

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СТЕСНЕННОГО ДВИЖЕНИЯ ШАРА ВДОЛЬ ОСИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ТРУБЫ

Р. Б. Розенбаум

Как следует из теоретического анализа процесса движения шара в вязкой жидкости в стесненных условиях¹, закономерность стесненного движения шара вдоль оси цилиндрической трубы описывается соотношением

$$Re = \varphi \left(Ar^*, \frac{d}{D} \right) f(Ar^*), \quad (1)$$

где d — диаметр шара;
 D — диаметр трубки;

$Re = \frac{v d}{\nu}$ — критерий Рейнольдса;

$Ar^* = Ar \left(1 - \frac{d}{D} \right)^2$ — модифицированный критерий Архимеда;

$Ar = \frac{g d^3}{\nu^2} \frac{\delta - \rho}{\rho}$ — критерий Архимеда;

ν — коэффициент кинематической вязкости;

δ — плотность материала шара;

ρ — плотность жидкости;

g — ускорение силы тяжести.

В первом приближении следует ожидать, что

$$Re = f(Ar^*), \quad (2)$$

причем зависимость между критериями Re и Ar^* при стесненном падении такая же, как между критериями Re и Ar^* для свободно падающего шара.

Поправочный множитель $\varphi \left(Ar^*, \frac{d}{D} \right)$ равен примерно единице.

Он принимает значение $\varphi_1 \left(\frac{d}{D} \right)$ в линейной области и $\varphi_2 \left(\frac{d}{D} \right)$ в квадратичной. Конкретный вид функций φ , φ_1 и φ_2 должен определяться по данным эксперимента.

¹ См. статью Р. Б. Розенбаум и О. М. Тодес в настоящем сборнике.

Для проверки полученных теоретических выводов о характере движения шара в стесненных условиях было выполнено экспериментальное исследование на специальной установке.

Решение задачи шло по следующим направлениям. В одной серии опытов шар диаметром d падал вдоль оси цилиндрической трубки диаметром D , заполненной вязкой жидкостью — маслом МС.

При нагреве изменялись физические свойства масла — вязкость и плотность. Таким образом, осуществлялось движение с разными значениями критериев Архимеда и Рейнольдса при сохранении постоянства отношения $\frac{d}{D}$.

Вариацией диаметров трубок (0,395; 0,590; 1,597 см) и шаров (0,158; 0,200; 0,254; 0,305; 0,396; 0,484; 0,502; 0,635; 0,722; 0,904; 0,952; 1,198; 1,226; 1,419; 1,428 см), т. е. изменением отношения $\frac{d}{D}$, и температуры масла был значительно расширен интервал достигнутых значений критериев Рейнольдса, Архимеда и $\frac{d}{D}$.

Принципиальная схема установки, на которой выполнялись опыты, была следующей (рис. 1). В водяной термостат помещался цилиндр, заполненный вязкой жидкостью. В жидкость погружалась измерительная трубка, длиной около 1,5 м. Трубка закреплялась конусной разрезной втулкой в карданном подвесе специальной конструкции, свободно висящем на кронштейне, вмонтированном в капитальную стену лаборатории. На нижний конец трубки был насажен тяжелый свинцовый цилиндр. Такая конструкция крепления и подвеса трубки обеспечивала необходимую вертикальность ее установки во время всего процесса измерения.

Чтобы обеспечить движение шара вдоль оси измерительной трубки, на верх последней одевалась насадка, имеющая внутренний, направляющий диаметр отверстия, соответствующий диаметру шара.

По условиям опыта длинные трубки должны иметь правильную цилиндрическую форму. Поэтому их изготовили из латуни, хорошо поддающейся обработке и калибровке. Для регистрации движения шара в непрозрачной трубке были разработаны специальные методы.

На трубке, на некотором расстоянии друг от друга были укреплены два электродинамических датчика, позволяющие фиксировать моменты прохождения шарика мимо отметок.

