Записки Ленинградского орденов Ленина
и Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова
т. XXXV, вып. 1, 1957 г.

ОБ УРАВНЕНИИ ДИНАМИКИ ПРОЦЕССА РЕГУЛИРОВАНИЯ В ЗАМКНУТЫХ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Р. П. Чичиванов

Как известно, переходные процессы в системе при определенных допущениях могут быть описаны линейным дифференциальным уравнением. Порядок дифференциального уравнения определяется числом и характером звеньев, входящих в систему, так как дифференциальные уравнения этих звеньев являются исходными при составлении общего уравнения динамики всей системы.

Например, система электромашинного регулирования скорости двигателя (рис. 1) может быть представлена на структурной схеме (рис. 2) в виде трех последовательно соединенных апериодических звеньев, отражающих соответственно электромашинный усилитель *ЭМУ*, генератор *Г* и двигатель *Д*.

Уравнения динамики, отражающие переходные процессы в этих звеньях, в операторной форме записываются в следующем виде:

$$\left.\begin{array}{l} \text{1-е звено ЭМУ} \\ \qquad (T_1 p + 1)\, x_1 = K_1 x_{\text{вх}} \\ \text{2-е звено (генератор)} \\ \qquad (T_2 p + 1)\, x_2 = K_2 x_1 \\ \text{3-е звено (двигатель)} \\ \qquad (T_3 p + 1)\, x_{\text{вых}} = K_3 x_2 - bf(t) \end{array}\right\} \qquad (1)$$

где x_i — входные и выходные координаты соответствующих звеньев;
T_i — постоянные времени звеньев;
K_i — коэффициенты усиления звеньев;
$bf(t)$ — нагрузка последнего звена.

При составлении уравнения динамики замкнутой системы широко пользуются уравнениями и понятиями разомкнутой системы регулирования. Размыкание системы осуществляется нарушением цепи главной обратной связи, т. е. отключением регулирующей обмотки *У* возбуждения ЭМУ.

Дифференциальное уравнение, связывающее вход и выход разомкнутой системы регулирования, получается из системы уравнений (1) исключением промежуточных переменных x_1 и x_2

$$(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)\, x_{\text{вых}} = K_1 K_2 K_3 x_{\text{вх}} - bf(t). \qquad (2)$$

Для разомкнутой системы, состоящей из n элементарных звеньев, уравнение динамики в развернутой форме

$$a_n \frac{d^n x_{\text{вых}}}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x_{\text{вых}}}{dt^{n-1}} + \ldots + a_1 \frac{dx_{\text{вых}}}{dt} + a_0 x_{\text{вых}} =$$

$$= K' x_{\text{вх}} + b_m \frac{d^m f}{dt^m} + \ldots + b_1 \frac{df}{dt} + b_0 f \qquad (3)$$

или в общем виде

$$D(p)\, x_{\text{вых}} = K' x_{\text{вх}} + Mf(t), \qquad (4)$$

где $D(p)$ — оператор разомкнутой системы;

K' — коэффициент усиления разомкнутой системы, представляющий произведение коэффициентов усиления (преобразования) всех звеньев со входа на выход системы,

$$K' = K_1 K_2 K_3 \ldots K_n;$$

$Mf(t)$ — возмущающие воздействия.

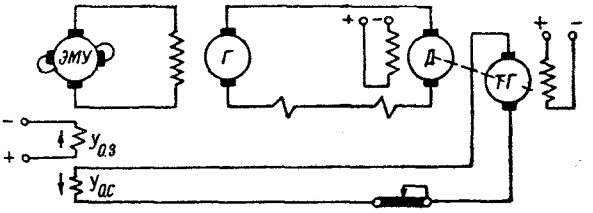


Рис. 1. Система электромашинного регулирования скорости двигателя постоянного тока

Уравнение динамики замкнутой системы получается из уравнения разомкнутой системы добавлением условия замкнутости (уравнения

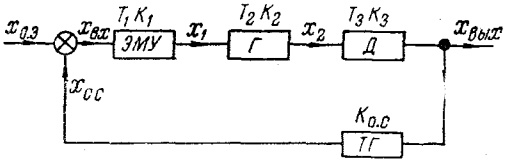


Рис. 2. Структурная схема системы регулирования скорости двигателя

обратной связи), которое в большей части литературы по теории автоматического регулирования (например, [2], [3], [4], [5], [6]) приводится в виде

$$x_{\text{вх}} = -x_{\text{вых}}, \qquad (5)$$

причем под $x_{\text{вых}}$ обычно понимается отклонение действительного значения регулируемой величины от заданного, например, номинального или любого другого фиксированного значения, в частном случае равного нулю. При этом система регулирования структурно рассматривается как замкнутая цепочка последовательно соединенных звеньев, на входе которой действует отклонение действительного значения регулируемой величины от заданного.

