Записки Ленинградского орденов Ленина и Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова т. XXXVII, вып. 1, 1958 г.

К ОЦЕНКЕ ТОЧНОСТИ ГИПСОМЕТРИЧЕСКИХ ПЛАНОВ ЗАЛЕЖЕЙ

Е. И. Попов

Гипсометрические планы залежей являются важнейшими документальными и рабочими материалами как в период проектирования и строительства горных предприятий, так и в период их эксплуатации. Естественно поэтому, что при использовании гипсометрических планов неизбежно возникает вопрос об их точности. Однако, как правило, точность гипсометрических планов, построенных по данным детальной разведки, не оценивается. Объясняется это, с одной стороны, тем, что к точности гипсометрических планов не предъявляются конкретные требования, а с другой стороны, тем, что не уделяется должного внимания разработке методов оценки точности изображения формы залежей.

В настоящей статье делается попытка осветить некоторые вопросы оценки точности гипсометрических планов пластообразных горизонтально и полого залегающих залежей.

Точность гипсометрических планов зависит от того, насколько полно вскрываются закономерности изменения формы залежи, т. е. от степени изученности геометризируемых участков и месторождения в целом.

Степень же изученности геометризируемого участка месторождения определяется суммой всех сведений о геологии месторождения и относительной плотностью точек, в которых определяются значения показателей формы залежи (отметки почвы, мощность).

Следовательно, в зависимости от степени изученности участка месторождения изменяется и характер показателей. Действительно, если вскрываются закономерности изменения формы залежи, то показатели выступают как закономерно изменяющиеся величины; если, напротив, закономерности изменения формы залежи не вскрываются (частично или полностью), то показатели выступают как незакономерно изменяющиеся величины. Последний случай представляет с точки зрения оценки точности гипсометрических планов особый интерес, так как за внешне беспорядочным, как бы незакономерным изменением показателей может скрываться вполне определенная, основная закономерность изменения формы залежи, которая вскрыта при данной плотности разведочной сети, но затушевана отклонениями от этой основной закономерности.

Методы численной оценки точности гипсометрических планов, в свою очередь, определяются характером показателей. Поэтому оценке точ-

ности гипсометрических планов должен предшествовать анализ геологических условий образования и формирования данной залежи. В результате анализа должен быть установлен характер показателей, полученных при той или иной плотности разведочной сети. В частности, анализ геологических данных должен дать более или менее определенный ответ на следующие вопросы: что представляет собой основная форма залежи — форма, присущая данному типу и месторождению полезного ископаемого; каковы причины образования и закономерности изменения основной формы залежи; каковы причины образования вторичных форм, сопровождающих в той или иной степени искажающих основную форму залежи; каковы, наконец, закономерности изменения их параметров и распределения на изучаемом участке.

Из изложенного выше следует, что методы оценки точности гипсометрических планов будут принципиально различными, когда: 1) полностью вскрываются закономерности изменения формы залежи; 2) закономерности изменения формы залежи не вскрываются; 3) закономерности изменения формы залежи вскрываются частично.

Рассмотрим первый случай. Он имеет место при изображении простых по форме залежей, у которых закономерности изменения формы вскрываются при сравнительно небольшой плотности точек определения показателей и когда выполняются следующие условия: а) основная форма залежи ограничена поверхностями, близкими к геометрически правильным; б) вторичные формы либо отсутствуют, либо настолько мало искажают основную форму, что ими можно пренебречь.

Очевидно, этим условиям будут отвечать пластовые или части пластообразных залежей, сравнительно выдержанные по мощности, со спокойным пологим залеганием и слабо волнистой почвой. Если эти условия выполняются, то последовательные разности значений показателя до порядка n не меняют знака либо по всей разведочной линии, либо в сериях, закономерно повторяющихся по всем линиям разведочной сети. Последнее указывает на плавное изменение элементов залегания залежи. Кроме того, существуют наименьшие и приблизительно равные по абсолютной величине разности порядка $n-1$ (либо разности всех порядков закономерно убывают, либо возрастают по разведочной линии), а разности порядка $n+2$ и выше увеличиваются по абсолютному значению.

Установив, что показатели выступают как закономерно изменяющиеся величины, полностью вскрывающие закономерности изменения формы залежи, ими можно оперировать как функционально зависимыми. Следовательно, геометризируемую функцию можно заменить по поперечным и продольным разрезам соответствующей системой интерполяционных многочленов, значения которых совпадают со значениями показателей в точках их определения. Методы оценки возникающих при этом погрешностей общеизвестны, поэтому на них здесь не останавливаемся.

Перейдем к случаю, когда закономерности изменения формы залежи не вскрываются. Это имеет место при разведке горизонтально залегающих пластообразных залежей со сложным микрорельефом их почвы и кровли, который определяется параметрами и распределением вторичных форм. При этом показатели, характеризующие изменения основной формы, — величины постоянные, а расстояния между точками определения показателей значительно больше параметров вторичных форм. Следовательно, в каждое значение показателя будут входить две составляющие: постоянная, отражающая отсутствие изменения основной

формы, и случайная, отражающая скрытые закономерности изменения параметров вторичных форм и их распределения на площади изучаемого участка месторождения. Однако, основываясь только на анализе геологических данных, нельзя еще считать, что показатели — действительно случайные величины. Поэтому необходима объективная проверка правильности наших предположений.

