Записки Ленинградского орденов Ленина и Трудового Красного Знамени Горного института им. Г. В. Плеханова, т. XXXVI, вып. 2, 1959 г.

К ОЦЕНКЕ ТОЧНОСТИ ИЗОБРАЖЕНИЯ ЗАЛЕЖИ ПОЛЕЗНОГО ИСКОПАЕМОГО ПО ДАННЫМ РАЗВЕДКИ

Е. И. Попов

Оценка точности гипсометрических планов залежей и геологических разрезов имеет большое значение для правильного их использования в горноэксплуатационных целях и при выборе рациональной методики разведки месторождений.

В настоящей статье излагаются некоторые результаты разработки методов численной оценки точности определения формы полого и горизонтально залегающих пластообразных и линзообразных залежей при разведке их по геометрически правильной или близкой к ней сетке. При этом основное внимание уделяется установлению надежности предлагаемых способов оценки и выбору рациональной плотности сетки разведочных выработок.

Для оценки точности гипсометрии, построенной по данным детальной разведки, предлагаются формулы [6]:

$$\sigma_\varepsilon \approx \pm \sqrt{\frac{\sum \Delta''^2}{6k}}; \qquad (1)$$

$$\sigma'_\varepsilon \approx \pm \sqrt{\frac{\sum K^2}{4k'}}, \qquad (2)$$

где σ_ε и σ'_ε — средние квадратические ошибки определения отметок почвы (кровли) залежи по ее гипсометрическому плану, построенному по данным разведки;

Δ'' — последовательные вторые разности из отметок почвы (или кровли) по разведочным точкам;

k — число вторых разностей;

K — значения $K = (\varepsilon_i + \varepsilon'_{i+1}) - (\varepsilon'_i + \varepsilon_{i+1})$ вычисляются по схеме рис. 1;

k' — число значений K.

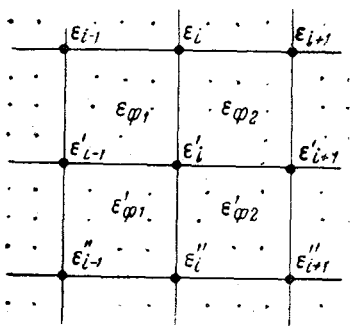
В основу формул (1) и (2) положены следующие основные положения.

1. Форму поверхностей, ограничивающих залежь (поверхность кровли или почвы), можно рассматривать как совокупность форм различного порядка. Из этой совокупности выделяются: основная форма, присущая данному типу месторождения полезного ископаемого, и вторичные формы I, II, III и т. д. порядка, сопровождающие и в той или

иной степени искажающие основную форму. Поэтому каждое значение показателя (отметки почвы или кровли) можно рассматривать как алгебраическую сумму показателей основной и вторичных форм.

2. Результаты разведки при той или иной плотности разведочной сетки являются механической выборкой из совокупности показателей основной и вторичных форм. В зависимости от сложности изучаемой формы и плотности разведочной сетки, механическая выборка по своему характеру может быть случайной или неслучайной, а также может иметь промежуточный характер между случайной и неслучайной выборками.

Так, если показатели основной формы не изменяются по площади, а вторичные формы до некоторого порядка H значительно искажают



Определение $\sigma'_\phi = \pm\sqrt{\frac{\Sigma P^2}{n_p}}$ $\sigma'_\varepsilon = \pm\sqrt{\frac{\Sigma K^2}{4k'}}$

a	b	ε_ϕ	$\frac{a+b}{4} - \varepsilon_\phi = P$	P^2	$a-b=K$	K^2
$\varepsilon_{i-1}+\varepsilon'_i$	$\varepsilon_i+\varepsilon'_{i-1}$	$\varepsilon_{\phi 1}$	P_1	P_1^2	K_1	K_1^2
$\varepsilon_i+\varepsilon'_{i+1}$	$\varepsilon_{i+1}+\varepsilon'_i$	$\varepsilon_{\phi 2}$	P_2	P_2^2	K_2	K_2^2
				ΣP^2		ΣK^2

Рис. 1. Схема вычисления значений σ'_ϕ и σ'_ε

основную форму и плотность разведочной сетки такова, что закономерности измерения и расположения вторичных форм не вскрываются, то механическая выборка близка по своему характеру к случайной.

Если основная форма незначительно искажена вторичными и подчиняется закономерностям, которые легко вскрываются даже при незначительной плотности разведочной сетки, то механическая выборка носит неслучайный характер. Кроме того, выборка будет неслучайной и в том случае, если основная форма значительно искажена вторичными, но разведочная сетка сгущена настолько, что ею вскрываются закономерности изменения основной и части вторичных форм до некоторого порядка H, а вторичными формами порядка $H+1$ и выше можно пренебречь.

