Записки Ленинградского орденов Ленина и Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова, т. XXXIX, вып. 1, 1959 г.

О ДВИЖЕНИИ МАТЕРИАЛА В ЧЕРПАКЕ ДРАГИ

А. Ф. Захаревич, Р. И. Шкадов

При конструировании драги и выборе основных параметров, определяющих ее работу, важным вопросом является выбор угловой скорости вращения двигателя и длины днища черпака. Для нормальной работы драги нужно выбрать указанные параметры так, чтобы материал, высыпаясь из черпака, попадал в приемное устройство. Для решения этого вопроса следует изучить движение материала по днищу черпака.

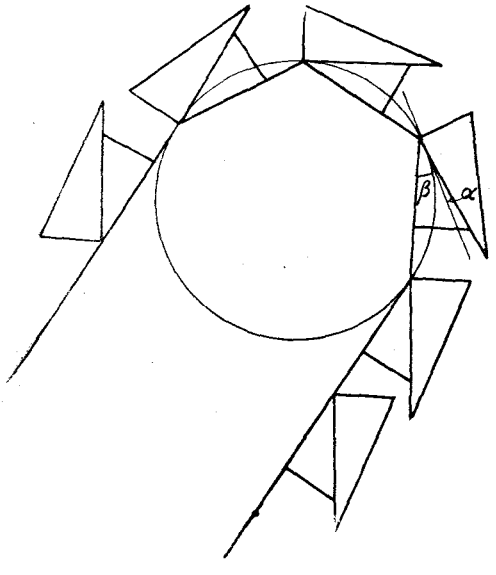


Рис. 1.

В целях упрощения исследования ограничимся изучением движения лишь одной из частиц материала без учета влияния соседних за тот промежуток времени, когда черпак совершает вращательное движение вокруг оси барабана, ведущего черпаковую цепь, т. е. до места схода с него направляющих салазок. Обычно барабан представляет собой правильную шестигранную призму. В рассматриваемый промежуток времени направляющие салазки движутся вместе с одной из граней барабана (рис. 1). Частица совершает сложное движение: движение вместе с черпаком и скольжение по его днищу. Примем первое за переносное, а второе за относительное.

Вопрос о движении частицы по плоскости с учетом трения при произвольном переносном движении рассмотрен в работе Н. П. Неронова [1]. Там же разобран и более частный случай плоского движения переносной среды, имеющий место в данной задаче.

Поместим начало неподвижной системы координат $OXYZ$ (рис. 2) в центре барабана, а начало подвижной системы $Axyz$ — в крайнем левом положении A днища, длину которого AB обозначим через l. Ось

Ax направим по AB. Заметим, что точка A описывает окружность радиуса R.

Определим относительное движение частицы материала по плоскости днища в условиях скольжения без подпрыгивания. Для этого воспользуемся дифференциальным уравнением [1]

$$x'' - 2kx'\Theta' - x(\Theta' + k\Theta'') + [x_0'' + k(g + z_0'')]\cos\Theta + \\ + [kx_0'' - (g + z_0'')]\sin\Theta = 0, \qquad (1)$$

где x_0, z_0 — координаты полюса (центра подвижной системы);
Θ — угол между осями OZ и oz;
k — коэффициент трения при скольжении;
g — ускорение силы тяжести.

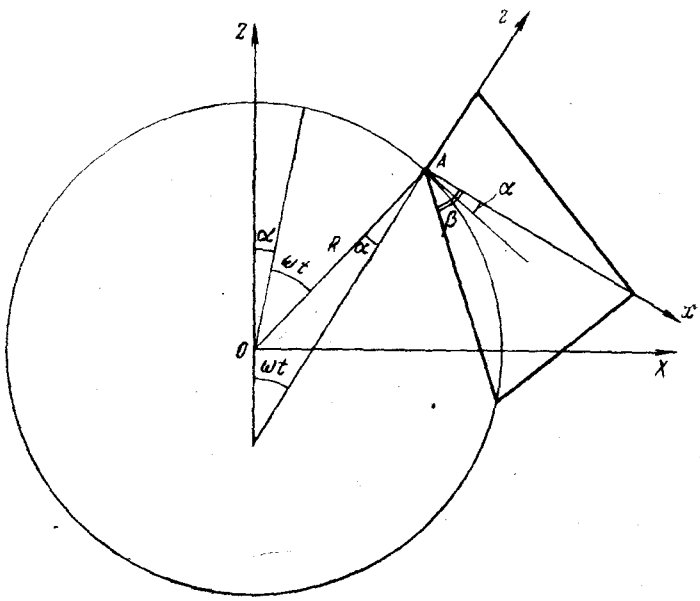


Рис. 2.