Схема действия датчиков следующая (рис. 2). Замкнутый магнитопровод из мягкого железа армо имел три катушки — две первичные и одну вторичную. Первичная обмотка питалась переменным током от источника переменного напряжения 20–60 в. Под влиянием изменяющегося

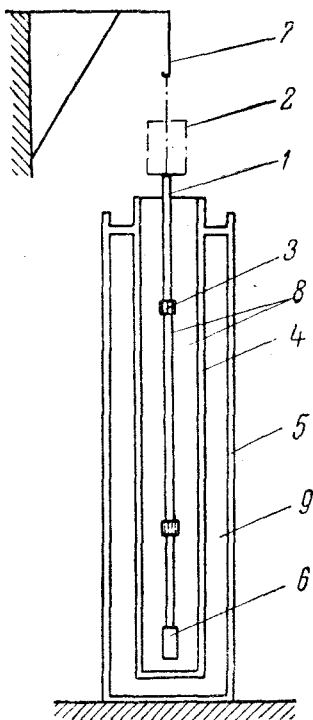


Рис. 1. Общая схема установки № 1:

1 — измерительная трубка; 2 — карданный подвес; 3 — датчик; 4 — термостатирующий цилиндр; 5 — термостатирующий цилиндр; 6 — свинцовая насадка; 7 — кронштейн; 8 — масло; 9 — вода

потока магнитной индукции в контуре вторичной обмотки возникала электродвижущая сила. Первичные обмотки обоих датчиков были соединены последовательно и подключены к источнику переменного тока через автотрансформатор. Вторичные обмотки включены навстречу друг другу через купроксный выпрямитель и микроамперметр с ценой наименьшего деления 0,1 μ А.

В работе применялись стальные шары для шарикоподшипников, с ничтожным отклонением от сферичности. При прохождении вдоль оси трубки стального шарика во вторичной обмотке индуцировалась электродвижущая сила и зайчик микроамперметра давал отброс.

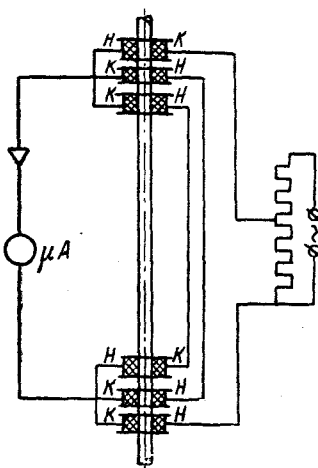


Рис. 2. Схема включения датчиков: Н—начало катушки, К—конец катушки

Вся схема монтировалась экранированным проводом для исключения влияния внешних электромагнитных полей. Время между двумя отклонениями зайчика отмечалось секундомером. Чувствительность схемы ограничена расстоянием шарика до стен трубки, поэтому в дальнейшем применялась еще другая измерительная схема.

В качестве вязкой жидкости, как отмечалось, использовалось масло МС, вязкость которого в интервале температур от 20 до 70° уменьшается приблизительно в 18 раз (от 57 до 2630 сантистокс).

Температура масла поддерживалась постоянной при помощи водяного термостата с электрической спиралью и контролировалась термометрами сопротивления и термопарами, равномерно распределенными вдоль наружной стенки измерительной трубки на всем пути движения шара.

На установке были выполнены измерения в области линейного закона сопротивления, а также частично в переходной между линейной и квадратичной.

Вторая серия опытов охватывала переходную и квадратичную области. Все опыты проводились при одной и той же температуре, близкой к комнатной. В качестве жидкостей с различными вязкостями были использованы вода, водный раствор хлористого кальция, глицерин и смеси из раствора хлористого кальция и глицерина одинаковой плотности (при плотности 1,256 г/см³ вязкость менялась от 0,02 до 3,25 пуаз).

Термостатирование осуществлялось циркулирующим восходящим потоком воды, поступающей из термостата.

При уменьшении вязкости жидкости заметно уменьшается время падения и погрешность измерения времени возрастает настолько, что личная ошибка наблюдателя, пользующегося секундомером, становится соизмеримой с временем падения. Поэтому, а также и потому, что датчики становятся нечувствительными, начиная со значения $\frac{d}{D} \approx 0,35$ и ниже, мы перешли к другому методу измерения времени падения шаров — методу радиоактивных индикаторов.

Шар, покрытый гальваническим способом тонким слоем кобальта, содержащего незначительные количества радиоактивного изотопа

кобальта, падал мимо узких щелевых промежутков двух свинцовых камер, с вмонтированными счетчиками Гейгера (рис. 3). Регистрация радиоактивного излучения заданного направления производилась по двухканальной схеме совпадений (рис. 4). Импульсы совпадений отмечались на ленте шлейфового осциллографа. Одновременно на пленку снимался отметчик времени.

