Записки Ленинградского орденов Ленина и Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова, т. XXXIX, вып. 3, 1961 г.

БЕСКОНЕЧНАЯ ПЛАСТИНКА С ПРЯМОУГОЛЬНЫМ ОТВЕРСТИЕМ ПОД ГИДРОСТАТИЧЕСКИМ ДАВЛЕНИЕМ НА ВНУТРЕННЕМ КОНТУРЕ

В. Н. Кожевникова

В работе рассматривается бесконечная пластинка с центральным отверстием, форма которого весьма близка к прямоугольнику под действием гидростатического давления на гранях проема (рис. 1). Поставленная задача имеет самостоятельное значение при расчете напорных гидротехнических тоннелей и входит составной частью в задачу о напряжениях от собственного веса в массивах с проемами (плоская деформация).

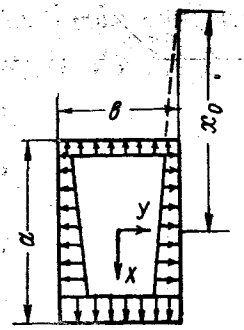


Рис. 1. Схема расчетной нагрузки

Отношение средних линий криволинейного выреза $a:b$ принимается равным 2 : 1,5; 1 : 1,5 и 1 : 2 и в дальнейшем будет называться отношением сторон отверстия.

В работе исследуется распределение напряжений на контуре проема, которые, как известно, являются максимальными и поэтому представляют наибольший интерес. Значения контурных напряжений даются в табличной форме.

Задача трактуется как плоская. Отверстие предполагается относительно малым и удаленным от наружных граней. Граничные условия на внутреннем контуре удовлетворяются точно, на наружном же, где пренебрегается влиянием отверстия, — приближенно.

При решении используется метод Колосова—Мусхелишвили с применением конформного преобразования [1]. По этому методу вместо одной бигармонической функции напряжений U находят две аналитические функции. Решение задачи для бесконечной плоскости с прямоугольным вырезом (область переменной z) затруднительно, и эта область отображается на внутренность круга единичного радиуса (область переменной ζ), для которой и находятся функции напряжений $\varphi(\zeta)$ и $\psi(\zeta)$. При этом для определения контурных напряжений достаточно знать только одну функцию напряжений $\varphi(\zeta)$.

Функция, отображающая бесконечную область на внутренность круга единичного радиуса, дана Н. И. Мусхелишвили [1]. Г. Н. Савин [2] использовал эту функцию для отображения внешности прямо-

угольника. Отображающая функция [2] выражается бесконечным рядом

$$z = \omega(\zeta) = A\left(\frac{1}{\zeta} + c_1\zeta + c_2\zeta^2 + \ldots + c_n\zeta^n + \ldots\right),$$

где c_i — вещественные коэффициенты, зависящие от отношения $a:b$ сторон контура;

A — постоянная, связанная с размерами отверстия.

Чем больше членов ряда сохраняется в отображающей функции, тем ближе отображенный контур к прямоугольнику и тем больше кривизна закруглений в углах. В дальнейшем при исследовании распределения контурных напряжений в отображающей функции оставляется шесть членов ряда. Затем вычисляются контурные напряжения в пределах угловых закруглений при сохранении в функции $z = \omega(\zeta)$ пяти, четырех и трех членов ряда.

Отображающие функции с числовыми коэффициентами при оставлении шести членов ряда имеют для пластин с прямоугольными отверстиями при рассматриваемых в настоящей работе отношениях сторон следующие выражения [3]:

$$a:b = 2$$

$$z = \omega(\zeta) = A\left(\frac{1}{\zeta} + 0{,}3090\zeta - 0{,}1508\zeta^3 - 0{,}0279\zeta^5 + 0{,}0084\zeta^7 + 0{,}0091\zeta^9\right);$$

$$a:b = 1:2$$

$$z = \omega(\zeta) = A\left(\frac{1}{\zeta} - 0{,}3090\zeta - 0{,}1508\zeta^3 + 0{,}0279\zeta^5 + 0{,}0084\zeta^7 - 0{,}0091\zeta^9\right);$$

$$a:b = 1{,}5$$

$$z = \omega(\zeta) = A\left(\frac{1}{\zeta} + 0{,}1874\zeta - 0{,}1608\zeta^3 - 0{,}0181\zeta^5 + 0{,}0142\zeta^7 + 0{,}0069\zeta^9\right); \qquad (1)$$

$$a:b = 1:5$$

$$z = \omega(\zeta) = A\left(\frac{1}{\zeta} - 0{,}1874\zeta - 0{,}1608\zeta^3 + 0{,}0181\zeta^5 + 0{,}0142\zeta^7 - 0{,}0069\zeta^9\right).$$