Механическая выборка носит промежуточный характер между случайной и неслучайной, если плотность разведочной сетки достаточна для того, чтобы вскрыть основную форму и часть вторичных форм до некоторого порядка H, но недостаточна, чтобы вскрыть вторичные формы от порядка $H+1$ до некоторого порядка $H+P$, которые искажают вскрываемые закономерности изменения формы и вносят элемент случайности в выборочные значения показателя.

Следовательно, при переходе от сложных к простым формам залежей и при сгущении разведочной сетки количество вскрываемых вторичных форм постепенно увеличивается. Они как бы переливаются из разряда невскрываемых в разряд вскрываемых, поэтому каждое выборочное значение показателя содержит две существенно различные части: систематическую и случайную, удельный вес которых изменяется в зависимости от того насколько полно вскрываются закономерности изменения изучаемой формы. Характер механической выборки пол-

ностью определяется величиной и видом изменения систематической и степенью изменчивости случайной составляющих выборочных значений показателя. В первом случае (механическая выборка близка по характеру к случайной) отсутствует изменение систематической составляющей выборочных значений показателя. Во втором случае (неслучайная выборка) в выборочных значениях показателя случайная составляющая настолько мала, что ею пренебрегаем. Наконец, в третьем случае (промежуточный характер механической выборки) выборочные значения показателя состоят из двух составляющих — систематической и случайной.

3. Точность гипсометрического плана зависит прежде всего от характера выборки, так как им определяется полнота вскрытия закономерностей изменения формы изображаемой поверхности, а следовательно, способ и возможность ее построения по выборочным данным. При неслучайном характере выборки закономерности изменения формы изучаемой поверхности вскрываются полностью, что позволяет произвести ее построение практически точно. Однако в этом нет необходимости, и плотность разведочной сетки стремятся выбрать такой, чтобы достигались наименьшие затраты на производство разведочных работ и достаточная точность результатов разведки. Это приводит, как правило, к меньшей, чем необходимо для случайного характера выборки, плотности разведочной сетки.

Случайный характер выборки, как и неслучайный, встречается сравнительно редко. Но в противоположность неслучайной выборке построение гипсометрии изучаемой поверхности при этом невозможно, так как наилучшим приближением к истинной поверхности при случайном характере выборки будет плоскость, проведенная на уровне общего среднего. Действительно, среднее квадратическое отклонение $\sigma_{\varepsilon\,сл}$ отметок данной поверхности от общего среднего уровня (рис. 2)

$$\sigma_{\varepsilon\,сл} \approx \pm \sqrt{\frac{\sum(\varepsilon_{сл} - \bar{\varepsilon}_{сл})^2}{n}}, \qquad (3)$$

(где n — число отметок), тогда как средняя квадратическая ошибка интерполирования (построение гипсометрии в данном случае возможно только путем линейного интерполирования между выборочными значениями показателя) будет геометрической суммой (3) и средней квадратической ошибки определения среднего из двух смежных выборочных значений показателя

$$I_{сл} \approx \pm \sqrt{\sigma^2_{\varepsilon\,сл} + \frac{\sigma^2_{\varepsilon\,сл}}{2}} = \pm 1{,}23\sigma_{\varepsilon\,сл}, \qquad (4)$$

где $I_{сл}$ — средняя квадратическая ошибка интерполирования между случайными составляющими выборочных значений показателя.

Таким образом, построение гипсометрии производится по разведочным данным (отметки почвы, кровли залежи), которые чаще всего являются механической выборкой с промежуточным характером между случайным и неслучайным.

При промежуточном характере выборки наиболее правильным и объективным способом построения гипсометрии является линейная интерполяция между выборочными значениями показателя. Действительно, линейная интерполяция между систематическими составляющими выборочных значений показателя наиболее проста и вполне достаточна для воспроизведения вскрываемых ими закономерностей изменения

формы изучаемой поверхности. Линейная же интерполяция между случайными составляющими — единственно возможна. Сказанное тем более правильно, что при построении гипсометрии невозможно разделение выборочных значений показателя на их составляющие.

Очевидно, ошибка определения отметки почвы (кровли) залежи по ее гипсометрическому плану в отдельных точках, расположенных между разведочными выработками и в центрах разведочных ячеек, складывается из ошибок интерполирования между случайными $i_{сл}$ и между систематическими $i_с$ составляющими выборочных значений показателя. Отсюда средняя квадратическая ошибка определения отметок почвы (кровли) залежи по ее гипсометрическому плану (в указанных точках)

$$\sigma_\varepsilon = \pm \sqrt{I_{сл}^2 + I_с^2}, \qquad (5)$$

где $I_с$ — средняя квадратическая ошибка интерполирования между систематическими составляющими выборочных значений показателя

