Записки Ленинградского орденов Ленина и Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова, т. XXXIX, вып. 2, 1961 г.

МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ СКОРОСТИ ПО ГОДОГРАФАМ ОТРАЖЕННЫХ ВОЛН

С. В. Крылов

Исходные данные, используемые при определении скорости по годографам отраженных волн, всегда содержат случайные ошибки. Влияние этих ошибок можно свести до минимума, используя в процессе обработки методы математической статистики. Кроме того, при этом появляется возможность оценить точность полученного результата.

Н. Н. Пузырев [1] предложил при определении скорости по годографам отраженных волн использовать метод наименьших квадратов *. Он предложил способ совместного уравнивания годографов, трансформированных в прямую линию, и вывел формулы для совместного уравнивания при постоянном значении скорости упругих волн на всем рассматриваемом интервале. Имеющийся материал по практическому использованию этих приемов свидетельствует о большой их эффективности [3].

В ряде случаев, особенно при поисках и разведке пологих платформенных структур, первостепенное значение имеет выявление изменений скорости упругих волн в горизонтальном направлении, так как неучет даже небольших по величине (несколько процентов) изменений скорости может привести к существенному искажению результатов сейсморазведки.

Настоящая статья посвящена дальнейшему развитию методов, предложенных Н. Н. Пузыревым. Рассматривается совместное уравнивание системы годографов отраженных волн, трансформированных в прямую линию, когда закон изменения $v_{эф}$ вдоль профиля может быть апроксимирован монотонно возрастающей или убывающей функцией и функцией с одним максимумом или минимумом, а также для случая постоянного значения скорости.

В дальнейшем будем считать, что ошибкам, имеющим случайный характер, подвержена только зависимая переменная (время t). Расстояние между точками наблюдения Δx постоянно. Все решения будем вести на основе метода наименьших квадратов с использованием интерполяционного ряда П. Л. Чебышева. Последнее позволяет значительно упростить окончательные формулы для подсчета значений $v_{эф}$ и их погрешностей.

---

* Этому вопросу посвящен ряд более ранних работ [2 и др.], однако они не нашли широкого практического применения.

Как известно [9], интерполяционный ряд П. Л. Чебышева дает приближенное представление заданной функции $t(x)$ в виде полинома произвольной целой положительной степени x. Получающееся решение обладает замечательным свойством: сумма квадратов отклонений функции $t(x)$ от кривой, определяемой этим полиномом, минимальна. В дальнейшем нам понадобятся только четыре первых члена этого полинома

$$t(X) = \frac{A_0}{n} + \frac{3A_1(2X-n-1)}{n(n^2-1)} + \frac{5A_2[3(2X-n-1)^2 - n^2 + 1]}{4n(n^2-1)(n^2-4)} + \\ + \frac{7A_3[15(2X-n-1)^3 - 3(3n^2-7)(2X-n-1)]}{4\cdot 9n(n^2-1)(n^2-4)(n^2-9)} + \ldots, \qquad (1)$$

где t — некоторая функция (в нашем случае зависимая переменная трансформированного годографа) горизонтальной координаты x; предполагается, что значения t_i известны для ряда точек, отстоящих друг от друга на равном расстоянии Δx;

$X = \frac{x}{\Delta x}$ — аргумент, измеренный в единицах Δx;

n — число точек;

$$A_0 = \sum_1^n t_i;$$

$$A_1 = \sum_1^{n-1} i(n-i)\,\Delta t_i;$$

$$A_2 = \sum_1^{n-2} i(i+1)(n-i)(n-i-1)\,\Delta_2 t_i; \qquad (2)$$

$$A_3 = \sum_1^{n-3} i(i+1)(i+2))(n-i)(n-i-1)(n-i-2)\,\Delta_3 t_i,$$

где $i = 1, 2, 3, \ldots$;

n — номер точки;

$$\Delta t_i = t_{i+1} - t_i;\ \Delta_2 t_i = \Delta t_{i+1} - \Delta t_i;$$

$\Delta_3 t_i = \Delta_2 t_{i+1} - \Delta_2 t_i$ — конечные разности переменной t.

