).

Общий разрыв между реальными отчетной и базисной стоимостными массами $660\,000 - 300\,000 = 360\,000$ руб. и составился из трех абсолютных величин: $300\,000 + 50\,000 + 10\,000$ руб.

И в этом случае базисные и отчетные данные могут быть выражены средними ценами: $\overline{P}_{1\,(Q_1)}$ — отчетная цена и $\overline{P}_{0(Q_0)}$ — базисная за единицу продукции.

Теперь отличие отчетной средней цены от базисной определяется изменением структуры и цен. Кстати, не только индекс структуры выражается отношением средних, но и индекс цен. Выражение индекса структуры, как следует из изложенного, теперь через средние базисные цены

$$J_{Q'\,(P_0)} = \frac{\overline{P}_{1\,(Q_1)}}{\overline{P}_{0(Q_0)}}.$$

Индекс цен (после деления числителя и знаменателя на ΣQ_1) выразится

$$J_{P(Q_1)} = \frac{\Sigma P_1 Q_1}{\Sigma P_0 Q_1} = \frac{\overline{P}_{1\,(Q_1)}}{\overline{P}_{0\,(Q_1)}}.$$

Переход от реальной базисной средней к отчетной

$$\overline{P}_{0(Q_0)} \times J_{Q'\,(P_0)} \times J_{P\,(Q_1)} = \overline{P}_{1(Q_1)}.$$

Если индексы структуры продукции и цен выражаются отношением средних, то

$$P_{0\,(Q_0)} \times \frac{\overline{P}_{0(Q_1)}}{\overline{P}_{0(Q_0)}} \times \frac{P_{1(Q_1)}}{P_{0\,(Q_1)}} = \overline{P}_{1(Q_1)}.$$

В рассматриваемом примере эти средние и индексы

$$\overline{P}_{0(Q_0)} = 60 \text{ руб.}; \quad \overline{P}_{1(Q_1)} = \frac{660\,000}{10\,000} = 66 \text{ руб.}$$

$$J_{Q'\,(P_0)} = 1{,}08335; \; J_{P\,(Q_1)} = 1{,}0154.$$

В числах переход от базисной средней цены к отчетной

$$60 \times 1{,}08335 \times 1{,}0154 = 66 \text{ руб.}$$

Следовательно (как уже ранее говорилось), из-за изменения структуры средняя цена с 60 руб. возросла в 1,08335 раза и стала составлять $60 \times 1{,}08335 = 65$ руб.

Вторым фактором увеличения средней цены было возрастание цен, выраженное индексом цен, равным 1,0154. Вследствие этого фактора средняя цена тоже поднялась и составила реальную отчетную цену $66 = 65 \times 1{,}0154$.

Приведенные соотношения между коэффициентами позволяют формулировать характер соотношений, выразить пропорциональности между коэффициентами. Для этого используем формулу аналитической цепи

$$П_{PQ} = П_Q \times J_{Q'(P_0)} \times J_{P(Q_1)}.$$

Таким образом, прямая пропорциональность имеет место между: 1) показателем стоимостной массы и показателем объема продукции в натуральном выражении; 2) показателем стоимости массы и индексом структуры; 3) показателем стоимостной массы и индексом цен.

Обратная пропорциональность существует между тремя коэффициентами, выражающими количественные значения факторов изменения стоимостной массы: 1) показателем абсолютного (в натуральном выражении) изменения объема продукции и индексом структуры; 2) тем же показателем и индексом цены; 3) индексом структуры и индексом цены.

Разумеется, все эти шесть соотношений имеют место, если остальные два коэффициента остаются неизменными. Поясним это для последнего шестого соотношения. На первый взгляд представляется, что изменение структуры должно сопровождаться и изменением цен. Это действительно в отношении показателя стоимостной массы (второе соотношение), индекс же цен остается неизменным, поскольку для его исчисления берется и в числителе и в знаменателе один и тот же набор продукции.