В некоторых книгах по теории автоматического регулирования [например, (1)] условие замкнутости записывается в виде уравнения ошибки (отклонения)

$$\varepsilon(t) = g(t) - x(t), \qquad (6)$$

где $\varepsilon(t)$ — отклонение на входе системы;
$g(t)$ — задающее воздействие;
$x(t)$ — действительное значение регулируемой величины.

Уравнение (6) принципиально отличается от уравнения (5). Однако в указанной литературе для систем программного регулирования не проводится принципиального различия между понятиями *задающее воздействие и заданное значение* регулируемой величины. Вследствие этого под отклонением на входе $\varepsilon(t)$ понимается отклонение действительного значения регулируемой величины от заданного и соответственно уравнение (6) сводится к уравнению (5). Для систем автоматической стабилизации задающее воздействие принимается равным нулю $g(t) = 0$, что также приводит уравнение (6) к уравнению (5).

Такое исходное положение [уравнение (5)], допустимое для силовых машин, регулируемых центробежными регуляторами, следящих систем и некоторых электромеханических систем регулирования, работающих на принципе отклонения, принципиально неправильно для широкого класса замкнутых электромеханических систем, в частности для систем, в которых ЭМУ используется в качестве возбудителя генератора (например, схема рис. 1).

Действительно, распространение данного положения на указанные системы эквивалентно приравниванию нулю возбуждения системы при холостом ходе объекта регулирования, что противоречит закону сохранения энергии.

Следствием неправильного исходного положения является неправильное выражение и для уравнения динамики замкнутой системы регулирования, которое приводится [(1), (2), (3), (4), (5), (6)] в форме

$$a_n \frac{d^n x_{\text{вых}}}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x_{\text{вых}}}{dt^{n-1}} + \ldots + a_1 \frac{dx_{\text{вых}}}{dt} +$$

$$+ a_0 x_{\text{вых}} + K x_{\text{вых}} = b_m \frac{d^m f}{dt} + \ldots + b_1 \frac{df}{dt} + b_0 f \qquad (7)$$

или в общем виде

$$[D(p) + K]\, x_{\text{вых}} = Mf(t), \qquad (8)$$

где $D(p)$ — оператор разомкнутой системы;
K — коэффициент усиления разомкнутой цепи регулирования;
$Mf(t)$ — возмущающие воздействия.

Неправильное исходное положение затемняет вопрос о принципе действия системы регулирования, о коэффициентах усиления разомкнутой и замкнутой систем регулирования, о величине статической и динамической ошибок системы.

Уравнение (7) может быть использовано для анализа устойчивости системы, но оно непригодно для исследования динамики и статики процессов в замкнутых системах.

Неправильность уравнения (8) подтверждается и тем, что получающееся из него уравнение статики процессов в замкнутой системе имеет вид

$$x_{\text{вых}} = \frac{Mf(t)}{1 + K} \qquad (9)$$

или при единичном возмущающем воздействии $Mf(t) = 1$

$$x_{\text{вых}} = \frac{1}{1+K}. \tag{10}$$

Как отмечалось выше, под $x_{\text{вых}}$ часто понимается отклонение регулируемого параметра от заданного значения. Если это отклонение выразить в относительных единицах и рассматривать единичное возмущение как номинальное изменение нагрузки объекта регулирования, то формула (10) приводится к широко распространенному в литературе [(4), (5), (6)] и неправильному для электромеханической системы выражению статизма

$$S = \frac{1}{1+K}. \tag{11}$$

Для получения дифференциального уравнения динамики замкнутой электромеханической системы исходные уравнения динамики отдельных звеньев должны быть дополнены уравнением обратной связи и уравнением баланса воздействий на входе системы.

Уравнение обратной связи

$$x_{\text{о. с}} = K_{\text{о. с}} x_{\text{вых}}, \tag{12}$$

где $x_{\text{о. с}}$ — регулирующее воздействие, переданное с выхода на вход системы;

$x_{\text{вых}}$ — значение регулируемой величины;

$K_{\text{о. с}}$ — коэффициент усиления (преобразования) обратной связи.

