

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТ НАЗЕМНЫХ РАДИОГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СТАНЦИЙ ПО УДАЛЕННЫМ ОПОРНЫМ ПУНКТАМ

В. Г. Зданович, А. В. Гришин

Опытные работы по использованию радиолокационной системы РГСЦ для обоснования региональной гравиметрической съемки в мало-обжитых районах СССР показали, что наземные радиостанции в некоторых случаях не удается располагать в достаточной близости от опорных геодезических пунктов. Последнее сильно затрудняет геодезическую привязку радиостанций и поэтому снижает эффективность использования радиогеодезических методов.

Чтобы обеспечить надежное определение пунктов в заданных границах района гравиметрических работ, иногда было целесообразно располагать радиостанции на расстоянии 100 и более километров от опорных пунктов, в этих случаях вполне естественным являлось использование радиогеодезических измерений с целью определения координат радиостанций.

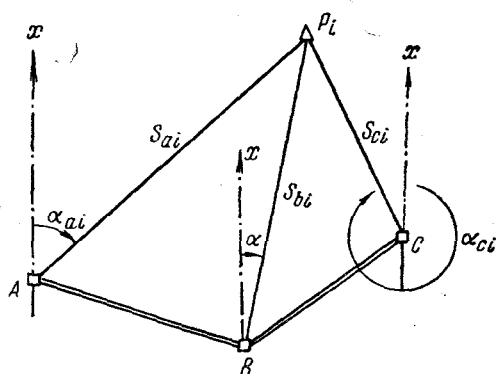


Рис. 1. Схема расположения радиогеодезических станций

На рис. 1 точки A, B и C представляют собой наземные радиостанции, причем станция B является ведущей. Пусть в районе действия радиолокационной системы расположены n опорных геодезических пунктов $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$, с известными координатами $x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_n, y_n$, один из которых изображен на рис. 1.

Задача состоит в том, чтобы путем использования опорных пунктов $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ и радиогеодезических измерений определить координаты наземных радиостанций A, B и C.

В процессе измерений фазовый зонд, установленный на самолете,

вертолете или автомашине, перемещается по пунктам, фиксируя на ленте самописца $2n$ отсчетов

$$L_1, L_2, L_3 \dots L_i \dots L_n, \\ M_1, M_2, M_3 \dots M_i \dots M_n,$$

разности которых $(L_i - L_k)$ и $(M_i - M_k)$ равны числу фазовых циклов при перемещении радиозонда между пунктами P_k и P_i .

Величины $(L_i - L_k)$ и $(M_i - M_k)$ позволяют определить изменения разностей расстояний от пункта P_i до наземных радиостанций при переходе от пункта P_k к пункту P_i

$$\left. \begin{aligned} \Delta(\Delta S_{abi})_k &= Q_1(L_i - L_k) \\ \Delta(\Delta S_{bci})_k &= Q_2(M_i - M_k) \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

где Q_1 и Q_2 — коэффициенты, зависящие от конструкции радиолокационной системы.

Величины $\Delta(\Delta S_{abi})_k$ и $\Delta(\Delta S_{bci})_k$ не являются непосредственно измеренными, так как в некоторые из них будут входить одни и те же отсчеты M и L . В качестве непосредственно измеренных и подлежащих уравниванию должны быть приняты величины

$$\left. \begin{aligned} \Delta(\Delta S_{abi})_0 &= Q_1 L_i \\ \Delta(\Delta S_{bci})_0 &= Q_2 M_i \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

равные изменению разностей расстояний от пункта P_i до радиостанций A , B и C , при перемещении радиозонда от пункта P_i до некоторого пункта P_0 , для которого $L_0 = M_0 = 0$.