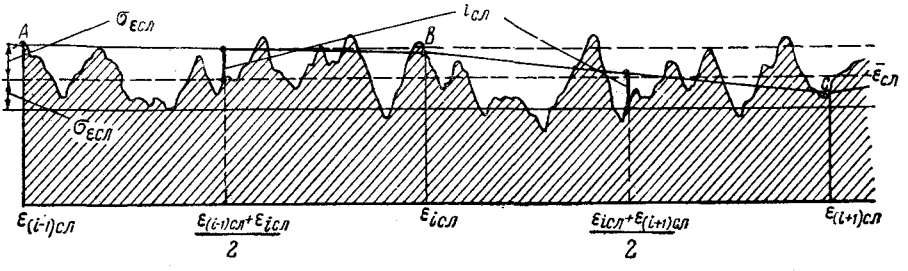


Рис. 2. Схема интерполяции между выборочными значениями показателя при случайном характере выборки:

$\varepsilon_{i\,сл}$ — выборочные значения показателя; $\bar{\varepsilon}_{сл}$ — среднее значение $\varepsilon_{i\,сл}$; AB и BC — интерполяционные линии; $i_{сл}$ — ошибки интерполирования

Среднее квадратическое из ошибок интерполирования между систематическими составляющими берется потому, что они в общем случае (в систематическую составляющую входят показатели части вскрываемых положительных и отрицательных вторичных форм) встречаются с равной вероятностью как со знаком плюс, так и со знаком минус. Кроме того, постоянный знак у ошибок интерполирования между систематическими составляющими $i_с$ будет лишь в том случае, если изменение систематической составляющей на всей площади разведуемого участка представляет плавную только выпуклую или только вогнутую поверхность. Но, принимая во внимание, что в общем при промежуточном характере выборки $i_с$ меньше $i_{сл}$ (иначе выборка будет неслучайной), в данном случае $i_с$ будет *значительно* меньше $i_{сл}$ и практически можно принять $\sigma_\varepsilon \approx \pm I_{сл}$.

В общем случае для определения $\sigma_с$ необходимо знать $I_{сл}$ и $I_с$. Для этого нужно либо разделить выборочные значения показателя на их составляющие, что, как отмечалось выше, сделать невозможно, либо искать косвенные пути. Так, вместо разделения выборочных значений показателя можно подобрать такие их комбинации, в которые будут входить только величины, эквивалентные $i_{сл}$ и $i_с$, т. е. ошибкам интерполирования между случайными и систематическими составляющими выборочных значений показателя. Для этой цели, в частности, можно использовать вторые разности, применение которых для решения аналогичных задач впервые предложено Д. А. Казаковским [2],

и значения K, предложенные А. И. Осецким [5], как показатель соответствия густоты разведочных точек характеру разведуемой залежи.

Так, если ε_1, ε_2, ε_3, ..., ε_n — выборочные значения показателя, а $\varepsilon_{1\,сл}$, $\varepsilon_{2\,сл}$, ..., $\varepsilon_{n\,сл}$ и $\varepsilon_{1\,с}$, $\varepsilon_{2\,с}$, ..., $\varepsilon_{n\,с}$ соответственно их случайные и систематические составляющие, так что $\varepsilon_1 = \varepsilon_{1\,сл} + \varepsilon_{1\,с}$; $\varepsilon_2 = \varepsilon_{2\,сл} + \varepsilon_{2\,с}$; ...; $\varepsilon_n = \varepsilon_{n\,сл} + \varepsilon_{n\,с}$,

то

$$\Delta_i'' = \varepsilon_{i-1} - 2\varepsilon_i + \varepsilon_{i+1} = \left(\varepsilon_{(i-1)\,сл} - 2\varepsilon_{i\,сл} + \varepsilon_{(i+1)\,сл}\right) + \left(\varepsilon_{(i-1)\,с} - 2\varepsilon_{i\,с} + \varepsilon_{(i+1)\,с}\right) = \Delta_{i\,сл}'' + \Delta_{i\,с}'',$$

где $\Delta_{i\,сл}''$ — случайные и $\Delta_{i\,с}''$ — систематические части вторых разностей.

Очевидно, $\Delta_{i\,сл}''$ — случайная величина с математическим ожиданием, равным нулю, и дисперсией

$$D\Delta_{сл}'' \approx \sigma_{\varepsilon\,сл}^2 + 4\sigma_{\varepsilon\,сл}^2 + \sigma_{\varepsilon\,сл}^2 = 6\sigma_{\varepsilon\,сл}^2. \qquad (6^*)$$

Отсюда

$$\sigma_{\varepsilon\,сл} \approx \pm \sqrt{\frac{\sum (\varepsilon_{i\,сл} - \bar{\varepsilon}_{сл})^2}{n}} \approx \pm \sqrt{\frac{\sum \Delta_{сл}''^2}{6k}}. \qquad (7)$$