Смысл дальнейших операций сводится к следующему. Пусть имеется ряд годографов, трансформированных в прямую линию и построенных в одной координатной системе t, x. Начало координат поместим в точку, расположенную на расстоянии Δx от начала первого годографа. Предполагается, что соседние графики примыкают друг к другу. Если это условие не выполнено, то, сдвигая графики вдоль оси x, располагаем их так, как показано на рис. 1. Такое перемещение графиков будет правомерным, если на интервалах перемещения можно пренебречь изменением их наклона. Последнее условие обычно выполняется в сейсморазведке достаточно строго. Затем «... первый график принимается за исходный. Другие графики сдвигаем (по вертикали) на величины τ_i так, чтобы было выполнено условие минимума суммы квадратов отклонений от кривой заданного вида» [1]. Апроксимирующую кривую определим выраже-

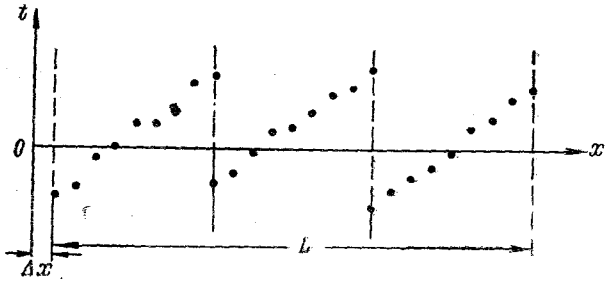


Рис. 1

нием (1). Взяв производную $\frac{dt(x)}{dx}$ от найденного аналитического выражения кривой, получим величину ее наклона $b(x)$, необходимую для определения $v_{эф}$.

В дальнейшем нет необходимости рассматривать величины τ_i вертикальных смещений отдельных графиков, так как $b(x)$ будет определяться через разности переменной t, которые не зависят от τ_i.

Линейное уравнивание. Начнем с наиболее простого случая, когда скорость упругих волн на всем рассматриваемом участке принимается постоянной. Трансформированные годографы при этом условии апроксимируются прямой линией

$$t = a + bx.$$

Для определения уравнения этой линии достаточно взять первые два члена интерполяционного ряда (1).

Пусть L — полная длина интервала уравнения. Тогда

$$\Delta x = \frac{L}{n-1} \text{ и } X = \frac{x(n-1)}{L}.$$

Учитывая последнее равенство и обозначая через a члены, не содержащие x, получаем из формулы (1) выражение искомой прямой

$$t(x) = a + \frac{6A_1}{n(n+1)L}x.$$

Взяв производную от $t(x)$, определим искомую величину углового коэффициента b апроксимирующей прямой

$$b = \frac{dt(x)}{dx} = \frac{6A_1}{n(n+1)L}. \qquad (3)$$

При подсчете слагаемых суммы A_1 следует пользоваться табл. 1, где для упрощения расчетов введен множитель $\frac{1}{2}$, поэтому результат суммирования необходимо удвоить. Таблица с целью экономии составлена только для нечетных значений n; если число точек получается четным, следует отбросить одно из крайних значений. Значения величины $\frac{6}{n(n+1)}$ даны в табл. 2, в столбце β_1.

Оценим точность определения коэффициента b. Выражение для A_1 может быть преобразовано к следующему виду [9]:

$$A_1 = \sum_1^n (2i - n - 1)\, t_i. \qquad (3')$$

Подставив это выражение в формулу (3) и пользуясь известными приемами [10], получим

$$m_b = \frac{6}{n(n+1)L}\sqrt{\sum (2i-n-1)^2 m_{t_i}^2},$$

где m_b и m_{t_i} — среднеквадратические погрешности величин b и t_i.

Будем считать, что все значения t_i равноточны и имеют в среднем погрешность m_t. Вынесем m_t из-под знаков суммы и радикала. Как показано [9],

$$\sum_1^n (2i-n-1)^2 = \frac{1}{3}n(n^2-1).$$

Таблица 1

$\frac{1}{2} i(n-i)$ при n, равном

i	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35	37	39	41	43	45	47	49	51	53	55	57	59	61
1	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
2	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35	37	39	41	43	45	47	49	51	53	55	57	59
3	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54	57	60	63	66	69	72	75	78	81	84	87
4	14	18	22	26	30	34	38	42	46	50	54	58	62	66	70	74	78	82	86	90	94	98	102	106	110	114
5	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100	105	110	115	120	125	130	135	140
6	15	21	27	33	39	45	51	57	63	69	75	81	87	93	99	105	111	117	123	129	135	141	147	153	159	165
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	91	98	105	112	119	126	133	140	147	154	161	168	175	182	189
8	12	20	28	36	44	52	60	68	76	84	92	100	108	116	124	132	140	148	156	164	172	180	188	196	204	212
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108	117	126	135	144	153	162	171	180	189	198	207	216	225	234
10	5	15	25	35	—	55	65	75	85	95	105	115	125	135	145	155	165	175	185	195	205	215	225	235	245	255
11	—	11	22	33	—	—	66	77	88	99	110	121	132	143	154	165	176	187	198	209	220	231	242	253	264	275
12	—	6	18	30	—	—	—	78	90	102	114	126	138	150	162	174	186	198	210	222	234	246	258	270	282	294
13	—	—	13	26	—	—	—	—	91	104	117	130	143	156	169	182	195	208	221	234	247	260	273	286	299	312
14	—	—	7	21	—	—	—	—	—	105	119	133	147	161	175	189	203	217	231	245	259	273	287	301	315	329
15	—	—	—	15	—	—	—	—	—	—	120	135	150	165	180	195	210	225	240	255	270	285	300	315	330	345
16	—	—	—	8	—	—	—	—	—	—	—	136	152	168	184	200	216	232	248	264	280	296	312	328	344	360
17	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	153	170	187	204	221	238	255	272	289	306	323	340	357	374
18	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	171	189	207	225	243	261	279	297	315	333	351	369	387
19	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	190	209	228	247	266	285	304	323	342	361	380	399
20	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	210	230	250	270	290	310	330	350	370	390	410
21	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	231	252	273	294	315	336	357	378	399	420
22	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	253	275	297	319	341	363	385	407	429
23	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	276	299	322	345	368	391	414	437
24	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	300	324	348	372	396	420	444
25	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	325	350	375	400	425	450
26	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	351	377	403	429	455
27	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	378	405	432	459
28	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	406	434	462
29	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	435	464
30	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	465