В качестве такой проверки можно использовать применяющиеся в математической статистике критерии статистической подконтрольности, основанные на анализе серий и среднем квадратов последовательных первых разностей [5]. В соответствии с этими критериями последовательность величин статистически подконтрольна, если выполняются следующие два условия: а) первые разности не постоянны как по знаку, так и по величине — они меньше (по абсолютной величине) всех последующих разностей высших порядков; б) оценки дисперсии, вычисленные без учета и с учетом порядка следования значений показателя, равны между собой.

Чтобы сравнить дисперсии, их вычисляют по обычной формуле

$$\sigma^2 = \frac{\sum (\varepsilon - \varepsilon_{ср})^2}{n-1} \qquad (1)$$

и по квадратам первых разностей последовательности $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots; \varepsilon_i, \ldots, \varepsilon_n$ $(i = 1, 2, 3, \ldots, n)$ по формуле

$$\sigma_1^2 = \frac{\sum \Delta_i'^2}{2k}, \qquad (2)$$

где $\Delta_i'^2$ — квадраты значений последовательных первых разностей;
k — число первых разностей.

Затем определяется отношение

$$r = \frac{\sigma_1^2}{\sigma^2}. \qquad (3)$$

Если $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots; \varepsilon_i, \ldots, \varepsilon_n$ — случайная выборка [5] из нормально распределенной генеральной совокупности с параметрами $(0, \sigma_0^2)$, то последовательные первые разности будут распределены нормально с параметрами $(0, 2\sigma_0^2)$, так что

$$\text{МО}\{(\Delta_i' - \bar{\Delta}')^2\} = \text{МО}\{\Delta_i'^2\} = 2\sigma_0^2$$

при $n > 20$, r также распределено нормально с параметрами

$$\left\{1, \frac{1}{n+1}\left(1 - \frac{1}{n-1}\right)\right\},$$

т. е. $$\text{МО}\, r = 1,$$

так как

$$\text{МО}\{(r - r_{ср})^2\} = \frac{1}{n+1}\left(1 - \frac{1}{n-1}\right).$$

Значимость отличия r от его математического ожидания определяется из отношения

$$U_p = \frac{r - \text{МО}r}{\sigma_r} \simeq (r-1)\sqrt{n+1}; \qquad (4)$$

при этом, чем ближе U_p к нулю, тем меньше различие между σ^2 и σ_1^2. Установление закона распределения показателей производится в первом приближении графически, т. е. построением гистограммы частот.

При $U_p \approx 0$ построение гипсометрического плана невозможно, так как последний представляет как бы графическую модель закономерностей изменения формы залежи, а они по условию не вскрываются. Поэтому форму залежи можно охарактеризовать лишь средними отметками почвы и кровли и среднеквадратическим отклонением от этих средних. Отсюда значение показателя в любой точке (кроме точек непосредственного определения) получается по формуле

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{ср} \pm \sqrt{t^2 \frac{\sigma^2}{n} + t^2\sigma^2} \cong \varepsilon_{ср} \pm t\sigma, \qquad (5)$$

где $\varepsilon_{ср}$ — среднее значение показателя;

σ^2 — дисперсия показателя;

$\frac{\sigma^2}{n}$ — дисперсия среднего значения показателя.

Примером случая, когда не вскрываются закономерности изменения формы залежи, может служить разведка (по сетке 250×250) сильно закарстованных участков месторождений Подмосковного угольного бассейна с горизонтальным залеганием напластований.

Наконец, рассмотрим третий случай, когда частично вскрываются закономерности изменения формы залежи. Здесь разведочная сеть вскрывает основную форму, но не вскрывает сопутствующие ей вторичные формы. Показатели внешне выступают как незакономерно изменяющиеся величины. В данном случае каждое значение показателя можно рассматривать как состоящее из двух составляющих: систематической и случайной. Систематическая составляющая отражает закономерности изменения основной формы, случайная составляющая — скрытые закономерности изменения параметров вторичных форм и их распределения на площади изучаемого участка месторождения.

Поэтому в отличие от второго случая оценки дисперсии показателей, вычисленные с учетом и без учета порядка их следования (формулы (1) и (2)), будут значимо отличаться друг от друга, а в последовательных первых разностях будут встречаться длинные серии одинакового знака.

Согласно сказанному выше, каждое значение показателя можно представить в следующем виде:

$$\varepsilon_i = \varepsilon_i' + \varepsilon_i'', \qquad (6)$$

где $\varepsilon_1' = f(x, y)$ — систематическая составляющая показателя;

$\varepsilon_i'' = \sum_{j=1}^{n} Z_j$ — случайная составляющая показателя.

Здесь $\sum_{j=1}^{n} Z_j$ — сумма n случайных величин Z_j, которые определяются характером и причинами образования соответствующих вторичных форм.

Так как по условию любое искажение основной формы входит в случайную составляющую ε_i'', то задача оценки точности гипсометрических планов сводится в первую очередь к отделению систематической составляющей показателя от случайной и к определению закона распределения случайной составляющей и его параметров.

Остановимся на одном из возможных вариантов, когда основной формой почвы или кровли залежи является плоскость или близкая

к ней криволинейная поверхность с определенными элементами залегания. Случайная составляющая подчиняется нормальному закону распределения.

В этом случае вторые последовательные разности систематической составляющей показателя равны нулю или близки к нулю. Следовательно, значения вторых последовательных разностей, вычисленные по значениям показателей, определяются только случайной составляющей

$$\Delta_i'' = \varepsilon_i'' - 2\varepsilon_{i+1}'' + \varepsilon_{i+2}''. \tag{7}$$

Если расстояния между точками определения показателей различны, то разделение систематических и случайных составляющих можно производить по формуле

$$\Delta''_{i(l_i \neq l_{i+1})} = l_2\varepsilon_i'' - (l_1 + l_2)\,\varepsilon_{i+1}'' + l_1\varepsilon_{i+2}'', \tag{8}$$

где l_i — расстояния между точками определения показателя.

