Записки Ленинградского орденов Ленина и Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова, т. XXXVII, вып. 3, 1961 г.

О ДВИЖЕНИИ ВЗВЕШЕННЫХ ЧАСТИЦ В ПОТОКЕ ГАЗА

Р. И. Шкадов

Предположим, что имеется движущаяся среда — жидкость или газ — в условиях, когда газ можно считать несжимаемой жидкостью. В этой среде находится большое количество малых частиц. Частицы будем считать приближенно совершенно одинаковыми по весу и объему твердыми телами, имеющими сферическую форму. Траектории, скорости и ускорения частиц отличны от движения среды в любой точке пространства.

Итак, имеется прямолинейный поток несжимаемого вязкого газа. Требуется найти движение возмущенного потока при наличии взвешенных в нем частиц, а также движение этих частиц, если задана скорость среды в некотором определенном сечении потока, а также скорость прохождения частиц через это сечение. Движение частиц также предполагается прямолинейным.

Ограничимся случаем ламинарного движения среды. В настоящей статье движение системы предполагается установившимся.

Введем следующие обозначения:

ρ_1 — плотность среды, $\rho_1 = \text{const}$;
ρ_2 — плотность частиц, $\rho_2 = \text{const}$;
μ — коэффициент вязкости среды;
r — радиус частиц;
v — скорость среды;
u — скорость частицы;
s — коэффициент замутненности;
p — гидродинамическое давление.

Сила взаимодействия между средой и частицами выражается формулой Стокса

$$Q = \chi \frac{9}{2r^2} s\mu (v - u)\, \delta\tau,$$

где χ — коэффициент, характеризующий степень стесненности движения жидкости, который, очевидно, зависит от замутненности среды;

$\delta\tau$ — выделенный элементарный объем в окрестности рассматриваемой точки $M(x, y, z)$ пространства, $\delta\tau_1$ — его часть, соответствующая жидкой фракции.

Если часть упомянутого объема $\delta\tau$, занятую частицами, обозначить через $\delta\tau_2$, то

$$s = \frac{\delta\tau_2}{\delta\tau}.$$

Необходимо найти четыре неизвестные функции v, u, s и p. Ограничиваясь случаем одноразмерного движения газа и взвешенных в нем частиц, а также пренебрегая массовыми силами, для установившегося движения можно написать четыре дифференциальные уравнения

$$\rho_1 (1-s) v \frac{dv}{dx} = -(1-s)\frac{dp}{dx} - \gamma\mu s (v-u) + \frac{4}{3}\mu(1-s)\frac{d^2v}{dt^2}; \qquad (1)$$

$$\rho_2 s u \frac{du}{dx} = -\gamma\mu s (u-v);$$

$$\frac{d}{dx}[\rho_1 (1-s) v] = 0;$$

$$\frac{d}{dx}(\rho_2 s u) = 0,$$

где

$$\gamma = \frac{9}{2r^2}\chi.$$

Первые два из этих уравнений представляют дифференциальные уравнения движения обеих фракций смеси в форме Эйлера, а два последних — уравнения непрерывности в обычной форме.

Для облегчения интегрирования системы (1) произведем осреднение коэффициента γ, который в дальнейшем будем считать постоянным. Граничные условия: при $x = x_0$ $v = v_0$, $u = u_0$, $s = s_0$, $p = p_0$ (v_0, u_0, s_0 и p_0 — постоянные).

Таким образом, в некотором определенном сечении потока поддерживаются стационарные условия. Как следствие этого движение газа и взвешенных в нем частиц будет также стационарным.

Хотя система (1) основных уравнений была проинтегрирована [1], полученные выражения для искомых функций v, u, s и p неполноценны, так как они не применимы при $u_0 = 0$, когда на границе, т. е. в некотором определенном сечении потока, где впервые появляются взвешенные частицы, их скорость равна нулю. Поэтому этот особый случай здесь не рассматривается.

Эта несогласованность вызвана отчасти недостаточно обоснованным применением к нашему случаю уравнений непрерывности в форме Эйлера отдельно для каждой из фракций (жидкой и твердой), хотя такие уравнения обычно и используются в аналогичных вопросах (например, [2]). Полученные таким образом уравнения нельзя признать точными. В связи с этим мы не считаем оправданными наши попытки [1] обосновать уравнения неразрывности в форме Эйлера для каждой фракции в отдельности. Для устранения отмеченной неточности необходимо учесть, что совокупность этих уравнений должна констатировать идею постоянства расхода несжимаемой смеси вдоль потока.