Реальный показатель сдвигов соотношения между отчетными и базисными данными, выраженный соотношением средних, $П_P = \frac{\overline{P}_{1(Q_1)}}{\overline{P}_{0(Q_0)}}$. Из выражения аналитической цепи перехода от базисной средней цены к отчетной

$$\overline{P}_{0(Q_0)} \times J_{Q'(P_0)} \times J_{P(Q_1)} = P_{1(Q_1)}$$

следует

$$П_P = J_{Q'(P_0)} \times J_{P(Q_1)}.$$

Таким образом, если для аналитической цепи перехода от базисной реальной суммы $\Sigma P_0 Q_0$ к отчетной $\Sigma P_1 Q_1$ имеет значение величина $П_Q$ — изменение объема продукции в натуральном выражении, то для соотношения средних эта величина отпадает.

Рассмотренную форму исчисления индекса структуры и его место в системе других статистических коэффициентов и аналитической цепи можно считать типичными. С аналогичными исчислениями индексов и применением индекса структуры статистико-экономический анализ встречается часто. Под величиной P могут подразумеваться не только себестоимость или отпускная цена единицы продукции, но, например, и расценка за единицу продукции. Тогда ΣPQ — выплаченный за продукцию фонд сдельной заработной платы. Индекс структуры в этом случае характеризует сдвиги в продукции со стороны расценок; $J_{P(Q)}$ — индекс расценок.

Под величиной P можно подразумевать стоимость материалов на единицу продукции и т. д.

Та же схема индексных начислений может быть применена не только для стоимостных масс и коэффициентов. Таков, например, анализ расхода топлива.

Обозначая количество продукции Q, расход топлива на единицу продукции C, получаем показатель изменения массы израсходованного топлива переменного состава

$$П_{CQ} = \frac{\sum C_1 Q_1}{\sum C_0 Q_0}.$$

Теперь агрегатный индекс физического объема продукции выражает сдвиги в продукции со стороны влияния этих сдвигов на общий расход топлива. Поэтому взвешивание производится по затратам топлива на единицу продукции

$$J_{Q(C_0)} = \frac{\sum Q_1 C_0}{\sum Q_0 C_0}.$$

Этот индекс увязывается с индексом (фиксированного состава) расхода топлива

$$J_{C(Q_1)} = \frac{\sum C_1 Q_1}{\sum C_0 Q_1}.$$

Произведение индекса физического объема и индекса расхода топлива дает показатель переменного состава изменения массы израсходованного топлива

$$J_{Q(C_0)} \times J_{C(Q_1)} = П_{CQ}.$$

Индекс физического объема, взвешенный по расходу топлива на единицу продукции, может быть разложен на показатель объема продукции в натуральном выражении и индекс структуры продукции взвешенный, как и индекс физического объема, по затратам топлива на единицу продукции в базисном периоде

$$J_{Q(C_0)} = П_Q \times J_{Q'(C_0)}.$$

Следовательно, аналитическая цепь перехода от базисной массы расходуемого топлива $\sum C_0 Q_0$ к отчетной $\sum C_1 Q_1$ выразится

$$(\sum C_0 Q_0)\, П_Q \times J_{Q'(C_0)} \times J_{C(Q_1)} = \sum C_1 Q_1.$$

Если при анализе стоимостных масс и коэффициентов индекс структуры продукции представляет отношение средних базисных цен, то при характеристике сдвигов в израсходованном топливе индекс структуры является отношением средних расходов топлива

$$J_{Q'(C_0)} = \frac{\overline{C}_0(Q_1)}{\overline{C}_0(Q_0)}.$$

Индекс расхода топлива представляет также отношение средних расходов топлива

$$J_{C(Q_1)} = \frac{\overline{C}_1(Q_1)}{\overline{C}_0(Q_1)}.$$

Переход от реального среднего базисного расхода топлива к отчетному выражается цепью $\overline{C}_{0(Q_0)} \times J_{Q'(C_0)} \times J_{C(Q_1)} = \overline{C}_{1(Q_1)}$. Показатель соотношения реальных средних отчетной $\overline{C}_{1(Q_1)}$ к базисной $\overline{C}_{0(Q_0)}$

$$П_C = \frac{\overline{C}_{1(Q_1)}}{\overline{C}_{0(Q_0)}} \text{ и } П_C = J_{Q'(C_0)} \times J_{C(Q_1)}.$$

Индексы структуры промышленной продукции при изучении производительности труда

Анализ производительности труда имеет громадное общественно-экономическое и хозяйственно-производственное значение. Общеизвестна и роль индексов в этом анализе. Вследствие некоторого своеобразия индексных исчислений при анализе производительности труда воспользуемся примером (табл. 3).

