Записки Ленинградского орденов Ленина и Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова т. XXXVII, вып. 1, 1958 г.

ПРОСТЕЙШИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ АЭРОФОТОСНИМКОВ

Н. Г. Келль

ПРЕДИСЛОВИЕ

В существующих учебниках отклонения от плана, вызываемые центральным проектированием при получении изображений на аэрофотоснимках, имеют довольно сложные выражения, отпугивающие читателя. Ограничиваясь необходимым минимумом таких выражений, мы задались целью возможно более упростить их, применяя вспомогательные величины, обычно скрытые в выражениях, хотя и дающие простую связь с определяемыми величинами, на подобие того, как продольный параллакс значительно упростил выражение высот. Эти вспомогательные величины мы приведем в соответствующих местах.

Аэрофотоснимок мы рассматриваем как геометрическую абстракцию в виде центральной проекции, строящей изображения на идеальной плоскости прямыми лучами, проходящими через одну точку, центр проекции, находящийся на расстоянии f (фокусном расстоянии) от плоскости изображения. На рисунках изображены позитивы, когда плоскость снимка помещена с той же стороны объектива, что и изображаемое пространство.

Имея фокусное расстояние и положение главной точки o на снимке как основание перпендикуляра, опущенного из центра проекции S на плоскость снимка, мы можем восстановить пучок (связку) проектирующих лучей. Главная точка, определяемая пересечением двух прямых на снимке, и фокусное расстояние снимка называются элементами внутреннего ориентирования снимка. Они предполагаются всегда известными.

Отклонения изображений на действительных снимках от геометрической абстракции здесь не рассматриваются, так как они не затрагивают существа предлагаемых выводов.

§ 1. ГОРИЗОНТАЛЬНЫЙ СНИМОК

1. Горизонтальный снимок равнинной местности

Равнинную местность можно считать плоской и горизонтальной. Поэтому плоскость горизонтального снимка, снятого строго вертикально

вниз, можно считать параллельной поверхности равнинной местности. Изображение на таком снимке будет подобно сфотографированной местности и даст обычный ортогональный план в масштабе

$$m = \frac{f}{H},$$

где f — фокусное расстояние снимка;

H — высота фотографирования (высота полета), высота точки стояния S аэрофотокамеры (ее центра) над местностью, или отстояние местности от S.

Таким образом, подобным снимком мы можем оперировать как с планом, находить на нем горизонтальные углы, горизонтальные расстояния и т. п.

2. Изображения вертикальных прямых

Обычный аэрофотоснимок дает изображения вертикальных прямых в отличие от плана, на котором вертикальные прямые проектируются каждая в одну свою точку. Легко себе представить, что изображения всех вертикальных прямых при своем продолжении сходятся на аэроснимке в одной точке, называемой точкой надира. На горизонтальном снимке точка надира совпадает с главной точкой. Интересно выразить длину изображенного на горизонтальном снимке вертикального отрезка h и масштаб m_h его изображения.

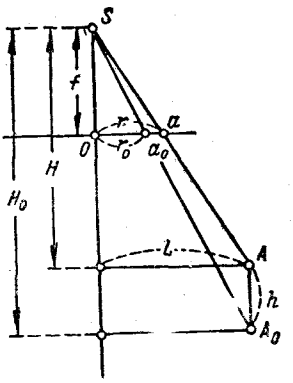


Рис. 1

На рис. 1 видно, что изображение $\overline{a_0a} = \delta r$ вертикального отрезка $\overline{A_0A} = h$ выражается в виде разности

$$\delta r = \overline{oa} - \overline{oa_0} = r - r_0.$$

На основании формулы (1)

$$r = \frac{f}{H} L;\ r_0 = \frac{f}{H_0} L.$$

Значит,

$$\delta r = \frac{fL}{HH_0}(H_0 - H),$$

или, приняв, что $\delta r = r_0 - r$ при известном r и определяемом r_0, т. е. $r_0 = r + \delta r$, имеем для δr такое выражение

$$\delta r = -\frac{r}{H_0} h. \qquad (2)$$

Масштаб m_h высоты на протяжении $\overline{a_0a}$, очевидно, в каждой точке будет меняться и будет иметь выражение

$$m_h = \frac{dr}{dh} = \frac{r}{H} = \frac{fL}{H^2}, \qquad (3)$$

т. е. будет обратно пропорционален квадрату высоты H при постоянном fL.

Отрезок h вертикальной прямой может быть заменен воображаемой разностью высот или относительной высотой точки A над некоторой нулевой горизонтальной плоскостью с отстоянием H_0. Формула (2) в этом случае не меняется. Поскольку на снимке нам известны радиусы-векторы r, достаточно применить равенство (2), чтобы, сместив по этим радиусам точки на величину δr, получить план рельефной местности в масштабе $m = \frac{f}{H_0}$, как бы спроектировав ортогонально предварительно все точки на нулевую горизонтальную плоскость с отстоянием H_0.

Снимок рельефной местности хотя и горизонтальный, однако плана этой местности он не дает. Его точки нужно редуцировать за высоты по отношению к нулевой плоскости, вычислив смешения δr по равенству (2).

3. Искажение направления наклонной прямой

Наклонная прямая имеет на горизонтальном снимке изображение, не совпадающее по направлению с изображением ее проекции на плане, т. е. с тем направлением, которое отсчитывается на горизонтальном лимбе угломерного инструмента.

На горизонтальном аэроснимке (рис. 2) дан отрезок ab, изображающий наклонную прямую на местности AB, с углом наклона ε. Точка B выше точки A на величину h. Проведем мысленно через точку B на местности горизонтальную плоскость и спроектируем на нее ортогонально, как на нулевую плоскость, прямую AB в виде отрезка A_0B, который на снимке изобразится отрезком $\overline{a_0b} = l_0$.

При этом точка a_0 поместится на продолжении радиуса-вектора r, поскольку относительная высота h точки A отрицательная. Поэтому согласно равенству (2) и учитывая равенства:

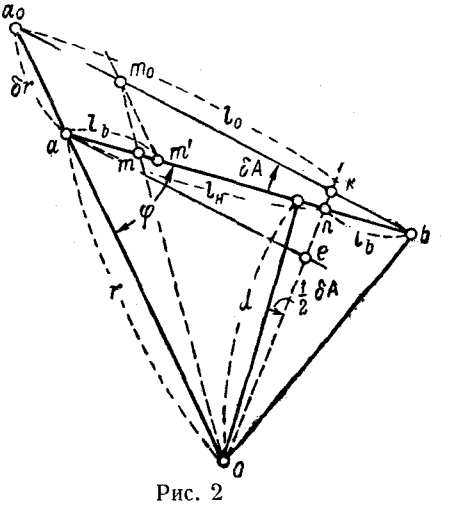


Рис. 2

$$h = -\overline{A_0B}\,\mathrm{tg}\,\varepsilon \quad \text{и} \quad \overline{A_0B} = \frac{H_0}{f} l_0,$$

получаем, что

$$\delta r = \frac{l_0 \,\mathrm{tg}\,\varepsilon}{f} r.$$

Угол δA между ba и ba_0 следует рассматривать как искажение направления ba по отношению к направлению ba_0, представляющему собой изображение горизонтального направления BA_0 на местности, которое согласно п. 1 передается на горизонтальный снимок без искажения.

Из треугольника a_0ba на рис. 2 имеем, что

$$\sin \delta A = \frac{\delta r}{l_0} \sin \varphi.$$

С другой стороны,

$$\sin\varphi = \frac{d}{r}.$$

где d — расстояние прямой ab от главной точки o или от точки надира при наклонном снимке, отмеренное по перпендикуляру к ab.

Подставляя в выражение для $\sin\delta A$ значение δr и $\sin\varphi$, получаем, что

$$\sin\delta A = \frac{d}{f}\operatorname{tg}\varepsilon. \qquad (4)$$

Таково простое выражение для углового отклонения δA изображения наклонной прямой от изображения ее горизонтальной проекции.

Вспомогательными величинами, упрощающими выражение, служат d и ε.

Угол δA можно получить и построением отрезка $\delta r = \overline{aa_0}$, найденного по формуле (2).

Направления, проходящие через точку надира, когда $d = 0$, не искажаются. Поэтому естественно было включить в выражение для угла δA длину перпендикуляра d.

Величина d на снимках, полученных широкоугольным объективом, может быть больше f. Следовательно, на таких снимках δA может достигать угла ε. Ее следует принимать во внимание, например, при определении направления линии падения достаточно крутого ската или пласта.

Вообще, если линия падения или ее продолжение не проходит вблизи главной точки горизонтального снимка, то она на снимке не перпендикулярна к линии простирания, которая на горизонтальном снимке передается без искажения.

4. Определение горизонтального расстояния

Дополним рис. 2 прямой $\overline{ok}$, проведенной под углом $\frac{1}{2}\delta A$ к перпендикуляру d, и прямой ae, проведенной параллельно a_0b. На прямой $\overline{ok}$ получим точки e, n и k. Треугольники ean и nbk будут равнобедренные: $\overline{ae} = \overline{an}$ и $\overline{kb} = \overline{nb}$.