Предварительные вычисления слагаются из определения по карте наиболее крупного масштаба приближенных координат радиостанций A , B и C — $x'_a, y'_a, x'_b, y'_b, x'_c, y'_c$ и решения по ним и координатам опорных пунктов $P_1, P_2, \dots, P_n$ обратных геодезических задач для всех сторон сети с целью нахождения предварительных значений длин и дирекционных сторон

$$S'_{ai}, S'_{bi}, S'_{ci}, \quad \alpha_{ai}, \alpha_{bi}, \alpha_{ci}, \quad i=1, 2, 3 \dots i \dots n.$$

Если предположить, что уравнивание выполнено, то для каждого опорного пункта будут справедливы следующие два равенства, являющиеся исходными при выводе уравнений погрешностей

$$\left. \begin{aligned} \Delta S''_{abo} + \Delta(\Delta S''_{abi})_0 &= \Delta S''_{abi} \\ \Delta S''_{bco} + \Delta(\Delta S''_{bci})_0 &= \Delta S''_{bci} \end{aligned} \right\}, \quad (3)$$

где $\Delta S''_{abo} = S''_{bo} - S''_{ao}$ — уравненное значение разности длин сторон между пунктом P_0 и радиостанциями B и A ;

$\Delta S''_{bco} = S''_{bo} - S''_{co}$ — то же, для радиостанций B и C ;

$\Delta S''_{abi} = S''_{bi} - S''_{ai}$ — уравненное значение разности длин сторон между пунктом P_i и радиостанциями B и A ;

$\Delta S''_{bci} = S''_{bi} - S''_{ci}$ — то же, для радиостанций B и C ;

$S''_{ai}, S''_{bi}, S''_{ci}$ — уравненные значения длин сторон между пунктом P_i и радиостанциями A , B и C .

Для уравненных значений изменений разностей длин сторон можем написать

$$\left. \begin{aligned} \Delta(\Delta S_{abi})_0 &= Q_1 L_i + v_{ei} \\ \Delta(\Delta S_{bci})_0 &= Q_2 M_i + v_{mi} \end{aligned} \right\}, \quad (4)$$

где v_{ei} , v_{mi} — поправки к величинам $Q_1 L_i$ и $Q_2 M_i$, находимые из уравнивания.

Обозначая через $\Delta S'$ приближенное значение разностей длин сторон, а через δS поправки к приближенным значениям длин S' , находимые из уравнивания, пишем

$$\left. \begin{aligned} \Delta S'_{abi} &= (S'_{bi} - S'_{ai}) + (\delta S_{bi} - \delta S_{ai}) = \Delta S'_{abi} + \delta \Delta S_{abi} \\ \Delta S'_{bci} &= (S'_{bi} - S'_{ci}) + (\delta S_{bi} - \delta S_{ci}) = \Delta S'_{bci} + \delta \Delta S_{bci} \end{aligned} \right\}. \quad (5)$$

Уравненные значения разностей длин сторон для начального пункта P_0 примут следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \Delta S'_{abo} &= \Delta S'_{abo} + t_1 \\ \Delta S'_{bco} &= \Delta S'_{bco} + t_2 \end{aligned} \right\}, \quad (6)$$

где t_1 и t_2 — поправки к приближенным значениям разностей расстояний

$$\Delta S'_{abo} = S'_{bo} - S'_{ao} \text{ и } \Delta S'_{bco} = S'_{bo} - S'_{co}.$$

Учитывая формулы (4), (5) и (6) и вводя обозначения

$$\left. \begin{aligned} l_{abi} &= \Delta S'_{abi} - (\Delta S'_{abo} + Q_1 L_i) = \{(S'_{bi} - S'_{ai}) - Q_1 L_i\} - \Delta S'_{abo} \\ l_{bci} &= \Delta S'_{bci} - (\Delta S'_{bco} + Q_2 M_i) = \{(S'_{bi} - S'_{ci}) - Q_2 M_i\} - \Delta S'_{bco} \end{aligned} \right\}, \quad (7)$$

получим, согласно (3), следующую систему $2n$ уравнений погрешностей:

$$\left. \begin{aligned} -t_1 + \delta S_{bi} - \delta S_{ai} + l_{abi} &= v_{ei} \\ -t_2 + \delta S_{bi} - \delta S_{ci} + l_{bci} &= v_{mi} \end{aligned} \right\}. \quad (8)$$