Таблица 3

Участок	Базисный период			Отчетный период			Индивидуальные индексы производительности труда
	добыто угля, m	отработано, чел.-смен	затрата чел.-смен на 1000 m угля	добыто угля, m	отработано, чел.-смен	затрата чел.-смен на 1000 m угля	
A	70 000	21 210	303	75 000	22 500	300	1,01
$Б$	100 000	40 800	408	200 000	80 000	400	1,02
Итого по двум участкам	170 000	62 010	364,8	275 000	102 500	372,7	0,979

Подсчеты показывают, что при повышении производительности труда по каждому участку в отдельности показатель по двум участкам вместе свидетельствует о снижении производительности труда. Такое соотношение показателей, называемое «смещением весов», объясняется изменением структуры продукции и может быть выражено также индексами структуры продукции.

Объем продукции в натуральном выражении каждого участка обозначим Q; численность рабочей силы (в этом примере в человеко-сменах) по каждому участку T; выработку в одну человеко-смену (здесь в 1000 человеко-смен) $\frac{Q}{T} = q$;

показатель изменения выработки $П_q$; показатель изменения объема затраченного труда $П_т$.

$$П_q = \frac{\sum Q_1}{\sum T_1} : \frac{\sum Q_0}{\sum T_0} = \frac{\sum Q_1}{\sum Q_0} : \frac{\sum T_1}{\sum T_0} = П_Q : П_T.$$

Показатель выработки $П_q$ зависит как от изменения объема продукции, так и от численности рабочих и поэтому является показателем переменного состава. Величина $\frac{T}{Q} = t$ — количество человеко-смен на единицу продукции.

Таким образом,

$$П_т = \frac{\sum T_1}{\sum T_0} = \frac{\sum t_1 Q_1}{\sum t_0 Q_0}.$$

Показатель выработки $П_q$ может быть охарактеризован через реальные средние затраты времени: $\overline{t}_{0(Q_0)}$ — средняя затрата времени на единицу продукции в базисном периоде и $\overline{t}_{1(Q_1)}$ — средняя затрата времени в отчетном периоде

$$П_q = \frac{\sum Q_1}{\sum T_1} : \frac{\sum Q_0}{\sum T_0} = \frac{\sum Q_1}{\sum t_1 Q_1} : \frac{\sum Q_0}{\sum t_0 Q_0} = \frac{1}{\overline{t}_{1(Q_1)}} : \frac{1}{\overline{t}_{0(Q_0)}} = \frac{\overline{t}_{0(Q_0)}}{\overline{t}_{1(Q_1)}}.$$

В этом примере

$$П_Q = \frac{275 \text{ тыс. } m}{170 \text{ тыс. } m} = 1{,}618; \quad П_т = \frac{102\,500 \text{ чел-смен}}{62\,010 \text{ чел-смен}} = 1{,}653.$$

$$П_q = 1{,}618 : 1{,}653 = 0{,}979 = \frac{364{,}8 \text{ чел-смен}}{372{,}7 \text{ чел-смен}},$$

поскольку

$$t_{0(Q_0)} = 364{,}8 \text{ чел-смен}; \quad \bar{t}_{1(Q_1)} = 372{,}7 \text{ чел-смен}.$$

Показатель $П_q$ характеризует изменение производительности труда по обоим участкам вместе. В этом показателе реальны как числитель, так и знаменатель: базисным вариантам в средней затрате времени соответствуют базисные веса, а отчетным вариантам — отчетные веса.