Оценка дисперсии производится по формулам:

$$\sigma^2_{\varepsilon_i''} = \frac{\sum \Delta_i''^2}{6\,(n-2)} \tag{9}$$

и

$$\sigma^2_{\varepsilon_i''} = \frac{\sum \Delta_i''^2{}_{(l_i \neq l_{i+1})}}{2\sum (l_1^2 + l_1 l_2 + l_2^2)}. \tag{10}$$

Действительно, пусть $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots; \varepsilon_i, \ldots, \varepsilon_n$ $(i = 1, 2, 3, \ldots, n)$ последовательность случайных величин, распределенных нормально с параметрами σ_0^2 и ε_0. Сгруппируем эти величины следующим образом

$$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3;\ \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4; \ldots; \varepsilon_i, \varepsilon_{i+1}; \varepsilon_{i+2} \ldots; \varepsilon_{n-2}, \varepsilon_{n-1}, \varepsilon_n.$$

Вычислим средние

$$\bar{\varepsilon}_1 = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3}{3};\ \bar{\varepsilon}_2 = \frac{\varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_4}{3}; \ldots; \bar{\varepsilon}_i = \frac{\varepsilon_i + \varepsilon_{i+1} + \varepsilon_{i+2}}{3}; \ldots; \bar{\varepsilon}_{n-2} = \frac{\varepsilon_{n-2} + \varepsilon_{n-1} + \varepsilon_n}{3}.$$

Вычислим частные дисперсии

$$\sigma_1^2 = \frac{(\varepsilon_1 - \bar{\varepsilon}_1)^2 + (\varepsilon_2 - \bar{\varepsilon}_1)^2 + (\varepsilon_3 - \bar{\varepsilon}_1)^2}{3-1};\ \sigma_2^2 = \frac{(\varepsilon_2 - \bar{\varepsilon}_2)^2 + (\varepsilon_3 - \bar{\varepsilon}_2)^2 + (\varepsilon_4 - \bar{\varepsilon}_2)^2}{2}$$

и т. д.

Так как каждая группа $\varepsilon_{i-1}; \varepsilon_i; \varepsilon_{i+1}$ есть выборка из последовательности $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \ldots, \varepsilon_i, \ldots; \varepsilon_n$, то оценку σ_0^2 можно получить из выражения

$$\sigma_0^2 \simeq \sigma^2 = \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \ldots + \sigma_i^2 + \ldots + \sigma_{n-2}^2}{n-2}. \tag{а}$$

Рассмотрим выражение

$$\sigma_i^2 = \frac{(\varepsilon_i - \bar{\varepsilon}_i)^2 + (\varepsilon_{i+1} - \bar{\varepsilon}_i)^2 + (\varepsilon_{i+2} - \bar{\varepsilon}_i)^2}{2}.$$

Его можно представить в следующим виде:

$$\sigma_i^2 = \frac{[-(\varepsilon_{i+1} - 2\varepsilon_i + \varepsilon_{i+2})]^2 + [-(\varepsilon_i - 2\varepsilon_{i+1} + \varepsilon_{i+2})]^2 + [-(\varepsilon_i - 2\varepsilon_{i+2} + \varepsilon_{i+1})]^2}{18}, \quad (б)$$

которое следует из

$$(\varepsilon_i - \bar{\varepsilon}_i) = \left(\varepsilon_i - \frac{\varepsilon_i + \varepsilon_{i+1} + \varepsilon_{i+2}}{3}\right)^2 = \frac{[-(\varepsilon_{i+1} - 2\varepsilon_i + \varepsilon_{i+2})]^2}{9}$$

и т. д.

Замечая, что $[-(\varepsilon_i - 2\varepsilon_{i+1} + \varepsilon_{i+2})]$ есть вторая разность, вычисленная по значениям ε_i, ε_{i+1}, ε_{i+2}, перепишем (б) в следующем виде:

$$\sigma_i^2 = \frac{\Delta''^2_i + [-(\varepsilon_{i+1} - 2\varepsilon_i + \varepsilon_{i+2})]^2 + [-(\varepsilon_i - 2\varepsilon_{i+2} + \varepsilon_{i+1})]^2}{18}. \quad (в)$$

Рассмотрим два члена последнего выражения

$$[-(\varepsilon_{i+1} - 2\varepsilon_i + \varepsilon_{i+2})]^2 \text{ и } [-(\varepsilon_i - 2\varepsilon_{i+2} + \varepsilon_{i+1})]^2.$$

Раскрывая оба выражения и складывая их, получим

$$\begin{aligned}
&[-(\varepsilon_{i+1} - 2\varepsilon_i + \varepsilon_{i+2})]^2 + [-(\varepsilon_i - 2\varepsilon_{i+2} + \varepsilon_{i+1})]^2 = \\
&= 5\varepsilon_i^2 + 2\varepsilon_{i+1}^2 + 5\varepsilon_{i+2}^2 - 2\varepsilon_i\varepsilon_{i+1} - 8\varepsilon_i\varepsilon_{i+2} - 2\varepsilon_{i+1}\varepsilon_{i+2} = \\
&= (\varepsilon_i - \varepsilon_{i+1})^2 + (\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_{i+2})^2 + 4(\varepsilon_i - \varepsilon_{i+2})^2. \quad (г)
\end{aligned}$$

