Записки Ленинградского орденов Ленина и Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова, т. XXXVIII, вып. 2, 1961 г.

ИТОГИ РАЗВИТИЯ УНИВЕРСАЛЬНОГО ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО УЧЕНИЯ О КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ФОРМАХ

И. И. Шафрановский

В настоящее время закончена разработка универсального геометрического учения о формах кристаллов как обычных, так и усложненных (кристаллических скелетов, пирамид роста, индукционных поверхностей, закономерных сростков и т. д.)

Первый шаг в этом направлении был сделан В. И. Михеевым вместе с автором этой заметки. Нами совместно были выведены для низших и средних сингоний простые пространственные реберные формы, т. е. совокупности ребер, связанных элементами симметрии [1, 2, 3]* Такие формы дают возможность строго научно описывать кристаллические скелеты и классифицировать штриховки на кристаллах.

Впоследствии оказалось логически необходимым дать также вывод вершинных форм — совокупностей вершин, связанных элементами симметрии [5, 9]. Не ограничиваясь трехмерными формами, мы вывели плоскостные формы как вершинные, так и реберные. Плоские вершинники и реберники прекрасно выражены на кристаллах типа снежинок. Они могут быть с успехом использованы в микрохимическом анализе и вообще при описании микрокристаллических образований. Мало того, при описании кристаллических скелетов, двойниковых сростков и других усложненных форм необходимо принимать во внимание и геометрические разновидности обычных гранных форм в виде гранных пучков и многогранников с входящими углами [6, 7].

Результаты вывода всех этих форм были опубликованы в ряде статей. Здесь мы подведем итоги, объединив полученные результаты и представив их в форме краткого обобщающего обзора.

Прежде чем перейти к такому обзору, необходимо остановиться на понятии положительных и отрицательных кристаллических форм. Форма реального кристаллического многогранника, с точки зрения ее материальности, может проявиться либо в виде заполненного твердым веществом многогранника (положительный кристалл), либо в виде пустотелого многогранника, окруженного твердой материальной монокристаллической средой (отрицательный кристалл) Сказанное относится и к отдельным простым формам. Они могут присутствовать и на выпуклых поверхностях обычных кристаллов (положительные формы), и на вогнутых

* См. также статью В. И. Михеев, И. И. Шафрановский, С. Ш. Генделев «Реберные формы кристаллов» (Сообщение третье) в настоящем сборнике.

поверхностях отрицательных кристаллов, индукционных поверхностей, фигур травления, пирамид роста и пр. (отрицательные формы). Положительные и отрицательные образования встречаются и на гранных, и на вершинных, и на реберных формах. Хорошо известны отрицательные вершинные формы в виде углублений на кристаллических вершинах или отрицательные реберные формы в виде вогнутых желобков по ребрам (результаты частичного растворения или скелетного роста). Прекрасные примеры таких форм на кристаллах алмаза изображены в известном атласе А. Е. Ферсмана и В. Гольдшмидта [12].

Учитывая все эти дополнения и уточнения, мы и осуществили вывод геометрически различных вершинных, реберных и гранных форм. Основой для вывода плоских форм служили десять видов плоскостной кристаллографической симметрии:

$$-;\ L_2;\ L_3;\ L_4;\ L_6;$$
$$P;\ L_2 2P;\ L_3 3P;\ L_4 4P;\ L_6 6P.$$

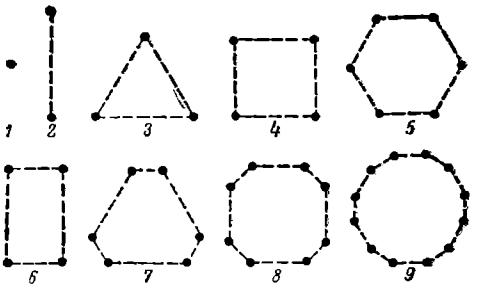


Рис. 1. Девять плоских вершинных форм

Вывод пространственных форм базировался на 32 видах симметрии. Искомые формы получались путем задания всевозможно расположенных точек (вершин), отрезков (ребер) и плоскостей (граней) относительно элементов симметрии и их дальнейшего размножения с помощью этих элементов. Конечные результаты такого вывода даны ниже в виде общих сумм положительных (+) и отрицательных (—) форм.