Значения $\Delta S'_{abo}$ и $\Delta S'_{bco}$ могут быть определены любым путем с учетом обеспечения малости поправок t_1 и t_2 . Для этой цели нами предлагаются формулы

$$\left. \begin{aligned} \Delta S'_{abo} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\Delta S'_{abi} - Q_1 L_i) \\ \Delta S'_{bco} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\Delta S'_{bci} - Q_2 M_i) \end{aligned} \right\}, \quad (9)$$

согласно которым

$$\sum_{i=1}^n l_{abi} = \sum_{i=1}^n l_{bci} = 0. \quad (10)$$

Приведенные выше рассуждения остаются справедливыми и в том случае, если для какого-либо из опорных пунктов значения L и M равны нулю.

Выражая в уравнениях (8) поправки длин сторон в функции поправок координат радиостанций ξ_a , η_a , ξ_b , η_b , ξ_c и η_c

$$\left. \begin{aligned} \delta S_{ai} &= -\cos \alpha_{ai} \xi_a - \sin \alpha_{ai} \eta_a \\ \delta S_{bi} &= -\cos \alpha_{bi} \xi_b - \sin \alpha_{bi} \eta_b \\ \delta S_{ci} &= -\cos \alpha_{ci} \xi_c - \sin \alpha_{ci} \eta_c \end{aligned} \right\}, \quad (11)$$

находим

$$\left. \begin{aligned} -t_1 + \cos \alpha_{ai} \xi_a + \sin \alpha_{ai} \eta_a - \cos \alpha_{bi} \xi_b - \sin \alpha_{bi} \eta_b + l_{abi} &= v_{ei} \\ -t_2 - \cos \alpha_{bi} \xi_b - \sin \alpha_{bi} \eta_b + \cos \alpha_{ci} \xi_c - \sin \alpha_{ci} \eta_c + l_{bci} &= v_{mi} \end{aligned} \right\} \quad i = 1, 2, 3 \dots i \dots n \quad (12)$$

Учитывая трудность достаточно надежного определения весов измеренных величин, примем в первом приближении, что число фазовых циклов L_i и M_i определяется с одинаковой абсолютной ошибкой μ .

Тогда погрешности измеренных величин $Q_1 L_i$ и $Q_2 M_i$ будут равны

$$m_{ei} = \mu Q_1, \quad m_{mi} = \mu Q_2, \quad i = 1, 2, 3 \dots n.$$

На основании этого веса первых n уравнений системы (12) будут одинаковыми и могут быть приняты равными $+1$, а веса вторых n уравнений будут также равными между собой и выразятся формулой

$$p = \frac{m_{ei}^2}{m_{mi}^2} = \left(\frac{Q_1}{Q_2} \right)^2. \quad (13)$$

Целесообразно произвести предварительное исключение поправок t_1 и t_2 , для чего воспользуемся известными положениями теории эквивалентных уравнений, согласно которым система $2n$ уравнений погрешностей (12) может быть заменена следующей системой $2n + 2$ уравнений:

$$\left. \begin{aligned} + \cos \alpha_{ai} \xi_a + \sin \alpha_{ai} \eta_a - \cos \alpha_{bi} \xi_b - \sin \alpha_{bi} \eta_b + l_{abi} &= v'_{ei}, \quad p = +1 \\ - \cos \alpha_{bi} \xi_b - \sin \alpha_{bi} \eta_b + \cos \alpha_{ci} \xi_c + \sin \alpha_{ci} \eta_c + l_{bci} &= v'_{mi}, \quad p = \frac{Q_1^2}{Q_2^2} \\ i = 1, 2, 3 \dots i \dots n. \\ [\cos \alpha_{ai}] \xi_a + [\sin \alpha_{ai}] \eta_a - [\cos \alpha_{bi}] \xi_b - [\sin \alpha_{bi}] \eta_b &= [v'_{ei}], \quad p = -\frac{1}{n} \\ - [\cos \alpha_{bi}] \xi_b - [\sin \alpha_{bi}] \eta_b + [\cos \alpha_{ci}] \xi_c + [\sin \alpha_{ci}] \eta_c &= [v'_{mi}], \quad p = -\frac{Q_1^2}{n Q_2^2} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Решая систему уравнений погрешностей (14) по способу наименьших квадратов, определим значения поправок $\xi_a, \eta_a, \xi_b, \eta_b, \xi_c, \eta_c$, после чего могут быть вычислены уравненные координаты радиостанций А, В и С