На основании (в) и (г) можем написать

$$\sigma_i^2 = \frac{\Delta''^2_i + (\varepsilon_i - \varepsilon_{i+1})^2 + (\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_{i+2})^2 + 4(\varepsilon_i - \varepsilon_{i+2})^2}{18}. \quad (д)$$

Суммируя (д) от $i = 1$ до $n - 2$, получим

$$\begin{aligned}
\sigma^2 \cdot (n-2) = \sum_{i=1}^{n-2} \sigma_i^2 = \frac{1}{18} \{ &[\Delta''^2_1 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + 4(\varepsilon_1 - \varepsilon_3)^2] + \\
&+ [\Delta''^2_2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_4)^2 + 4(\varepsilon_2 + \varepsilon_4)^2] + \\
&+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + \\
&+ [\Delta''^2_i + (\varepsilon_i - \varepsilon_{i+1})^2 + (\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_{i+2})^2 + 4(\varepsilon_i - \varepsilon_{i+2})^2] + \\
&+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + \\
&+ [\Delta''^2_{n-2} + (\varepsilon_{n-2} - \varepsilon_{n-1})^2 + (\varepsilon_{n-1} - \varepsilon_n)^2 + 4(\varepsilon_{n-2} - \varepsilon_n)^2] \} = \\
= \frac{1}{18} \Big[&\sum_{i=1}^{n-2} \Delta''^2_i + 2 \sum_{k=1}^{n-1} \Delta'^2_k + 4 \sum_{j=1}^{r} \Delta'^2_j - (\Delta'^2_1 + \Delta'^2_{n-1}) \Big], \quad (е)
\end{aligned}$$

где $\sum_{i=1}^{n-2} \Delta''^2_i$ — сумма квадратов последовательных вторых разностей;

$2 \sum_{k=1}^{n-1} \Delta'^2_k$ — удвоенная сумма квадратов последовательных первых разностей;

$4\sum_{j=1}^{r}\Delta_j'^2$ — учетверенная сумма квадратов последовательных первых разностей через одно значение ε_i в двух комбинациях (рис. 1);

$\Delta_1'^2$ и $\Delta_{n-1}'^2$ — значение квадратов первой и последней первых разностей.

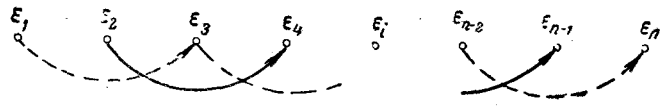


Рис. 1. Схема вычисления первых разностей через одно значение показателя

Исходя из выражения (е), можем написать

$$\sigma^2 = \frac{1}{18}\left(\frac{\sum\Delta_i''^2}{n-2} + \frac{2\sum\Delta_k'^2}{n-2} + \frac{4\sum\Delta_j'^2}{n-2}\right).$$

Члены $\Delta_1'^2$ и $\Delta_{n-1}'^2$ опущены, так как вместо $\frac{1}{18}\frac{2\sum\Delta_k'^2}{n-1}$ взято $\frac{1}{18}\times$ $\times\frac{2\sum\Delta_k'^2}{n-2}$, т. е. каждую из двух сумм мы уменьшили на одно значение $\Delta_k'^2$.

Исходя из оценки дисперсии σ_0^2 по квадратам последовательных первых разностей [5], получим

$$\frac{1}{18}\frac{2\sum\Delta_k'^2}{n-2} \approx \frac{2}{9}\sigma_0^2$$

и

$$\frac{1}{18}\frac{4\sum\Delta_j'^2}{n-2} \approx \frac{4}{9}\sigma_0^2.$$

Отсюда

$$\sigma^2 - \frac{12}{18}\sigma^2 = \frac{1}{18}\frac{\sum\Delta_i''^2}{n-2}$$

или

$$\sigma_0^2 \approx \sigma_{\varepsilon_i}^{2}{}_{n} = \frac{\sum\Delta_i''^2}{6(n-2)}.$$

Таким образом, мы получили формулу (9).

Следует заметить, что эту формулу нельзя считать строгой, так как в последовательные вторые разности входят соседние значения ε_i и поэтому Δ_i'' не будут независимыми величинами.

Если в $\Sigma\Delta_i''^2$ включать только каждое четвертое значение последовательных вторых разностей (и таким образом вычислять для каждой разведочной линии три самостоятельных оценки дисперсии показателя), то формула (9) становится строгой, так как значения Δ_i'' не перекрываются и их можно считать независимыми величинами.

Эту же формулу можно получить другим путем, если положить [5], что

$$\varepsilon_i = \alpha_0 + \varepsilon_1\alpha_1 + \varepsilon_2\alpha_2 + \ldots + \varepsilon_k\alpha_k,$$

где ε_1; ε_2; ε_3; ...; ε_k — случайные величины;
α_0; α_1; α_2; ...; α_k — постоянные,

то

$$\text{МО}\varepsilon_i = \text{МО}\{\alpha_0 + \varepsilon_1\alpha_1 + \varepsilon_2\alpha_2 + \ldots + \varepsilon_k\alpha_k\} =$$
$$= \alpha_0 + \alpha_1 \text{ МО } \varepsilon_1 + \alpha_2 \text{ МО } \varepsilon_2 + \ldots + \alpha_k \text{ МО } \varepsilon_k$$

и

$$\sigma^2_{\varepsilon_i} = \alpha_1^2\sigma^2_{\varepsilon_1} + \alpha_2^2\sigma^2_{\varepsilon_2} + \ldots + \alpha_k^2\sigma^2_{\varepsilon_k}, \qquad (ж)$$

при условии, что любые две величины ε_i стохастически независимы. При

$$\sigma^2_{\varepsilon_1} = \sigma^2_{\varepsilon_2} = \ldots = \sigma^2_{\varepsilon k}$$