Новый вид основной системы уравнений. Выделим в потоке два сечения, определяемые значениями абсциссы x_0 и x. Очевидно, объем смеси, прошедшей через первое сечение за промежуток времени Δt, равен объему, прошедшему за тот же промежуток времени через второе сечение.

Пусть расстояние, на которое продвинулись за время Δt газ и твердая фракция, прошедшие через сечение x, будут соответственно равны Δl_1 и Δl_2, а аналогичные расстояния для газа и твердой фракции, прошедшие через сечение x_0, соответственно Δl_{10} и Δl_{20} (рис. 1).

Раскладывая Δl_1, Δl_2, Δl_{10} и Δl_{20} в ряды по степеням Δt, получим

$$\Delta l_1 = v\Delta t + \frac{1}{2}\frac{dv}{dt}(\Delta t)^2 + \ldots;$$

$$\Delta l_2 = u\Delta t + \frac{1}{2}\frac{du}{dt}(\Delta t)^2 + \ldots;$$

$$\Delta l_{10} = v_0\Delta t + \frac{1}{2}\left(\frac{dv}{dt}\right)_{x=x_0}(\Delta t)^2 + \ldots;$$

$$\Delta l_{20} = u_0\Delta t + \frac{1}{2}\left(\frac{du}{dt}\right)_{x=x_0}(\Delta t)^2 + \ldots$$

Воспользуемся свойством сплошности рассматриваемой смеси. Если в плоскости, перпендикулярной оси потока, выделить квадрат площадью 1 $см^2$, то в сечении x часть его, равную $1(1-s)$, будет занимать газ, а часть, равную $1s$, — твердая фракция. Аналогичное рассуждение можно провести относительно сечения x_0. Тогда имеет место соотношение

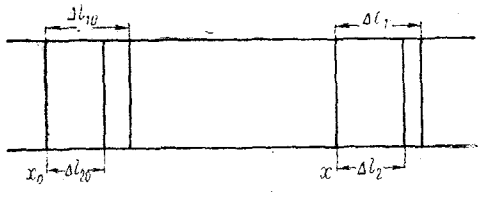


Рис. 1

$$1s_0\Delta l_{20} + 1(1-s_0)\Delta l_{10} = 1s\Delta l_2 + 1(1-s)\Delta l_1,$$

откуда

$$\begin{aligned} &s_0\left[u_0\Delta t + \frac{1}{2}\left(\frac{du}{dt}\right)_{x=x_0}(\Delta t)^2 + \ldots\right] + \\ &+ (1-s_0)\left[v_0\Delta t + \frac{1}{2}\left(\frac{dv}{dt}\right)_{x=x_0}(\Delta t)^2 + \ldots\right] = \\ &= s\left[u\Delta t + \frac{1}{2}\frac{du}{dt}(\Delta t)^2 + \ldots\right] + \\ &+ (1-s)\left[v\Delta t + \frac{1}{2}\frac{dv}{dt}(\Delta t)^2 + \ldots\right]. \end{aligned} \qquad (2)$$

Очевидно, в силу произвольности Δt, коэффициенты, стоящие в левой и правой частях уравнений (2) перед одинаковыми степенями Δt, должны быть равны. Так как поставленная задача решается здесь приближенно, то ограничимся двумя членами каждого написанного ряда, что дает два уравнения

$$s_0u_0 + (1-s_0)v_0 = su + (1-s)v; \qquad (3)$$

$$s_0\left(\frac{du}{dt}\right)_{x=x_0} + (1-s_0)\left(\frac{dv}{dt}\right)_{x=x_0} = s\frac{du}{dt} + (1-s)\frac{dv}{dt}.$$

Для неустановившегося движения имеются известные соотношения

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial x};$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x}.$$