Следовательно, принимая во внимание выражение (4), средняя квадратическая ошибка интерполирования между случайными составляющими выборочных значений показателя

$$I_{сл} = \pm 1{,}23 \sqrt{\frac{\sum \Delta_{сл}''^2}{6k}}. \qquad (8)$$

Систематическая часть вторичных разностей $\Delta_с''$ — есть приближенное значение второй производной (если условно принять расстояние между точками определения показателя равным единице), что позволяет определить ошибку интерполирования, пользуясь обычными интерполяционными формулами. Таким образом, для средней квадратической ошибки интерполирования между систематическими составляющими получено выражение

$$I_с \approx \pm \sqrt{\frac{\sum \Delta_с''^2}{64k}} = \pm \frac{1}{3{,}3} \sqrt{\frac{\sum \Delta_с''^2}{6k}}. \qquad (9)$$

Из формул (8) и (9) получаем среднюю квадратическую ошибку определения отметок почвы (кровли) залежи по ее гипсометрическому плану

$$\sigma_\varepsilon = \pm \sqrt{\frac{\sum \Delta_{сл}''^2}{4k} + \frac{\sum \Delta_с''^2}{64k}}, \qquad (10)$$

где опять-таки $\Delta_{сл}''$ и $\Delta_с''$ неопределимы, но, полагая попеременно $\Delta_{сл}'' = 0$, а $\Delta_с'' \neq 0$ и $\Delta_{сл}'' \neq 0$, а $\Delta_с'' = 0$, приходим к заключению, что

$$\pm \frac{1}{3{,}3} \sqrt{\frac{\sum \Delta''^2}{6k}} < \sigma_ф \leqslant \pm 1{,}23 \sqrt{\frac{\sum \Delta''^2}{6k}} \qquad (11)$$

есть пределы, в которых заключена точность гипсометрического плана изучаемой поверхности, построенного по данным разведки при проме-

* Равенство выполняется точно, если брать из $\varepsilon_{сл}$ все возможные комбинации типа $\varepsilon_{сл} - 2\varepsilon_{сл} + \varepsilon_{сл}$. Здесь же оно решено приближенно, но достаточно точно для наших целей.

жуточном характере выборки (Δ'' — вторые разности, вычисляемые по выборочным данным; $\sigma_ф$ — фактическая точность гипсометрического плана).

При оценке по значениям K соответствующие пределы будут

$$\pm \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\sum K^2}{4k}} < \sigma'_ф \leqslant \pm 1{,}1\sqrt{\frac{\sum K^2}{4k}}. \qquad (12)$$

Этот результат получен в основном аналогично приведенному выше по формуле (11), за исключением определения ошибки интерполирования между систематическими составляющими. Последняя получена из соотношения между K и фактической ошибкой интерполирования для ряда геометрически правильных и близких к ним поверхностей.

Из неравенств (11) и (12) следует, что при промежуточном характере выборки (так как $K_{сл} \neq 0$ и $\Delta''_{сл} \neq 0$) оценка $\sigma_ф$ и $\sigma'_ф$ по формулам (1) и (2) будет давать завышенный результат не более чем в полтора-два раза.

Приведенные рассуждения не являются строгим математическим доказательством и поэтому нуждаются во всесторонней практической и экспериментальной проверке. С этой целью автором был проведен эксперимент на двух моделях. Первая представляла сложную топографическую поверхность кровли линзообразной залежи (заимствована из работы А. И. Осецкого [5]), вторая — фактическую гипсометрию почвы пласта, построенную по данным горных работ (шахта № 17 треста Щекинуголь комбината Тулауголь). Эксперимент заключался в определении $\sigma'_ф$ и σ'_ε для разных положений и при различной плотности «разведочной» сетки.

Фактическая точность гипсометрии, которую можно достигнуть при данном положении сетки с расстоянием между скважинами, равным l, определялась как

$$\sigma'_ф = \pm\sqrt{\frac{\sum p^2}{n_р}}, \qquad (13)$$

где $p = \frac{\varepsilon_i + \varepsilon_{i+1} + \varepsilon'_{i+1} + \varepsilon'_i}{4} - \varepsilon_ф$ — разность между средним из четырех значений показателя в вершинах разведочной ячейки и фактической отметкой в центре ячейки (см. рис. 1);

$n_р$ — число разностей.

Затем при этой же плотности разведочной сетки и для этого же ее положения по формуле (2) определялось σ'_ε и сравнивалось с $\sigma'_ф$. Оценка по формуле (1) производилась только для самой густой сетки первой модели, так как в этом случае характер выборки ближе к неслучайному и расхождение между $\sigma_ф$ и σ_ε должно быть наибольшим. Результат оценки по формуле (1) также сравнивался с $\sigma'_ф$, так как $\sigma'_ф \approx \sigma_ф$.

Обычно при построении гипсометрии в центрах ячеек берется не среднее из четырех угловых значений показателя, а производится линейная интерполяция по одной из диагоналей разведочной ячейки. Однако так можно поступать только при полной уверенности в правильности выбора диагонали. При промежуточном же характере выборки, в силу наличия случайных составляющих выборочных значений показателя, такой уверенности, как правило, нет и неправильный выбор диагонали в одной ячейке приводит к серии ошибок в других ячейках, вместо

приближения к фактической гипсометрии получается плод фантазии исполнителя. Так, для четырех положений сетки 100×100 *м* (вторая модель) был проделан такой опыт: фактическая точность гипсометрии определялась по разностям P_1 — между истинными отметками в центрах ячеек и наиболее близкими к ним результатами интерполирования по одной из диагоналей (табл. 1).