1. Плоские вершинные формы

$$9(+)+9(-)=18 \text{ (рис. 1)}$$

Реальные примеры таких форм представляют утолщения на концах ветвей у снежинок.

2. Пространственные вершинные формы

$$47(+)+47(-)=94$$

Изображениями таких форм могут служить гномостереографические проекции 47 обычных гранных простых форм с той лишь разницей, что точки на проекции в данном случае будут изображать не нормали к граням, а вершины кристалла. В «Стереохимии» П. Ниггли даны пространственные изображения всех таких точечных совокупностей [14].

Реальные примеры положительных вершинников в виде нарастаний по вершинам кристаллов хорошо известны в минералогической литературе. Отрицательные вершинники прекрасно выражены на кристаллах алмаза.

3. Плоские реберные формы

$$27(+)+27(-)=54 \text{ (рис. 2)}$$

Как уже указывалось, именно такие формы часто присутствуют на микрокристаллических образованиях. Рис. 2 может сыграть вспомога-

тельную роль в микрохимическом анализе. Плоские реберные формы особенно характерны для снежинок. Отрицательные плоские реберные формы могут наблюдаться в виде систем спайных трещинок на пластинчатых кристаллах. Таковы, например, фигуры удара и давления на слюде.

4. Пространственные реберные формы

А. Реберные пучки

$$47(+)+47(-)=94$$

Пространственные реберные пучки представляют собой совокупности ребер, пересекающихся в одной точке. Само собой разумеется, что стереографические проекции таких форм соответствуют гномостереографическим проекциям 47 простых гранных форм. Примерами реберных пучков могут служить изображения «трехмерных звездообразных» скелетных кристаллов [10].

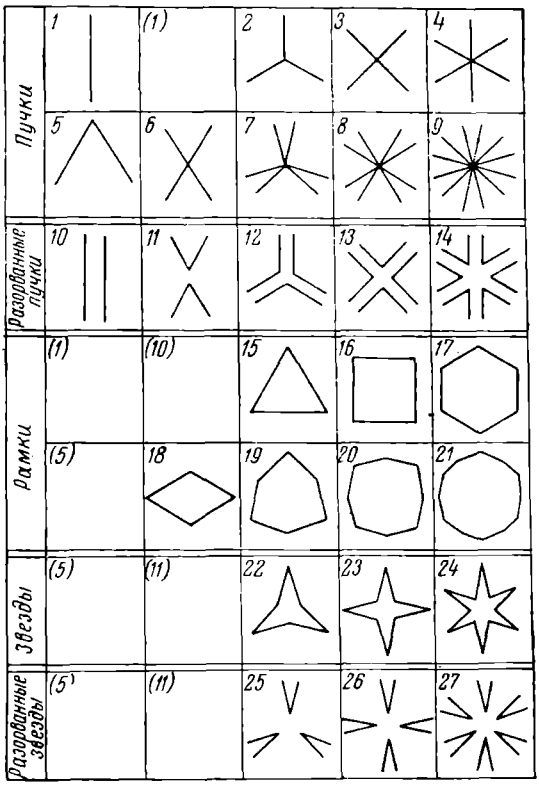


Рис. 2. 27 плоских реберных форм. В скобки заключены номера повторяющихся форм

Б. Каркасные реберные формы

а. Низшие сингонии

$$18\ (+)\ +\ 18\ (-)\ =\ 36$$

б. Тетрагональная сингония

$$52(+)\ +\ 52(-)\ =\ 104$$

в. Тригональная и гексагональная сингонии

$$90(+)\ +\ 90(-)\ =\ 180$$

г. Кубическая сингония

$$143(+)\ +\ 143(-)\ =\ 286$$

Всего каркасных реберных форм 606. К простым каркасным реберным формам мы относим совокупности связанных элементами симметрии ребер, расположенных на поверхности кристаллических многогранников. Изображения каркасных реберных форм были даны в специальных статьях [1, 2]. Отличным примером таких форм служит штриховка на гранях кристаллов. Следует отметить, что в случае реальных штриховок мы имеем дело и с положительными (выпуклые «валики»), и с отрицательными («бороздки») реберными формами.