Часть $\overline{an}$ отрезка $\overline{ab} = l$ мы обозначим через $l_н$ (нижняя) и часть $\overline{nb}$ — через $l_в$ (верхняя). Отрезки $\overline{ae}$ и $\overline{kb}$ представляют собой горизонтированные части $l_н$ и $l_в$. Точка e редуцирует точку n на высоту точки A (нижней), а точка k — на высоту точки B (верхней).

Обозначим отстояние точки A или высоту фотографирования над ней через $H_н$, а отстояние точки B — через $H_в$. Тогда натуральная длина горизонтального отрезка $\overline{ae}$ будет равна $\overline{ae}\frac{H_н}{f} = l_н\frac{H_н}{f}$, а отрезка $\overline{kb}$ равна $\overline{nb}\frac{H_в}{f} = l_в\frac{H_в}{f}$.

Отсюда истинная длина L_0 изображения l всей прямой $\overline{AB}$ выразится так

$$L_0 = l_н\frac{H_н}{f} + l_в\frac{H_в}{f}.$$

Если в последнее равенство ввести превышение h точки B над A и учесть, что $H_н = H_в + h$ и $H_в = H_н - h$, то получатся следующие равенства:

$$L_0 = \frac{H_в}{f}\left(l + \frac{h}{H_в}l_н\right) = \frac{H_н}{f}\left(l - \frac{h}{H_н}l_в\right) = \frac{H_m}{f}l, \qquad (5)$$

где

$$H_m = H_в + \frac{l_н}{l} h = H_н - \frac{l_в}{l} h,$$

т. е. H_m — отстояние взятой на ab точки m, полученной, как видно на рис. 2, отложением отрезка $\overline{am'} = l_в$, проведением $m'm_0$ параллельно aa_0 и соединением m_0 с точкой o.

Таковы простые формулы, полученные введением частей $l_н$ и $l_в$, отделяемых на ab точкой n.

Выражения $+\frac{h}{H_в} l_н$ и $-\frac{h}{H_н} l_в$ можно считать поправками δl длины l, а выражения $+\frac{l_н}{l} h$ и $-\frac{l_в}{l} h$ поправками δH отстояний $H_в$ и $H_н$ за наклон прямой AB.

При небольшом d не будет большой ошибкой, если точку n заменить основанием перпендикуляра d на прямой ab. При этом не потребуется вычисления по формуле (4) или построения угла δA с помощью отрезка $\overline{aa_0} = \delta r$, что создаст выгоду для применения равенств (5). Иначе, если построена точка a_0 на рис. 2, то проще воспользоваться равенством

$$L_0 = \frac{H_в}{f} l_0. \qquad (6)$$

Могут быть разные частные случаи. Во-первых, точка n может оказаться на продолжении ab. Тогда $l_н$ или $l_в$ в формуле (5) становится отрицательной, и $l = l_в - l_н$ или $= l_н - l_в$. Если $d = 0$, то точка n совпадает с точкой o. Если n совпадает с одним из концов отрезка $\overline{ab}$, то одно из δl и одно из δH становятся равными нулю.

5. Изменение высоты полета

Полет самолета трудно выдержать строго горизонтальным. Между тем бывает необходимо сделать высоту фотографирования двух смежных аэроснимков маршрута одинаковой, изменив для этого высоту фотографирования одного снимка на ΔH.

Такое изменение высоты фотографирования с перемещением точки стояния S по вертикальному направлению равносильно изменению высоты всех точек местности на постоянную величину ΔH, взятую с обратным знаком. Поэтому для данного случая мы может применить формулу (2) в таком виде

$$r - r' = \frac{\Delta H}{H} r'$$

или

$$\frac{r}{r'} = 1 + \frac{\Delta H}{H}, \qquad (7)$$

где r' — радиус-вектор данного изображения на снимке;

r — радиус-вектор ожидаемого положения изображения точки после того, как высота фотографирования изменится на величину ΔH;

H — высота фотографирования (полета) горизонтального аэроснимка над той или иной точкой местности;

ΔH — величина постоянная, а H — величина переменная и может варьировать в горной или крупнохолмистой местности в значительных пределах. Также при этом будет варьировать и отношение $\frac{r}{r'}$.

Это значит, что изменение высоты фотографирования нельзя в рельефной местности заменить пропорциональным увеличением или уменьшением снимка. Как говорят, при этом связка или пучок проектирующих лучей нарушается.

Перемещение точек на снимке за счет изменения высоты полета мы называем редуцированием. Такое редуцирование выполняется для перехода к идеальному случаю, облегчающему, как увидим ниже, определение относительных высот. Но как раз относительные высоты и нужны для достаточно точного редуцирования. Это приводит к тому, что базис, соединяющий точки стояния соседних снимков, приходится рекомендовать считать условно горизонтальным, и все высоты точек относить к условно горизонтальной плоскости, параллельной базису. Этим мы избегаем редуцирования, но получаем условные высоты, несколько отклоненные от вертикальности на один и тот же угол, что, правда, упрощает приведение их к нормальному виду. Лишь после этого мы сможем произвести точное редуцирование и получить редуцированный снимок, представляющий собой точный план местности в определенном масштабе.

§ 2. НАКЛОННЫЙ АЭРОФОТОСНИМОК

1. Особые точки и прямые

Иногда целесообразно зафиксировать на аэроснимке перспективный вид, который наблюдается с самолета при аэровизуальном обследовании местности. При этом получается снимок, наклоненный на значительный угол α и резко отличающийся величиной искажений от горизонтального снимка. Поэтому несколько остановимся на наклонных (перспективных) аэроснимках.

Наклонный снимок, помимо главной точки, имеет отстоящие достаточно далеко от нее точку надира и точку нулевых искажений, лежащие на главной вертикали, которая на снимке является следом вертикальной плоскости, проходящей через оптическую ось снимка (перпендикуляр к нему). У горизонтального снимка главной вертикали нет. Перпендикулярно к главной вертикали направлена главная горизонталь, проходящая также через главную точку. Параллельно главной горизонтали идут линия нулевых искажений и линия истинного горизонта или прямая точек схода изображений горизонтальных параллельных прямых. Линия нулевых искажений проходит через точку нулевых искажений а линия истинного горизонта проходит через лежащую на главной вертикали главную точку схода горизонтальных прямых, параллельных между собой и параллельных вертикальной плоскости главной вертикали.

Указанные особые точки и прямые, характеризующие наклонные снимки, могут иметь условный характер. Дело в том, что проектирующий пучок лучей наклонного снимка приходится пересекать плоскостью другого снимка, принимаемого условно за горизонтальный. Тогда по отношению к этому снимку данный снимок также может иметь особые точки и прямые, имеющие уже условное значение. С геометрической точки зрения наклонный и горизонтальный (особенно условный) снимки могут поменяться местами, и на горизонтальном снимке можно отметить особые точки и прямые по отношению к некоторому, занимающему определенное положение, наклонному снимку.

2. Свойства особых точек и прямых

Пересечем пучок проектирующих лучей данного снимка плоскостью другого снимка с тем же фокусным расстоянием f и с тем же центром проекции S. Другой снимок будем считать условно горизонтальным или просто горизонтальным, чтобы отличать его от данного снимка. В дальнейшем под горизонтальным снимком мы будем понимать любой другой снимок, составляющий с данным некоторый угол α. Горизонтальными прямыми будем считать прямые, параллельные плоскости другого снимка, а вертикальными — прямые, перпендикулярные к этой плоскости.

Плоскости обоих снимков (рис. 3) пересекутся по прямой UU, перпендикулярной к главной вертикали cV. Прямая UU проходит через точку c пересечения биссектрисы угла $nSo = \alpha$ с плоскостью данного снимка. В верхней части рис. 3 дан вертикальный разрез по плоскости главной вертикали, а внизу представлены совмещенными вращением вокруг оси UU плоскости обоих снимков, наклонного и горизонтального.

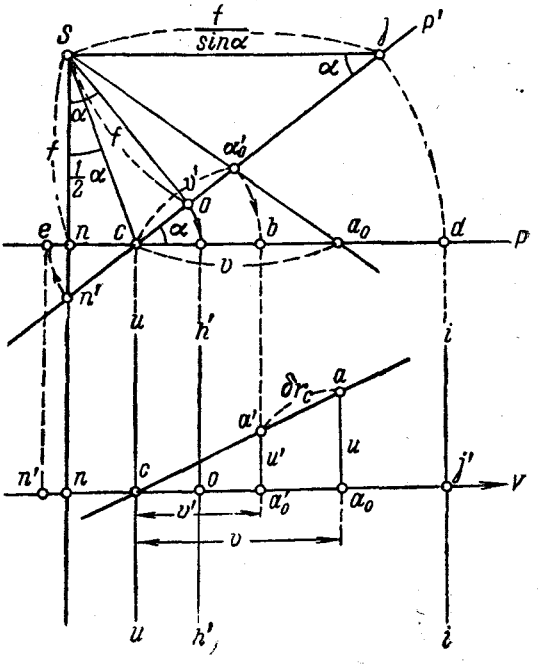


Рис. 3

Таким образом, на рис. 3 представлены:

- cP' — плоскость наклонного снимка;
- cP — плоскость горизонтального снимка;
- cV — главная вертикаль наклонного снимка;
- UU — линия нулевых искажений, общая для обоих снимков;
- $h'h'$ — главная горизонталь наклонного снимка;
- ii — линия истинного горизонта или изображение бесконечно удаленной горизонтальной прямой на наклонном снимке;
- Sj — (вверху) — след горизонтальной плоскости, параллельной снимку cP, на плоскости разреза;
- j — главная точка схода изображений горизонтальных прямых, параллельных вертикальной плоскости главной вертикали на наклонном снимке;
- o — главная точка наклонного снимка;
- c — точка нулевых искажений, след биссектрисы Sc угла α между Sn и So на обоих снимках;
- n' — точка надира наклонного снимка;
- n — главная точка горизонтального снимка.