Таблица 2

n	q	$\beta_1 = \alpha_1$	$\beta_2 = \alpha_2$	β_3	$\beta_4 = \alpha_3$	β_5	β_6
11	0,952	$4{,}545 \cdot 10^{-2}$	$1{,}166 \cdot 10^{-2}$	$1{,}217 \cdot 10^{-3}$	$1{,}942 \cdot 10^{-2}$	$4{,}856 \cdot 10^{-3}$	$4{,}047 \cdot 10^{-3}$
13	0,888	3,297	$6{,}993 \cdot 10^{-3}$	$5{,}295 \cdot 10^{-4}$	1,199	2,448	2,098
15	0,836	2,500	4,525	3,230	$7{,}918 \cdot 10^{-3}$	1,369	1,197
17	0,792	1,961	3,096	1,911	5,504	$8{,}268 \cdot 10^{-4}$	$7{,}339 \cdot 10^{-4}$
19	0,754	1,579	2,211	1,203	3,980	5,278	4,750
21	0,720	1,299	1,635	$7{,}952 \cdot 10^{-5}$	2,972	3,531	3,210
23	0,691	1,089	1,242	5,450	1,296	2,453	2,248
25	0,666	$9{,}231 \cdot 10^{-3}$	$9{,}662 \cdot 10^{-4}$	3,881	1,784	1,757	1,622
27	0,642	7,937	7,663	2,832	1,423	1,291	1,199
29	0,622	6,897	6,180	2,115	1,153	$9{,}705 \cdot 10^{-5}$	$9{,}071 \cdot 10^{-5}$
31	0,602	6,048	5,056	1,611	$9{,}705 \cdot 10^{-4}$	7,435	6,971
33	0,584	5,348	4,189	1,249	7,886	5,793	5,452
35	0,568	4,762	3,510	$9{,}836 \cdot 10^{-6}$	6,784	4,580	4,325
37	0,544	4,267	2,970	7,848	5,627	3,669	3,476
39	0,540	3,846	2,535	6,340	4,817	2,974	2,825
41	0,528	3,484	2,182	5,177	4,155	2,436	2,320
43	0,516	3,171	1,891	4,269	3,609	2,014	1,922
45	0,507	2,899	1,649	3,551	3,155	1,680	1,607
47	0,496	2,660	1,447	2,978	2,774	1,412	1,353
49	0,486	2,449	1,277	2,521	2,452	1,196	1,148
51	0,476	2,262	1,133	2,141	2,178	1,019	$9{,}803 \cdot 10^{-6}$
53	0,466	2,096	1,009	1,833	1,943	$8{,}744 \cdot 10^{-6}$	8,420
55	0,458	1,948	$9{,}028 \cdot 10^{-5}$	1,579	1,741	7,543	7,274
57	0,450	1,815	8,110	1,367	1,566	6,541	6,315
59	0,443	1,695	7,312	1,189	1,414	5,700	5,510
61	0,436	1,586	6,616	1,040	1,280	4,990	4,829

Учтя это, после преобразований получим

$$m_b = \frac{2}{L}\sqrt{\frac{3(n-1)}{n(n+1)}}\,m_t.$$

Поскольку в качестве апроксимирующей линии берется прямая, то ее первые разности Δt_i должны быть постоянны и равны

$$\Delta t = b\Delta x.$$

Определим среднеквадратическую погрешность для Δt по формуле Петерса [11]:

$$m_{\Delta t} = 1{,}253\,\frac{\sum_{1}^{n-1} |\Delta t_i - \Delta t|}{n - 1{,}5}.$$

Так как $\Delta t_i = t_{i+1} - t_i$, то [10]

$$m_{\Delta t} = m_t\sqrt{2},$$

откуда

$$m_t = \frac{m_{\Delta t}}{\sqrt{2}} = \frac{1{,}253\sum|\Delta t_i - \Delta t|}{\sqrt{2}(n - 1{,}5)}.$$

Подставив найденное выражение в формулу для m_b и введя обозначение

$$q = 2\sqrt{\frac{3(n-1)}{n(n+1)}},$$

будем иметь окончательно

$$m_b = \pm 0{,}886q \frac{\sum |\Delta t_i - \Delta t|}{L(n-1{,}5)}. \qquad (4)$$

Для облегчения расчетов значения величины q приведены в табл. 2.