В частном случае установившегося движения

$$\frac{dv}{dt} = v\frac{dv}{dx};$$

$$\frac{du}{dt} = u\frac{du}{dx}.$$

Теперь можно составить систему четырех дифференциальных уравнений. Первые два будут выражать дифференциальные уравнения движения в форме Эйлера, а два последние — преобразованные уравнения (3)

$$\rho_1(1-s)v\frac{dv}{dx} = -(1-s)\frac{dp}{dx} - \gamma\mu s(v-u) + \frac{4}{3}\mu(1-s)\frac{d^2v}{dx^2};$$

$$\rho_2 su\frac{du}{dx} = -\gamma\mu s(u-v);$$

$$s_0u_0 + (1-s_0)v_0 = su + (1-s)v;$$

$$s_0u_0\left(\frac{du}{dx}\right)_{x=x_0} + (1-s_0)v_0\left(\frac{dv}{dx}\right)_{x=x_0} = su\frac{du}{ds} + (1-s)v\frac{dv}{dx}.$$

Как и раньше, примем $1-s\approx 1$, $1-s_0\approx 1$. Тогда предыдущая система дифференциальных уравнений примет вид

$$\rho_1 v\frac{dv}{dx} = -\frac{dp}{dx} - \gamma\mu s(v-u) + \frac{4}{3}\mu\frac{d^2v}{dx^2};$$

$$\rho_2 su\frac{du}{dx} = -\gamma\mu s(u-v);$$

$$su + v = s_0u_0 + v_0; \qquad (4)$$

$$su\frac{du}{dx} + v\frac{dv}{dx} = s_0u_0\left(\frac{du}{dx}\right)_{x=s_0} + v_0\left(\frac{dv}{dx}\right)_{x=x_0}.$$

Чтобы равенство (2) обращалось в тождество, неизвестные функции v, u и s должны удовлетворять бесконечному числу уравнений, из которых в данном случае при приближенном решении задачи сохранены только два первых. Отброшенные уравнения позволяют оценить погрешность основной концепции метода решения, заимствованного из теории наносов и допускающего существование в одной и той же точке пространства двух субстанций с несовпадающими по величине и направлению скоростями.

Решение системы (4). Пусть

$$s_0u_0\left(\frac{du}{dx}\right)_{x=x_0} + v_0\left(\frac{dv}{dx}\right)_{x=x_0} = b.$$

Тогда система (4) примет вид

$$\rho_1 v\frac{dv}{dx} = -\frac{dp}{dx} - \gamma\mu s(v-u) + \frac{4}{3}\mu\frac{d^2v}{dx^2};$$

$$\rho_2 su\frac{du}{dx} = -\gamma\mu s(u-v);$$

$$su + v = s_0u_0 + v_0;$$

$$su\frac{du}{dx} + v\frac{dv}{dx} = b.$$

Граничные условия: при $x = x_0$

$$v = v_0, \quad u = u_0, \quad s = s_0, \quad p = p_0.$$

Так как давление входит только в первое уравнение, то можно сначала рассмотреть систему, состоящую из трех уравнений с тремя неизвестными функциями v, u, s

$$\begin{gathered} \rho_2 su \frac{du}{dx} = -\gamma p s (u - v); \\ su + v = s_0 u_0 + v_0; \\ su \frac{du}{dx} + v \frac{dv}{dx} = b. \end{gathered} \tag{5}$$

Представим первые два уравнения этой системы в виде

$$\begin{gathered} -au \frac{du}{dx} = u - v; \\ s_0 u_0 + v_0 = su + v, \end{gathered} \tag{6}$$

где

$$a = \frac{\rho_2}{\gamma p}.$$

Сложим полученные уравнения, исключив при этом неизвестную функцию v,

$$s_0 u_0 + v_0 - au \frac{du}{dx} = u(1 + s).$$

Но $1 + s \approx 1$, поэтому

$$au \frac{du}{dx} = s_0 u_0 + v_0 - u.$$

Имея в виду, что $s_0 \ll 1$,

$$au \frac{du}{dx} = v_0 - u.$$

Таким образом, получено обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка с разделяющимися переменными. Разделив переменные, после преобразования получим

$$-adu + \frac{av_0 du}{v_0 - u} = dx.$$

Интегрирование этого уравнения при заданных граничных условиях дает

$$x - x_0 = a\left(u_0 - u + v_0 \ln \frac{v_0 - u_0}{v_0 - u}\right). \tag{7}$$

Нетрудно выразить v и s через u, а тем самым и через x.
Из первого уравнения системы (6)

$$v = au \frac{du}{dx} + u$$

и после подстановки $\frac{du}{dx}$

$$v = v_0,$$

т. е. при допущениях относительно величины замутненности потока $(1+s\approx 1)$ скорость жидкости получается постоянной.