В отличие от этого показателя, индекс производительности труда фиксированного состава продукции предполагает одну и ту же продукцию для отчетного и базисного периодов, это обусловленность метода «прочих равных условий». В индексе производительности труда сравниваются также средние затраты времени базисного (в числителе) и отчетного (в знаменателе) периодов при допущении одинаковой для обоих периодов продукции. Агрегатные индексы производительности труда фиксированного состава обычно исчисляются взвешиванием по отчетной продукции

$$J_{t(Q_1)} = \frac{\sum t_0 Q_1}{\sum t_1 Q_1} = \frac{\bar{t}_{0(Q_1)}}{\bar{t}_{1(Q_1)}}.$$

Таким образом, и этот индекс представляет собой отношение средних затрат времени на единицу продукции и также базисной средней затраты к отчетной, но со взвешиванием по одинаковым весам — по продукции отчетного периода.

Индивидуальные (по каждому участку) индексы производительности труда во взятом примере показывали увеличение производительности труда: по участку $А$ — 1,01, по участку $Б$ — 1,02. И общий агрегатный индекс производительности труда показывает ее возрастание

$$J_{t(Q_1)} = \frac{303 \times 75 + 408 \times 200}{300 \times 75 + 400 \times 200} = \frac{104\,325 \text{ чел-смен}}{102\,500 \text{ чел-смен}} = 1{,}0178.$$

Расхождение между показателем переменного состава $П_q$ и индексом производительности труда $J_{t(Q_1)}$ объясняется именно тем, что последний устраняет влияние сдвигов в ассортименте продукции. Эти сдвиги могут быть выражены индексом структуры, который, таким образом, и раскрывает это расхождение, а следовательно, увязывается с показателем и индексом производительности труда.

Логично, что в индексе структуры продукции в рассматриваемом случае продукция, ее структура существенна со стороны трудоемкости. Следовательно, весами индекса структуры теперь выступают затраты рабочего времени на единицу продукции — величины t. Поскольку индекс структуры продукции имеет те же веса, что и индекс физического объема, в этом последнем взвешивание идет по затратам времени. Соотношение показателей при изучении производительности труда вытекает из соотношения затрат времени, производительности труда и результата этих двух факторов — объема продукции.

Чем больше затраты времени и производительность труда, тем больше объем созданной продукции.

Изменение затрат времени выражается показателем

$$П_т = \frac{\sum T_1}{\sum T_0} = \frac{\sum t_1 Q_1}{\sum t_0 Q_0}.$$

Изменение производительности труда выражается индексом

$$J_{t(Q_1)} = \frac{\sum t_0 Q_1}{\sum t_1 Q_1}.$$

Произведение показателя затрат времени на индекс производительности труда дает индекс физического объема продукции

$$П_т \times J_{t(Q_1)} = J_{Q(t_0)}.$$

$$\frac{\sum t_1 Q_1}{\sum t_0 Q_0} \times \frac{\sum t_0 Q_1}{\sum t_1 Q_1} = \frac{\sum t_0 Q_1}{\sum t_0 Q_0}.$$

Таким образом, применение индексов фиксированного состава приводит к тому, что взвешивание в них производится по весам разных периодов: применение весов отчетного периода в индексе производительности труда вызывает взвешивание по базисным весам в индексе физического объема. Впрочем, это аналогично ранее рассмотренным индексам.

Индекс физического объема и в рассматриваемом случае равен произведению индекса структуры на показатель изменения общего объема продукции в натуральном выражении:

$$J_{Q(t_0)} = J_{Q'(t_0)} \times П_Q.$$

$$\frac{\sum Q_1 t_0}{\sum Q_0 t_0} = \frac{\bar{t}_{o(Q_1)}}{\bar{t}_{o(Q_0)}} \times \frac{\sum Q_1}{\sum Q_0}.$$

Таким образом

$$П_т \times J_{t(Q_1)} = J_{Q'(t_0)} \times П_Q;\ J_{Q'(t_0)} = \frac{П_т \times J_{t(Q_1)}}{П_Q}.$$

В нашем примере

$$П_т = 1{,}653;\ J_{t(Q_1)} = 1{,}0178;\ П_Q = 1{,}618.$$

Следовательно,

$$J_{Q'(t_0)} = \frac{1{,}653 \times 1{,}0178}{1{,}618} = 1{,}0398.$$

Структура продукции стала более трудоемкой.