Таким образом, в общей сложности в опытах было обеспечено изменение критериев Рейнольдса, Архимеда и $\frac{d}{D}$ в достаточно широких пределах

$$Re \text{ от } 0,001 \text{ до } 10^4$$

$$Ar \text{ от } 0,4 \text{ до } 10^8$$

$$\frac{d}{D} \text{ от } 0,099 \text{ до } 0,889$$

и, следовательно, можно было проанализировать движение в линейной, переходной и квадратичной областях.

Результаты многочисленных измерений (около 1000 опытов), а также обработка их, которая велась в критериях Re и Ar^* , показали следующее [1].

1. Движение шара в области линейного закона сопротивления действительно описывается соотношением

$$Re = \varphi_1 \left(\frac{d}{D} \right) \frac{Ar^*}{18}, \quad (3)$$

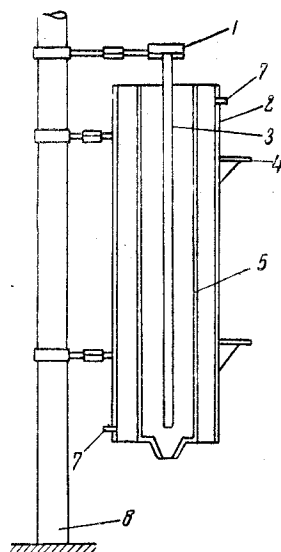


Рис. 3. Общая схема установки № 2:

1—карданный подвес; 2—термостатирующий цилиндр; 3—измерительная трубка; 4—площадка для измерительной камеры; 5—термостатирующий цилиндр; 6—опорная колонна; 7—кран

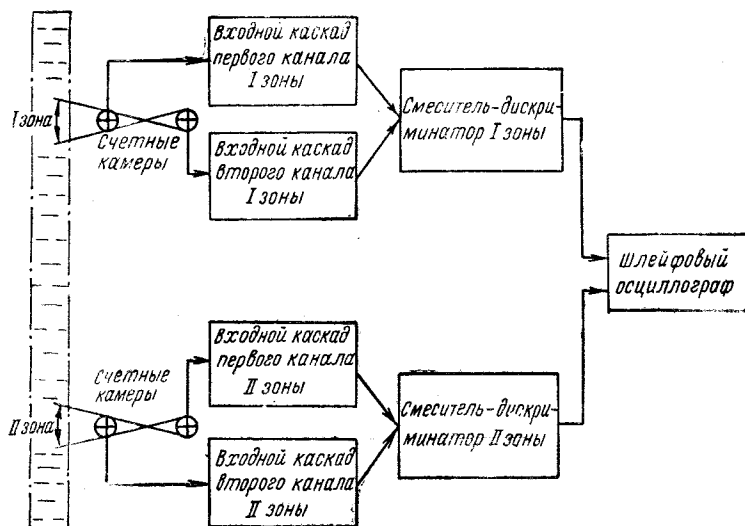


Рис. 4. Блок-схема регистрирующего устройства

где

$$\varphi_1 \left(\frac{d}{D} \right) = 1 - 0,6 \frac{d}{D}. \quad (4)$$

Зависимость φ_1 от $\frac{d}{D}$ установлена по данным опыта.

Как видно из рис. 5, экспериментальные точки достаточно хорошо ложатся на прямую, уравнение которой выражается формулой (4).

Как и предполагалось при теоретическом исследовании закономерностей стесненного падения, $\varphi_1 \left(\frac{d}{D} \right)$ есть медленно меняющаяся функция — численное значение которой изменяется от 1 до 0,4 во всем интервале изменения $\frac{d}{D}$.