Из третьего уравнения системы (5)

$$s=\frac{ab}{v_0-u}.$$

Первое уравнение системы (4) после преобразований примет вид

$$\frac{dp}{dx}=-b\rho_2.$$

Интегрирование этого уравнения дает

$$p=p_0-b\rho_2(x-x_0).$$

Заметим, что случай $u_0=0$ является не особым, а только частным.

Искомые функции u и s от x зависят неявно, поэтому их поведение проиллюстрируем графиками (рис. 2 и 3). Пусть $x_0=0$. По оси абсцисс отложим $\frac{a}{v_0}x$. На рис. 2 иллюстрирован случай $u_0=\frac{v_0}{5}$, а на рис. 3 — особый случай $u_0=0$.

Таким образом, поставленная задача решена. Однако зависимость u от x выражается в неявной форме равенством (7). Остается найти эту зависимость в явном виде. Вводим обозначения $\eta=u-u_0$, $\xi=x-x_0$ и пользуемся разложением логарифма в бесконечный ряд по целым положительным степеням η. Тогда равенство (7) примет вид

$$\xi=\frac{1}{a}\left[\frac{u_0}{v_0-u_0}\eta+\frac{v_0}{(v_0-u_0)^2}\eta^2+\frac{v_0}{(v_0-u_0)^3}\eta^3+\ldots\right].$$

Обращение последнего ряда дает следующий результат $(u_0\neq 0)$:

$$u=u_0+(v_0-u_0)\left[\frac{a}{u_0}(x-x_0)-\frac{a^2v_0}{u_0^3}(x-x_0)^2+\right.$$

$$\left.+\frac{a^3v_0}{u_0^5}(2v_0-u_0)(x-x_0)^3-\ldots\right].$$

Применение метода последовательных приближений. Подойдем к решению поставленной задачи с другой стороны. Будем считать, что искомые функции v, u, s достаточно мало отличаются от величин v_0, u_0, s_0, которые задаются в выбранном сечении $x=x_0$. Тогда можно произвести линеаризацию уравнений системы (5), применяя метод последовательных приближений и раскладывая искомые функции в бесконечные ряды [1]

$$\begin{aligned} v&=v_0+v_1+v_2+\ldots;\\ u&=u_0+u_1+u_2+\ldots;\\ s&=s_0+s_1+s_2+\ldots, \end{aligned} \qquad (8)$$

где индекс 0 соответствует конечным слагаемым, индекс 1 — слагаемым первого порядка малости, индекс 2 — слагаемым второго порядка малости и т. д.

Условимся, что при дифференцировании порядок малости функций v_i, u_i, s_i не изменяется.

[1] Вопрос о сходимости рядов должен быть предметом особого исследования.