Дальнейшие расчеты сводятся к определению величины скорости $v_{эф}$ и оценке ее погрешности m_v. Величина $v_{эф}$ определяется одной из известных формул [4—7] в зависимости от способа трансформации годографов.

Для подсчета погрешности m_v можно пользоваться формулами, полученными Н. Н. Пузыревым [1]. Ниже приведены эти формулы в несколько ином, более удобном для расчетов виде.

Для способов постоянной разности [4], встречных годографов [6] и разностного годографа [5]

$$m_v = \pm \frac{v}{2b} m_b, \qquad (5)$$

для способа асимптот [7]

$$m_v = \pm v^2 m_b. \qquad (5')$$

Выражения (3) и (4) пригодны и при определении скорости упругих волн по одиночным годографам и отдельным парам встречных годографов.

Сопоставление результатов расчета $v_{эф}$ по совокупности графиков описанным способом и способом, предложенным Н. Н. Пузыревым [1], показало, что они практически совпадают. Расхождения, как правило, в несколько раз меньше среднеквадратической ошибки m_v.

Несколько иные результаты получаются при уравнивании одиночных или отдельных пар встречных годографов. Когда имеются заметные систематические отклонения точек трансформированного годографа от прямой линии на конце рассматриваемого интервала, расхождение значений $v_{эф}$, даваемых обоими способами, может превышать величину их погрешности m_v. Расхождения эти вызваны тем, что в способе Н. Н. Пузырева наибольший вес имеют значения t_i в точках, расположенных на конце рассматриваемого интервала [1, формула (3′)]. В предлагаемом же способе множители при Δt_i имеют максимальную величину в центре интервала уравнивания, последовательно уменьшаясь в обе стороны (см. табл. 1). Интересно, что если перенести начало координат в точку, расположенную на конце интервала уравнивания и направить ось x справа налево (что вполне допустимо по физическому смыслу задачи), то значение $v_{эф}$, определенное способом Н. Н. Пузырева, будет отлично от значения, полученного при обычном расположении координатной системы. Величина $v_{эф}$, рассчитанная по тем же исходным данным, но с использованием предлагаемого способа, близка к среднему арифметическому этих двух значений. Причем направление оси x для предлагаемого способа не имеет значения. По-видимому, в таких случаях следует отдать предпочтение предлагаемому способу.

Уравнивание простой параболой. Если есть основание полагать, что скорость распространения упругих волн меняется вдоль профиля, то коэффициент b также будет переменным. В качестве линии, апроксимирующей уравниваемые годографы, при этом следует брать не прямую, а некоторую кривую. Рассмотрим наиболее простой случай, когда в качестве такой кривой берется парабола

$$t = a + bx + cx^2.$$

Примем, что скорость упругих волн вдоль профиля меняется достаточно плавно, поэтому изменением наклона параболы в пределах отдельных графиков можно пренебречь.

Для параболического уравнивания необходимо взять три первых члена интерполяционного ряда (1). Сделав подстановку $X=\frac{x(n-1)}{L}$, после некоторых преобразований получим уравнение апроксимирующей параболы

$$t(x)=a+\frac{1}{L}\left[\frac{6A_1}{n(n+1)}-\frac{15A_2}{n(n^2-4)}\right]x+\frac{15A_2(n-1)}{n(n+1)(n^2-4)L^2}x^2,$$

где a — члены, не содержащие x.

Чтобы получить необходимое выражение для углового коэффициента $b(x)$ этой кривой, продифференцируем $t(x)$. Введя обозначения

$$\alpha_1=\frac{6}{n(n+1)};\quad \alpha_2=\frac{15}{n(n^2-4)}$$

и

$$\alpha_3=\frac{30(n-1)}{n(n+1)(n^2-4)},$$

получим формулу для вычисления

$$b(x)=\frac{1}{L}(\alpha_1A_1-\alpha_2A_2)+\frac{\alpha_3A_2}{L^2}x. \qquad (6)$$

Для ускорения расчетов значения коэффициентов α_1, α_2 и α_3 приведены в табл. 2. Величины A_1 и A_2 определяются по формулам (2). Множители при Δt_i берутся по табл. 1. Чтобы получить значения множителей при $\Delta_2 t_i=\Delta t_{i+1}-\Delta t_i$ в сумме A_2, необходимо перемножить, начиная с первого, каждые два соседних члена столбца для данного n в табл. 1. Следует помнить, что в табл. 1 введен множитель $\frac{1}{2}$, поэтому для определения значений A_1 и A_2 полученные суммы необходимо умножить соответственно на 2 и 4.