Из соотношения

$$П_т \times J_{t(Q_1)} = J_{Q'(t_0)} П_Q$$

следует

$$J_{t(Q_1)} = J_{Q'(t_0)} \frac{П_Q}{П_т} = J_{Q'(t_0)} \times П_Q.$$

Показатель выработки совпадает с индексом производительности труда в том случае, когда структура продукции осталась неизменной, т. е. когда $J_{Q'(t_0)} = 1$.

В нашем случае:
показатель выработки $П_Q = 0{,}979$;
индекс производительности труда $J_{t(Q_1)} = 1{,}0178$;
индекс структуры продукции $J_{Q'(t_0)} = 1{,}0398$;

$$1{,}0178 = 1{,}0398 \times 0{,}979.$$

Итак, производительность труда возросла, хотя выработка и упала, так как возрос удельный вес более трудоемкой продукции участка *Б*.

Как вытекает из сказанного, показатель выработки должен рассматриваться как величина сложная, определяемая производительностью труда и структурой продукции. Следовательно, может быть такое положение, что выработка не изменилась, $П_Q = 1$, а производительность труда возросла, если структура продукции сдвинулась в сторону более трудоемкой ее части. И, наоборот, при неизменной выработке надо считать производительность труда упавшей, если произошли сдвиги в сторону менее трудоемкой продукции.

Так как $П_т = \frac{\sum T_1}{\sum T_0}$, то из соотношения $П_т \times J_{t(Q_1)} = J_{Q'(t_0)} \times П_Q$ следует аналитическая цепь перехода от базисных затрат времени $\sum T_0 = \sum T_0 Q_0$ к отчетным $\sum T_1 = \sum t_1 Q_1$

$$\sum T_0 \frac{П_Q \times J_{Q'(t_0)}}{J_{t(Q_1)}} = \sum T_1.$$

Следовательно, отчетные затраты времени при прочих равных условиях прямо пропорциональны увеличению объема продукции и увеличению трудоемкости структуры продукции и обратно пропорциональны изменению производительности труда.

В числах нашего примера эта цепь такова:

$$62\,010 \text{ чел.-смен} \frac{1618 \times 1{,}038}{1{,}0178} = 102\,500 \text{ чел.-смен}.$$

Базисное число человеко-смен 62010 благодаря возрастанию объема продукции в 1,618 должно было достигнуть $61010 \times 1{,}618 = 100\,332$ чел.-смен.

Увеличение трудоемкости также должно было привести к возрастанию затрат рабочего времени до 100 332 чел.-смена $\times$ 1,0398 = = 104 325 чел.-смен. Но так как имело место повышение производительности труда, то фактическое число человеко-смен и составило 104 325 чел.-смен. : 1,0178 = 102 500.

Аналитическая цепь может выразить соотношение (и переход) от средней базисной затраты времени $\bar{t}_{0(Q_0)}$ к отчетной $\bar{t}_{1(Q_1)}$.

Поскольку

$$\bar{t}_{0(Q_0)} = \frac{\sum t_0 Q_0}{\sum Q_0} = \frac{\sum T_0}{\sum Q_0}, \text{ а } \frac{\sum t_1 Q_1}{\sum Q_1} = \frac{\sum T_0}{\sum Q_0} = \bar{t}_{1(Q_1)},$$

соотношение этих средних затрат времени на единицу продукции выразится (после элементарных преобразований цепи между суммами $\sum T_0$ и $\sum T_1$)

$$\bar{t}_{0(Q_0)} \frac{J_{Q'(t_0)}}{J_{t(Q_1)}} = \bar{t}_{1(Q_1)}$$

Таким образом, показатель соотношения объемов продукции $П_Q$ в этой цепи отсутствует. Чем больше индекс структуры, тем

больше средняя затрата времени, и чем больше индекс производительности труда, тем меньше средняя затрата времени.