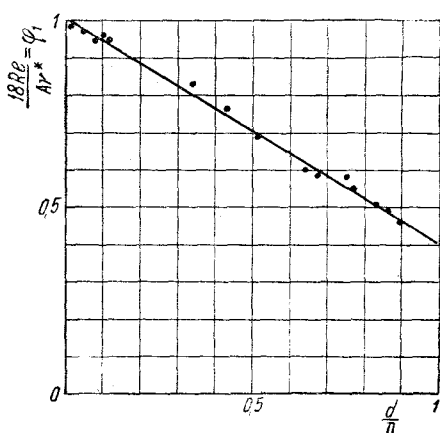


Рис. 5. Зависимость φ_1 от $\frac{d}{D}$

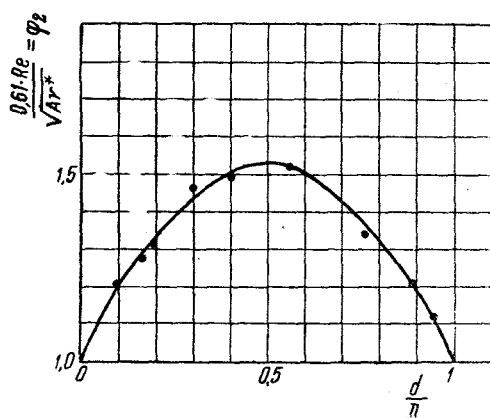


Рис. 6. Зависимость φ_2 от $\frac{d}{D}$

2. Закономерность движения в области квадратичного закона сопротивления выражается равенством

$$Re = \varphi_2 \left(\frac{d}{D} \right) \sqrt{\frac{Ar^*}{0,61}}, \quad (5)$$

где

$$\varphi_2 \left(\frac{d}{D} \right) = 1 + 2,1 \frac{d}{D} \left(1 - \frac{d}{D} \right). \quad (6)$$

График этой функции и соответствующие экспериментальные точки представлены на рис. 6.

Таким образом, в указанной области

$$Re = \frac{1 + 2,1 \frac{d}{D} \left(1 - \frac{d}{D} \right)}{0,61} \sqrt{Ar^*}.$$

3. В общем случае, охватывающем также и переходную область

$$Re = \varphi \left(Ar^*, \frac{d}{D} \right) f(Ar^*),$$

где $\varphi\left(Ar^*, \frac{d}{D}\right)$ мало отличается от единицы и изменяется в пределах от 0,4 до 1,525 при изменении критерия Архимеда от 0,1 до 10^8 , а $\frac{d}{D}$ от нуля до единицы.

4. Опыт подтвердил основной вывод теории стесненного падения, заключающийся в том, что закономерность процесса стесненного падения по сравнению со свободным падением проявляется главным образом в замене критерия Архимеда критерием Ar^* и что вид функций $f(Ar)$ и $f(Ar^*)$ один и тот же, а функция φ является только поправочным коэффициентом. Как видно из графиков рис. 7 и рис. 8,

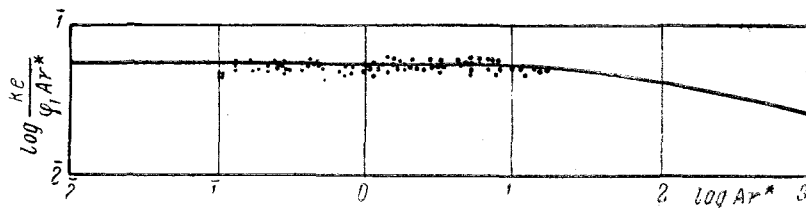


Рис. 7. Зависимость $\lg \frac{Re}{\varphi_1 Ar^*} - \lg Ar^*$ для линейной области

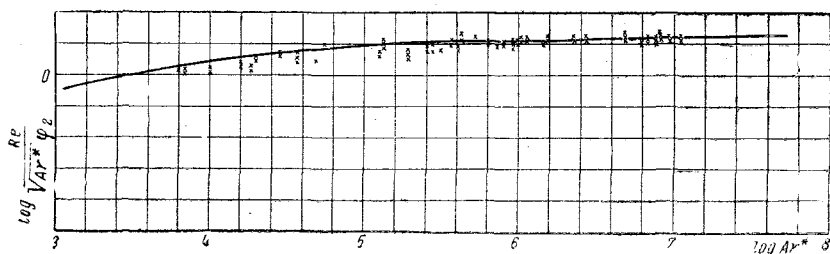


Рис. 8. Зависимость $\lg \frac{Re}{\varphi_2 \sqrt{Ar^*}} - \lg Ar^*$ для квадратичной области

точки ложатся достаточно близко к теоретической кривой, по обе стороны от нее, с небольшим симметричным разбросом, связанным с погрешностями измерений.