Линия UU принадлежит обоим снимкам. Поэтому на ней изображения обоих снимков совпадают и нет никаких искажений в расстояниях. Относительный масштаб равен единице. Отсюда ее название — линия нулевых искажений.

Вообразим себе веер проектирующих плоскостей, проходящих через биссектрису Sc. Нетрудно представить, что эти проектирующие плоскости пересекают плоскости P и P' по прямым, образующим конгруентные (совмещаемые) веера прямых с общей вершиной c. Это вытекает из того, что плоскости P и P' симметричны относительно плоскости, перпендикулярной к ребру Sc и проходящей через UU.

Поэтому, если плоскость наклонного снимка вращением вокруг UU на угол α совместить с горизонтальным снимком, то радиусы-векторы $r_c' = \overline{ca'}$ наклонного снимка пойдут по соответствующим векторам $r_c = \overline{ca}$ горизонтального снимка. Точки a и a' лежат на одной прямой, исходящей из c. Углы с вершиной в точке c не искажаются. В этом смысле точка c носит название точки нулевых искажений; находится она на прямой UU нулевых искажений в пересечении последней с главной вертикалью oV.

Положение точек c и n' определяется равенствами

$$\overline{oc} = f \operatorname{tg} \frac{1}{2}\alpha; \quad \overline{on'} = f \operatorname{tg} \alpha; \tag{8}$$

$$\overline{cn'} = \frac{\overline{oc}}{\cos\alpha} = \overline{oc}\left(1 + \frac{1}{\cos\alpha} - 1\right) = \overline{oc}\left(1 + \frac{2\sin^2\frac{1}{2}\alpha}{\cos\alpha}\right) =$$

$$= \overline{oc}\left(1 + \frac{2\sin\frac{1}{2}\alpha \operatorname{tg}\frac{1}{2}\alpha}{\cos\alpha}\right)$$

или

$$\overline{cn'} = \overline{oc}\left(1 + \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\frac{1}{2}\alpha\right) = \overline{oc} + \overline{on}\operatorname{tg}^2\frac{1}{2}\alpha. \tag{9}$$

При небольшом значении α отрезок $\overline{cn'}$ на рис. 3 можно считать равным $\overline{oc}$ и точку n' совпадающей с n, т. е. считать точку c лежащей посредине между o и точкой надира n.

3. Формулы трансформирования

По рис. 3 было установлено, что соответственные точки a' и a, полученные на данном и горизонтальном снимках проектированием одного и того же луча, идущего от некоторой точки A местности, располагаются на одной прямой, исходящей из точки нулевых искажений c, так как соответственные радиусы-векторы, исходящие из c, совпадают. Следовательно, совпадают и любые координатные оси, имеющие своим началом точку c. За одну из осей примем общую ось UU.

По рис. 3 установить отношение ординат v и v' точек a и a' просто. Такое же отношение будет и у абсцисс u и u' и у радиусов-векторов r_c и r_c', а также у других прямоугольных координат x_c, y_c и x_c', y_c' с другим направлением координатных осей, но с тем же началом в точке c.

Треугольник cSj равнобедренный, так как углы при его основании Sc равны $90° - \frac{1}{2}\alpha$. Стороны его $\overline{Sj}$ и $\overline{cj}$ равны между собой и равны $\frac{f}{\sin\alpha}$.

Треугольники Sja_0' и a_0ca_0' подобны.

Точки a_0' и a_0 являются проекциями точек a' и a на ось V, как видно на рис. 3 (низ).

Из подобия указанных треугольников вытекает, что

$$\frac{v}{v'} = \frac{\overline{Sj}}{\overline{a_0'j}} = \frac{\frac{f}{\sin\alpha}}{\frac{f}{\sin\alpha} - v'} = \frac{1}{1 - \frac{v'\sin\alpha}{f}} = \frac{1}{1-\omega'}, \tag{10}$$

где

$$\omega' = \frac{v'\sin\alpha}{f}. \tag{11}$$

Введем еще величину

$$\omega = \frac{v \sin \alpha}{f}. \qquad (12)$$

Из равенств (10) и (12) получаем, что

$$\omega = \frac{v'}{1-\omega'} \frac{\sin \alpha}{f} = \frac{\omega'}{1-\omega'}. \qquad (13)$$

На рис. 3 дано обычное направление наклона снимка. При большом угле наклона α обратный наклон практически исключается при фотографировании находящейся внизу земной поверхности. Поэтому исходным выражением, как выведено в равенстве (10), следует считать $\frac{1}{1-\omega'}$, а не $\frac{1}{1+\omega'}$, хотя по существу безразлично, какое выражение брать, установив соответственно знак величины ω'.

Как уже указывалось,

$$\frac{v}{v'} = \frac{r_c}{r_c'} = \frac{x_c}{x_c'} = \frac{y_c}{y_c'} = \frac{\omega}{\omega'} = \frac{1}{1-\omega'}. \qquad (14)$$

Таковы простые формулы трансформирования, употребляемые при переходе от одного снимка к другому, образующему с первым угол α. По ним производится так называемое трансформирование снимка за его наклон.

Простота формул достигается за счет введения вспомогательной величины v' и связанной с ней величины ω'.

При небольшом угле α рационально выразить небольшие поправки к r_c', x_c', y_c', чтобы получить трансформированные r_c, x_c, y_c путем прибавления этих поправок

$$r_c = r_c' + \delta r; \quad x_c = x_c' + \delta x; \quad y_c = y_c' + \delta y, \qquad (15)$$

$\delta r = r_c - r_c' = \frac{r_c'}{1-\omega'} - r_c' = \frac{\omega'}{1-\omega'} r_c' = \omega r_c'$, также выражается δx и δy.

Значит,

$$\delta r = \omega r_c'; \quad \delta x = \omega x_c'; \quad \delta y = \omega y_c'. \qquad (16)$$

Величины ω, называемые трансформационными коэффициентами, удобно при небольших α выражать небольшими таблицами с аргументом $\omega' = \frac{v' \sin \alpha}{f}$ (см. ниже).

Формулы (15) и (16), равно как и (14), выражают совершенно точно зависимости при любых значениях угла α.

4. Исправление длин за наклон снимков

Формулы (15) и (16) можно приспособить для исправления длин на наклонных аэрофотоснимках.

На рис. 4 представлены соответствующие отрезки $\overline{a'b'} = l'$ и $\overline{ab} = l$ на наклонном и на горизонтальном снимках.

Из точки c нулевых искажений проведен перпендикуляр ck' к прямой $\overline{a'b'}$, и в то же время $\overline{ak''}$ перпендикулярно с ck' и параллельно $a'b'$. При небольшом угле δA, когда угол α невелик, можно считать, что $\overline{ak} = \overline{ak''}$. Последний на основании (15) и (16) выражается равенством

$$\overline{ak''} = \overline{a'k'} + \omega_a \cdot \overline{a'k'}.$$

Значит,

$$\overline{ak} = \overline{a'k'} + \omega_a \cdot \overline{a'k'} = l_a' + \omega_a l_a'.$$

Также

$$\overline{kb} = \overline{k'b'} + \omega_b \cdot \overline{k'b'} = l_b' + \omega_b l_b'.$$

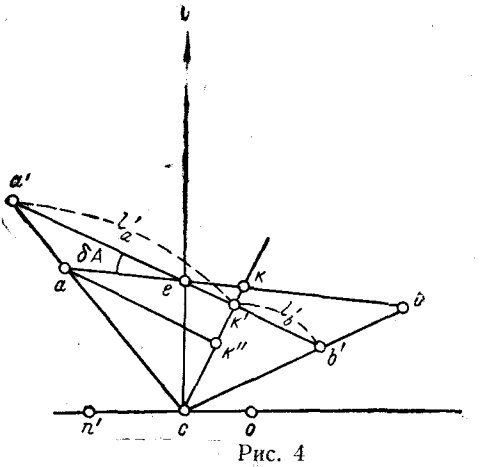


Рис. 4

Отсюда $\overline{ab} = \overline{ak} + \overline{kb} = l$ выражается так:

$$l = l' + \omega_a l_a' + \omega_b l_b',$$

точнее

$$l = \frac{l'}{\cos \delta A} + \omega_a l_a' + \omega_b l_b'. \quad (17)$$

Простота выражения (17) достигнута за счет введения трансформационных коэффициентов ω_a и ω_b зависящих от v_a' и v_b' и находимых по небольшим таблицам, объясненным ниже. Эти коэффициенты пропорциональны отрезкам ae и eb (рис. 4).