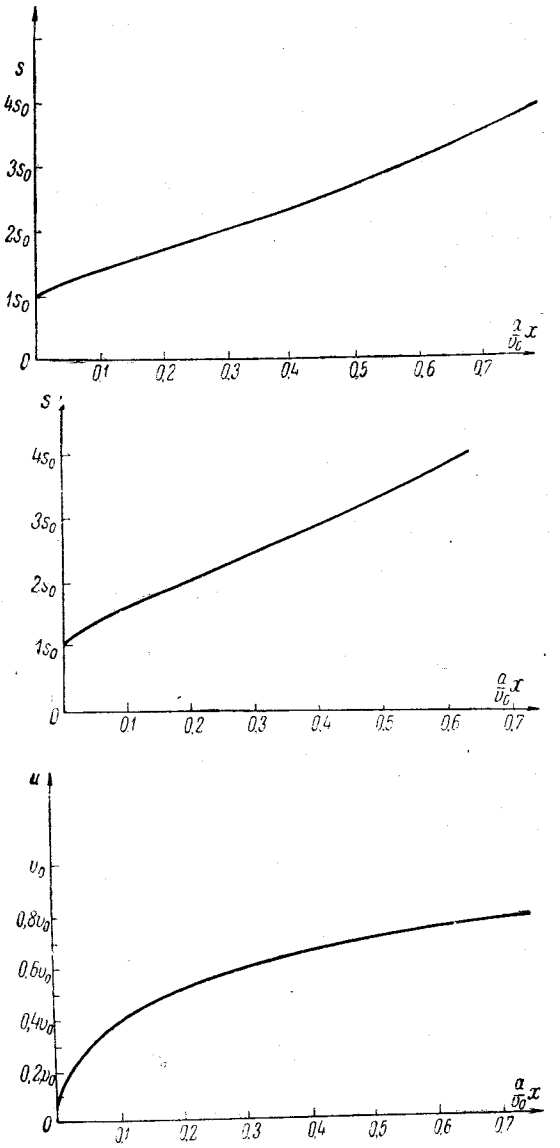

s
4s0
3s0
2s0
1s0
0
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
a/v0 x
s
4s0
3s0
2s0
1s0
0
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
a/v0 x
u
v0
0,8v0
0,6v0
0,4v0
0,2v0
0
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
a/v0 x

Рис. 2

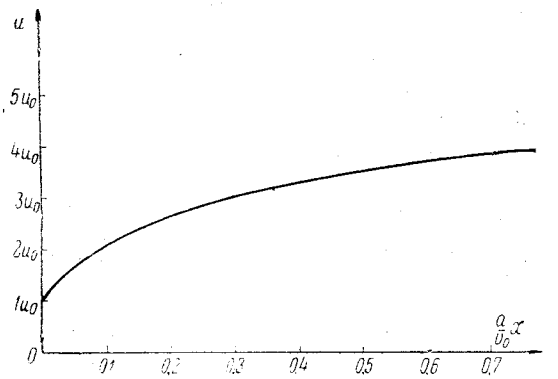

u
5u0
4u0
3u0
2u0
1u0
0
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
a/v0 x

Рис. 3

Ограничиваясь в рядах (8) тремя первыми членами и подставляя ряды в уравнения системы (5), получим систему уравнений

$$(u_0+u_1+u_2)\frac{d(u_1+u_2)}{dx}=a(v_0+v_1+v_2-u_0-u_1-u_2);$$

$$(s_0+s_1+s_2)(u_0+u_1+u_2)+v_0+v_1+v_2=s_0u_0+v_0;$$

$$(s_0+s_1+s_2)(u_0+u_1+u_2)\frac{d(u_1+u_2)}{dx}+$$

$$+(v_0+v_1+v_2)\frac{d(v_1+v_2)}{dx}=b.$$

Если сохранить члены только первого порядка малости, то получим

$$u_0\frac{du_1}{dx}+a(u_1-v_1)=a(v_0-u_0);$$

$$s_1u_0+s_0u_1+v_1=0; \qquad (9)$$

$$s_0u_0\frac{du_1}{dx}+v_0\frac{dv_1}{dx}=b.$$

Для членов второго порядка малости

$$u_0\frac{du_2}{dx}=a(v_2-u_2)-u_1\frac{du_1}{dx};$$

$$u_0s_2+s_0u_2+v_2=-s_1u_1;$$

$$s_0u_0\frac{du_2}{dx}+v_0\frac{dv_2}{dx}=-s_1u_0\frac{du_1}{dx}-s_0u_1\frac{du_1}{dx}-v_1\frac{dv_1}{dx}.$$

Уравнения обеих систем имеют постоянные коэффициенты.

Граничные условия для первого приближения: при $x=x_0$

$$v_1=v_{10}=0, \quad u_1=u_{10}=0, \quad s_1=s_{10}=0.$$

Проинтегрируем третье уравнение системы (9)

$$s_0u_0u_1+v_0v_1=b(x-x_0),$$

откуда

$$v_1=\frac{1}{v_0}[b(x-x_0)-s_0u_0u_1]. \qquad (10)$$

Подставим (10) в первое уравнение системы (9), в результате получим линейное дифференциальное уравнение первого порядка для неизвестной функции u_1

$$u_0\frac{du_1}{dx}+a\left(1+\frac{s_0u_0}{v_0}\right)u_1=a\left[\frac{b}{v_0}(x-x_0)+(v_0-u_0)\right].$$

После интегрирования при указанных граничных условиях имеем

$$u_1=\frac{1}{s_0u_0+v_0}\left\{b(x-x_0)+\left[\frac{bu_0v_0}{a(s_0u_0+v_0)}+\right.\right.$$

$$\left.\left.+(u_0-v_0)\right]\left[e^{-\frac{a(s_0u_0+v_0)}{u_0v_0}(x-x_0)}-1\right]\right\}.$$