получим

$$\sigma^2_{\varepsilon_i} = \sigma^2_{\varepsilon(1-k)} \sum_{j=1}^{k} \alpha_j^2. \qquad (з)$$

Отсюда следует, что для каждого четвертого значения вторых последовательных разностей

$$\Delta''_{i(4)} = \varepsilon''_i - 2\varepsilon''_{i+1} + \varepsilon''_{i+2}$$

будем иметь

$$\text{МО}\Delta''_{i(4)} = 0.$$

$$\text{МО}\{(\Delta''_{i(4)} - \overline{\Delta''})^2\} = \sigma^2_{\Delta''_i(4)} = 6\sigma^2_{\varepsilon''_i}$$

или

$$\sigma^2_{\varepsilon''_i} = \frac{\sum \Delta''^2_{i(4)}}{6(n-2)} \frac{6(n-2)}{2n} \approx \frac{\sum \Delta''^2_i}{6(n-2)},$$

т. е. получим приведенную выше формулу (9).

По аналогии с этим выводом для случая, когда точки определения показателя расположены не по правильной сетке, основываясь на формулах (8), (ж) и (з), получим

$$\text{МО}\,\Delta''_{i(l_i \neq l_{i+1})} = (l_2 - l_1 - l_2 + l_1)\,\overline{\varepsilon''_i} = 0.$$

$$\text{МО}\{(\Delta''_{i(l_i \neq l_{i+1})} - \overline{\Delta''}_{(l_i \neq l_{i+1})})^2\} = l_2^2\sigma^2_{\varepsilon''_i} + l_1^2\sigma^2_{\varepsilon''_{i+1}} + 2l_1l_2\sigma^2_{\varepsilon''_{i+1}} +$$
$$+ l_2^2\sigma^2_{\varepsilon''_{i+1}} + l_1^2\sigma^2_{\varepsilon''_{i+2}} = 2\sigma^2_{\varepsilon''_i}(l_2^2 + l_1l_2 + l_1^2)$$

или

$$\sigma^2_{\varepsilon''_i} = \frac{\sum \Delta''^2_{i(l_i \neq l_{i+1})}}{2\sum(l_2^2 + l_1l_2 + l_1^2)},$$

т. е. приведенную выше формулу (10).

Приведем следующий пример. Взята случайная выборка 27 сумм четырех случайных чисел (из таблиц случайных чисел); значения записаны в порядке их получения (рис. 2). Параметры генеральной совокупности:

$$\sigma_0^2 = 33; \quad \varepsilon_0 = 18.$$

Формула (9) дает хорошую оценку дисперсии $\sigma^2_{\varepsilon''_i} = 36$; формула (1) дает не более точную оценку, а именно: $\sigma^2 = 29$.

На рис. 3 показана та же последовательность, но измененная систематической составляющей, определяемой линией $ABCD$ (или, что равносильно, линией $A'B'C'D'$).

Вычисления дают

$$\sigma^2 = 111{,}3; \quad \sigma^2_{\varepsilon_i} = 36; \quad \sigma^2_1 = 35{,}4.$$

Исключая из расчета четные значения показателей, получаем

$$\sigma^2 = 110{,}3; \quad \sigma^2_{\varepsilon_i''} = 37{,}2; \quad \sigma^2_1 = 32{,}5.$$