Таблица 1

Положение сетки	n	$\pm\sigma''_{ф}$	$\pm\sigma'_{ф}$	$\pm\sigma'_{\varepsilon}$
1	110	1,3	1,6	1,8
2	107	1,1	1,5	1,8
3	105	1,5	1,9	1,8
4	108	1,5	1,7	1,4

Примечание. $\sigma''_{ф} = \pm\sqrt{\frac{\sum P_1^2}{n}}$; $\sigma'_{ф} = \pm\sqrt{\frac{\sum P^2}{n}}$ (см. схему рис. 1);

$$\sigma'_{\varepsilon} = \pm\sqrt{\frac{\sum K^2}{4k}}.$$

Как видно из таблицы, даже при таком практически неосуществленном выборе диагоналей точность гипсометрии повышается незначительно. Это не значит, конечно, что выбор диагоналей в отдельных разведочных ячейках или их группах при промежуточном характере выборки не может быть вполне определенным. Такие случаи могут встречаться (например, если разведочная сетка расположена выгодно по отношению к руслу древней реки или другому отдельному резкому понижению или повышению поверхности почвы залежи, на которое указывают не только отметки поверхности, но и изменение качества полезного ископаемого, мощности и т. д.), но они очень редки, так как возможных положений сетки значительно больше, чем благоприятных по отношению к отдельным ярко выраженным вторичным формам, у которых хотя бы один из параметров (длина, ширина) был меньше $2l$. Кроме того, даже при благоприятном положении разведочной сетки, увеличение точности гипсометрии в отдельных ячейках не внесет существенного изменения в $\sigma'_{ф}$ и ее оценку.

Экспериментом преследовалась и другая цель: выяснение закономерности изменения точности гипсометрии при сгущении и разрежении разведочной сетки. При изменении плотности разведочной сетки изменяется характер выборки, а с ним $\frac{\sum \Delta''^2}{6k}$ и $\frac{\sum K^2}{4k'}$. Следовательно, только установив эту закономерность для указанного типа залежей (модели выбраны именно с таким расчетом), можно определить необходимую плотность сетки для построения гипсометрического плана с заданной точностью.

Результаты эксперимента, представленные на рис. 3 и 4, показывают следующее.

1. Формулы (1) и (2) дают вполне удовлетворительную оценку точности гипсометрических планов поверхностей, ограничивающих залежи указанного типа. Оценка по формуле (1) превышает фактическую точность гипсометрии не более чем в 1,2 раза при самой плотной сетке первой модели, что указывает на отсутствие такого завышения при более

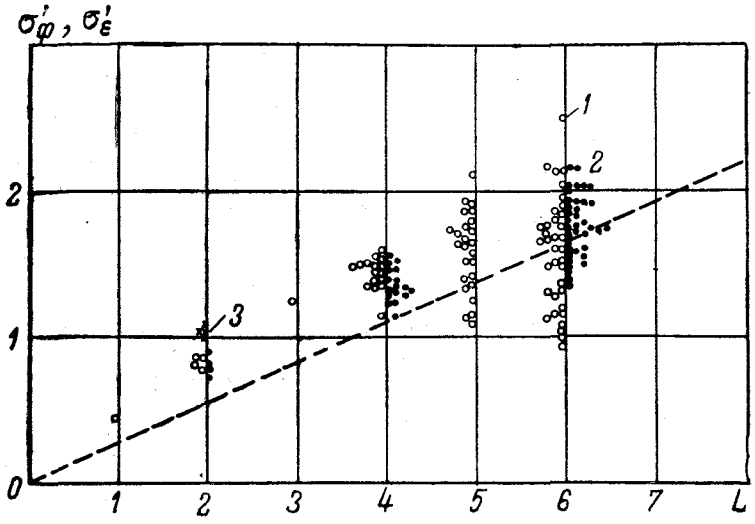


Рис. 3. Результаты обработки первой модели:
$1 - \sigma_\varepsilon'$; $2 - \sigma_\Phi'$; $3 - \sigma_\varepsilon$