5. На основании экспериментальных данных был подобран конкретный вид интерполяционной формулы для коэффициента $\varphi\left(Ar^*, \frac{d}{D}\right)$ во всем практически важном интервале изменения критериев Re , Ar , $\frac{d}{D}$

$$\varphi = \frac{\varphi_1\left(\frac{d}{D}\right) + \varphi_2\left(\frac{d}{D}\right) \frac{Ar^{*0,4}}{100\left(\frac{d}{D}\right)^3}}{1 + \frac{Ar^{*0,4}}{100\left(\frac{d}{D}\right)^3}}. \quad (7)$$

6. Так как $Re = \frac{vd}{\nu}$, то скорость падения шара в стесненных условиях можно определить, решив равенство (1) относительно скорости v

$$v = \frac{\nu}{d} \frac{\varphi_1\left(\frac{d}{D}\right) + \varphi_2\left(\frac{d}{D}\right) \frac{Ar^{*0,4}}{100\left(\frac{d}{D}\right)^3}}{1 + \frac{Ar^{*0,4}}{100\left(\frac{d}{D}\right)^3}} f(Ar^*). \quad (8)$$

Для упрощения расчетов, связанных с определением скорости, можно воспользоваться двумя специально построенными номограммами (рис. 9 и рис. 10). Одна из них (рис. 9) позволяет определить

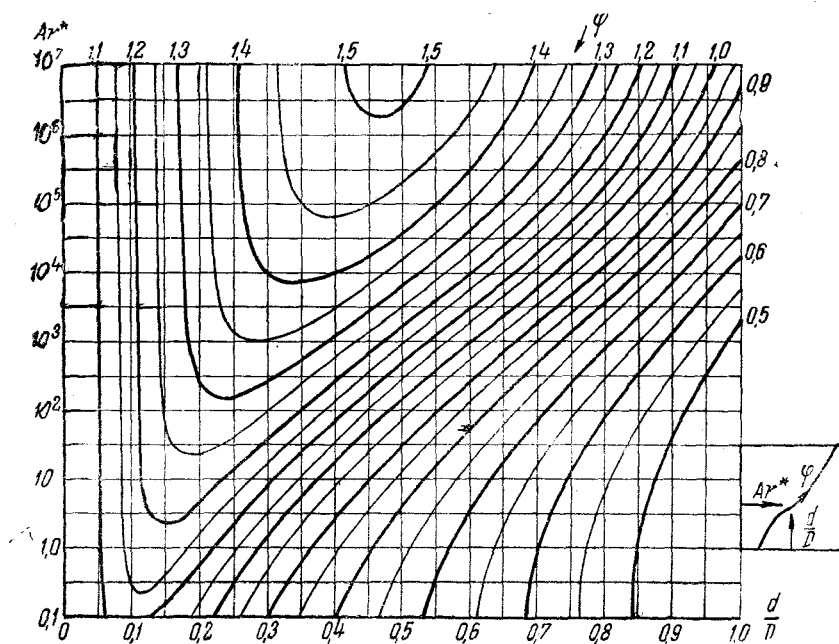


Рис. 9. Номограмма для определения φ

величину коэффициента $\varphi\left(Ar^*, \frac{d}{D}\right)$ по заданным Ar^* и $\frac{d}{D}$. Эта номограмма построена следующим образом. По координатным осям отложены Ar^* и $\frac{d}{D}$. Так как пределы изменения критерия Ar^* в наших экспериментах очень большие ($0,1 \leq Ar^* \leq 10^8$), то для Ar^* пришлось применить логарифмическую шкалу. Отношение $\frac{d}{D}$ изменялось в пределах $0 \leq \frac{d}{D} \leq 1$, поэтому для $\frac{d}{D}$ использовалась нормальная шкала.

Выбранный масштаб позволял отыскивать $\frac{d}{D}$ с точностью не меньшей, чем 0,01.