$$\left. \begin{aligned} x_a &= x'_a + \xi_a, & x_b &= x'_b + \xi_b, & x_c &= x'_c + \xi_c \\ y_a &= y'_a + \eta_a, & y_b &= y'_b + \eta_b, & y_c &= y'_c + \eta_c \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Формулы для определения поправок t_1 и t_2 легко получить, используя для этого два нормальных уравнения, отвечающих системе (12) и имеющих квадратные коэффициенты при t_1 и t_2

$$- [p_i v_{ei}] = 0, \quad - [p_i v_{mi}] = 0. \quad (16)$$

Учитывая постоянство весов первой и второй групп уравнений (12), пишем

$$[v_{ei}] = 0, \quad [v_{mi}] = 0, \quad (17)$$

что согласно (8), (10) и (11) дает

$$\left. \begin{aligned} t_1 &= \frac{1}{n} ([\delta S_{ai}] - [\delta S_{bi}]) \\ t_2 &= \frac{1}{n} ([\delta S_{ci}] - [\delta S_{bi}]) \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

где поправки δS определяются по формулам (11).

После вычисления поправок v_{ei} и v_{mi} из уравнений (8) может быть произведена оценка точности результатов по общеизвестным формулам способа наименьших квадратов.

Таково решение поставленной задачи в общем случае, причем оно оказалось во многих отношениях аналогичным уравниванию методом посредственных наблюдений триангуляционных сетей с измеренными направлениями.

Формулы, отвечающие частным случаям, когда положение одной или двух радиостанций определено путем геодезической привязки к опорным пунктам, легко получаются из уравнений (12) или (14), если приравнять нулю поправки координат тех радиостанций, привязка которых уже осуществлена.

При осуществлении геодезической привязки одной радиостанции наиболее простое решение получается, если привязана станция B , так как в этом случае уравнения погрешностей (12) образуют две независимые системы, содержащие каждая по n уравнений с тремя неизвестными.

Для совместного определения координат трех радиостанций A , B и C необходимо иметь минимально четыре опорных пункта, так как число неизвестных величин равно восьми.

При известных координатах одной из радиостанций и определении двух других минимально необходимо число опорных пунктов равно трем. Такое же число опорных пунктов необходимо иметь, если определению подлежат координаты одной из радиостанций (A , B или C), при условии привязки двух других геодезическим путем. Здесь, в случае определения A или C используются результаты измерений только для одной пары радиостанций и поэтому каждый опорный пункт доставляет только одно уравнение погрешностей с тремя неизвестными.

Если положения радиостанций A и C определены путем геодезической привязки, а искомыми являются координаты радиостанции B , то каждый опорный пункт доставляет два уравнения погрешностей, имеющих одинаковые коэффициенты при поправках ξ_b и η_b . Поэтому из шести уравнений, соответствующих трем опорным пунктам, будет получено после исключения неизвестных t_1 и t_2 только два независимых уравнения, необходимых для определения координат станции B .

Точность определения наземных радиостанций в каждом конкретном случае может быть предрасчитана по известным формулам способа наименьших квадратов. Вместе с тем целесообразно дать некоторые общие рекомендации относительно наиболее выгодного расположения опорных пунктов, обеспечивающего надежность определения положения радиостанций A , B и C .

Для этого рассмотрим вставку одной из наземных радиостанций, предполагая, что две других определены путем геодезической привязки и координаты их не подлежат изменению. Полученные при этом выводы в основном сохраняются и при совместном определении координат двух или трех радиостанций, так как здесь действуют в общих чертах те же закономерности накопления ошибок.

Предположим, что определению подлежит положение радиостанции A при уже известных координатах станций B и C .