Выводя формулу для оценки точности определения коэффициента $b(x)$, воспользуемся преобразованными выражениями [9]:

$$A_1=\sum_1^n(2i-n-1)\,t_i;$$

$$A_2=\sum_1^n[3(2i-n-i)^2-n^2+1]\,t_i.$$

Подставив эти выражения в формулу (6) и опустив промежуточные преобразования, определим

$$m_b=\frac{3}{n(n+1)(n^2-4)L}\sqrt{4(n^2-4)^2m_{A_1}^2+25\left(2\frac{n-1}{L}x-n-1\right)^2m_{A_2}^2},$$

где m_{A_1} и m_{A_2} — погрешности величин A_1 и A_2.

Считая все измерения равноточными со среднеквадратической погрешностью m_t, получим

$$m_{A_1} = \sqrt{\sum (2i - n - 1)^2 m_{t_i}^2} = m_t \sqrt{\frac{n(n^2-1)}{3}};$$

$$m_{A_2} = \sqrt{\sum [3(2i - n - 1)^2 - n - 1]^2 m_{t_i}^2} =$$

$$= m_t \sqrt{\frac{4n(n^2-1)(n^2-4)}{5}}.$$

После подстановки этих выражений в формулу для m_b преобразуем ее к виду

$$m_b = \frac{q}{L} \sqrt{1 + \frac{15}{n^2-4}\left(2\frac{n-1}{L}x - n - 1\right)^2} m_t, \qquad (7)$$

где, как и раньше,

$$q = 2\sqrt{\frac{3(n-1)}{n(n+1)}}.$$

Определим погрешность m_t. Так как апроксимирующей кривой является парабола, то ее вторые разности должны быть постоянны и равны

$$\Delta_2 t = \frac{d^2 t(x)}{dx^2}(\Delta x)^2 = \frac{a_3 A_2}{L^2}(\Delta x)^2.$$

Найдем среднеквадратическую ошибку $m_{\Delta_2 t}$ по формуле Петерса

$$m_{\Delta_2 t} = 1{,}253 \frac{\sum_1^{n-2} |\Delta_2 t_i - \Delta_2 t|}{n - 2{,}5}.$$

Поскольку

$$\Delta_2 t_i = \Delta t_{i+1} - \Delta t_i = t_{i+2} - 2t_{i+1} + t_i,$$

то

$$m_{\Delta_2 t} = m_t \sqrt{6},$$

откуда

$$m_t = \frac{m_{\Delta_2 t}}{\sqrt{6}} = 0{,}512 \frac{\sum |\Delta_2 t_i - \Delta_2 t|}{n - 2{,}5}. \qquad (7')$$

Формулы (7) и (7′) дают возможность определить величину среднеквадратической погрешности m_b. Она различна для различных точек интервала уравнивания. В центре интервала она будет минимальной:

$$(m_b)_{\min} = \frac{q}{L} m_t. \qquad (7'')$$

По формуле (7) построен график зависимости $\frac{m_b}{(m_b)_{\min}}$ от $\frac{x}{L}$ (рис. 2).

Вычислив по (7″) величину $(m_b)_{\min}$ и пользуясь этим графиком, можно достаточно быстро определить m_b для различных точек рассматриваемого интервала.

Вычисление искомых величин $v_{эф}$ и m_v производится так же, как и при линейном выравнивании; только здесь для каждой точки следует брать свое значение $b(x)$ и m_b.

Выясним, какой вид зависимости $v_{эф}$ от x может быть получен в результате параболического уравнивания. С этой целью подставим най-

денное выражение (6) для $b(x)$ в формулу для определения $v_{эф}$ способом встречных годографов [6]:

$$v_{эф} = \sqrt{\frac{2l}{b(x)}} = \sqrt{\frac{2lL}{\alpha_1 A_1 - \alpha_2 A_2 + \frac{1}{L}\alpha_3 A_2}},$$

где l — величина взрывного интервала.

Полученное уравнение является уравнением монотонной функции [12], которая с увеличением x либо возрастает, либо убывает в зависимости от величины и знаков постоянных коэффициентов в знаменателе подкоренного выражения. Поскольку структура формул для $v_{эф}$ в способах постоянной разности [4] и разностного годографа [5] такая же, как и в рассмотренном способе, то полученный вывод справедлив и для этих способов вычисления эффективной скорости.