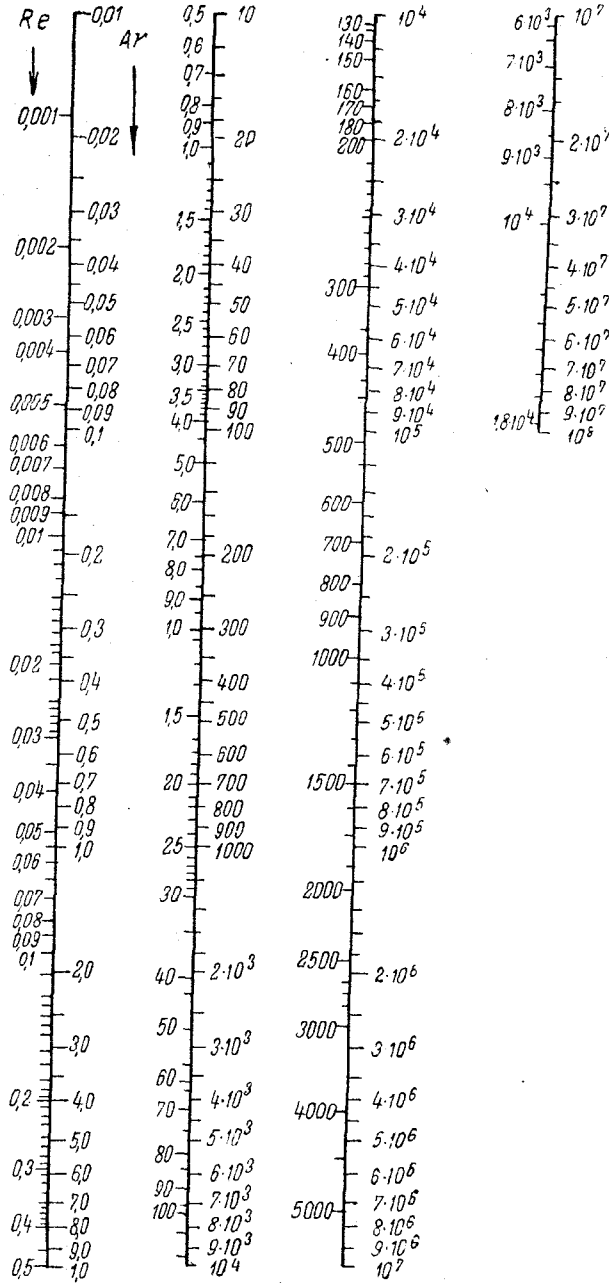


Рис. 10. Шкала зависимости критерия Re от критерия Ar для шара

Изменением критерия Ar^* в указанных пределах при постоянном отношении $\frac{d}{D}$, а затем изменением отношения $\frac{d}{D}$ от 0 до 1 при

постоянном значении Ar^* получена серия кривых, из которых каждая соответствует определенному значению $\varphi \left(Ar^*, \frac{d}{D} \right)$. Величина $\varphi \left(Ar^*, \frac{d}{D} \right)$ легко находится по пометке кривой, на которой пересекаются две взаимно перпендикулярные прямые, проведенные из Ar^* и $\frac{d}{D}$ соответственно.

Если линия, соответствующая данному значению φ , на рисунке не проведена, то ее положение определяется интерполированием между двумя соседними линиями. Допустимая при этом предельная ошибка составляет не более 0,2 от расстояния между помеченными линиями.

Вторая номограмма (рис. 10) представляет собой функциональную шкалу зависимости $f(Ar^*)$ от Ar^* . Для определения $f(Ar^*)$ можно также, с достаточной для практики точностью, воспользоваться формулой

$$f(Ar^*) = \frac{Ar^*}{18 + 0,61 \sqrt{Ar^*}}. \quad (9)$$

7. Результаты наших экспериментов достаточно хорошо совпадают с данными опытов других авторов [2], охватывающих, правда, только очень небольшие интервалы изменения критериев Re , Ar и $\frac{d}{D}$, что также является подтверждением справедливости установленной закономерности.

8. На основании полученных соотношений решена важная для практики задача, заключающаяся в определении условий стесненности, при которых шар падает с наибольшей скоростью в трубке данного диаметра, заполненной вязкой жидкостью с постоянными физическими свойствами.