Величина угла δA выведена ниже в п. 6 настоящего параграфа. На рис. 4 величина ω_a отрицательная.

5. Таблицы трансформационных коэффициентов

Как уже указывалось, для небольших углов наклона α, что имеет место при плановых аэроснимках, составлены небольшие таблицы коэффициентов ω.

Останавливаясь на выражении $\frac{1}{1-\omega'}$, данном в равенстве (14), мы должны считать ω' положительным в приподнятой части снимка, где r_c' при переходе к r_c удлиняется. Там же будет положительным и $\omega = \frac{\omega'}{1-\omega'}$, которую мы в этой половине снимка обозначаем через $\omega_п$. В опущенной части снимка ω' и ω становятся отрицательными, и ω мы обозначаем через ω_0.

Раздельной линией между $\omega_п$ и ω_0 служит линия нулевых искажений UU.

Если исходить из абсолютного значения $|\omega'|$, то

$$\omega_п = +\frac{|\omega'|}{1-|\omega'|}; \quad \omega_0 = -\frac{|\omega'|}{1+|\omega'|}. \quad (18)$$

По этим формулам и составлены две таблицы (см. приложения 1 и 2).

Заметим, что приподнятой половиной снимка является та, где находится главная точка снимка.

Для получения аргумента $\omega' = \frac{v' \sin \alpha}{f}$, по которому из таблиц находятся коэффициенты $\omega_п$ и ω_0, необходимо измерять ординату v' до оси UU, знать угол α и фокусное расстояние f или постоянное для данного снимка отношение (градиент) $g = \frac{\sin \alpha}{f}$.

Для получения v' необходимо нанести ось UU, проходящую через c, перпендикулярно к oV, на которой лежит точка c на расстоянии $\overline{oc} = f \operatorname{tg} \frac{1}{2}\alpha$.

6. Искажение горизонтального направления на наклонном (плановом) аэроснимке

Имея на снимке истинные оси U и V с началом в точке нулевых искажений по отношению к действительной горизонтальной плоскости, мы можем определить искажение любого горизонтального направления за счет наклона снимка.

На рис. 5 нанесены:

oV — главная вертикаль с точками o, c и n;

cU — линия нулевых искажений и взято направление ED, проходящее на расстоянии d_c от точки c.

Наклон снимка при переходе на горизонтальное положение перемещает точки M, B, D ... прямой ED, оставляя точку E на месте.

Основание перпендикуляра d_c, точка M перемещается по cM на величину $\delta r_м = d_c\omega$, согласно равенствам (16), или с учетом значения ω по равенству (12) на величину

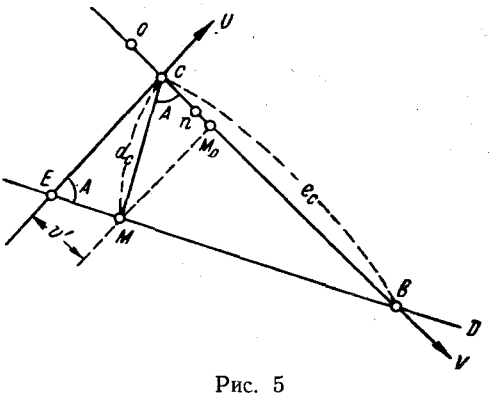


Рис. 5

$$\delta r_м = -\, d_c \frac{v \sin \alpha}{f},$$

где v — величина, близкая к ординате v' точки M, и поэтому может быть для небольшой величины $\delta r_м$ заменена отрезком

$$\overline{cM_0} \approx v = d_c \cos A.$$

Значит,

$$\delta r_м = -\, \frac{d_c^2 \cos A \sin \alpha}{f}.$$

Поворот направления вокруг точки E за счет перемещения точки M даст искомую поправку (искажение) δA угла A, составляемого ED с осью U. Поправка δA, как малый угол, по абсолютному значению представится равенством

$$\delta A = \frac{\delta r_м}{\overline{EM}} = \frac{\delta r_м}{d_c \operatorname{ctg} A} = \frac{d_c^2 \cos A \sin \alpha \sin A}{f d_c \cos A}$$

или

$$\delta A = \frac{d_c \sin A \sin \alpha}{f}. \qquad (19)$$

Такова простая исходная формула, выражающая искажение направления, не проходящего через точку нулевых искажений c.

Естественно было включить в эту формулу в виде вспомогательной величины расстояние d_c данного направления от точки c. В обычных формулах этого мы не находим. В них фигурирует величина l_c, пред-

ставленная на рис. 5 отрезком cB, т. е. расстоянием от c до точки пересечения B направления с осью oV.

Если в выражение (19) вместо d_c подставить его значение в зависимости от l_c, т. е. $d_c = l_c \cos A$, то получим такое равенство

$$\delta A = \frac{l_c \sin 2A \sin \alpha}{2f}. \qquad (20)$$

Оно применяется для получения значений δA, если точка B как вершина веера направлений совпадает с главной точкой o или с точкой надира n вместо точки нулевых искажений c.

В формуле (19) δA зависит от $\sin A$, а в формуле (20) от $\sin 2A$. По первой формуле максимальное значение δA получается при $A = 90°$, а по второй — при $A = 45°$ (135, 225 и 315°). В первой формуле направление является касательной к кругу с радиусом d_c, а во второй — оно вращается вокруг точки, лежащей на оси oV.

При $d_c = f$, что может быть у снимка с коротким фокусным расстоянием, максимальная величина δA искажения горизонтального направления становится равной углу наклона α снимка.

Вообще прямые, прочерченные на краю снимка и идущие по падению или восстанию его плоскости, отличаются по своему направлению от направления на плане на величину того же порядка, что и угол наклона снимка.

Не имеют искажения направления, проходящие вблизи точки нулевых искажений или составляющие небольшой угол с линией нулевых искажений, т. е. когда в формуле (19) малы либо d_c, либо угол A.

Если положение и направление линии нулевых искажений не определено, но известно, что угол α мал, то для построения горизонтальных углов близких к углам, взятым на мензульном планшете, надо брать за вершины так называемые центральные точки, расположенные вблизи главной точки. Они будут близки и к точке нулевых искажений и к точке надира, т. е. согласно формулам (19) и (4), дадут небольшие искажения за счет наклона снимка и за счет рельефа местности. Следует подчеркнуть, что ошибки направлений на плановых аэроснимках за счет разности высот более значительны, чем ошибки за небольшой угол наклона снимка, особенно в холмистых и гористых районах. Поэтому при разностях высот, превышающих уже сравнительно небольшой минимум, приходится при фотограмметрической обработке, например, плановой фототриангуляции, пользоваться точками надира хотя бы условными, но отнесенными к одной общей плоскости для ряда совместно обрабатываемых аэроснимков.

Формулами (19) и (4) обосновывается пригодность и целесообразность плановой фототриангуляции, получившей давно общее признание как у нас, так и за границей.

§ 3. ПАРНЫЕ АЭРОСНИМКИ

1. Узловые точки и лучи

При сопоставлении двух снимков одной и той же местности с целью получения топографических данных о ней полезное вспомогательное значение приобретают так называемые узловые (керновые) точки и лучи.

На рис. 6 показаны плоскости снимков *1* и *2* и их центры проекции S_1 и S_2. Проведенный базис S_1S_2 пересекает плоскости снимков в точках k_1 и k_2, которые мы называем узловыми, другие называют их базисными, раньше их называли керновыми (по немецки Kernpunkte).

Узловая точка k_1 является изображением центра S_2 на первом снимке, а k_2 — изображением S_1 на втором снимке.

Если мы возьмем изображения a_1 и a_2 некоторой точки A пространства, то легко увидеть, что a_1k_1 и a_2k_2 пересекаются в общей точке a', лежащей на ребре ed, т. е. на линии пересечения плоскостей снимков.

Прямые a_1a' и a_2a' называются соответственными узловыми (базисными) лучами. Все такие лучи пересекаются в точках, лежащих на одной прямой ed, что связывает их определенным образом.

Узловой луч a_1a' является изображением на первом снимке проектирующего луча AS_2 второго снимка; узловой луч a_2a' изображает на втором снимке проектирующий луч AS_1 первого снимка.

Это помогает иногда найти на снимке, снятом с одной точки, соответственную точку на снимке, сфотографированном с другой точки стояния, нужно только суметь построить ребро ed и найти узловые точки k_1 и k_2. Проведя, например, узловой луч a_1k_1, мы находим на ed точку a'. Соединив ее с точкой k_2, построим таким образом соответственный луч на втором снимке, на котором должна находиться точка a_2. Если точки a_1 и a_2 принадлежат какому-нибудь контуру (дороге, береговой линии), то узловой луч $a'k_2$ в пересечении с этим контуром на втором снимке точно установит искомое положение точки a_2.