В нашем примере

$$\bar{t}_{0(Q_0)} = 364{,}8 \text{ чел.-смен}; \quad \bar{t}_{1(Q_1)} = 372{,}7 \text{ чел.-смен};$$

$$J_{Q'(t_0)} = 1{,}0398; \quad J_{t(Q_1)} = 1{,}0178,$$

поэтому 364,8 чел.-смен $\times \frac{1{,}0398}{1{,}0178} = 372{,}7$ чел.-смен.

Аналитическая цепь может выражать и переход от базисного объема продукции $\sum Q_0$ к отчетному $\sum Q_1$

$$(\sum Q_0) \frac{\Pi_T J_{t(Q_1)}}{J_{Q'(t_0)}} = \sum Q_1.$$

Таким образом, отчетный объем продукции при прочих равных условиях прямо пропорционален изменению объема рабочего времени и производительности труда и обратно пропорционален структуре продукции.

Эта аналитическая цепь перехода от ΣQ_0 к ΣQ_1 в числах примера:

$$170000 \times \frac{1{,}653 \times 1{,}0178}{1{,}0398} = 275000 \text{ м}.$$

Базисный объем продукции возрос в соответствии с увеличением затрат рабочего времени в 1,653 раза и благодаря этому достиг $170\,000 \times 1{,}653 = 281\,010$ м.

Увеличение производительности труда в 1,0178 раза привело к тому, что объем продукции мог бы достигнуть $281\,010 \times 1{,}0178 = 286\,012$ м. Но увеличение доли трудоемкой продукции привело к снижению объема продукции до $286\,012 : 1{,}0398 = 275$ тыс. м.

Соотношение между средними выработками базисной

$$\bar{q}_{0(t_0)} = \frac{\sum q_0 T_0}{\sum T_0} = \frac{\sum Q_0}{\sum T_0},$$

и отчетной

$$\sum \bar{q}_{1(T_1)} = \frac{\sum q_1 T_1}{\sum T_1} = \frac{\sum Q_1}{\sum T_1},$$

выражается аналитической цепью

$$\bar{q}_{0(T_0)} = \frac{J_{t(Q_1)}}{J_{Q'(t_0)}} = \bar{q}_{1(T_1)}.$$

Естественно, что эта цепь перехода от базисной средней выработки к отчетной выглядит «обратно» тому, как было при средних затратах времени. Средняя выработка тем больше, чем выше производительность труда, и тем ниже, чем больше индекс структуры продукции. В числах соотношения этой цепи таковы:

$$\bar{q}_{0(T_0)} = \frac{170\,000 \text{ м}}{62\,010 \text{ чел.-смен}} = 2{,}741 \text{ м} = \frac{1}{t_{0(Q_0)}} = \frac{1000}{364{,}8 \text{ чел.-смен}},$$

$$\bar{q}_{1(T_1)} = \frac{275\,000 \text{ м}}{102\,500 \text{ чел.-смен}} = 2{,}682 \text{ м} = \frac{1}{t_{1(Q_1)}} = \frac{1000}{372{,}7 \text{ чел.-смен.}};$$

$$2{,}741 \frac{1{,}0178}{1{,}0398} = 2{,}682.$$

В изложении индексов производительности труда учебник статистики предлагает иное разрешение проблемы измерения структурных сдвигов: «$J_{\text{перем. состава}} = J_{\text{фикс. состава}} \times K$, где величиной K будет выражаться тот поправочный множитель, на который необходимо умножить индекс фиксированного состава, чтобы получить индекс переменного состава» [1].

Из изложенного в настоящей работе ясно, что этот множитель K имеет разное значение при различных формах индексов и не всегда является индексом структуры. В случае (примененном авторами учебника) индекса производительности труда соотношения между индексами переменного состава и индексами фиксированного состава таковы:

$$J_{t(Q_1)} = J_{Q'(t_0)} \times \Pi_q.$$

В последнем случае $J_{\text{перем. состава}}$ не что иное, как показатель выработки Π_q, а индекс фиксированного состава $J_{t(Q_1)}$ — индекс производительности труда. Для этого случая величина K равна $\Pi_q : J_{t(Q_1)} = \frac{1}{J_{Q'(t_0)}}$, т. е. величине, обратной индексу структуры.