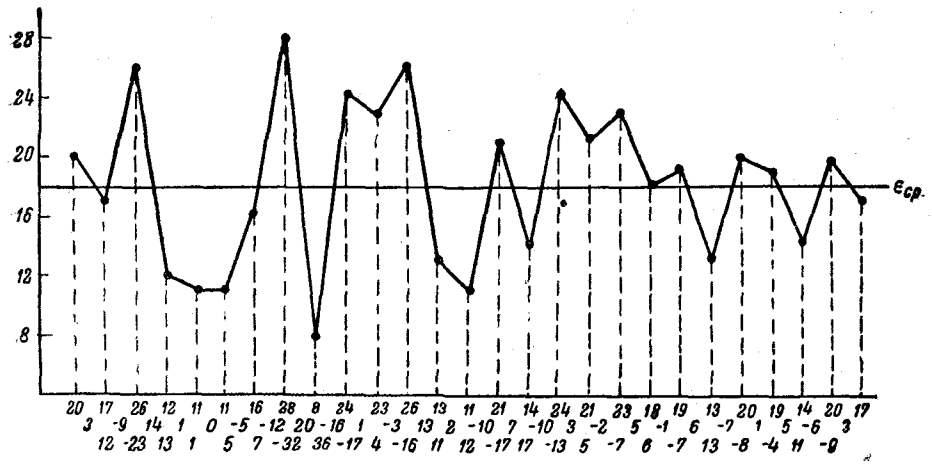


Рис. 2. Последовательность случайных чисел

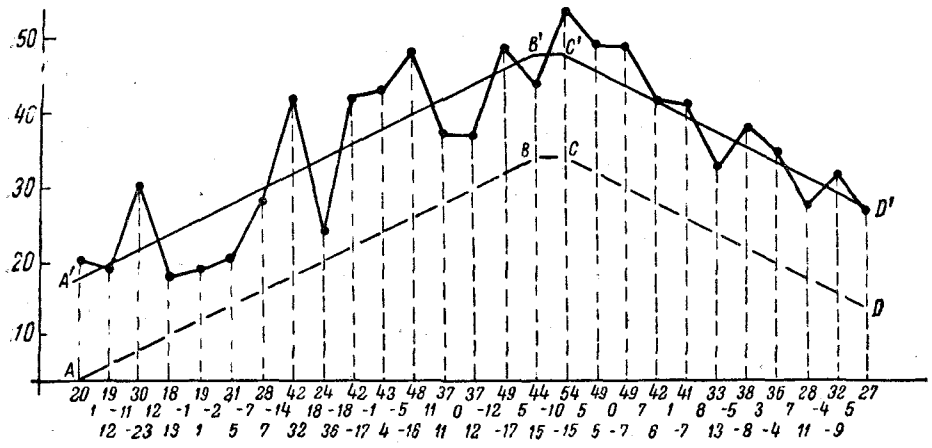


Рис. 3. Измененная последовательность случайных чисел

Таким образом, оценки приблизительно сохранят свои значения, причем формула (9) дает хорошую оценку дисперсии, по формуле же (1) оценивать дисперсию нельзя.

Оценку дисперсии случайных составляющих в предположении, что основная форма залежи — плоскость или близкая к ней поверхность, можно производить по «красным числам», предложенным А. И. Осецким [2] для характеристики соответствия густоты разведочных точек

характеру разведуемой залежи. «Красное число» K определяется из выражения (рис. 4)

$$K = \frac{(\varepsilon_1 + \varepsilon_4) - (\varepsilon_2 + \varepsilon_3)}{12}. \qquad (11)$$

Если каждое ε_i содержит систематическую и случайную составляющие, то, очевидно, в K систематическая составляющая исключена, т. е.

$$K = \frac{(\varepsilon_1'' + \varepsilon_4'') - (\varepsilon_2'' + \varepsilon_3'')}{12}.$$

Вычисляя по всем ячейкам разведочной сети

$$K' = (\varepsilon_1'' + \varepsilon_4'') - (\varepsilon_2'' + \varepsilon_3''),$$

получим совокупность величин, по которым можно приближенно, но более точно, чем по формуле (1), оценить дисперсию случайных составляющих ε_i''. При этом формулу для оценки дисперсии получим в следующем виде:

$$\text{МО}\,K' = 0; \quad \text{МО}\,[(K' - \overline{K'})^2] = 4\sigma^2_{\varepsilon_i''};$$

$$\sigma^2_{\varepsilon_i''} = \frac{\sigma^2_{k'}}{4} = \frac{\sum K'^2}{4n_k}. \qquad (12)$$

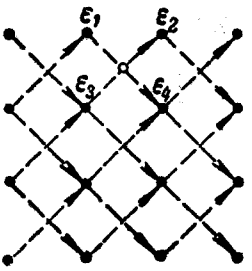


Рис. 4. Схема вычисления «красных чисел»

Подчинение нормальному закону распределения величин Δ''; Δ'; K' и ε_i'' проверяется в первом приближении графически, построением гистограммы частот.

В качестве примера рассмотрим оценку точности построения гипсометрического плана почвы пласта по данным детальной разведки на участке поля шахты № 17 треста Щекинуголь, Подмосковного угольного бассейна.

Многочисленные работы по геологии Подмосковного угольного бассейна, отражающие накопленный опыт разведки и эксплуатации месторождений, позволяют сделать следующие выводы о характере основной и вторичных форм отдельных месторождений или их участков.

Основная форма. А. Э. Ульмер [4] подразделяет неровности древних поверхностей, на которых происходило накопление осадков различных циклов, на элементы рельефа трех порядков: 1) представляющих собой обширные пространства; 2) измеряющихся вкрест простирания сотнями метров и километрами и обладающих амплитудой рельефа, достигающей 80—100 *м*; 3) представляющих собой чисто местные неровности небольшой протяженности с амплитудой рельефа до 20—30 *м*.

А. Э. Ульмер отмечает также, что угленакопление в Подмосковном бассейне обусловлено рельефом местности в момент, предшествовавший периодам накопления углесодержащих осадков. Основными факторами при этом являются форма и взаиморасположение элементов древнего рельефа первого и второго порядков. Наибольшее развитие углисто-глинистых отложений и максимальная мощность угольных пластов приурочены к умеренным возвышенностям и верхним частям склонов.

По К. Ю. Волкову [1], *промышленное угленакопление сосредоточено в основном на склонах структурных поднятий и котловин окского времени.*

Следовательно, на сравнительно больших площадях (элементы древнего рельефа первого, второго, третьего порядков) почва залежей — наклонные поверхности. Что же касается более мелких участков месторождений, то, например, в работе по геометризации Усть-Колпинского и Мостовского участков Подмосковного угольного бассейна [7] установлено, что лишь в небольшой части северной группы шахт Мостовского месторождения наблюдается нормальное залегание геологических напластований; в основном же геологические напластования имеют то или иное погружение.

Из сказанного следует, что основную форму известкового фундамента на ограниченных участках можно считать плоскостью либо поверхностью, близкой к ней и имеющую определенный угол падения и редко залегающую нормально. Вполне возможно выделить эти участки, хотя бы приблизительно, еще на стадии предварительной разведки месторождения, особенно используя данные электроразведки [3]. Например, для шахтного поля шахты № 17 еще до детальной разведки [6] можно считать, что здесь пласт залегает с общим падением на юг. Скважины детальной разведки (по сетке 250×250 *м*) показывают, что вся группа северных скважин имеет отметку фундамента ≈ 25 *м*, вся группа южных скважин ≈ 15 *м* (рис. 5).