Необходимость уравнения баланса воздействий на входе системы обусловлена самим принципом действия системы регулирования. Действительно, на входе замкнутой системы регулирования с отрицательной обратной связью (рис. 1 и 2) действуют два противонаправленных потока энергии (воздействия): задающий (управляющий) $x_{\text{о. з}}$ и регулирующий $x_{\text{о. с}}$. Каждое из этих воздействий превышает по величине результирующее входное воздействие $x_{\text{вх}}$, необходимое для обеспечения заданного (например, номинального) значения регулируемой величины на выходе

$$x_{\text{о. з}} = K_{\text{ф}} x_{\text{вх}}, \tag{13}$$

$$x_{\text{о. с}} = K x_{\text{вх}}, \tag{14}$$

где $K_{\text{ф}}$ — коэффициент форсировки задающей обмотки ЭМУ, показывающий во сколько раз задающее воздействие в замкнутой системе должно быть больше задающего воздействия в разомкнутой системе;

K — коэффициент усиления разомкнутой цепи регулирования, представляющий произведение коэффициентов усиления (преобразования) всех звеньев цепи регулирования.

Например, для схемы рис. 1 коэффициент усиления

$$K = K_1 K_2 K_3 K_{\text{о. с}}. \tag{15}$$

Результирующее входное воздействие в замкнутой системе $x_{\text{вх}}$ представляет разность задающего $x_{\text{о. з}}$ и регулирующего $x_{\text{о. с}}$ входных воздействий:

$$x_{\text{вх}} = x_{\text{о. з}} - x_{\text{о. с}} \tag{16}$$

Очевидно, действенность системы регулирования в статических и динамических режимах определяется величиной коэффициентов $K_ф$ или K, связь между которыми на основании уравнения (16) может быть представлена формулой

$$K_ф = K + 1. \qquad (17)$$

Дифференциальное уравнение динамики процесса регулирования в замкнутой системе получается при совместном решении уравнений (4), (12) и (16) и в общей форме записывается так:

$$D(p)\,x_{вых} + K x_{вых} = K' x_{о.з} + M f(t). \qquad (18)$$

При установившемся режиме все производные обращаются в нуль ($p = 0$) и уравнение (18) превращается в уравнение статики процесса регулирования в замкнутой системе

$$(1 + K)\,x_{вых} = K' x_{о.з} + M f(t). \qquad (19)$$

Например, для рассматриваемой системы регулирования скорости (рис. 1) уравнение динамики процесса регулирования в операторной форме записывается в виде:

$$[(T_у p + 1)(T_г p + 1)(Bp + 1) + K] = K' A W_{о.з} - \frac{R_я i_я}{C_e}, \qquad (20)$$

где $T_у$ — электромагнитная постоянная времени ЭМУ (T_1);
$T_г$ — электромагнитная постоянная времени обмотки возбуждения генератора (T_2);
B — электромеханическая постоянная времени привода (T_3);
$K = K_1 K_2 K_3 K_{о.с}$ — коэффициент усиления разомкнутой цепи регулирования;
$K' = K_1 K_2 K_3$ — коэффициент усиления разомкнутой системы;
n — скорость вращения двигателя ($x_{вых}$);
$A W_{о.з}$ — ампервитки возбуждения задающей обмотки ЭМУ ($x_{о.з}$);
$R_я$ — сопротивление главной якорной цепи Г-Д;
$i_я$ — ток нагрузки двигателя;
C_e — постоянная э. д. с. двигателя.

Уравнение статики процесса регулирования для схемы рис. 1

$$\left.\begin{aligned} (1 + K)\,n &= K' A W_{о.з} - \frac{R_я\, i_я}{C_e} \\ n &= \frac{K'}{1 + K} A W_{о.з} - \frac{R_я}{C_e (1 + K)} I_я \end{aligned}\right\} \qquad (21)$$

Уравнения (18) и (19) могут быть использованы для исследования динамики и статики процессов в замкнутой электромеханической системе.

Например, анализ уравнения (21) показывает, что в замкнутой системе изменения регулируемого параметра, вызванные изменением задающего воздействия $A W_{о.з.}$ или действием внешних возмущающих факторов, уменьшаются в $1 + K$ раз (т. е. в $K_ф$ раз) по сравнению с изменениями регулируемого параметра в разомкнутой системе.

Зависимость точности регулирования в замкнутой системе $\delta_з$ от параметров системы отражается формулой

$$\delta_з = \frac{\delta_р}{1+K}, \qquad (22)$$

где $\delta_р$ — точность регулирования в разомкнутой системе.