То же получается и из соотношения индекса физического объема $J_{Q(t_0)}$, индекса структуры $J_{Q'(t_0)}$ и показателя изменения объема продукции Π_Q:

$$J_{Q(t_0)} = J_{Q'(t_0)} \times \Pi_Q,$$

$$\frac{\Pi_Q}{J_{Q(t_0)}} = \frac{1}{J_{Q'(t_0)}}.$$

Если под индексом переменного состава подразумевать показатель изменения затрат времени Π_T, то ранее приведенная формула $\Pi_T J_{t(Q_1)} = J_{Q(t_0)}$ показывает еще большую недопустимость исчисления величины K делением индекса переменного состава Π_T на индекс фиксированного состава производительности труда.

Деление же Π_T на индекс физического объема дает величину, обратную индексу производительности труда.

При индексах переменного состава, выражающих сдвиги в реальных ценностных массах или объемах топлива, деление показателей на индекс фиксированного состава не дает индекса структуры:

$$\Pi_{PQ} = \Pi_Q \times J_{Q'(P_0)} \times J_{P(Q_1)},$$

$$\Pi_{CQ} = \Pi_Q \times J_{Q'(C_0)} \times J_{C(Q_1)}.$$

Когда же индекс переменного состава выражает соотношения средних реальных величин цен, затрат топлива, в отличие от всех рассмотренных случаев, величина K оказывается действительно индексом структуры.

Поскольку показатель соотношения реальных средних цен

$$\Pi_P = J_{Q'(P_0)} J_{P(Q_1)},$$

величина K оказывается равной

$$\frac{\Pi_P}{J_{P(Q_1)}} = J_{Q'(P_0)}.$$

[1] Т. И. Козлов и др.; Курс общей теории статистики. Изд. МГУ, 1956, стр. 221—222.

Для соотношения средних затрат топлива, выраженного

$$\Pi_C = J_{Q'(C_0)} J_{C(Q_1)},$$

величина K также оказывается индексом структуры

$$\frac{\Pi_C}{J_{C(Q_1)}} = J_{Q'(C_0)}.$$

Все это указывает на необходимость исчислений и использования индексов структуры вместо рекомендуемых учебником формальных и неопределенных „величин K — поправочных множителей"

Выводы

При статистико-экономическом анализе сдвигов в объеме, структуре и качестве продукции в различных отраслях промышленности и отдельных предприятиях существенное значение имеют индексы структуры продукции.

В системе применяемых советской статистикой агрегатных индексов и рассмотренные в работе индексы структуры продукции могут быть представлены также в агрегатной форме. Доли отдельных видов продукции в общей ее массе в натуральном выражении являются индексируемыми числами такого агрегатного индекса. Веса этих индексов структуры те же, что и индексов физического объема продукции, сдвиги в составе которой характеризуются индексами структуры.

Эти индексы структуры могут быть обоснованы и оформлены как отношение средних неизменных цен, затрат рабочего времени, топлива и других величин, взвешенных по отчетной продукции к величине взвешенной по базисной продукции (или по ее структурам).

Наконец, сдвиги, выраженные индексами физического объема, могут быть представлены как результат сдвигов в структуре и изменения общего объема продукции в натуральном выражении. Следовательно, индексы структуры выражают количественное значение структурных сдвигов как фактора общих сдвигов в ценностных массах, в численности рабочих, расходуемом топливе и т. д.

Из отдельных существенных вопросов, разрешаемых при помощи индексов структуры, могут быть отмечены следующие:

1) определение размера экономии или потерь из-за сдвигов в структуре;

2) выражение характера и определения размера «смещения весов»;

3) объяснения расхождения между показателем выработки и индексом производительности труда и сложного характера показателя выработки.