*Записки Ленинградского орденов Ленина и Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова, т. XXXVII, вып. 3, 1961 г.*

# ИССЛЕДОВАНИЕ СТЕСНЕННОГО ПАДЕНИЯ КАПЛИ В ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

*Р. Б. Розенбаум, О. М. Тодес*

Свободное падение сферических частиц в вязкой жидкости изучалось многими исследователями в связи с вопросами обогащения полезных ископаемых, химической технологии, металлургии и т. д.

Изменяя диаметры шариков, плотность и вязкость жидкости, удалось проследить движение частиц в области малых и больших значений критериев Рейнольдса и Архимеда, т. е. в ламинарном, переходном и турбулентном режимах.

Многочисленные экспериментальные данные хорошо укладываются на одну кривую (рис. 1), для которой нами подобрана интерполяционная формула [1]

$$Re = \frac{Ar}{18 + 0{,}61\sqrt{Ar}}, \qquad (1)$$

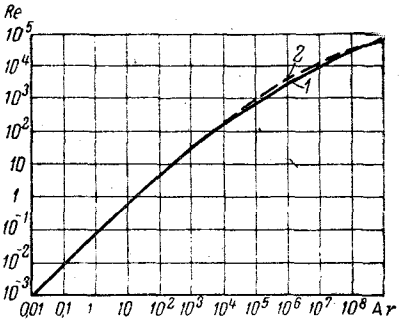



Рис. 1. Зависимость критерия *Re* от *Ar* для свободно падающего шара: *1* — по формуле (1); *2* — по экспериментам различных исследователей

где $Re = \frac{vd}{\nu}$ — критерий Рейнольдса;

$v$ — относительная скорость движения потока и шара;

$d$ — диаметр шара;

$\nu$ — кинематическая вязкость среды.

Как видно на рис. 1, теоретическая и экспериментальная кривые совпадают достаточно хорошо.

В случае падения жидких капель, как показывает опыт, возникают дополнительные эффекты. Так, например, при медленном падении малых капелек сказывается соотношение между вязкостью капли и среды, а при падении больших капель с большими скоростями капля деформируется, сплющивается и даже часто дробится на более мелкие капли.

Математически теория движения жидких капель в вязкой области была развита в работах Рыбчинского и Адамара [7, 8]. В предложенную ими формулу для скорости движения капли

$$v = \frac{2(\delta - \rho) g r^2}{9\mu} \cdot \frac{1 + \frac{\mu'}{\mu}}{\frac{2}{3} + \frac{\mu'}{\mu}} \qquad (2)$$

входят $\mu$ — вязкость среды, $\mu'$ — вязкость капли, $r$ — радиус капли. Поправка к формуле Стокса для скорости падения твердых шариков

$$v = \frac{2(\delta - \rho) g r^2}{9\mu} \tag{3}$$

представляет собой дробь $\frac{1 + \frac{\mu'}{\mu}}{\frac{2}{3} + \frac{\mu'}{\mu}}$, мало отличающуюся от единицы, если $\mu' > \mu$. Критериальная зависимость для движения в этом вязком режиме приобретает вид

$$Re = f\left(Ar, \frac{\mu'}{\mu}\right). \tag{4}$$

В случае движения больших капель, когда наблюдаются пульсации и дробления, вызванные влиянием сил поверхностного натяжения и сил тяжести, определяющим является также критерий Вебера

$$We = \frac{\sigma}{(\delta - \rho) g d^2}, \tag{5}$$

где $\sigma$ — коэффициент поверхностного натяжения на границе двух жидкостей;

$d$ — диаметр капли.

В определенном интервале размеров капли (1—5 *мм*) и скоростей ее движения (100—1000 *см/сек*) жидкая частица в газе падает как твердый шарик. Тогда отпадает необходимость учета отношения вязкостей и критерия Вебера и можно для характеристики свободного падения капли пользоваться соотношением (1).