Пусть при $t = 0$ днище горизонтально. Тогда координаты полюса можно записать так:

$$\left.\begin{aligned} x_0 &= R\sin(\omega t + \alpha) \\ y_0 &= 0 \\ z_0 &= R\cos(\omega t + \alpha) \end{aligned}\right\}, \qquad (2)$$

где ω — постоянная угловая скорость вращения барабана;
α — угол, составленный днищем черпака с касательной к траектории точки A.

Очевидно, что

$$\alpha = \beta - 30°,$$

гд β — угол между днищем черпака и направляющими салазками.

Пользуясь формулами (2), приводим уравнение (1) к виду

$$x'' - 2k\omega x' - \omega^2 x = R\omega^2\sin\alpha + \\ + kR\omega^2\cos\alpha + g\sin\omega t - kg\cos\omega t. \qquad (3)$$

Решением этого уравнения будет

$$x = \left[\frac{\sqrt{k^2+1}-k}{2\sqrt{k^2+1}} R(\sin\alpha + k\cos\alpha) + \right.$$

$$+ g\frac{\sqrt{k^2+1}-2k}{4\omega^2(k^2+1)}\cos\omega t_0 +$$

$$\left. + g\frac{1-k^2+k\sqrt{k^2+1}}{4\omega^2(k^2+1)}\sin\omega t_0\right] e^{\omega(k+\sqrt{k^2+1})(t-t_0)} +$$

$$+\left[\frac{\sqrt{k^2+1}+k}{2\sqrt{k^2+1}} R(\sin\alpha + k\cos\alpha) - g\frac{\sqrt{k^2+1}+2k}{4\omega^2(k^2+1)}\cos\omega t_0 + \right.$$

$$\left. + g\frac{1-k^2-k\sqrt{k^2+1}}{4\omega^2(k^2+1)}\sin\omega t_0\right] e^{\omega(k-\sqrt{k^2+1})(t-t_0)} -$$

$$- R(\sin\alpha + k\cos\alpha) + \frac{kg}{\omega^2(k^2+1)}\cos\omega t +$$

$$+ \frac{g(k^2-1)}{2\omega^2(k^2+1)}\sin\omega t. \qquad (4)$$

При определении произвольных постоянных предполагалось, что когда $t = t_0$ (t_0 — момент начала скольжения), рассматриваемая частица находилась в начале подвижной системы и имела относительную скорость, равную нулю.

Определим начальный момент времени (момент начала скольжения) при помощи уравнения [1]

$$g^2\sin^2\omega t + j_x^2 + j_y^2 + 2g\sin\omega t(j_x\sin\omega t + $$
$$+ j_y\cos\omega t) = k_0^2(j_z + g\cos\omega t)^2,$$

где k_0 — коэффициент трения покоя;
j_x, j_y, j_z — проекции абсолютного ускорения на оси подвижной системы координат.

В нашем случае

$$j_x = -R\omega^2\sin\alpha;$$
$$j_y = 0;$$
$$j_z = -R\omega^2\cos\alpha.$$

После преобразований условие начала скольжения примет вид

$$[R^2\omega^4\sin^2\alpha - k_0^2[R\omega^2\cos\alpha + g)^2]\operatorname{tg}^4\frac{\omega t_0}{2} +$$

$$+ 4Rg\omega^2\sin\alpha\operatorname{tg}^3\frac{\omega t_0}{2} + [4g^2 + 2k_0^2g^2 + 2R^2\omega^4(\sin^2\alpha -$$

$$- k_0^2\cos^2\alpha)]\operatorname{tg}^2\frac{\omega t_0}{2} + 4Rg\omega^2\sin\alpha\operatorname{tg}\frac{\omega t_0}{2} +$$

$$+ R^2\omega^4\sin^2\alpha - k_0^2(R\omega^2\cos\alpha - g)^2 = 0. \qquad (5)$$

Заметим, что коэффициенты при третьей и первой степени $\operatorname{tg}\frac{\omega t_0}{2}$ малы, так как в реальных конструкциях угловые скорости невелики — порядка 0,4—0,9 *рад/сек*, а величины R — порядка 1 *м*. В целях упро-

шения пренебрежем этими членами. Тогда уравнение (5) обратится в биквадратное

$$[R^2\omega^4 \sin^2\alpha - k_0^2 (R\omega^2 \cos\alpha + g)^2] \operatorname{tg}^4 \frac{\omega t_0}{2} +$$

$$+ [4g^2 + 2k_0^2 g^2 + 2R^2\omega^4 (\sin^2\alpha - k_0^2 \cos^2\alpha)] \operatorname{tg}^2 \frac{\omega t_0}{2} +$$

$$+ R^2\omega^4 \sin^2\alpha - k_0^2 (R\omega^2 \cos\alpha - g)^2 = 0, \qquad (6)$$