В этом случае при n опорных пунктах имеем следующую систему n уравнений погрешностей:

$$-t_1 + \cos \alpha_{ai} \xi_a + \sin \alpha_{ai} \eta_a + l_{abi} = V_{ei},$$

$$p = \pm 1 \quad i = 1, 2, 3, \dots, n, \quad (19)$$

которая после исключения поправки t_1 может быть заменена системой $n+1$ уравнений

$$\cos \alpha_{ai} \xi_a + \sin \alpha_{ai} \eta_a + l_{abi} = V'_{ei} \quad p = +1 \quad i = 1, 2, 3, \dots, n, \quad (20)$$

$$[\cos \alpha_{ai}] \xi_a + [\sin \alpha_{ai}] \eta_a = [v'_{ei}], \quad p = -\frac{1}{n}.$$

Уравнения (20), в свою очередь, могут быть заменены им эквивалентной системой $\frac{1}{2}n(n-1)$ уравнений

$$(\cos \alpha_{ai} - \cos \alpha_{ak}) \xi_a + (\sin \alpha_{ai} - \sin \alpha_{ak}) \eta_a + (l_{abi} - l_{abk}) = v'_i \quad (21)$$

с весом $p = +1$, представляющих собою все возможные комбинации разностей уравнений (19).

Эквивалентность систем уравнений (20) и (21) может быть доказана путем непосредственного сравнения коэффициентов нормальных уравнений, отвечающих этим системам.

Если при этом использовать равенство

$$\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{k=i+1}^n (a_i - a_k)(b_i - b_k) = n \left\{ \sum_{i=1}^n a_i b_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i \sum_{i=1}^n b_i \right\},$$

то легко доказать, что коэффициенты и свободные члены нормальных уравнений, отвечающие системе (21), будут в n раз больше соответствующих коэффициентов и свободных членов нормальных уравнений, отвечающих системе уравнений погрешностей (20).

Замечая, что

$$\cos \alpha_{ai} - \cos \alpha_{ak} = -2 \sin \frac{1}{2}(\alpha_{ai} + \alpha_{ak}) \cdot \sin \frac{1}{2}(\alpha_{ai} - \alpha_{ak}),$$

$$\sin \alpha_{ai} - \sin \alpha_{ak} = +2 \cos \frac{1}{2}(\alpha_{ai} + \alpha_{ak}) \cdot \sin \frac{1}{2}(\alpha_{ai} - \alpha_{ak}),$$

и вводя обозначения

$$\frac{1}{2}(\alpha_{ai} + \alpha_{ak}) = A_{ik}; \quad \frac{1}{2}(\alpha_{ai} - \alpha_{ak}) = \frac{\varphi_{ik}}{2}, \quad (22)$$

запишем уравнения (21) в следующем виде:

$$-2 \sin \frac{\varphi_{ik}}{2} \sin A_{ik} \xi_a + 2 \sin \frac{\varphi_{ik}}{2} \cos A_{ik} \eta_a + (l_{abi} - l_{abk}) = v'_i \quad (23)$$

с весом $p = +1$.

Отсюда видно, что уравнениям (21) соответствуют линии положения, имеющие градиенты, равные

$$g_{ik} = 2 \sin \frac{\varphi_{ik}}{2}$$

и совпадающие по направлению с биссектрисой угла $\varphi_{ik} = \alpha_{ai} - \alpha_{ak}$, образованного сторонами между радиостанцией A и опорными пунктами P_i и P_k . (Биссектриса угла φ_{ik} является касательной к гиперболе, проходящей через пункт A и имеющей фокусы в пунктах P_i и P_k).

Вес отдельного определения положения пункта A по двум линиям положения, как известно, [1] зависит от значения произведения

$$g_{ik}^2 g_{mp}^2 \sin^2 \theta,$$

где g_{ik} , g_{mp} — градиенты линий положения,
 θ — угол между ними.

Поэтому пункт A будет определяться тем более надежно, чем больше будут значения

$$\sin \frac{\varphi}{2} \text{ и } \sin \theta.$$

Пользуясь этим правилом и производя оценку даже на глаз, всегда можно избежать наиболее неблагоприятных случаев расположения опорных пунктов.