5. Разновидности гранных форм (обычные формы, гранные пучки, разновидности с вогнутыми углами)

А. Гранные формы низших и средних сингоний

Моноэдры	$1(+)+1(-)=2$
Пинакоиды	$1(+)+1(-)=2$
Диэдры	$1(+)+1(-)=2$
Призмы . . .	$24(+)+24(-)=48$

(см. рис. 3)

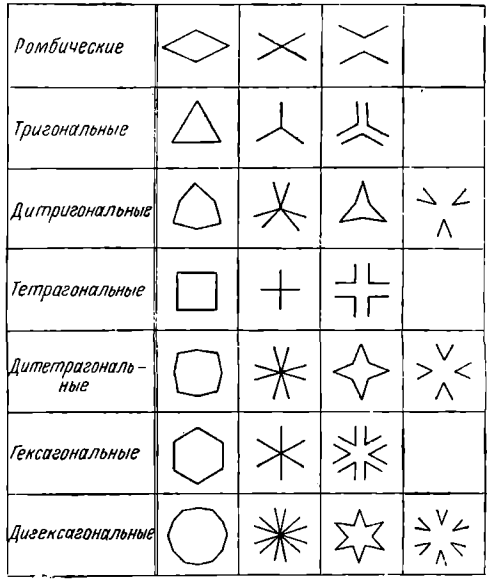


Рис. 3. Разновидности призм. Сечения, перпендикулярные главной (вертикальной) оси

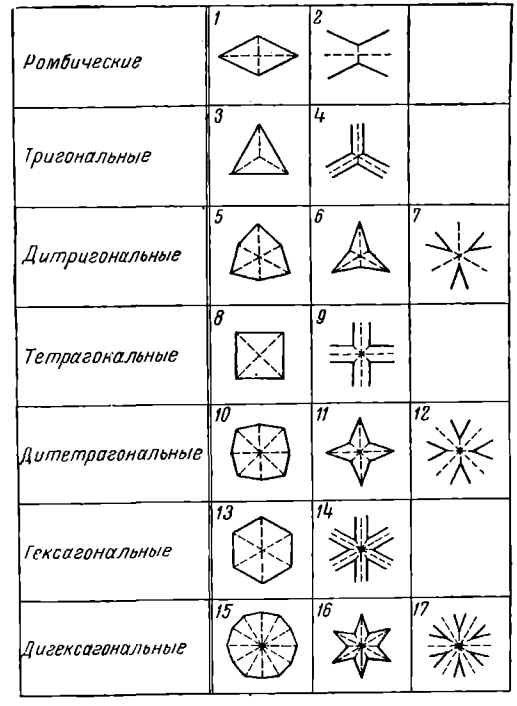


Рис. 4. Разновидности пирамид и дипирамид. Сплошные линии — основания пирамид или сечения, перпендикулярные главной (вертикальной) оси

Пирамиды	17(+) + 27(—) = 34 (см. рис. 4)
Дипирамиды	68(+) + 68(—) = 136 (см. рис. 4 и 5)
Ромбические тетраэдры	8(+) + 8(—) = 16
Тетрагональные тетраэдры	8(+) + 8(—) = 16
Ромбоэдры	8(+) + 8(—) = 16
Тригональные скаленоэдры	12(+) + 12(—) = 24
Тетрагональные скаленоэдры	12(+) + 12(—) = 24
Тригональные трапецоэдры	12(+) + 12(—) = 24
Тетрагональные трапецоэдры	12(+) + 12(—) = 24
Гексагональные трапецоэдры	12(+) + 12(—) = 24

Общая сумма всех гранных форм для низших и средних сингоний равна 392.