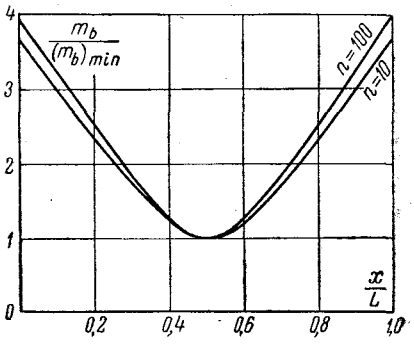


Рис. 2

Уравнивание кубической параболой. В ряде случаев скорость распространения упругих волн может меняться не монотонно, а по более сложному закону. Тогда следует рассматривать более сложный вид апроксимирующей кривой. Возьмем в качестве такой кривой кубическую параболу

$$t = a + bx + cx^2 + dx^3.$$

Для определения постоянных коэффициентов в этом уравнении необходимо взять четыре члена интерполяционного ряда П. Л. Чебышева. Опуская промежуточные математические преобразования, поскольку они довольно громоздки и делаются по тому же плану, что и предыдущие, приведем окончательные результаты.

Для вычисления углового коэффициента $b(x)$ апроксимирующей кривой

$$b(x) = \frac{1}{L}(\beta_1 A_1 - \beta_2 A_2 + \beta_3 A_3) + \frac{1}{L^2}(\beta_4 A_2 - \beta_5 A_3)\,x + \frac{\beta_6 A_3}{L^3}x^2, \qquad (8)$$

где

$$\beta_1 = \frac{6}{n(n+1)}; \quad \beta_2 = \frac{15}{n(n^2-4)};$$

$$\beta_3 = \frac{7(6n^2+15n+11)}{3n(n+1)(n^2-4)(n^2-9)}; \quad \beta_4 = \frac{30(n-1)}{n(n+1)(n^2-4)};$$

$$\beta_5 = \frac{70(n-1)}{n(n^2-4)(n^2-9)}; \quad \beta_6 = \frac{70(n-1)^2}{n(n+1)(n^2-4)(n^2-9)}.$$

Значения этих коэффициентов приведены в табл. 2.

Для погрешности коэффициента $b(x)$

$$m_b = \frac{qm_t}{L}\left\{1 + \frac{1}{n^2-4}\left[15\left(2\frac{n-1}{L}x - n - 1\right)^2 + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{7}{3(n^2-9)}\left(\frac{30(n-1)^2}{L^2}x^2 - 30\frac{n^2-1}{L}x + 6n^2 + 15n + 11\right)^2\right]\right\}^{\frac{1}{2}}.$$

По этой формуле построен график рис. 3. Используя его, можно достаточно быстро определять величину m_b для любой точки интервала уравнивания. Значения q приведены в табл. 2. Величина m_t в данном случае рассчитывается по формулам

$$m_t = 0{,}280 \frac{\sum_{1}^{n-3} |\Delta_3 t_i - \Delta_3 t|}{n - 3{,}5}; \qquad (9)$$

$$\Delta_3 t = \frac{2\beta_6 A_3}{L^3} (\Delta x)^3. \qquad (9')$$

Легко показать, пользуясь тем же приемом, как и в предыдущем случае, что при уравнивании кубической параболой закон изменения $v_{эф}$ вдоль профиля получается в виде функции с одним максимумом или минимумом.

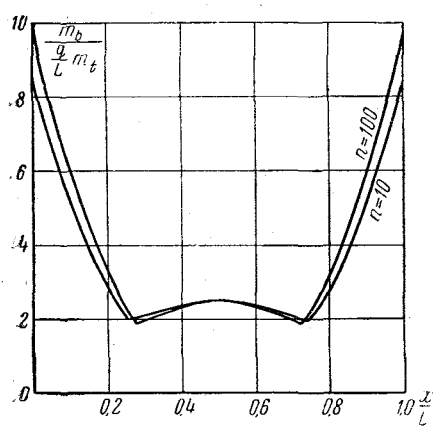


Рис. 3

На первый взгляд приведенные формулы имеют устрашающий вид. Однако использование вышеупомянутых таблиц и графиков значительно упрощает расчеты. При некотором навыке на совместное уравнивание десяти графиков наиболее сложным способом затрачивается не более 4—5 *час*, исключая время, потребное на трансформирование годографов. При этом не следует брать слишком большого числа значений t_i, достаточно ограничиться 50—60 точками. Действительно, основной выигрыш в точности определения $v_{эф}$ получается за счет уменьшения коэффициента q при увеличении числа точек. Величина q вначале уменьшается довольно быстро, а при дальнейшем увеличении n очень незначительно (табл. 2). Кроме того, при большом n значения t_i берутся на близком расстоянии друг от друга, в результате чего их отклонения от осредняющей линии могут иметь систематический характер, т. е. будет нарушено основное допущение о случайном характере этих отклонений. Поэтому расстояние Δx между соседними точками должно быть достаточно большим, чтобы отклонения в них были взаимонезависимыми. Для полного использования всех имеющихся данных рекомендуется следующий прием: точки каждого трансформированного годографа разбиваются на равные группы, в каждой группе подсчитывается среднее арифметическое значение и относится к центру группы. Полученные значения используются для последующего уравнивания.