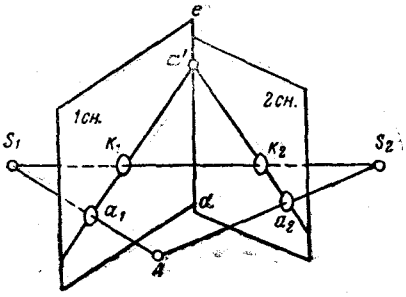


Рис. 6

Наклонный (перспективный) снимок и ортогональный план также имеют взаимные узловые точки в виде точки надира на снимке и проекции точки стояния снимка на плане.

Это вытекает из того, что центр проекции плана находится в бесконечности по вертикальному направлению, т. е. линия базиса проходит вертикально через точку стояния S снимка.

2. Идеальный случай стереопары

Точка на снимке, являясь линейной проекцией проектирующего луча, дает изображение бесконечного ряда точек, лежащих на проектирующем луче.

Поэтому, имея только на одном снимке изображение a некоторой точки A местности, мы не можем получить для нее топографических данных, так как не имеем данных об ее положении на проектирующем луче. Приходится привлекать другой снимок одного и того же участка местности, включающего в себе точку A. Оба снимка должны быть сняты непременно с разных точек стояния.

Осуществляется так называемая прямая пространственная засечка по некоторому перекрытию двух снимков.

Решение прямой засечки упрощается в идеальном случае, когда оба снимка горизонтальны и образуют одну горизонтальную плоскость, что свидетельствует о горизонтальности и самого базиса S_1S_2.

Идеальным случаем можно считать и такой, когда оба снимка образуют одну негоризонтальную плоскость, параллельную базису. К такому случаю можно приводить любую пару плановых снимков с несколько наклоненным базисом путем трансформирования снимков на плоскость, параллельную базису.

На рис. 7 в виде разреза по вертикальной базисной (проходящей через базис) плоскости представлено расположение горизонтальных снимков в идеальном случае.

o_1o_2 и $o_{1-2}\,o_2$ являются следами первого и второго снимков на плоскости разреза. Эти следы образуют на снимках оси Y_1 и Y_2 с началами в точках o_1 и o_2. Прямая $O_1'O_2'$ — след на плоскости разреза горизонтальной плоскости, проходящей через некоторую точку местности, проекция которой на след $O_1'O_2'$ или на плоскость разреза представляется точкой A.

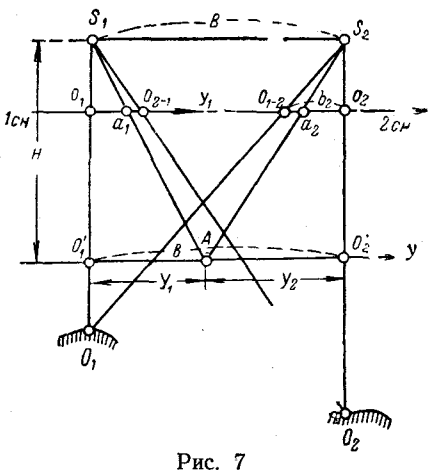


Рис. 7

По следу $O_1'O_2'$ направлена общая ось ординат Y.

Точка A является основанием абсциссы взятой точки на местности вне разреза.

На плоскости $O_1'O_2'$ при общей оси Y берем две системы координат с началами в точках O_1' и O_2'.

Каждая точка, в том числе и A, на плоскости $O_1'O_2'$ будет иметь постоянную разность ординат $Y_1 - Y_2$ в этих двух системах, равную расстоянию между началами O_1' и O_2', или базису B.

Ординаты Y_1 и Y_2 плоскости $O_1'O_2'$ изобразятся на первом и втором снимках в виде ординат y_1 и y_2 в одинаковом масштабе $m = \frac{f}{H}$, где H — отстояние плоскости $O_1'O_2'$ от точек стояния S_1 и S_2 или базиса S_1S_2.

Поэтому

$$y_1 = Y_1 \frac{f}{H}; \quad y_2 = Y_2 \frac{f}{H}$$

и

$$y_1 - y_2 = \frac{f}{H}(Y_1 - Y_2).$$

Поскольку для данной плоскости $O_1'O_2'$ разность $Y_1 - Y_2$ постоянна так же, как и отстояние H, постольку и разность $y_1 - y_2$ постоянна. Она обозначается через p и называется продольным параллаксом. Разность $Y_1 - Y_2 = B$. Значит,

$$y_1 - y_2 = p = \frac{f}{H} \cdot B. \tag{21}$$

Каждая горизонтальная плоскость характеризуется своим продольным параллаксом p, обратно пропорциональным ее отстоянию H.

Абсциссы x_1 и x_2 на снимках в идеальном случае равны между собой. Их разность $x_1 - x_2$, обозначаемая через q и называемая поперечным параллаксом, в данном случае равна нулю.

Примем одну из горизонтальных плоскостей, пересекающих местность, за начальную, или нулевую, и обозначим ее продольный параллакс через p_0 и отстояние через H_0. Тогда на основании равенства (21) получим, что

$$H_0 = \frac{fB}{p_0} \text{ при } H = \frac{fB}{p}. \tag{22}$$

Отсюда относительная высота h любой плоскости с отстоянием H над нулевой плоскостью получает такое общепризнанное простое выражение

$$h = H_0 - H = fB\left(\frac{1}{p_0} - \frac{1}{p}\right) = fB\,\frac{p - p_0}{pp_0}$$

или

$$h = \frac{fB}{p_0}\,\frac{p - p_0}{p} = H_0\,\frac{\Delta p}{p} = H_0\,\frac{\Delta p}{p_0 + \Delta p}, \qquad (23)$$

где $\Delta p = p - p_0$ — приращение продольного параллакса при переходе от нулевой плоскости к другой горизонтальной, проходящей через взятую точку местности; h — относительная высота этой точки.

Все это справедливо и для условно горизонтальных плоскостей.

В данном случае упрощение выражения (23) для относительных высот произошло за счет введения вспомогательной величины в виде продольного параллакса p. Поперечный параллакс q используется при незначительных отклонениях от идеального случая.

Введение параллаксов давно признано всеми.

3. Параллактический треугольник

Приращения продольных параллаксов можно приспособить к определению планового положения точек, связав их со смещением точек за разность высот по радиусам-векторам.

Возмем аэроснимки с идеального случая, представленного на рис. 7. Наложим их один на другой так, чтобы их начальные направления o_1o_{2-1} и $o_{1-2}o_2$ поместились на общую ось ординат Y. Так как абсциссы одноименных точек равны между собой, можно, передвигая снимки по оси Y, совместить любые одноименные точки a_1 и a_2, представляющие собой изображения одной и той же точки местности A.

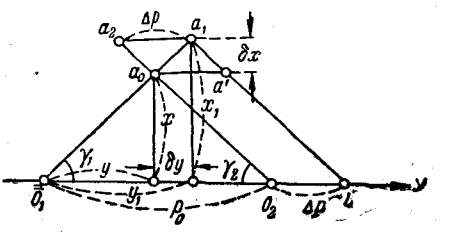


Рис. 8

При этом начала координат o_1 и o_2 одного и другого снимка будут отстоять друг от друга на величину продольного параллакса $p = y_1 - y_2$ точки A, изображения которой a_1 и a_2 совмещены.

Если мы раздвинем по оси Y снимки так, чтобы $\overline{o_1o_2}$ равнялось не p, а p_0, как представлено на рис. 8, то точки a_1 и a_2 разойдутся по прямой a_1a_2, параллельной оси Y, на величину приращения параллакса $\Delta p = p - p_0$.

Тогда планом точки A явится точка a_0 как пересечение радиусов-векторов $a_1o_1 = r_1$ и $a_2o_2 = r_2$.

При этом масштаб планового треугольника $o_1a_0o_2$ на рис. 8 будет равен

$$m_0 = \frac{p_0}{B} = \frac{f}{H_0},$$

где p_0 отвечает нулевой горизонтальной плоскости с отстоянием H_0.

Если нулевую плоскость провести через точку O_1 местности (см. рис. 7), то p_0 будет равно b_2, представляющему отрезок $\overline{o_{1-2}o_2}$ (базис) на снимке 2. Таким образом, при нулевой плоскости, проходящей через точку O_1 первого снимка, параллаксом p_0 служит базис b_2 второго

125904

снимка. Это происходит потому, что на величину b_2 влияет только высота точки O_1, изобразившейся в главной точке o_1 первого снимка, а точка O_2 может быть на любой высоте на оптической оси S_2O_2 и это не изменит b_2.

Треугольник $a_2a_1a_0$ на рис. 8 мы называем параллактическим. Сторонами его являются $a_2a_1 = \Delta p$, $a_1a_0 = \delta r_1$ и $a_2a_0 = \delta r_2$; причем смещения δr_1 и δr_2 могут быть выражены равенством (2).

$$\delta r_1 = -\frac{h}{H_0} r_1; \quad \delta r_2 = -\frac{h}{H_0} r_2$$

или на основании равенства (23):

$$\delta r_1 = -\frac{\Delta p}{p_0 + \Delta p} r_1; \quad \delta r_2 = -\frac{\Delta p}{p_0 + \Delta p} r_2, \tag{24}$$

что вытекает и непосредственно из рис. 8, если на нем провести a_1L параллельно a_2o_2 и a_0a' параллельно оси Y и сопоставить подобные треугольники a_0a_1a' и o_1a_1L.