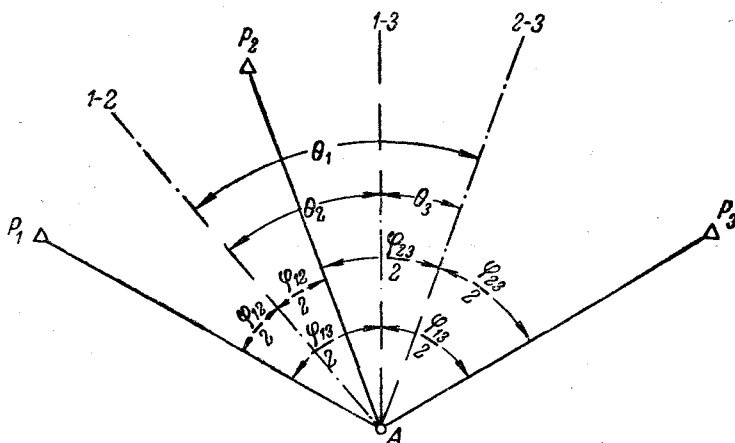


Рис. 2. Схема направлений при пункте A

К этому же выводу придем, если будем рассматривать вставку радиостанции B , считая, что положения A и C уже определены.

Рассмотрим несколько подробнее вопрос о наиболее выгодном расположении опорных пунктов при отсутствии избыточных измерений. В этом случае имеем три опорных пункта P_1 , P_2 и P_3 , которым соответствуют три уравнения (21) или (23).

Поправки координат ξ_a и η_a могут быть найдены из совместного решения любых двух из этих уравнений и, следовательно, здесь имеем так называемую тройную точку, в которой пересекаются три линии положения, не образуя треугольника погрешностей [1].

На рис. 2 сплошными линиями показаны направления с пункта A на опорные пункты P_1 , P_2 и P_3 , а пунктиром — биссектрисы углов φ , определяющие направления соответствующих линий положения.

Весы точек пересечения любой пары линий положения равны между собой:

$$\begin{aligned} P &= 16 \sin^2 \frac{\varphi_{1.2}}{2} \sin^2 \frac{\varphi_{2.3}}{2} \sin^2 \theta_1 = 16 \sin^2 \frac{\varphi_{1.2}}{2} \sin^2 \frac{\varphi_{1.3}}{2} \sin^2 \theta_2 = \\ &= 16 \sin^2 \frac{\varphi_{2.3}}{2} \sin^2 \frac{\varphi_{1.3}}{2} \sin^2 \theta_3, \end{aligned}$$

справедливость чего легко доказывается, если учесть соотношения между углами, вытекающие непосредственно из рис. 2:

$$\theta_1 = \frac{1}{2}(\varphi_{1.2} + \varphi_{2.3}), \quad \theta_2 = \frac{1}{2}(\varphi_{1.3} - \varphi_{1.2}), \quad \theta_3 = \frac{1}{2}(\varphi_{1.3} - \varphi_{2.3}), \quad \} \quad (24)$$

$$\varphi_{1.3} = \varphi_{1.2} + \varphi_{2.3},$$

согласно которым

$$P = 16 \sin^2 \frac{\varphi_{1.2}}{2} \sin^2 \frac{\varphi_{1.3}}{2} \sin^2 \frac{\varphi_{2.3}}{2} 16 Q^2. \quad (25)$$

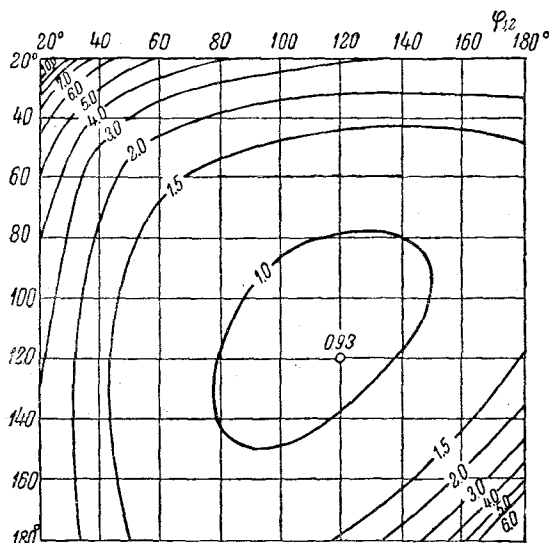


Рис. 3. График изменения обратного веса

$$\frac{1}{\sqrt{P_s}} = \frac{1}{2Q} \sqrt{\sin^2 \frac{\varphi_{1.2}}{2} + \sin^2 \frac{\varphi_{2.3}}{2}}$$