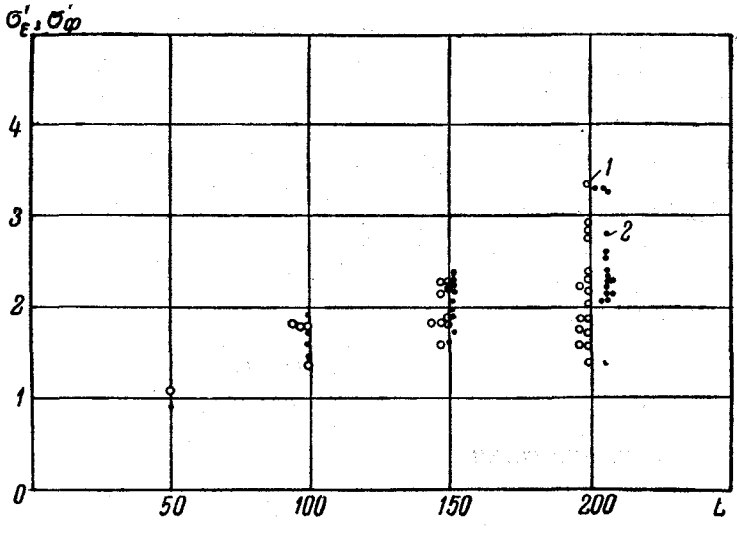


Рис. 4. Результаты обработки второй модели:
$1 - \sigma_\varepsilon''$; $2 - \sigma_\Phi'$

редких сетках. Результаты оценки по формуле (2) практически точны. Следовательно, для реальных сложных топографических поверхностей не только $i_c < i_{сл}$, но $\Delta_c'' < \Delta_{сл}''$ и $K_c < K_{сл}$ даже при большом сгущении сетки, когда условно можно считать, что производится разведка сравнительно спокойной поверхности.

2. Наблюдаемое постепенное увеличение разброса σ_ϕ' и σ_ε' по мере разрежения разведочных сеток (рис. 3 и 4) объясняется уменьшением числа данных, по которым производится построение гипсометрии и ее оценка, и зависимостью точности гипсометрии от положения разведочной сетки. Сказанное справедливо, если распределение вероятностей $|\sigma_\phi'|$, $|\sigma_\varepsilon'|$ и $\Delta = |\sigma_\phi'| - |\sigma_\varepsilon'|$ (для одной и той же плотности, но для разных положений сетки) подчиняется закону, близкому к нормальному. Оценка расхождений между эмпирическими распределениями частот $|\sigma_\phi'|$, $|\sigma_\varepsilon'|$ и $\Delta = |\sigma_\phi'| - |\sigma_\varepsilon'|$ (для сетки $6l \times 6l$, первая модель) и теоретическими, вычисленными по статическим параметрам эмпирических распределений (рис. 5), показывает, что эти расхождения случайны, а распределения подчиняются нормальному закону распределения вероятностей (табл. 2).

Таблица 2

Распределение	n	Среднее, M	Стандартное, $\pm m$	Оценка по критериям				
				λ		χ^2		$\frac{\chi^2-k}{\sqrt{2k}}<3$
				λ	$P(\lambda)$	χ^2	$P(\chi^2)$	
$\lvert\sigma_\phi'\rvert$	36	1,75	0,20	0,72	0,68	3,07	0,81	0,8<3
$\lvert\sigma_\varepsilon'\rvert$	36	1,62	0,37	0,27	1,00	2,00	0,98	1,5<3
$\Delta = \lvert\sigma_\phi'\rvert - \lvert\sigma_\varepsilon'\rvert$	36	0,00	0,42	0,27	1,00	1,34	0,85	0,9<3

Как видно из табл. 2 и рис. 3, средние из 36 значений $|\sigma_\phi'|$ и $|\sigma_\varepsilon'|$ отличаются друг от друга приблизительно в 1,1 раза. Это может объясняться либо случайным характером выборки, так как согласно выражению (12), при случайном характере выборки $\sigma_\phi' = 1{,}1\sigma_\varepsilon'$, либо тем, что $K_{сл} \gg K_c$. Если выборка случайна, то согласно формуле (7), должно выполняться равенство

$$\sigma_{\varepsilon_m}' = \pm\sqrt{\frac{\sum(\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})}{n}},$$

или для 36 положений сетки

$$\pm\sqrt{\frac{\sum\sigma_{\varepsilon_m}'^2}{36}} = \pm\sqrt{\frac{\sum_1^{36}\sum(\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^2}{36n}},$$

где ε_i — выборочные значения показателя по сетке $6l \times 6l$ первой модели;

$\bar{\varepsilon}$ — среднее значение ε_i $(i = 1, 2, 3, \ldots, n)$;

σ_{ε_m}' — значения σ_ε' для каждого из 36 положений сетки $6l \times 6l$;

$$m = 1,2,3,\ldots,36.$$

Вычисления дают

$$\pm\sqrt{\frac{\sum\sigma'^{2}_{\varepsilon_m}}{36}} = \pm 1{,}64 < \pm\frac{\sqrt{\sum_{1}^{36}\sum(\varepsilon_i-\bar{\varepsilon})^2}}{36n} = \pm 2{,}3.$$

Следовательно, выборка носит промежуточный характер, а $\sigma'_{\Phi} = 1{,}1\sigma'_{\varepsilon}$, так как $K_{сл} \gg K_{с}$, т. е. ошибка интерполирования между систематическими составляющими выборочных значений показателя при данной плотности сетки практически равна нулю.