Параллактический треугольник $a_2a_1a_0$ можно построить с большой точностью в увеличенном масштабе 10 : 1, определив точным измерением на приборе величину Δp и замерив простым транспортиром на снимках углы γ_1 и γ_2 (рис. 8). Эти углы строятся затем при точном основании $a_2a_1 = \Delta p$ треугольника $a_2a_1a_0$.

Координаты x и y точки a_0 можно вычислить по координатам x_1 и y_1 точки a_1 на первом снимке, построив графически на увеличенном параллактическом треугольнике поправки δx и δy или вычислив их аналитически по формулам

$$\delta x = -\frac{\Delta p}{p_0 + \Delta p} x_1; \quad \delta y = -\frac{\Delta p}{p_0 + \Delta p} y_1, \tag{25}$$

что даст

$$x = x_1 + \delta x \text{ и } y = y_1 + \delta y.$$

В нарушение принципа предпочтительного вычисления относительно малых величин можно получить исправленные x и y по формулам

$$x = \frac{p_0}{p_0 + \Delta p} x_1; \quad y = \frac{p_0}{p_0 + \Delta p} y_1. \tag{26}$$

Координаты x и y пропорциональны параллаксам

$$\frac{x}{x_1} = \frac{y}{y_1} = \frac{p_0}{p}, \tag{27}$$

а отстояния H обратно пропорциональны этим параллаксам

$$\frac{H_0}{H} = \frac{p}{p_0}. \tag{28}$$

4. Базисная плоскость отстояний

На рис. 7 была изображена пара аэроснимков в идеальном случае, к которому стремятся перейти, чтобы проще и непосредственно, как было показано, получать не только плановые координаты точек, но и их высоты.

Обычно базис негоризонтален, и снимки в случае плановой съемки при всем старании аэросъемщиков наклонны в произвольном направлении на сравнительно небольшой неизвестный угол.

Как уже указывалось, целесообразно ограничиваться одним трансформированием снимков, не нарушая их связок проектирующих лучей. При переходе к идеальному случаю базис следует считать условно горизонтальным, а снимки делать параллельными между собой и параллельными базису. Таким образом, создается модель местности из условно горизонтальных трансформированных снимков.

Точка местности A, снятая на пару снимков с базиса S_1S_2, проектируется на плоскость этих снимков двумя лучами AS_1 и AS_2, лежащими в одной плоскости, проходящей через базис S_1S_2 и называемой базисной.

Базисные плоскости пересекают снимки по прямым, проходящим, как мы поясняли выше (см. рис. 6), через узловые точки k_1 и k_2. Эти прямые названы узловыми лучами. Узловые точки k_1 и k_2 на плановых аэроснимках находятся далеко за пределами снимка. Узловые лучи k_1o_1 и k_2o_2, проходящие через главные точки, называются главными узловыми лучами. При плановой аэросъемке другие узловые лучи составляют небольшие углы с главными узловыми лучами. В идеальном случае точки k_1 и k_2 уходят в бесконечность, и все узловые лучи становятся параллельными друг другу и находятся на обоих снимках на одинаковом расстоянии от главных узловых лучей. Последние являются следами главных базисных плоскостей, проходящих через оптические оси снимков S_1o_1 и S_2o_2 и образующих в идеальном случае одну вертикальную или условно вертикальную плоскость.

Если снимки, приведенные к идеальному случаю трансформированием, наложить друг на друга, совмещая главные узловые лучи, то и остальные соответственные узловые лучи, будучи параллельными главным, совместятся между собой. Таким образом, можно двигать один снимок по другому, не нарушая это совмещение (см. рис. 8).

Высоту фотографирования H иначе мы называем отстоянием от горизонтальной базисной плоскости (рис. 7), называемой базисной плоскостью отстояний. При наклонном базисе будем иметь условно горизонтальную базисную плоскость отстояний. Положение ее в пространстве, помимо базиса, определяется еще и другим элементом, который устанавливается в соответствии с остальными, так называемыми элементами взаимного ориентирования исследуемой пары снимков.

5. Элементы взаимного ориентирования и их графическое выражение

На паре плановых снимков мы будем иметь полюса n_1' и n_2' базисной плоскости отстояний как следы перпендикуляров к ней, восстановленных в точках стояния S_1 и S_2. Эти следы следует назвать точками условного надира, играющими большую роль в построении модели местности.

Для пояснения представим на рис. 9 второй снимок пары с главной точкой o_2 и точкой стояния (центром проекции) S_2. Через последнюю проходит S_2k_2, представляющая собой отрезок базисной линии. Точка k_2 лежит на плоскости снимка, являясь таким образом узловой точкой.

Через точку S_2 проведена плоскость, перпендикулярная к базису. Ее след на плоскости снимка обозначается через Q_2Q_2, и мы называем его взаимной нормалью, так как положение и направление Q_2Q_2 определяется взаимным положением данной пары снимков и их точек стояния.

Главные базисные плоскости $S_2k_2o_2$ второго и $S_2k_2o_{1-2}$ первого снимков пересекают плоскость, перпендикулярную к базису по прямым S_2l_2 и S_2e_2, которые перпендикулярны к базису; S_2l_2, кроме того, перпендикулярна к взаимной нормали Q_2Q_2. Точки l_2 и e_2, как и другие точки пересечения с плоскостью снимка прямых, перпендикулярных к базису в точке S_2, лежат на прямой Q_2Q_2. На ней должна лежать и точка условного надира n_2', как полюс базисной плоскости отстояний. Это учитывается при выборе последней.

На узловом луче k_2e_2 лежит точка o_{1-2}, т. е. изображение точки O_1 местности, получившей изображение в главной точке o_1 первого снимка.

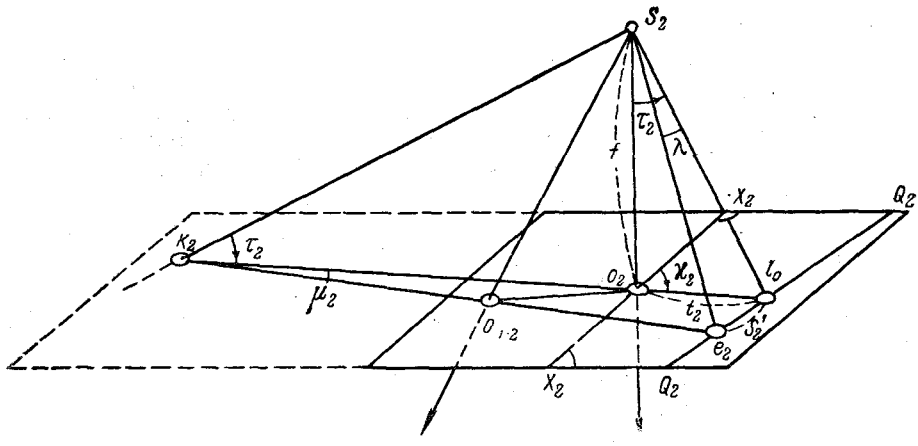


Рис. 9

Угол λ между прямыми S_2l_2 и S_2e_2 является линейным углом двухгранного угла между главными базисными плоскостями обоих снимков. Этот угол по аналогии с географическими координатами называют разностью долгот λ главных базисных плоскостей. Поэтому его следовало бы обозначить через $\Delta\lambda$, но мы для краткости письма обозначаем через λ, как показано на рис. 9. Базисные плоскости являются как бы меридианами.

Плоскость $S_2e_2l_2$, перпендикулярная к базису, является как бы плоскостью экватора по отношению к базису.

Поэтому угол τ_2 между S_2o_2 и плоскостью $S_2e_2l_2$ мы называем широтой снимка. τ_2 равен также углу $S_2k_2o_2$ между базисом и плоскостью второго снимка.

Направление главного узлового луча $k_2o_2l_2$ и перпендикулярной к нему взаимной нормали Q_2Q_2 определяется дирекционным углом $\varkappa$ между некоторым отмеченным на снимке исходным направлением X_2X_2 и лучом k_2l_2, как показано на рис. 9.

На первом снимке мы отмечаем элементы τ_1, $\varkappa_1$ и взаимную нормаль (линию экватора) Q_1Q_1 с точками l и e на ней.

Углы $\varkappa_1$ и τ_1 одного снимка и $\varkappa_2$ и τ_2 другого с углом (взаимной долготой) λ составляют пять необходимых и достаточных элементов взаимного ориентирования плановых аэроснимков.