В связи с проблемами стесненного падения тел нами ранее были поставлены измерения скорости падения твердых шариков в трубках различного диаметра $D$, т. е. в разных условиях стесненности [2]. В этом случае, кроме критерия Архимеда, появляется второй определяющий критерий — отношение $\frac{d}{D}$.

Использовав для ориентировки методы теории подобия, на основе проведенных опытов можно предложить аналитическое выражение для зависимости $Re$ и $Ar$ от $\frac{d}{D}$

$$Re = \varphi\left(Ar^*, \frac{d}{D}\right) f(Ar^*), \tag{6}$$

где $Ar^* = Ar\left(1 - \frac{d}{D}\right)^2$ — модифицированный критерий Архимеда;

$\varphi\left(Ar^*, \frac{d}{D}\right)$ — поправочный множитель порядка единицы;

$f(Ar^*)$ та же, что и $f(Ar)$, представленная на рис. 1 для свободно падающего шара.

Представляло интерес проверить, сохраняется ли зависимость (6) при стесненных движениях жидких капель таких размеров, которые при свободном падении не деформируются и не дробятся.

С этой целью была выбрана система вода—ксилол, т. е. жидкости практически совершенно не смешивающиеся, сравнительно близкие по вязкости и плотности, прозрачные и имеющие настолько различные показатели преломления ($n_{\text{ксилола}} = 1{,}508$; $n_{\text{воды}} = 1{,}333$), что капелька воды четко выделяется на фоне стекла и ксилола.

Зависимость вязкости и плотности ксилола от температуры установлена нами экспериментально (рис. 2), плотность и вязкость воды в том же интервале температур приведена в таблицах [3].

Вода плотнее ксилола, поэтому ксилол играл роль среды, а вода являлась материалом для образования капель. Установка (рис. 3), выполненная из стекла, представляла собой цилиндрическую трубу диаметром 60 *мм*, заполненную ксилолом. В этой трубе на специальной подставке при помощи двух направляющих крепилась измерительная трубка. Сверху на деревянном кронштейне была установлена бюретка, соединенная предварительно прокипяченным резиновым шлангом со стоечкой, служащей для крепления капилляров. В качестве капилляров использован набор медицинских игл. Косой срез у игл снят, а образовавшийся край тщательно отшлифован, что необходимо для улучшения процесса формирования капли. Набор капилляров позволил получить капли воды в ксилоле с диаметрами 0,399; 0,430; 0,438; 0,447; 0,472; 0,516 и 0,539 *см* при условии сохранения постоянного напора воды в бюретке. Иглы погружались в измерительную трубку через направляющие шайбы, что обеспечивало их расположение вдоль оси трубки.

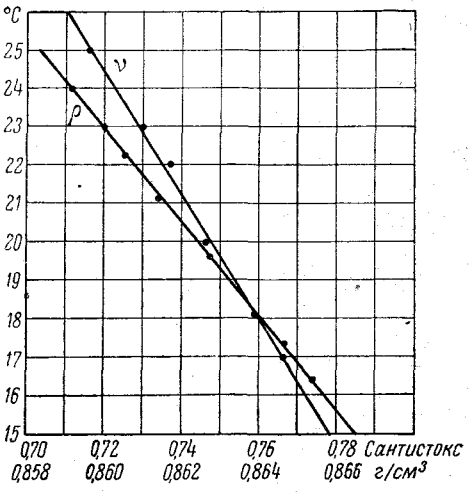



Рис. 2. Зависимость вязкости и плотности ксилола от температуры

Специальных мер для сохранения строгой вертикальности всей установки и измерительной трубки принимать нет необходимости, так как опыт показал, что капля падает не совсем вдоль оси трубки, а движется по сложному пути, напоминающему спираль. В средней части наружной цилиндрической трубы, на ее задней поверхности, укреплялась широкая миллиметровая шкала. Движение капли между двумя отметками шкалы фиксировалось на кинопленку.