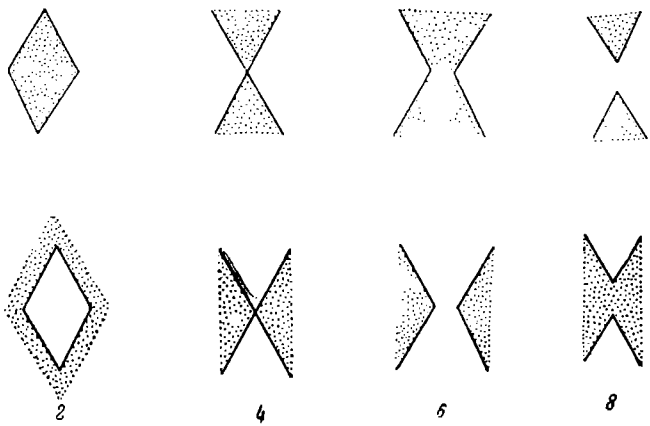


Рис. 5. Продольные сечения дипирамид вдоль главной (вертикальной) оси

Вывод разновидностей гранных форм для кристаллов низших и средних сингоний элементарно прост. Так, например, разновидности призмы получаются из их сечений, перпендикулярных главным осям (рис. 3). Сечения же эти легко получить на основании рис. 2. Чтобы представить себе соответственные пространственные модели, следует вдоль линий, изображенных на рис. 3, построить плоскости граней, перпендикулярные плоскости чертежа. Исходя из рис. 2, легко найти также сечения, перпендикулярные главной (вертикальной) оси для пирамид и дипирамид (рис. 4). Чтобы получить понятие о пространственном облике пирамид и дипирамид, следует поместить точки над и под центром контура и построить грани, пересекающиеся в этих точках. Для дипирамид дело усложняется тем, что надо принимать во внимание также их продольные сечения (рис. 5). Рис. 4 и 5 позволяют вывести и разновидности ромбического и тетрагонального тетраэдров, ромбоэдра и обоих скаленоэдров.

Б. Разновидности гранных форм кубической сингонии

Вывод разновидностей простых форм с входящими углами для кубической сингонии представляет ряд сложностей. Здесь приходится последовательно перебирать все возможные случаи получения входящих участков на вершинах, ребрах и гранях данной простой формы. Такие входящие участки должны быть образованы плоскостями, параллельными граням исходной формы (все эти плоскости, как и грани простой формы,

должны быть связаны друг с другом элементами симметрии). Кроме того, исходную простую форму приходится расчленять на слагающие ее гемиэдрические (полугранные) и тетартоэдрические (четвертьгранные) формы той же сингонии или же на простые формы более низкой симметрии. Для получения результирующей формы с входящими углами следует развивать грани таких слагающих форм по отдельности, заставляя их взаимно пересекаться и прорастать сквозь соседние грани (полученные в результате подобных операций формы особенно характерны для двойников прорастания и скелетных форм).

При выводе таких разновидностей надо учитывать также, что каждая из составных форм может в свою очередь образовывать соответственные разновидности, выведенные для кристаллов низших и средних сингоний.