Вместо углов τ и λ удобно пользоваться отрезками t и s

$$t = f\operatorname{tg}\tau; \quad s = f\operatorname{tg}\lambda. \tag{29}$$

На рис. 9 отрезок $\overline{o_2 l_2} = t_2 = f \operatorname{tg} \tau_2$ и отрезок $\overline{l_2 e_2} = s_2'$ приближенно равняется $s = f \operatorname{tg} \lambda$. Точнее

$$s_2' = \frac{f}{\cos \tau_2} \operatorname{tg} \lambda = \frac{s}{\cos \tau_2}. \qquad (30)$$

Интересно определить угол μ_2 между узловыми лучами $k_2 l_2$ и $k_2 e_2$

$$\operatorname{tg} \mu_2 = \frac{\overline{l_2 e_2}}{\overline{k_2 l_2}} = \frac{\overline{S_2 l_2} \operatorname{tg} \lambda}{\frac{\overline{S_2 l_2}}{\sin \tau_2}} = \operatorname{tg} \lambda \sin \tau_2. \qquad (31)$$

При плановой аэросъемке, т. е. при малых углах τ и λ, угол μ будет очень мал, и мы можем вообще считать, что

$$\mu = \lambda\tau; \quad \overline{ko} = \frac{f}{\tau} = \frac{f^2}{t}; \quad \overline{le} = s = f\lambda; \quad \overline{ol} = f\tau = t. \qquad (32)$$

На каждом снимке пары, помимо главной точки, которая наносится легко по координатным меткам, должна быть нанесена прямая QQ, отстоящая от главной точки на расстоянии t. Взаимные нормали Q_1Q_1 и Q_2Q_2 на том и другом снимке своим направлением и отстояниями t_1 и t_2 от главных точек o_1 и o_2 характеризуют четыре элемента взаимного ориентирования: $\varkappa_1$, $\varkappa_2$, τ_1 и τ_2. Остается пятый элемент λ, который мы выражаем отрезком $s = f\lambda$, откладываем согласно знаку в ту или другую сторону по прямой QQ от основания l перпендикуляра, опущенного из главной точки на QQ. Точка l лежит на главном узловом луче данного снимка.

Таким образом, на первом снимке стереопары мы наносим Q_1Q_1, на втором — Q_2Q_2 и точки e_1 и e_2 на Q_1Q_1 и на Q_2Q_2 как концы отрезков $s = f\lambda$, отложенных от точек l_1 и l_2; Q_1Q_1 и Q_2Q_2 нужны для нанесения на них условных точек надира n_1' и n_2' как полюсов базисной плоскости отстояний.

Как первый, так и второй снимки стереопары могут еще иметь соседние снимки с другой стороны, образующие с ними свои стереопары.

Поэтому на каждом снимке, за исключением первого и последнего в данном маршруте или в части маршрута, должно быть нанесено по две взаимные нормали QQ со своими точками e.

Точка e на QQ является пересечением главного узлового луча или следа главной базисной плоскости соседнего снимка.

Определение элементов взаимного ориентирования и нанесение на контактных отпечатках взаимных нормалей QQ и точек e на них удобнее производить заранее, в камеральной обстановке, и уже подготовленные таким образом отпечатки выдавать на руки полевым работникам. Последние должны будут уметь правильно использовать графически отраженные на снимках элементы их взаимного ориентирования для исправления продольных параллаксов, служащих для получения планового положения и высот точек.

6. Искажение пространства стереоскопического изображения пары аэрофотоснимков

В заключение настоящей статьи внесем некоторую ясность в трактовку вопроса о соотношении вертикального и горизонтального масштаба в пространстве стереоскопического изображения, которое создается при обычном изучении пары снимков под стереоскопом.

Следует подчеркнуть, что пространство стереоскопических изображений имеет другое соотношение с пространством предметов, чем обычное пространство оптических изображений.

На рис. 10 приведена схема разреза стереопары аэрофотоснимков в нормальном (идеальном) случае с горизонтальным базисом фотографирования B при высоте фотографирования H, получены изображения a_1 и a_2 точки A местности.

На такой же схеме рис. 11 рассматривается в стереоскопе при глазном базисе b и отстоянии d от глаз та же стереопара.

Точки o_1, a_1, a_2, и o_2 на рис. 11 те же, что и на рис. 10.

Точка A_c на рис. 11, взятая в пересечении продолжения лучей $\varepsilon_1 a_1$ и $\varepsilon_2 a_2$, представляет собой мнимое изображение точки A в пространстве стереоскопических изображений.

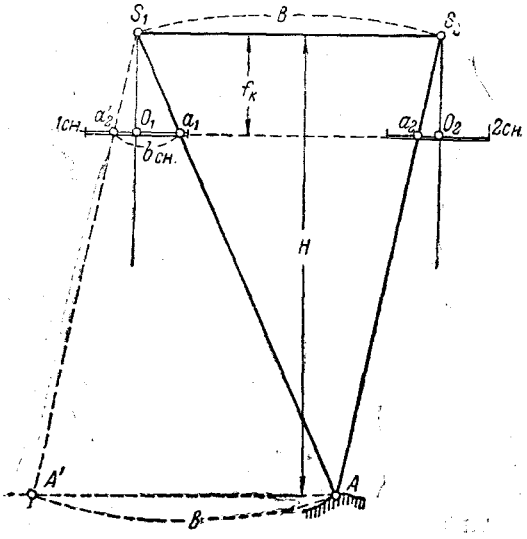


Рис. 10

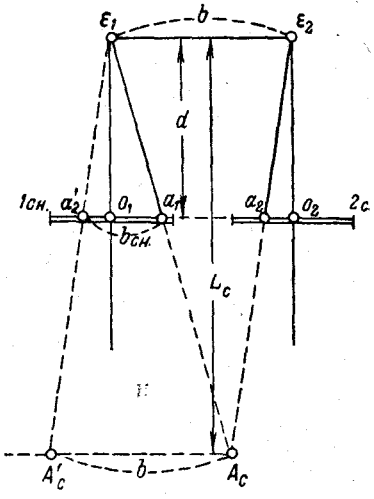


Рис. 11

Проведем на рис. 10 прямую S_1A', параллельную S_2A, и на рис. 11 прямую $\varepsilon_1 A_c'$, параллельную $\varepsilon_2 A_c$. Они отсекут на рис. 10 отрезок $\overline{AA'}$ равный B, и на рис. 11 отрезок $\overline{A_c A_c'}$, равный b.

В то же время S_1A' и $\varepsilon_1 A'_c$ дадут на рис. 10 и 11 на плоскости снимка *1* одну и ту же точку a_2'. На обоих рисунках $\overline{o_1 a_2'} = \overline{o_2 a_2}$ и отрезок $a_2'a_1$, обозначенный через $b_{сн}$, представляет собой разность ординат точек a_1 и a_2 при началах в точках o_1 и o_2: $y_1 = \overline{o_1 a_1}$, y_2 (отрицательная) $= \overline{o_2 a_2}$.

Величина $b_{сн}$ на рис. 10 является как бы изображением базиса B (отрезка $\overline{A'A}$).

Той же величине $b_{сн}$ на рис. 11 в пространстве стереоскопических изображений отвечает глазной базис b (отрезок $\overline{A_c' A_c}$). Отсюда вытекает, что линейное (поперечное) или горизонтальное увеличение β стереоскопического изображения выражается простым отношением

$$\beta = \frac{b}{B}. \qquad (33$$

Увеличение же α в глубину (вертикальное) равно отношению $\frac{L_c}{H}$ что явствует из рис. 10 и 11.

Расстояние L_c (рис. 11) из подобия треугольников $\varepsilon_1 a_1 a_2'$ и $\varepsilon_1 A_c A_c'$ выражается равенством

$$L_c = \frac{bd}{b_{сн}}.$$

Также величина H на рис. 10 имеет значение

$$H = \frac{Bf_к}{b_{сн}}.$$

Значит,

$$\alpha = \frac{L_c}{H} = \frac{bb}{Bf_к}. \qquad (34)$$

В связи с этим искажение пространства стереоскопического изображения в глубину (по вертикальному направлению), представляемое отношением $\frac{\alpha}{\beta}$, выражается равенством

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{d}{f_к}. \qquad (35)$$

Точки ε_1 и ε_2 на рис. 11 являются узловыми точками (центрами зрачков) глаз.

Если в стереоскопе нет окуляров, то снимки должны помещаться на расстоянии наилучшего зрения D, и d на рис. 11 следует взять равным D.

При наличии в стереоскопе окуляров с фокусным расстоянием f снимки для нормальных глаз помещаются в фокальных плоскостях окуляров, а глаза придвигаются возможно ближе к окулярам. В этом случае d становится равным фокусному расстоянию окуляров стереоскопа. Окуляры играют роль лупы. Таким образом,

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{D}{f_к}, \text{ либо } \frac{f}{f_к}, \qquad (36)$$

где D — расстояние наилучшего зрения (25 *см*);

f — фокусное расстояние окуляров стереоскопа, если он снабжен ими;

$f_к$ — фокусное расстояние аэроснимка (аэрофотокамеры).

Отношение $\frac{\alpha}{\beta}$ может быть значительно большим единицы, особенно при короткофокусных снимках. Это вносит большое искажение в наблюдаемую в стереоскоп картину, в рельеф местности, затрудняя правильную оценку крутизны скатов на глаз. Скаты кажутся более крутыми, чем на самом деле.

Мало наклоненная местность приобретает заметный наклон. Но, с другой стороны, утрированные высоты способствуют лучшему выявлению структурных линий рельефа, как-то: гребней, хребтов, водотоков, перегибов террас и т. п., а также более точному определению на глаз высот таких однородных предметов, какими, например, являются деревья.