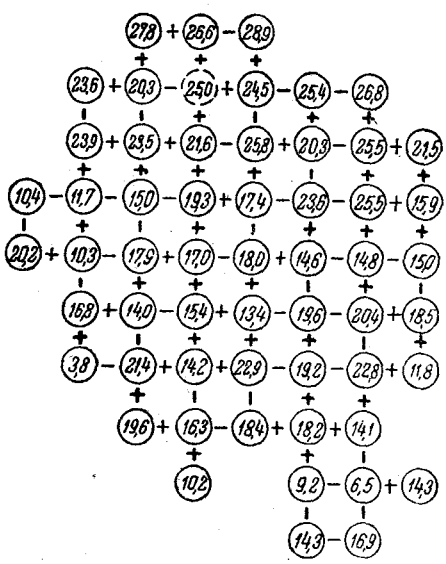


Рис. 5. Схема расположения скважин детальной разведки (шахтное поле шахты № 17)

Вторичные формы почвы пласта определяются следующими факторами: 1) карстообразованием и размывом, происходившим до периода угленакопления (обозначим соответственно величину изменения основной формы через Z_1 и Z_2); 2) последующим отложением песчаной толщи [6], которая заполнила пониженные участки и перекрыла окружающие пространства (Z_3); 3) последующим размывом песчаной толщи [6]; вполне вероятно, что в этот период не прекращался процесс карстообразования (Z_4); 4) процессом карстообразования, происходящим в известняках всех толщ [7] (но главным образом в девонских отложениях) после образования основного пласта и до наших дней (Z_5).

Карсты имеют разнообразную форму, различны по величине и поразному нарушают пласт (в зависимости от величины карстовых провалов). Они неравномерно распределены по площади шахтного поля. Факторы 1, 2 и 3 способствовали образованию как положительных, так и отрицательных вторичных форм, фактор 4 — образованию только отрицательных вторичных форм.

Очевидно, что общее действие всех факторов в любой точке определится как $\varepsilon_i'' = \Sigma Z_j$. В эту сумму следует включить также технические ошибки определения отметок почвы пласта, которые могут достигать значительной величины. Так, в работе [7] дается оценка этой ошибки для 178 скважин, из которых 47 (26%) имеют ошибку от 0 до $\pm 0{,}25$ *м* и 11 (5,7%) имеют ошибку ± 5 *м*. Здесь же отмечается, что эти ошибки носят случайный характер.

На рис. 5 видно, что знаки первых разностей по продольным линиям не имеют серий с числом одинаковых знаков больше трех, тогда как по поперечным линиям наблюдаются серии из 6 одинаковых знаков.

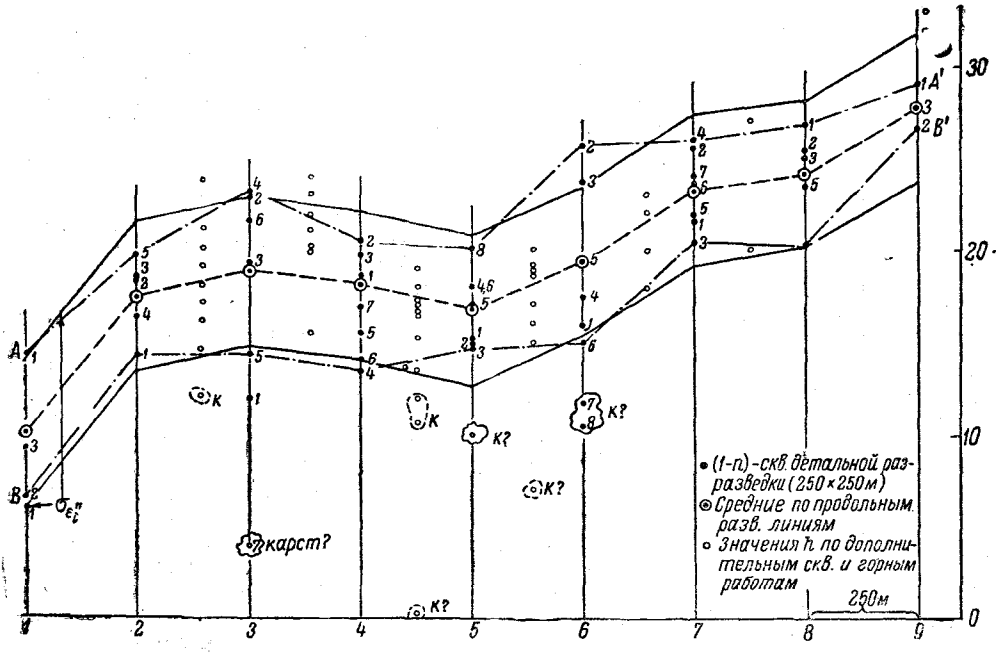


Рис. 6. Проекция отметок почвы пласта на поперечную вертикальную плоскость

Вычисляя дисперсию по формулам (1) и (2) и определяя r, получаем значимое различие в дисперсиях $\sigma^2 = 30{,}3$; σ_1^2 по поперечным линиям равняется 16,4, по продольным линиям — 14,8, по диагональной линии — 16,7; $r = 0{,}51$; $U_p = -2{,}9$.

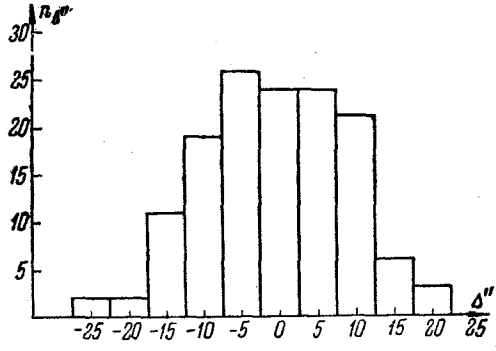


Рис. 7. Гистограмма распределения частот вторых последовательных разностей

Учитывая все вышеизложенное, основную форму на этом участке можно считать поверхностью, близкой к плоскости с определенными элементами залегания, осложненную вторичными формами, у которых значение амплитуд в любой точке определяется величиной $\varepsilon_i'' = \Sigma Z_j$. В соответствии с этим можно производить последующий анализ. Так, значения дисперсии по формуле (9) (см. таблицу) получены: по продольным линиям 12,5; по поперечным 15,8; по диагональным 12,3; по «красным числам» 12,0.