3. Естественно, что, применяя статические методы, нельзя не рассматривать законы распределения вероятностей изучаемых величин. В первую очередь представляет интерес распределение вероятностей фактических ошибок интерполирования P, вторых разностей и значений K. Как подтверждает эксперимент, при промежуточном характере выборки эти величины подчиняются нормальному или близкому к нему закону распределения вероятностей. Построение эмпирических распределений частот P, Δ'' и K при различных положениях и плотностях разведочной сетки (первая и вторая модели) и оценка отклонений этих распределений от нормального показывают что P, Δ'' и K подчиняются нормальному или близкому к нему закону распределения вероятностей (рис. 6—8). Это свойство вторых разностей и значений K может служить критерием, позволяющим отличить промежуточный характер выборки от неслучайного, так как одним из основных условий для возникновения нормального распределения вероятностей значений Δ'' и K должно быть выполнение неравенств $\Delta''_{сл} > \Delta''_{с}$ и $K_{сл} > K_{с}$ (при неслучайном характере выборки $K_{сл} < K_{с}$ и $\Delta''_{сл} < \Delta''_{с}$).

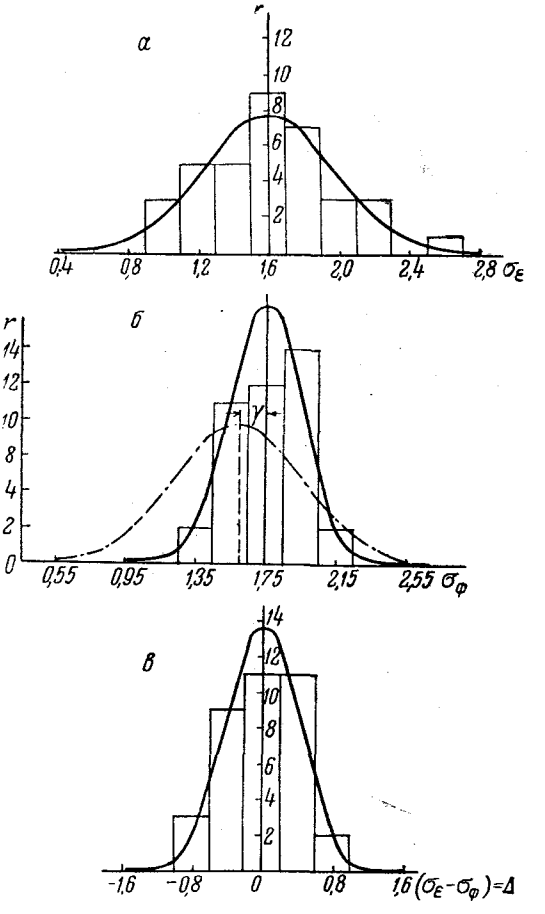


Рис. 5. Распределение частот значений:

$а$ — $|\sigma_{\varepsilon}'|$; $б$ — $|\sigma_{\Phi}'|$; $в$ — $\Delta = |\sigma_{\Phi}'| - |\sigma_{\varepsilon}'|$.
Гистограммы построены по фактическим данным, сплошные кривые — по расчетным.
$\gamma \approx 1{,}1$—смещение центра распределения $|\sigma_{\varepsilon}'|$ по отношению к центру распределения $|\sigma_{\Phi}'|$ (для сетки $6l \times 6l$, первая модель)

Таким образом, прежде чем приступать к построению гипсометрии и оценке ее точности, необходимо установить характер выборки. При этом, если не выполняется равенство (7) и если значения Δ'' и K подчиняются нормальному или близкому к нему закону распределения

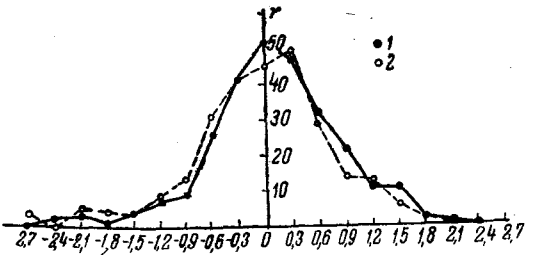


Рис. 6. Эмпирические кривые распределения частот фактических ошибок интерполирования P (для двух положений сетки $2l \times 2l$, первая модель):

$1 - \sigma_1 = \pm 0{,}73$; $\overline{m_1} = 0{,}09$; $2 - \sigma_2 = \pm 0{,}79$; $\overline{m_2} = 0{,}03$

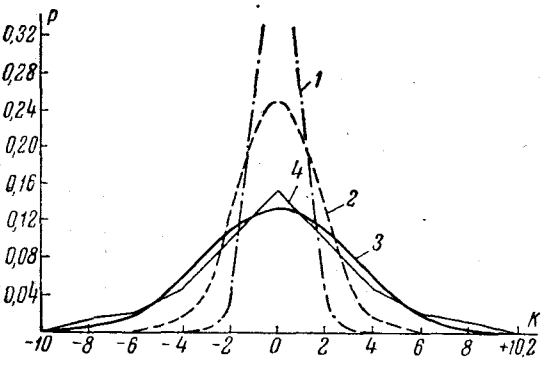


Рис. 7. Теоретические распределения вероятностей значений K для сеток:

$1 - l \times l$; $2 - 2l \times 2l$; $3 - 4l \times 4l$; 4 — эмпирическое распределение вероятностей K для сетки $4l \times 4l$ (первая медель)

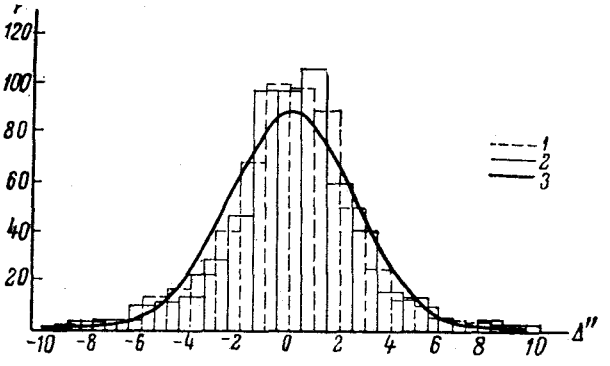


Рис. 8. Распределение частот значений Δ'' для сетки $2l \times 2l$:

1 — эмпирическое с серединой интервала 0,5; 1,5; 2,5 и т. д.; 2 — эмпирическое с серединой интервала 0; 1,0; 2,0 и т. д.; 3 — теоретическое (первая модель)

вероятностей (с нулевыми центрами, т. е. $\frac{\sum \Delta''}{k} = 0$ и $\frac{\sum k}{k'} = 0$), то выборка носит промежуточный характер, и оценку точности гипсометрии следует производить по формулам (1) и (2).

4. Результаты эксперимента на моделях свободны от технической ошибки, тогда как при разведке она достигает значительной величины. Так, для Щекинского района Мосбасса значение средней квадратической технической ошибки получено порядка $\pm 1{,}5 — \pm 1{,}8$ *м* [4]. При оценке по разведочным данным следует учитывать, что техническая ошибка целиком входит в случайную составляющую выборочных значений показателя и, являясь по существу отрицательным явлением, уменьшающим точность гипсометрии, увеличивает точность оценки, так как увеличивается ошибка интерполирования между случайными составляющими. Это, конечно, ни в коем случае не противоречит необходимости добиваться высокой технической точности разведочных работ.

5. Изменение $\sigma'_ф$ и $\sigma'_ε$ в зависимости от уменьшения или увеличения плотности разведочной сетки подчиняется закономерности типа

$$\sigma'_ф = \pm R\sqrt[n]{l},$$

где R — коэффициент, зависящий от формы залежи и ее размеров.

Для практических целей не обязательно получать эти кривые (для бассейна, данного типа залежей и т. д.), так как обработка моделей слишком трудоемка и не всегда возможна. Достаточно по формулам (1) и (2), предварительно убедившись в промежуточном характере выборки, получить значения $\sigma_ε$ и $\sigma'_ε$ для нескольких однотипных поверхностей, из них вычислить среднее квадратическое и соединить полученную точку с нулем (см. рис. 3). Конечно, таким образом можно получить лишь приближенные значения точности гипсометрии для любой плотности сетки, но они дадут достаточное представление о порядке уменьшения или увеличения плотности разведочной сетки для достижения заданной точности гипсометрического плана. Соответствующее изменение плотности разведочной сетки, безусловно, должно быть, кроме того, обосновано с экономической точки зрения, обеспечения достаточно полной качественной характеристики полезного ископаемого и т. д.

Использованная литература

1. Владыкин Н. В. К вопросу оценки точности подсчета запасов месторождений полезных ископаемых. Сб. ВНИМИ, т. XXIX, 1954.
2. Казаковский Д. А. Оценка точности результатов в связи с геометризацией и подсчетом запасов месторождений. Углетехиздат, 1948.
3. Ковалевский А. Г. Основные теории выборочного метода. Уч. записки Гос. Саратовского ун-та, т. II, вып. 4, 1924.
4. Михайлова Е. В. Основные результаты геологических обобщений по Щекинскому углепромышленному району. Рукопись. Фонды треста Мосбассуглегеология, 1956.
5. Осецкий А. И. Показатель соответствия густоты разведочных выработок характеру разведуемой залежи. Канд. диссертация. Фонды ДГИ, 1953.
6. Попов Е. И. К оценке точности гипсометрических планов залежей. Записки ЛГИ, т. XXXVII, вып. 1, 1958.
7. Рыжов П. А. Геометрия недр. Углетехиздат, 1952.
8. Ушаков И. Н. Горная геометрия. Углетехиздат, 1951.