При измерительном дешифрировании аэроснимков лесной растительности можно на эталоне установить высоту отдельных деревьев или наземным способом, или измерением приращений продольных параллаксов. Это позволяет, опираясь на эталонные определения и на кажущиеся под стереоскопом удлиненные высоты деревьев, лучше оценивать их относительную и абсолютную высоту на всей дешифрируемой площади.

$$\omega_n = \frac{\omega'}{1-\omega'}$$

ω'	00	10	20	30	40	50	60	70	80	90
0,002	0,00200	0,00210	0,00221	0,00231	0,00241	0,00251	0,00261	0,00271	0,00281	0,00290
0,003	0301	0311	0321	0331	0341	0351	0361	0371	0381	0391
0,004	0402	0412	0422	0432	0442	0452	0462	0472	0482	0492
0,005	0502	0513	0523	0533	0543	0553	0563	0573	0583	0593
0,006	0604	0614	0624	0634	0644	0654	0664	0674	0684	0695
0,007	0705	0715	0725	0735	0746	0756	0766	0776	0786	0796
0,008	0806	0817	0827	0837	0847	0857	0867	0878	0888	0898
0,009	0908	0918	0929	0939	0949	0959	0969	0979	0990	1000
0,010	1010	1020	1031	1041	1051	1061	1071	1081	1092	1102
0,011	1112	1122	1133	1143	1153	1163	1174	1184	1194	1204
0,012	1215	1225	1235	1245	1256	1266	1276	1286	1297	1307
0,013	1317	1327	1338	1348	1358	1369	1379	1389	1399	1409
0,014	1420	1430	1440	1451	1461	1471	1482	1492	1502	1513
0,015	1523	1538	1543	1554	1564	1574	1585	1595	1605	1616
0,016	1626	1637	1647	1657	1667	1678	1688	1698	1709	1719
0,017	1730	1740	1750	1761	1771	1781	1791	1802	1812	1823
0,018	1833	1843	1854	1864	1874	1885	1895	1905	1916	1926
0,019	1937	1947	1958	1968	1978	1989	1999	2010	2020	2030
0,020	2041	2051	2062	2072	2082	2093	2104	2114	2124	2135
0,021	2145	2156	2166	2176	2187	2197	2207	2218	2229	2239
0,022	2250	2260	2270	2281	2291	2302	2312	2323	2333	2344
0,023	2354	2365	2375	2385	2396	2406	2417	2428	2438	2449
0,024	2459	2470	2480	2491	2501	2512	2522	2533	2543	2554
0,025	2564	2575	2585	2596	2606	2617	2627	2638	2648	2659
0,026	2670	2680	2691	2701	2712	2722	2733	2743	2754	2764
0,027	2775	2786	2796	2807	2817	2828	2838	2849	2860	2870
0,028	2881	2891	2902	2913	2923	2934	2944	2955	2965	2976
0,029	2987	2998	3008	3019	3029	3040	3050	3061	3071	3081
0,030	3093	3104	3114	3125	3135	3146	3157	3167	3178	3189
0,031	3199	3210	3221	3231	3242	3253	3264	3274	3285	3296
0,032	3306	3317	3327	3338	3348	3459	3370	3381	3392	3402
0,033	3413	3424	3434	3445	3456	3467	3478	3489	3499	3510
0,034	3520	3531	3541	3552	3563	3573	3584	3595	3606	3616
0,035	3627	3637	3648	3659	3670	3681	3692	3702	3713	3724

ω′	00	10	20	30	40	50	60	70	80	90
0,036	0,03734	0,03745	0,03756	0,03767	0,03778	0,03788	0,03799	0,03810	0,03821	0,03832
0,037	3842	3853	3864	3875	3886	3897	3907	3918	3929	3939
0,038	3950	3961	3972	3983	3993	4004	4015	4026	4036	4047
0,039	4058	4069	4080	4091	4102	4112	4123	4134	4145	4156
0,040	4167	4177	4188	4199	4210	4221	4232	4243	4254	4267
0,041	4275	4286	4297	4308	4319	4330	4341	4352	4362	4373
0,042	4384	4395	4406	4417	4428	4439	4450	4461	4471	4482
0,043	4493	4504	4515	4526	4537	4548	4559	4569	4580	4591
0,044	4602	4613	4624	4635	4646	4657	4668	4679	4690	4701
0,045	4712	4723	4734	4745	4756	4767	4778	4789	4800	4811
0,046	4822	4833	4844	4855	4866	4877	4888	4899	4910	4921
0,047	4932	4943	4954	4965	4976	4987	4998	5009	5020	5031
0,048	5042	5053	5064	5075	5086	5097	5108	5119	5130	5141
0,049	5152	5163	5174	5186	5197	5208	5219	5230	5241	5252
0,050	5263	5274	5285	5297	5308	5319	5330	5341	5352	5363

Приложение 2

$$-\omega_0 = \frac{|\omega'|}{1+|\omega'|}$$

|ω′|	00	10	20	30	40	50	60	70	80	90
0,002	0,00200	0,00209	0,00220	0,00230	0,00240	0,00249	0,00260	0,00269	0,00279	0,00288
0,003	0299	0309	0319	0329	0339	0350	0359	0369	0379	0389
0,004	0398	0408	0418	0428	0438	0448	0458	0468	0478	0488
0,005	0498	0507	0517	0527	0537	0547	0557	0567	0577	0587
0,006	0597	0606	0616	0626	0636	0646	0656	0666	0675	0685
0,007	0695	0705	0715	0725	0735	0745	0754	0764	0774	0784
0,008	0794	0804	0814	0824	0833	0843	0853	0863	0873	0882
0,009	0892	0902	0912	0922	0931	0941	0951	0961	0971	0980
0,010	0990	1000	1010	1019	1029	1039	1049	1059	1068	1078
0,011	1088	1098	1108	1118	1128	1138	1147	1157	1167	1176
0,012	1186	1196	1206	1215	1225	1234	1244	1254	1264	1274
0,013	1283	1293	1303	1313	1322	1332	1342	1352	1361	1371

Продолжение приложения 2

$\lvert\omega'\rvert$	00	10	20	30	40	50	60	70	80	90
0,014	0,01381	0,01391	0,01400	0,01410	0,01420	0,01429	0,01439	0,01449	0,01458	0,01468
0,015	1478	1488	1497	1507	1517	1527	1536	1546	1556	1565
0,016	1574	1584	1594	1604	1614	1623	1633	1643	1652	1662
0,017	1672	1681	1691	1701	1710	1720	1730	1739	1749	1759
0,018	1768	1778	1788	1797	1807	1816	1826	1836	1845	1855
0,019	1865	1874	1884	1894	1903	1913	1923	1932	1942	1951
0,020	1961	1970	1980	1990	2000	2009	2019	2028	2038	2047
0,021	2057	2067	2076	2086	2095	2105	2115	2124	2134	2143
0,022	2159	2162	2172	2182	2191	2201	2210	2220	2229	2239
0,023	2249	2258	2268	2277	2287	2296	2306	2315	2325	2334
0,024	2344	2354	2363	2373	2382	2392	2401	2411	2420	2430
0,025	2439	2449	2458	2468	2477	2486	2496	2506	2515	2525
0,026	2534	2544	2553	2563	2572	2582	2592	2601	2611	2620
0,027	2630	2639	2649	2658	2668	2677	2686	2696	2705	2715
0,028	2724	2734	2743	2753	2762	2771	2781	2790	2800	2809
0,029	2818	2828	2837	2847	2856	2866	2875	2884	2894	2903
0,030	2913	2922	2932	2941	2951	2960	2970	2979	2989	2998
0,031	3007	3017	3026	3035	3044	3054	3064	3073	3082	3091
0,032	3101	3110	3120	3129	3138	3148	3157	3167	3176	3185
0,033	3195	3204	3213	3223	3232	3242	3251	3261	3270	3279
0,034	3288	3298	3307	3317	3326	3335	3344	3353	3363	3372
0,035	3382	3391	3400	3410	3419	3428	3438	3447	3457	3466
0,036	3475	3485	3494	3503	3512	3522	3531	3540	3549	3559
0,037	3568	3578	3587	3596	3606	3615	3624	3633	3642	3652
0,038	3661	3670	3679	3689	3698	3707	3716	3726	3735	3744
0,039	3754	3763	3772	3782	3791	3800	3809	3818	3828	3837
0,040	3846	3856	3865	3874	3883	3893	3902	3911	3920	3929
0,041	3939	3948	3957	3966	3975	3985	3994	4003	4012	4021
0,042	4031	4040	4049	4059	4068	4077	4087	4096	4105	4114
0,043	4123	4132	4141	4150	4160	4169	4178	4187	4196	4205
0,044	4214	4224	4233	4242	4251	4260	4269	4278	4288	4297
0,045	4307	4316	4325	4334	4343	4352	4361	4370	4379	4388
0,046	4398	4407	4416	4425	4434	4443	4452	4461	4471	4480
0,047	4489	4498	4507	4516	4525	4534	4544	4553	4562	4571
0,048	4580	4589	4598	4607	4616	4626	4635	4644	4653	4662
0,049	4671	4680	4689	4698	4708	4717	4726	4735	4744	4753
0,050	4762	4771	4780	4789	4798	4807	4816	4825	4834	4844