Максимальное значение веса $P_{\max}$ получим при

$$Q_{\max} = \frac{1}{4} \sqrt{P_{\max}} = \sin \frac{\varphi_{1.2}}{2} \sin \frac{\varphi_{1.3}}{2} \sin \frac{\varphi_{2.3}}{2} = \max. \quad (26)$$

Учитывая, что $\varphi_{1.3} = \varphi_{1.2} + \varphi_{2.3}$, значения углов $\varphi_{1.2}$ и $\varphi_{2.3}$, отвечающие $Q_{\max}$, определяются из совместного решения уравнений

$$\frac{\partial Q}{\partial \varphi_{1.2}} = \frac{\partial Q}{\partial \varphi_{2.3}} = 0,$$

которые после несложных преобразований могут быть записаны следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \frac{\varphi_{1.2}}{2} + \operatorname{tg} \frac{\varphi_{1.2} + \varphi_{2.3}}{2} &= 0, \\ \operatorname{tg} \frac{\varphi_{2.3}}{2} + \operatorname{tg} \frac{\varphi_{1.2} + \varphi_{2.3}}{2} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

Из решения уравнений (27) находим

$$\varphi_{1.2} = \varphi_{2.3} = 120^\circ,$$

следовательно, наивыгоднейшим будет такое расположение опорных пунктов, при котором стороны $A-P_1$, $A-P_2$ и $A-P_3$ образуют между собой углы 120° .

Ошибка определения положения пункта A выражается следующей формулой:

$$\left. \begin{aligned} M_s &= \sqrt{M_x^2 + M_y^2} = \frac{m}{\sqrt{P_s}} \\ \frac{1}{P_s} &= \frac{4 \sin^2 \frac{\varphi_{1,2}}{2} + 4 \sin^2 \frac{\varphi_{2,3}}{2}}{P} \end{aligned} \right\}, \quad (28)$$

где P — находится по формуле (25),

m — ошибка измерения приращения разности расстояний при перемещении радиозонда от одного опорного пункта к другому.

На рис. 3 дан график изменения значений

$$\frac{1}{\sqrt{P_s}} = \frac{1}{2Q} \sqrt{\sin^2 \frac{\varphi_{1,2}}{2} + \sin^2 \frac{\varphi_{2,3}}{2}}$$

в зависимости от изменений углов $\varphi_{1,2}$ и $\varphi_{2,3}$ в интервале от 20 до 180° .

Минимальное значение ошибки M_s отвечает углам $\varphi_{1,2} = \varphi_{2,3} = 120^\circ$, при которых величина Q достигает максимума.

Пользуясь графиком, изображенным на рис. 3, можно установить допустимые отклонения углов $\varphi_{1,2}$ и $\varphi_{2,3}$ от наивыгоднейшего случая.

При изменении $\varphi_{1,2}$ и $\varphi_{2,3}$ от 40 до 160° величина $\frac{1}{\sqrt{P_s}}$, а следовательно, и величина ошибки M_s не превышают более чем в два раза ее минимального значения, а затем ошибка M_s быстро возрастает.

Поэтому указанные выше пределы изменения углов $\varphi_{1,2}$ и $\varphi_{2,3}$ от 40 до 160° и могут быть приняты в качестве допустимых при определении координат наземных станций по радиогодезическим измерениям при наличии только необходимого числа опорных пунктов.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

И. Келль Н. Г. Графический метод в действиях с погрешностями и положениями. Изд. АН СССР, 1948.