В частности при изменении фактора нагрузки объекта регулирования статизм электромеханической системы

$$S = \frac{r_я}{1+K}, \qquad (23)$$

где $r_я = \frac{R_я}{R_{я.н}}$ — сопротивление главной якорной цепи в относительных единицах;

$R_я$ — сопротивление якорной цепи, *ом*;

$R_{я.н} = \frac{E_{г.н}}{I_{я.н}}$ — номинальное сопротивление якорной цепи, *ом*.

При рассмотрении переходных процессов в системе необходимо учитывать, что при анализе устойчивости системы необходимо исследовать дифференциальное уравнение, составленное с учетом больших и малых постоянных времени всех звеньев, т. е. дифференциальное уравнение высокого порядка.

При исследовании же динамики процессов в системе (например, динамики процессов разгона и замедления, изменения нагрузки двигателя в приводе Г-Д) желательно снижать порядок дифференциального уравнения за счет пренебрежения малыми постоянными времени элементов управления. Например, в системах промышленного привода Г-Д с электромашинным управлением (шахтные подъемные машины, экскаваторы, прокатные станы) для указанных целей целесообразно рассматривать дифференциальное уравнение, составленное с учетом только постоянной времени генератора и электромеханической постоянной привода, т. е. дифференциальное уравнение второго порядка.

Простота решения и анализа уравнения позволяет легко построить основные зависимости, характеризующие переходные процессы в системе $e_г = f(t)$, $n = f(t)$, $i_я = f(t)$, а также наиболее полно и наглядно выявить влияние на переходный процесс основного параметра системы регулирования — величины коэффициента усиления разомкнутой цепи регулирования.

Такой анализ, проведенный [7] применительно к приводу Г-Д для шахтной подъемной машины, показал, что при увеличении коэффициента усиления K процессы разгона и замедления привода протекают значительно быстрее. Однако увеличение быстродействия системы достигается за счет ухудшения динамического и энергетического режимов работы привода: процессы разгона и замедления протекают с большей неравномерностью и сопровождаются большими пиками тока и ускорения двигателя.

Особенно значительный эффект увеличения быстродействия системы имеет место при увеличении коэффициента усиления до значений $K = 3—4$ (т. е. $K_ф = 4—5$). Дальнейшее увеличение значения K влияет на быстродействие системы уже в гораздо меньшей степени. Учитывая, что увеличение коэффициента усиления в общем усиливает колебательность процессов в системе, можно заключить, что с точки зрения динамики желательно иметь величину коэффициента усиления разомкнутой цепи регулирования K, не превосходящим 3—4.

Таким образом, теоретический анализ показывает, что для многих промышленных приводов Г-Д с замкнутой системой электромашинного управления можно и нужно ограничиваться относительно небольшими значениями коэффициента усиления ($K = 3—4$).

Интересно отметить, что на практике при наладке указанных систем величина коэффициента усиления K устанавливается обычно не выше рекомендуемых значений с целью исключения возможных нарушений устойчивости системы.

Полученные выводы позволяют правильно подойти к расчету и выбору основных параметров системы регулирования, а также к вопросу конструктивного построения схемы управления. Относительно небольшие значения K дают возможность строить замкнутые системы управления некоторыми промышленными приводами Г-Д (например, для шахтной подъемной машины) на базе не электромашинного усилителя, а более простой, обычной машины постоянного тока, обладающей меньшим, но достаточным коэффициентом усиления по напряжению. Это относится и к получившей в последнее время распространение схеме каскадного соединения ЭМУ с промежуточным магнитным усилителем (ЭМУ—ПМУ). В этой схеме вместо ЭМУ также может быть использована обычная машина постоянного тока.

Использованная литература

1. Солодовников В. В. и др. Основы автоматического регулирования. Машгиз, 1954.
2. Айзерман М. А. Теория автоматического регулирования двигателей. Гостехтеоретиздат, 1952.
3. Ольденбург Р. и Сарториус Г. Динамика автоматического регулирования. Госэнергоиздат, 1949.
4. Мееров М. В. Основы автоматического регулирования электрических машин. Госэнергоиздат, 1952.
5. Егоров К. В. Основы автоматического регулирования. Госэнергоиздат, 1955.
6. Соловьев И. И. Автоматизация энергетических систем. Госэнергоиздат, 1950.
7. Чичиванов Р. П. Исследование системы электромашинного управления автоматизированным электроприводом Г-Д для шахтной подъемной машины. Диссертация, Ленинградский горный институт, 1954.