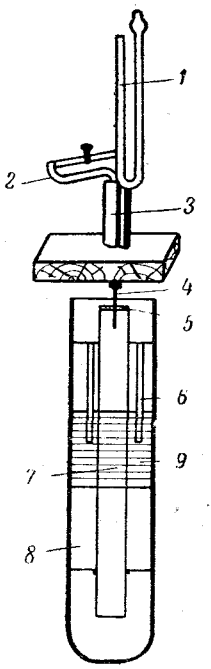



Рис. 3. Схема установки:
*1* — бюретка; *2* — резиновый шланг; *3* — стоечка; *4* — сменный капилляр; *5* — направляющая шайба; *6* — термометр; *7* — измерительная трубка; *8* — цилиндр; *9* — миллиметровая шкала

Как показала предварительная оценка, время падения капель может варьировать от долей секунды до нескольких секунд. Способом регистрации времени и скорости движения капли была избрана киносъемка. Метод киносъемки оказался удобным еще и потому, что

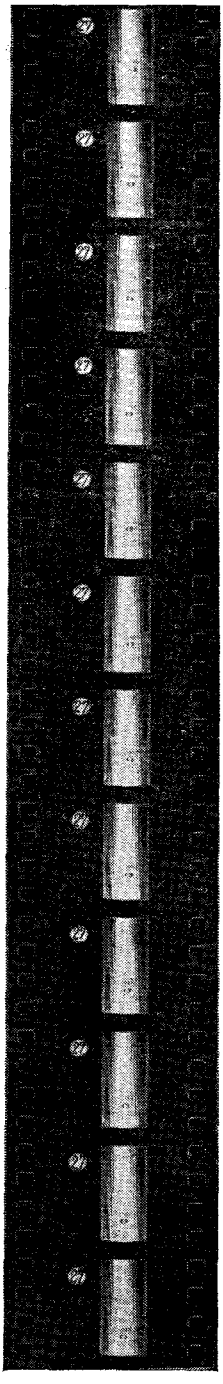


Рис. 4. Кинокадры, фиксирующие ряд последовательных положений капли воды, падающей в ксилоле

позволил проследить характер движения капли на значительном отрезке пути. Съемка велась на пленку шириной 35 *мм* кинокамерой ПСК-21 со скоростью 24 кадра в секунду и кинокамерой «Киев» на пленку 16 *мм* при скорости 64 кадра в секунду. Камера была снабжена телеобъективом с тубусной насадкой, позволяющей снимать макропланом. Съемка велась при помощи панорамы, а благодаря насадке были значительно уменьшены перспективные искажения. Кроме того, специально рассеянным освещением были сведены к минимуму блики на цилиндрической поверхности трубы. На рис. 4 приведены последовательные кадры эксперимента № 27, по которым можно четко определить скорость движения капли.

В процессе съемки регистрировалась температура при помощи двух термометров, подвешенных на измерительной трубке и вместе с нею погруженных в ксилол. Диаметры капель были предварительно измерены по расходу воды, вытекающей из бюретки.

Кроме того, специально измерен коэффициент поверхностного натяжения на границе ксилол—вода. При 19,1° он оказался равным 33,2 *дн/см*. Набор капилляров и трубок ($D$ = 1,12 *см* и 1,63 *см*) позволил обеспечить отношение $\frac{d}{D}$ в пределах 0,245—0,480 (бо́льших, чем в работах [4—6]),

$$Re \text{ от } 300 \text{ до } 1100,$$

$$Ar \text{ от } 1{,}51 \cdot 10^5 \text{ до } 4 \cdot 10^5;$$

Оценка поправочного множителя

$$\frac{1+\frac{\mu'}{\mu}}{\frac{2}{3}+\frac{\mu'}{\mu}},$$

входящего в формулу (2), показала, что во всем интервале изменения температуры он близок к единице.