Из (10) найдем

$$v_1=\frac{1}{s_0u_0+v_0}\left\{b(x-x_0)+\frac{s_0u_0}{v_0}\left[\frac{bu_0v_0}{a(s_0u_0+v_0)}+\right.\right.$$

$$\left.\left.+(u_0-v_0)\right]\left[1-e^{-\frac{a(s_0u_0+v_0)}{u_0v_0}(x-x_0)}\right]\right\}.$$

Из второго уравнения системы (9) определяем s_1, имея в виду, что $1+s_0\approx 1$

$$s_1=-\frac{1}{u_0(s_0u_0+v_0)}\left\{b(x-x_0)+\frac{s_0}{v_0}(u_0-v_0)\times\right.$$
$$\left.\times\left[\frac{bu_0v_0}{a(s_0u_0+v_0)}+(u_0-v_0)\right]\left[1-e^{-\frac{a(s_0u_0+v_0)}{u_0v_0}(x-x_0)}\right]\right\}.$$

Из первого уравнения системы (4) найдем давление. Предварительно пролинеаризуем это уравнение, присоединяя к равенствам (8) $p=p_0+p_1+p_2+\ldots$ Ограничиваясь тремя первыми членами и подставляя оборванный ряд в первое уравнение системы (4), получим

$$(v_0+v_1+v_2)\frac{d(v_1+v_2)}{dx}=-\frac{1}{\rho_1}\frac{d(p_1+p_2)}{dx}-$$
$$-\frac{\gamma\mu}{\rho_1}(s_0+s_1+s_2)(v_0+v_1+v_2-u_0-u_1-u_2)+\frac{4}{3}\nu\frac{d^2(v_1+v_2)}{dx^2},$$

где $\nu=\frac{\mu}{\rho_1}$.

Пусть

$$\frac{\gamma\mu}{\rho_1}=k.$$

Если сохранить члены первого порядка малости, то получим уравнение

$$v_0\frac{dv_1}{dx}=-\frac{1}{\rho_1}\frac{dp_1}{dx}-k[s_0(v_0-u_0)+s_0v_1-s_0u_1+s_1(v_0-u_0)]+\frac{4}{3}\nu\frac{d^2v_1}{dx^2}. \quad (11)$$

Для членов второго порядка малости

$$v_0\frac{dv_2}{dx}+v_1\frac{dv_1}{dx}=-\frac{1}{\rho_1}\frac{dp_2}{dx}-k[s_0v_2-s_0u_2+s_1v_1-s_1u_1+$$
$$+s_2(v_0-u_0)]+\frac{4}{3}\nu\frac{d^2v_2}{dx^2}.$$

Уравнения для двух первых приближений имеют постоянные коэффициенты. Рассмотрим первое приближение. Граничное условие: при $x=x_0$ $p_1=p_{10}=0$.

Перепишем уравнение (11) в следующем виде:

$$\frac{1}{\rho_1}\frac{dp_1}{dx}=\frac{4}{3}\nu\frac{d^2v_1}{dx^2}-v_0\frac{dv_1}{dx}-k[s_0(v_0-u_0)+s_0v_1-s_0u_1+s_1(v_0-u_0)].$$

Проинтегрируем его, подставив значение функций v_1, u_1, s_1, $\frac{dv_1}{dx}$ и $\frac{d^2v_1}{dx^2}$,

$$p_1=-\rho_1\left\{\frac{1}{s_0u_0+v_0}\left[\frac{bu_0v_0}{a(s_0u_0+v_0)}+(u_0-v_0)\right]\left[\frac{ks_0(u_0-v_0)^2}{u_0v_0}+\right.\right.$$
$$\left.+\frac{ks_0^2u_0}{v_0}+s_0\right]+\frac{bv_0}{s_0u_0+v_0}+ks_0(v_0-u_0)\Big\}(x-x_0)+$$
$$+\rho_1\frac{bk(v_0-u_0)}{2u_0(s_0u_0+v_0)}(x-x_0)^2+\frac{\rho_1u_0v_0}{a(s_0u_0+v_0)}\left[\frac{bu_0v_0}{a(s_0u_0+v_0)}+\right.$$
$$+(u_0-v_0)\left]\left[\frac{4}{3}\nu\frac{a^2s_0(s_0u_0+v_0)}{u_0v_0^3}+\frac{as_0}{v_0}-\frac{ku_0s_0^2}{v_0(s_0u_0+v_0)}-\right.\right.$$
$$\left.\left.-\frac{s_0}{s_0u_0+v_0}+\frac{ks_0(u_0-v_0)^2}{u_0v_0(s_0u_0+v_0)}\right]\left[1-e^{-\frac{a(s_0u_0+v_0)}{u_0v_0}(x-x_0)}\right].$$