Упростим формулу (1), полагая, что при малых значениях критерия Ar^* , т. е. в области линейного закона сопротивления, справедлива точно формула

$$Re = f(Ar^*) = \varphi_1 \left(\frac{d}{D} \right) \frac{Ar^*}{18} = \frac{v d}{\nu}.$$

Решив последнее равенство относительно скорости

$$v = \frac{g D^2}{18 \nu} \frac{\delta - \rho}{\rho} \left(\frac{d}{D} \right)^2 \left(1 - \frac{d}{D} \right)^2 \left(1 - 0,6 \frac{d}{D} \right)$$

и исследовав его на максимум, находим, что скорость достигает наибольшего значения при $\frac{d}{D} \approx 0,45$.

Такой теоретический вывод хорошо согласуется с нашими экспериментальными данными, вплоть до падения со скоростями порядка 10 см/сек, точнее до числа Рейнольдса порядка 3—5. На рис. 11 приведена соответствующая кривая для падения шаров в трубе, заполненной глицерином.

При движении с достаточно большими скоростями закономерность стесненного падения приблизительно выражается формулой

$$Re = \frac{v d}{\nu} = \varphi_2 \left(\frac{d}{D} \right) \frac{\sqrt{Ar^*}}{0,61}$$

или

$$v = \frac{1}{0,61} \sqrt{\frac{gD(\delta - \rho)}{\rho}} \left[1 + 2,1 \frac{d}{D} \left(1 - \frac{d}{D} \right) \right] \left(1 - \frac{d}{D} \right) \left(\frac{d}{D} \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Это выражение достигает максимума при $\frac{d}{D} \approx 0,392$, что также хорошо совпадает с данными опыта.

На рис. 12 представлена графически зависимость скорости падения стальных шаров в воде и водном растворе CaCl_2 при разных значениях отношения $\frac{d}{D}$.

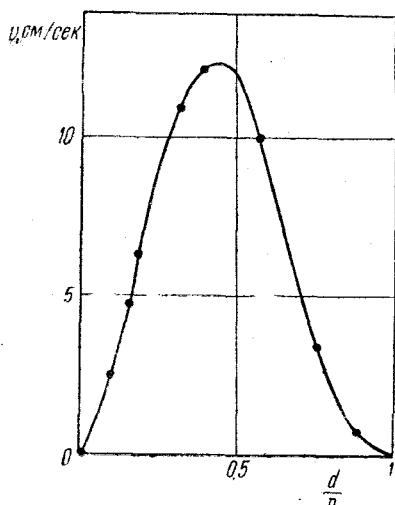


Рис. 11. Зависимость скорости падения шара от $\frac{d}{D}$ (линейная область)

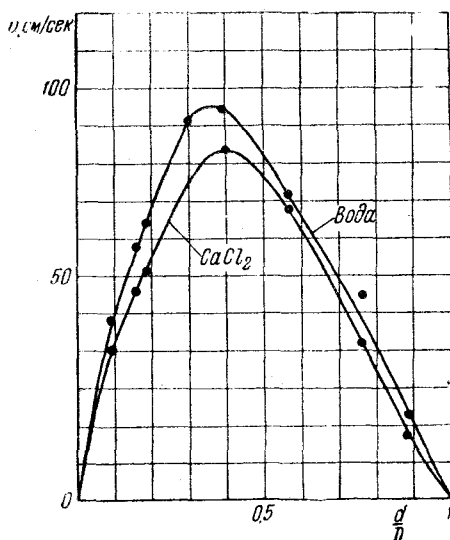


Рис. 12. Зависимость скорости падения шара от $\frac{d}{D}$ (квадратичная область)

9. Полученное общее решение задачи стесненного движения шара существенно для исследования реологических свойств (вязкости) чистых жидкостей и суспензий при помощи шариковых вискозиметров.

Основной недостаток существующих конструкций шариковых вискозиметров заключается в больших размерах трубок и связанных с этим неудобствах термостатирования. Кроме того, для процесса исследования необходимо значительное количество жидкости.

В вискозиметре с шариком, падающим в стесненных условиях, все эти недостатки устраняются. Тем самым намечаются пути широкого применения шариковых вискозиметров для измерения коэффициента вязкости высоковязких жидкостей и эффективной вязкости суспензий.

Использованная литература

1. Розенбаум Р. Б. Стесненное падение шара в вязкой жидкости. Канд. диссертация. Ленингр. Политехнич. ин-т, 1955.
2. Лященко П. В. Изучение гидродинамических основ гравитационного обогащения. Фонды МГИ, 1932.