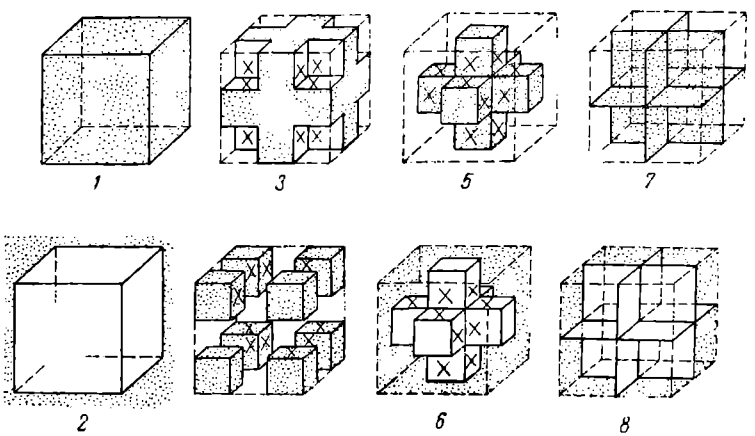


Рис. 6. Восемь гранных разновидностей куба

Перечислять по отдельности все эти разновидности для каждого отдельного случая нет никакой возможности. В связи с этим следует иметь в виду, что в числах, приведенных ниже для кубических форм, под одним номером часто значится не одна какая-либо разновидность простой формы, а целая серия родственных разновидностей (разновидности составных дипирамид, составных ромбоэдров и т. д.). Мы приводим лишь числа для разновидностей полногранных (голоэдрических) форм кубической сингонии. Соответственные гемиэдрические и тетартоэдрические разновидности выводятся из полногранных представителей путем простого удаления части граней согласно требованиям симметрии. При этом разновидности для четырех форм общего типа $\{hkl\}$ — гексатетраэдра, дидодекаэдра, пентагонтриоктаэдра и пентагонтритетраэдра получаются из разновидностей гексоктаэдра. Разновидности тетраэдра выводятся из октаэдра, пентагондодекаэдра — из тетрагексаэдра, тетрагонтритетраэдра — из тригонтриоктаэдра и тригонтритетраэдра — из тетрагонтриоктаэдра. Из сказанного понятно, почему целесообразно привести лишь голоэдрические формы:

Кубы	4(+) + 4(—) = 8 (рис. 6)
Октаэдры	7(+) + 7(—) = 14
Ромбододекаэдры	9(+) + 9(—) = 18
Тетрагексаэдры .	15(+) + 15(—) = 30
Тригонтриоктаэдры	13(+) + 13(—) = 26
Тетрагонтриоктаэдры	16(+) + 16(—) = 32
Гексоктаэдры	23(+) + 23(—) = 46

Разновидности гранных форм с входящими углами важны для точной характеристики скелетных форм роста и двойников прорастания [6, 7].

В известной монографии А. Кнопа приводится ряд очень интересных скелетных форм, полученных в присутствии примесей из растворов хлористого калия и нашатыря. Эти сложные формы отвечают выведенным нами разновидностям кубических форм с входящими углами [13].

Особенно плодотворно могут быть использованы разновидности гранных форм с входящими углами для описания суммарной формы двойников. Возьмем в качестве примера двойник прорастания двух ромбоэдров гематита по {0001} с плоскостью срастания $\{10\bar{1}0\}$ (рис. 7). Воспользуемся предложением использовать при характеристике двойников двухцветную симметрию с применением элементов антисимметрии [5, 12, 13]. Х. Кюрьен и И. Ле Корр рекомендуют

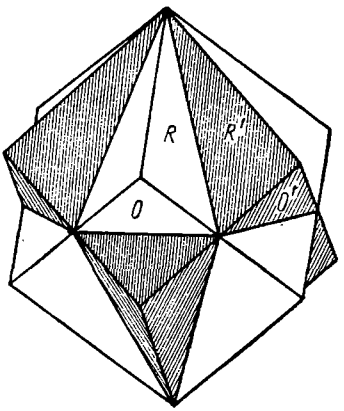


Рис. 7. Двойник прорастания гематита по {0001}

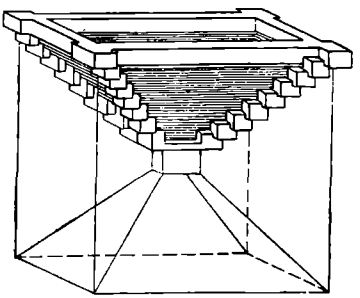


Рис. 8. Взаимосвязь между вершинными, реберными и гранными формами на кристалле NaCl [8]