Элементы первого приближения p_1, v_1, u_1 и s_1 выражаются несложными функциями от x с коэффициентами, зависящими от кон-

стант, определяющих газ и взвешенные частицы, а также от начальных условий для p, v, u и s. Если ввести соответствующие обозначения для этих коэффициентов, то запись выражений для первого приближения искомых функций значительно упростится. Положим

$$A_1 = \frac{\rho_1 u_0 v_0}{a(s_0u_0+v_0)}\left[\frac{bu_0v_0}{a(s_0u_0+v_0)}+(u_0-v_0)\right]\left[\frac{4}{3}\nu\frac{a^2s_0(s_0u_0+v_0)}{u_0v_0^3}+\right.$$
$$\left.+\frac{as_0}{v_0}-\frac{ku_0s_0^2}{v_0(s_0u_0+v_0)}-\frac{s_0}{s_0u_0+v_0}+\frac{ks_0(u_0-v_0)^2}{u_0v_0(s_0u_0+v_0)}\right];$$

$$B_1 = -\rho_1\left\{\frac{1}{s_0u_0+v_0}\left[\frac{bu_0v_0}{a(s_0u_0+v_0)}+(u_0-v_0)\right]\left[\frac{ks_0(u_0-v_0)^2}{u_0v_0}+\right.\right.$$
$$\left.\left.+\frac{ks_0^2u_0}{u_0}+s_0\right]+\frac{bv_0}{s_0u_0+v_0}+ks_0(v_0-u_0)\right\};$$

$$C_1 = \rho_1\frac{bk(v_0-u_0)}{2u_0(s_0u_0+v_0)};$$

$$A_2 = \frac{s_0u_0}{v_0(s_0u_0+v_0)}\left[\frac{bu_0v_0}{a(s_0u_0+v_0)}+(u_0-v_0)\right];$$

$$B_2 = \frac{b}{s_0u_0+v_0};$$

$$A_3 = -\frac{1}{s_0u_0+v_0}\left[\frac{bu_0v_0}{a(s_0u_0+v_0)}+(u_0-v_0)\right];$$

$$B_3 = \frac{b}{s_0u_0+v_0};$$

$$A_4 = -\frac{s_0(u_0-v_0)}{u_0v_0(s_0u_0+v_0)}\left[\frac{bu_0v_0}{a(s_0u_0+v_0)}+(u_0-v_0)\right];$$

$$B_4 = -\frac{b}{u_0(s_0u_0+v_0)};$$

$$\omega = \frac{a(s_0u_0+v_0)}{u_0v_0}.$$

Тогда

$$p_1 = A_1[1-e^{-\omega(x-x_0)}]+B_1(x-x_0)+C_1(x-x_0)^2;$$
$$v_1 = A_2[1-e^{-\omega(x-x_0)}]+B_2(x-x_0);$$
$$u_1 = A_3[1-e^{-\omega(x-x_0)}]+B_3(x-x_0);$$
$$s_1 = A_4[1-e^{-\omega(x-x_0)}]+B_4(x-x_0).$$

Подставляя полученные результаты в системы уравнений для элементов второго приближения, получим дифференциальные уравнения, которые не сложнее полученных для элементов первого приближения. Второе приближение не прибавляет ничего существенно нового, поэтому здесь соответствующие функции не приводятся. Однако анализ окончательных формул, полученных методом последовательных приближений, показывает, что случай $u_0=0$ все-таки должен быть исключен.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шкадов Р. И. О движении взвешенных частиц в потоке газа. Записки ЛГИ, 1958, т. XXXVI, вып. 3.

2. Баренблатт Г. И. О движении взвешенных частиц в турбулентном потоке. Прикладная математика и механика, 1953, т. XVIII.