В заключение рассмотрим практический пример совместного уравнивания восьми пар встречных годографов, полученных при взрывном интервале l, равном 0,46 *км*, с использованием 24-канальной сейсмостанции. Пример относится к одному из восточных районов Русской платформы.

Для трансформации был использован способ встречных годографов. Точки каждого из полученных графиков разбиты на группы по четыре в каждой. Затем определены средние значения t_i в каждой группе. Расстояние между крайними точками каждого графика после этого

87755

Таблица 3

i	t_i $\times 10^3$	Δt_i $\times 10^3$	$\frac{1}{2} i (n-i)$	(3) × (4)	$\Delta_2 t_i$ $\times 10^3$	$\frac{1}{4} i (n-i) \times (i+1) \times (n-i-1)$	(6) × (7)	$\Delta_3 t_i$ $\times 10^3$	$\frac{1}{8} i (n-i) \times (i+1)(n-i-1) \times (i+2)(n-i-2)$	(9) × (10)	$\lvert \Delta_3 t_i - \Delta_3 t \rvert$ $\times 10^3$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	−26	+14	20	0,280	−5	20 · 39	− 3,90	+ 3	20 · 37 · 57	+ 133	3
2	−12	+ 9	39	0,341	−2	39 · 57	− 4,45	+ 5	39 · 57 · 74	+ 822	5
3	− 3	+ 7	57	0,399	+3	57 · 74	+ 12,65	− 2	57 · 74 · 90	− 759	2
4	+ 4	+10	74	0,740	+1	74 · 90	+ 6,66	− 3	74 · 90 · 105	− 2098	3
5	+14	+11	90	0,990	−2	90 · 105	− 18,90	0	90 · 105 · 119	0	0
6	+25	+ 9	105	0,945	−2	105 · 119	− 24,99	+ 8	105 · 119 · 132	+13 194	8
	−30										
7	−21	+ 7	119	0,833	+6	119 · 132	+ 94,25	−13	119 · 132 · 144	−29 405	13
8	−14	+13	132	1,716	−7	132 · 144	−153,06	+11	132 · 144 · 155	+32 409	11
. . . . .											
18	− 3	+16	207	3,312	−6	207 · 209	−259,59	+ 5	207 · 209 · 210	+45 426	5
19	+13	+10	209	2,090	−1	209 · 210	− 43,89	+ 1	209 · 210 · 210	+ 9 216	1
20	+23	+ 9	210	1,890	0	210 · 210	0	0	210 · 210 · 209	0	0
21	+32	+ 9	210	1,890	0	210 · 209	0	+ 2	210 · 209 · 207	+18 170	2
	−19										
22	−10	+ 9	209	1,881	+2	209 · 207	+ 87,78	− 2	209 · 207 · 204	−17 651	2
. . . . .											
38	−16	+ 9	57	0,513	−1	57 · 39	− 2,22	+ 5	57 · 39 · 20	+ 222	5
39	− 7	+ 8	39	0,312	+4	39 · 20	+ 3,12	—	—		
40	+ 1	+12	20	0,240	—	—				$\sum = -753$ $\times 8$	$\sum = 0,205$
41	+13	—	—	$\sum = +54,743$ $\times 2$	—	—	$\sum = -9,15$ $\times 4$	—	—		
				$A_1 = +109,49$			$A_2 = -36,60$			$A_3 = -6024$	

стало равным 0,4 *км*. Полная длина интервала уравнивания $L=0{,}4\cdot 8=3{,}2$ *км*, $n=41$, расстояние между соседними точками $\Delta x=0{,}08$ *км*.

Последовательность расчетов становится ясной из рассмотрения табл. 3. Числа в графе 4 переписываются из табл. 1. Для получения чисел в графах 7 и 10 перемножаем соответственно по два и по три соседних члена графы 4.