Точно также критерий Вебера для использованных нами жидкостей и диаметров капелек весьма мало отличается от единицы ($We$ = 1,02) и, следовательно, согласно [9], его учитывать не надо. Таким образом, теоретический расчет критерия Рейнольдса можно вести по формуле [1]

$$Re_{\text{теор}} = \varphi\left(Ar^*, \frac{d}{D}\right)\frac{Ar^*}{18 + 0{,}61\sqrt{Ar^*}}. \qquad (7)$$

В этой формуле, как уже отмечалось, стесненные условия падения учитываются множителем

[1] Номограмма функции $\varphi$ приведена в работе [2].

$\left(1-\frac{d}{D}\right)^2$, входящим в $Ar^*$. Роль этого множителя (т. е. учет фактора стесненности) является основной, в чем можно еще раз убедиться на следующем примере.

Пусть капля воды $d = 0{,}539$ *см* падает свободно в ксилоле. Тогда

$$Re_{св} = \frac{Ar}{18 + 0{,}61\sqrt{Ar}} = 1000.$$

Эта же капля при $\frac{d}{D} = 0{,}48$ падает так, что $Re_{эксп} = 692$, а $Re_{теор} = 720$. Расхождение между $Re_{теор}$ и $Re_{эксп}$ лежит в пределах погрешности. Разница же между $Re_{св}$ и $Re_{эксп}$ составляет примерно 30%.

**Сравнение некоторых теоретических и экспериментальных результатов**

| $Ar$ | $\frac{d}{D}$ | $Re_{эксп}$ | $Re_{теор}$ |
|---|---|---|---|
| $2{,}01 \cdot 10^5$ | 0,384 | 412 | 455 |
| $1{,}63 \cdot 10^5$ | 0,336 | 453 | 427 |
| $2{,}31 \cdot 10^5$ | 0,399 | 465 | 481 |
| $2{,}69 \cdot 10^5$ | 0,421 | 467 | 451 |
| $3{,}30 \cdot 10^5$ | 0,421 | 625 | 667 |
| $2{,}50 \cdot 10^5$ | 0,465 | 652 | 625 |
| $1{,}90 \cdot 10^5$ | 0,264 | 673 | 628 |
| $1{,}53 \cdot 10^5$ | 0,245 | 691 | 685 |
| $2{,}14 \cdot 10^5$ | 0,275 | 692 | 720 |
| $2{,}54 \cdot 10^5$ | 0,290 | 820 | 845 |
| $4{,}38 \cdot 10^5$ | 0,317 | 1140 | 1180 |
| $3{,}96 \cdot 10^5$ | 0,333 | 1090 | 950 |

Как видно из таблицы (с учетом погрешностей измерений), опыт подтвердил справедливость применения формулы (7) для расчета стесненного движения жидких капель в указанных выше интервалах размеров капель и отношения $\frac{d}{D}$.

Более крупные капли (больше 5 *мм*) действительно заметно деформируются, садятся на стенки трубки и движутся по сложному пути.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Розенбаум Р. Б. и Тодес О. М. Теоретический анализ стесненного падения шара в вязкой жидкости. Записки ЛГИ, 1958, т. XXXVI, вып. 3.
2. Розенбаум Р. Б. Экспериментальное исследование стесненного движения шара вдоль оси цилиндрической трубки. Записки ЛГИ, 1958, т. XXXVI, вып. 3.
3. Физический практикум. Ред. В. И. Ивероновой. Изд-во МГУ, 1951, стр. 566.
4. Смирнов Н. И., Рубан В. Л. Относительная скорость движения капель, ЖПХ, 1949, т. XXII, вып. 10, стр. 1068.
5. Смирнов Н. И., Рубан В. Л. Скорость движения капель в среде в ламинарной области, ЖПХ, 1952, т. XXV, вып. 12, стр. 1305.
6. Смирнов Н. И., Рубан В. Л. Движение капель в среде, ЖПХ, 1953, т. XXVI, вып. 1, стр. 110.
7. Rybczgnski Bull. Acad. de Cracovie (a), 1911, P. 40.
8. Hadamard Comp. Rend., 1911, V. 152, P. 1735.
9. Peebls S. V. a Garber H. I. Chem. Ing. Progr., 1953, V. 49, P. 88.