отмечать отдельно: 1) симметрию взаимной ориентировки обоих индивидов в двойнике; 2) двухцветную симметрию всего двойника [11]. В нашем случае

$$1)\ \bar{3}\,\frac{2}{m}\,(CL_3 3L_2 3P);$$

$$2)\ \frac{6'}{m'}\,\frac{2}{m}\,\frac{2'}{m'}$$

(т. е. $CL_6 6L_2 7P$, где L_6, три двойные оси, три вертикальные и одна горизонтальная плоскости симметрии превращены в элементы антисимметрии).

Итак, мы имеем дело с дигексагонально-дипирамидальным (гексагонально-планаксиальным) видом двухцветной симметрии. Для полного представления о внешнем виде таких двойников надо описать их формы. Здесь и приходят на помощь гранные разновидности форм с вогнутыми углами. Легко убедиться, что все грани R и R' образуют в совокупности дигексагональную дипирамиду с поперечным сечением в форме дигексагональной звезды (см. рис. 4, дипирамиду 16). Грани O и O' дают гексагональную дипирамиду с нормальным гексагональным сечением, но с продольным сечением в виде фигуры песочных часов (см. рис. 5, сечение 5). Приведенные выше элементы симметрии и антисимметрии дают ясное понятие о характеристике этих граней по расцветке (т. е. принадлежности к составным индивидам двойника).

В заключение заметим, что между вершинными, реберными и гранными формами существуют переходы. В монографии А. Кнопа приведен интересный рисунок, показывающий взаимопереходы от вершинных форм вначале к реберным, а затем и к гранным на кристалле поваренной соли (рис. 8)

ЛИТЕРАТУРА

1. Михеев В. И., Шафрановский И. И. Реберные формы кристаллов. Сообщение первое. Простые реберные формы низших сингоний. Минералог. сб. Львовск. геол. об-ва, 1955, № 9.

2. Михеев В. И. Шафрановский И. И. Реберные формы кристаллов. Сообщение второе. Простые реберные формы тетрагональной сингонии. Сб. «Кристаллография». Вып. 5, Металлургиздат, 1956.

3. Михеев В. И., Шафрановский И. И. Реберные формы и штриховка на кристаллах. «Кристаллография», 1957, т. 2, вып. 1.

4. Мокиевский В. А., Шафрановский И. И. Симметрия, антисимметрия и псевдосимметрия индукционных поверхностей. «Кристаллография», 1957, т. 2, вып. 1.

5. Шафрановский И. И. Кристаллы минералов. Изд-во ЛГУ, 1957.

6. Шафрановский И. И. Геометрические разновидности гранных форм для кристаллов низших и средних сингоний. «Кристаллография», 1959, т. 4, вып. 3.

7. Шафрановский И. И. Геометрические разновидности гранных форм для кристаллов кубической сингонии. «Кристаллография», 1959, т. 4, вып. 4.

8. Шафрановский И. И., Генделев С. Ш. Вершинные, реберные и гранные формы кристаллов. Минералог. сб. Львовск. геол. об-ва, 1958, № 12.

9. Шафрановский И. И., Мокиевский В. А. Условия роста, геометрия и симметрия скелетных кристаллов. Зап. Всес. минералог. об-ва, 1956, ч. 85, № 2.

10. Шубников А. В. Симметрия и антисимметрия конечных фигур. Изд-во АН СССР, 1951.

11. Curien H. et Le Corre J. Bull. Soc. franc. minéral et cristallogr. 1958, v. 81, № 4—6.

12. Fersman A. und Goldschmidt V. Der Diamant Heidelberg, 1911.

13. Knop A. Molecularconstitution und Wachsthum der Krystalle. Leipzig, 1867.

14. Niggli P Grundlagen der Stereochemie. Basel, 1945.