После вычисления коэффициентов A_1, A_2 и A_3 получаем по формуле (8) следующее выражение для $b(x)$ (коэффициенты β взяты из табл. 2):

$$b(x)=\frac{1}{3{,}2}(3{,}484\cdot 10^{-3}\cdot 0{,}1095+2{,}182\cdot 10^{-4}\times$$

$$\times 36{,}60-5{,}177\cdot 10^{-6}\cdot 6024)+\frac{1}{3{,}2^2}(-4{,}155\cdot 10^{-4}\cdot 36{,}60+$$

$$+2{,}436\cdot 10^{-5}\cdot 6024)x-\frac{2{,}320\cdot 10^{-5}\cdot 6024}{3{,}2^3}x^2.$$

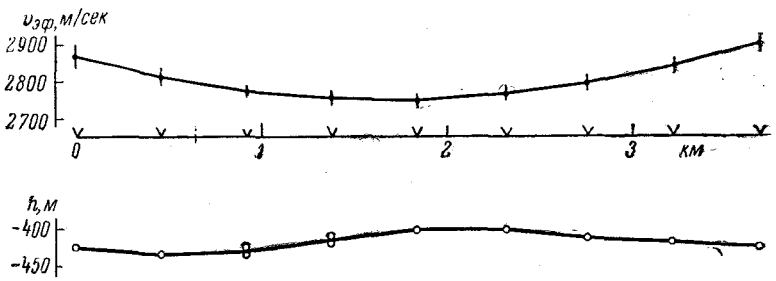


Рис. 4

Выполнив арифметические действия, получим

$$b(x)=0{,}1119+0{,}0128x-0{,}0043x^2.$$

По этой формуле определяем коэффициент b в тех точках, где необходимо получить значения $v_{эф}$. Для примера определим значение b в точке $x=0{,}4$ *км*.

$$b(0{,}4)=0{,}1119+0{,}0128\cdot 0{,}4-0{,}0043\cdot 0{,}4^2=0{,}1163.$$

В этой точке

$$v_{эф}(0{,}4)=\sqrt{\frac{2l}{b(0{,}4)}}=\sqrt{\frac{2\cdot 0{,}46}{0{,}1163}}=2{,}812\ км/сек.$$

Для оценки погрешности определения $v_{эф}$ необходимо проделать следующие операции. По формуле (9′)

$$\Delta_3 t=-2\cdot 0{,}0043\cdot 0{,}08^3=0{,}000.$$

Вычисление суммы $\Sigma\,|\Delta_3 t_i-\Delta_3 t\,|$ приведено в графе 12 табл. 3. По формуле (9)

$$m_t=\frac{0{,}280\cdot 0{,}205}{37{,}5}=0{,}002.$$

Взяв из табл. 2 значение q и пользуясь графиком рис. 3, получим

$$m_{b(0{,}4)}=\frac{4{,}3\cdot 0{,}50\cdot 0{,}002}{3{,}2}=0{,}00134$$

и окончательно по формуле (5)

$$m_{v(0{,}4)}=\pm\frac{2{,}812\cdot 0{,}00134}{2\cdot 0{,}1163}=\pm 0{,}016\ км/сек.$$

На рис. 4 приведены результаты подсчета $v_{эф}$ и m_v по всему рассматриваемому интервалу. Вертикальными черточками на графике $v_{эф}$ показаны величины удвоенной среднеквадратической погрешности определения скорости. Внизу изображен сейсмический разрез по отражающему горизонту, до которого определялись значения $v_{эф}$. Как видно из рисунка, скорость упругих волн уменьшается в присводовой части поднятия с некоторым смещением в сторону крутого крыла. Наличие минимума $v_{эф}$ связано, по-видимому, с послойной зональностью тектонической трещиноватости [8], так как геологический разрез в данном случае примерно на одну треть представлен компетентными карбонатными породами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пузырев Н. Н. Применение численных методов осреднения при определении скоростей по годографам отраженных волн. Прикладная геофизика, 1957, вып. 16.
2. Ризниченко Ю. В. Вероятнейшее значение средней скорости в случае плоской отражающей поверхности. Тр. ВКГР, 1938, вып. 12.
3. Урупов А. К. О совместном осреднении систем годографов при определении эффективной скорости. Разведочная и промысловая геофизика, 1957, вып. 20.
4. Бугайло В. А. Определение средней скорости способами суммы, разности и постоянной разности. Прикладная геофизика, 1947, вып. 3.
5. Глотов О. К. Способ разностного годографа для вычисления эффективных скоростей. Разведочная и промысловая геофизика, 1954, вып. 9.
6. Гурвич И. И. Сейсморазведка. Госгеолтехиздат, 1954.
7. Шушаков С. Д. Способы определения средних скоростей по годографам отраженных волн. Прикладная геофизика, 1948, вып. 4.
8. Андреев Б. А. Послойная зональность физических свойств осадочных пород и ее связь со структурами платформенных областей. Советская геология, 1957, вып. 61.
9. Хотимский В. И. Выравнивание статистических рядов по методу наименьших квадратов (способ Чебышева). Изд-во ЦУП ВСНХ, 1925.
10. Крылов А. Н. Лекции о приближенных вычислениях. Гостехиздат, 1954.
11. Шилов П. И. Способ наименьших квадратов. Геодезиздат, 1941.
12. Янке Е., Эмде Ф. Таблицы функций с формулами и кривыми. Гостехиздат, 1949.