Отсюда отклонения от основной формы в любой точке (кроме точек определения показателя) могут достигать ± 4 *м*. Принимая сечение рельефа через 5 *м*, можно гарантировать точность гипсометрического плана в любой точке не выше ± 4 *м* (при сетке 250×250 *м*). Принятое в бассейне сечение горизонталей через 1 *м* не детализирует форму, а излишне усложняет ее, не улучшая при этом точности изображения

залежи. На рис. 6 показаны проекции значений показателей на поперечную вертикальную плоскость. Все точки попадают в границы $A—A'$ и $B—B'$, проведенные по «нижним» и «верхним» значениям показате-

Таблица

Значения дисперсии по поперечным линиям (рис. 5).

ε_j	Δ_j'	Δ_j''	$\Delta_j''^2$	ε_j	Δ_j'	Δ_j''	$\Delta_j''^2$
23,6	— 0,3	—12,5	156,25	25,4	+ 5,1	+ 8,4	70,56
23,9	+12,2	+10,8	116,64	20,3	— 3,3	—12,3	151,29
11,7	+ 1,4	+ 7,9	62,41	23,6	+ 9,0	+14,0	196,00
10,3	— 6,5	—19,5	380,25	14,6	— 5,1	— 5,4	29,16
16,8	+13,0			19,6	+ 0,4	— 0,6	0,36
3,8				19,2	+ 1,0	— 8 7	75,69
27,8	+ 7,5			18,2	+ 9,7	+14,8	219,04
20,3	— 3,2	+10,7	114,49	9,2	— 5,1		
23,5	+ 8,5	—11,4	136,89	14,3			
15,0	— 2,9	+11,7	129,96	26,8	+ 1,3	+ 1,3	1,69
17,9	+ 3,9	— 6,8	46,24	25,5	0,0	—10,7	114,49
14,0	— 7,4	+11,3	127,69	25,5	+10,7	+16,3	265,60
21,4	+ 1,8	— 9,2	84,64	14,8	— 5,6	— 3,2	10,24
19,6				20,4	— 2,4	—11,1	123,21
26,6	+ 1,6			22,8	+ 8,6	+ 1,1	324,00
25,0	+ 3,4	— 1,8	3,24	14,1	+ 7,6	+18,0	
21,6	+ 2,3	+ 1,1	1,21	6,5	—10,4		
19,3	+ 2,3	0,0	0,00	16,9			
17,0	+ 1,6	+ 0,7	0,49	21,5	+ 5,7	+ 4,9	
15,4	+ 1,2	+ 0,4	0,16	15,8	+ 0,8	+ 4,2	24,01
14,2	— 2,1	+ 3,3	10,89	15,0	— 3,4	—10,0	17,64
16,3	+ 6,1	— 8,2	67,24	18,4	+ 6,6		100,00
10,2				11,8			
28,9	+ 4,4						
24,5	— 1,3	+ 5,7	32,49				
25,8	+ 8,4	— 9,7	94,09				
17,4	— 0,6	+ 9,0	81,00				
18,0	+ 4,6	— 5,2	27,04				
13,4	— 9,5	+14,1	198,81				
22,9	+ 4,5	—14,0	196,00				
18,4							
			2068,12				1724,19

$\sum \Delta_i''^2 = 3792{,}3;$ $\quad n_{\Delta''} = 40;$ $\quad \sigma^2_{\varepsilon_i''} = 15{,}8$

лей. Границы соответствуют полученным из расчета границам разброса $\pm\sigma\varepsilon_i''$. На рис. 7 представлена гистограмма частот вторых разностей. В первом приближении вторые разности можно считать распределенными нормально, что указывает на возможность применения формулы (9).

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Волков К. В. Прогноз угленосности юго-западного крыла Подмосковного бассейна. Тр. геол.-исслед. бюро Главуглеразведки вып. 1, 1947.

2. Осецкий А. И. Показатель соответствия густоты разведочных точек характеру разведуемой залежи. Исследования по вопросам маркшейдерского дела. Сб. XXX, Углетехиздат, 1956.

3. Огильви Н. А. Брахиантиклинальные поднятия на южном крыле Подмосковного буроугольного бассейна и опыт их геоэлектрического картирования. Геол-исслед. работы, Углетехиздат, 1951.

4. Ульмер А. Э. Стратиграфия и история накопления нижнекаменноугольных отложений Подмосковной котловины. Тр. ин-та геол. наук АН СССР. Угольная серия (№ 2), вып. 90, 1947.

5. Хальд А. Математическая статистика с техническими приложениями. ИЛ, 1956.

6. Яблоков В. С., Пистрак Р. М., Жемчужников Ю. А. Строение и условия залегания главного угольного пласта Щекинского района Подмосковного бассейна. Тр. Мос. геол. треста, вып. 15, 1936.

7. Научно-технический отчет о работе по составлению пластовой карты М 1 : 5000 Усть-Колпинского и Мостовского участков месторождения Подмосковного бассейна. Рукопись. Фонды МГИ и «Союзмаркштрест», 1951.