решение которого имеет вид

$$\operatorname{tg} \frac{\omega t_0}{2} = \sqrt{\frac{-2g^2 - k_0^2 g^2 - R^2\omega^4 (\sin^2\alpha - k_0^2 \cos^2\alpha) +}{R^2\omega^4 \sin^2\alpha -}} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{+ 2g \sqrt{g^2 + g^2 k_0^2 + R^2\omega^4 \sin^2\alpha - R^2\omega^4 k_0^2 \cos 2\alpha}}{- k_0^2 (R\omega^2 \cos\alpha + g)^2}. \qquad (7)$$

Так как определяется момент начала скольжения, то из четырех корней биквадратного уравнения берется наименьший положительный.

Несколько более грубое приближение можно получить, если в коэффициентах уравнения (5) пренебречь всеми членами, содержащими угловую скорость. Тогда получим

$$\operatorname{tg} \omega t_0 = k_0. \qquad (8)$$

Для оценки указанных упрощений были сделаны вычисления при следующих данных: $\beta = 35°$; $\alpha = 35° - 30° = 5°$; $R = 1$ *м*; $\kappa_0 = 0{,}85$; $\omega_1 = 0{,}42$ *рад/сек*; $\omega_2 = 0{,}84$ *рад/сек*.

Результаты вычислений (см. таблицу) показывают, что для определения момента начала скольжения можно пользоваться упрощенным уравнением (6), а для малых угловых скоростей и формулой (8).

Таблица

ω_1, *рад/сек*	t_0, вычисленное по формуле, *сек*			Погрешности при вычислении по формуле, %	
	(5)	(6)	(8)	(6)	(8)
0,42	1,65	1,65	1.68	0	1,8
0,84	0,778	0,783	0,840	0,6	8,0

При решении задачи предполагалось скольжение в условиях отсутствия подпрыгивания материала, что выражается условием

$$j_z + g \cos \omega t > 0,$$

откуда

$$- R\omega^2 \cos\alpha + g \cos \omega t > 0. \qquad (9)$$

Для рассматриваемого промежутка времени $\cos \omega t > 0$. Наименьшее значение $\cos \omega t$ имеет в момент t_1, соответствующее крайнему правому положению частицы на черпаке. Следовательно, если условие (9) выполняется для $t = t_1$, то оно выполняется и для всего промежутка времени. Поэтому проверка выполнимости условия (9) сводится к подстановке в него $t = t_1$ и производству соответствующих вычислений.

Проверка выполнения этого условия в общем виде затруднительна, так как после длительных вычислений получаются громоздкие формулы,

мало пригодные для практических вычислений. Целесообразна численная проверка этого неравенства в каждом отдельном случае. Например, при $R = l = 1$ *м*; $\alpha = 5°$; $\kappa = 0{,}6$; $\kappa_0 = 0{,}85$, когда $\omega_1 = 0{,}42$ *рад/сек*, получим $t_1 = 2{,}405$ *сек*, а когда $\omega_2 = 0{,}84$ *рад/сек*, получим $t_1' = 1{,}431$ *сек*.

В обоих этих случаях условие (9) выполняется. Вообще, ввиду малости угловой скорости барабана, условие отсутствия подпрыгивания частицы будет всегда выполняться. В реальных условиях драги работают на влажных грунтах, материал прилипает к днищу черпака, и вопрос о подпрыгивании частиц практически можно не ставить.

Как указывалось выше, для нормальной работы драги необходимо подобрать время движения частицы по днищу черпака так, чтобы она попадала в приемное устройство.

Пусть $\frac{\alpha}{\omega}$ — время движения черпака, при котором его днище повернет на угол α и займет горизонтальное положение. Очевидно, что $\frac{\alpha}{\omega} + t_1$ — время движения черпака от его положения на оси Oz до того момента, когда частица сойдет с днища, пройдя всю его длину.

Пусть далее t_2 — время, в течение которого черпак проходит четверть окружности

$$t_2 = \frac{2\pi}{4\omega} = \frac{\pi}{2\omega}.$$

Поставленный вопрос будет решен, если, например,

$$\frac{\alpha}{\omega} + t_1 < t_2.$$

Чтобы найти t_1, следует в формулу (4) подставить $x = l$ и решить получившееся уравнение относительно t. Решение можно осуществить двумя способами: графическим и аналитическим.

Графический способ состоит в том, что находится пересечение прямой $x = l$ с кривой, построенной по уравнению (4). Аналитически уравнение (4) при $x = l$ можно решить приближенно, например методом хорд.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Неронов Н. П. К теории движения материала в грохотах и конвейерах. Зап. ЛГИ, 1938, т. XI, вып. 3.