Параметр A связан со стороной a отверстия (см. рис. 1) соотношениями:

$a:2 = 1{,}1478A$ при $a:b = 2$
$a:2 = 1{,}0296A$ „ $a:b = 1{,}5$
$a:2 = 0{,}6772A$ „ $a:b = 1:1{,}5$
$a:2 = 0{,}5674A$ „ $a:b = 2$

Контуру отверстия на плоскости переменной z соответствует криволинейная координата $\rho = 1$ на плоскости переменной ζ. На контуре проема z и ζ обозначаются через z_0 и σ. Положение точки на контуре прямоугольного отверстия характеризуется значением полярного угла θ. При подстановке в отображающую функцию на контуре $z_0 = \omega(\sigma)$ значения переменной на контуре $\sigma = e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$ и отделении мнимой части от вещественной получаются равенства, связывающие декартовы координаты x и y с полярным углом θ. Начало координатной системы X, Y расположено в центре отверстия (см. рис. 1).

Результаты вычислений координат x, y точек контуров приведены в табл. 1 и 2. Наибольшее расхождение между длиной средней линии контура и любым другим параллельным измерением для выреза с отношением сторон $a:b=2$ составляет 1,4%, а для выреза с $a:b=1{,}5$—2,1%.

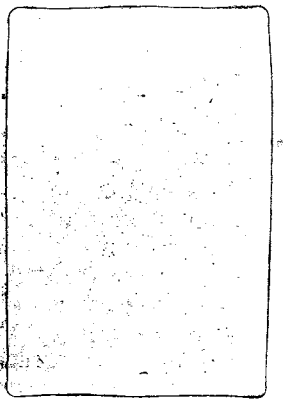


Рис. 2. Контур отверстия с отношением сторон $a:b=1{,}5$

Вершине угла контура с отношением сторон $a:b=2$ соответствует полярный угол $\theta_0=36°$, а с отношением $a:b=1{,}5$—$39°36'$. При $a:b=1:2$ $\theta_0=54°$ и при $a:b=1:1{,}5$ $\theta_0=50°24'$.

Радиус кривизны в вершине углового закругления

$$R=\frac{[(x_\theta')^2+(y_\theta')^2]^{\frac{3}{2}}}{x_\theta' y_\theta''-y_\theta' x_\theta''}$$

при $\rho=1$ и $\theta=\theta_0$ составляет 3,5—4% от полусуммы полудлин сторон $\frac{1}{2}\left(\frac{a}{2}+\frac{b}{2}\right)$.

Построенный в соответствии с результатами вычислений контур с отношением сторон $a:b=1{,}5$ (рис. 2) очень незначительно отличается от прямоугольника.

Интенсивность нагрузки в центре отверстия принимается равной

$$q_0=-\gamma x_0,$$

где x_0 — расстояние от центра проема до уровня воды (см. рис. 1); при действии собственного веса x_0 — расстояние от центра выреза до верхней границы пластины;

γ — объемный вес воды или грунта.

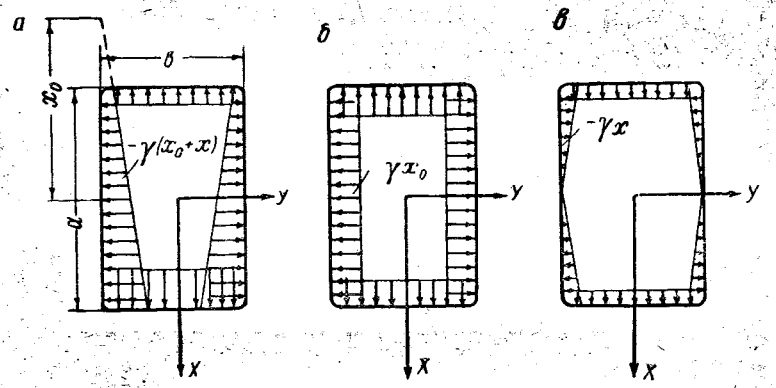


Рис. 3. Расчетные схемы

Интенсивность давления на гранях отверстия

$$q=-\gamma(x_0+x).$$

Для облегчения решения расчетную схему (рис. 3, *а*) удобно разбить на две: равномерное сжатие интенсивностью $q_0=-\gamma x_0$ (рис. 3, *б*) и гидростатическое давление $q_x=-\gamma x$ (рис. 3, *в*).

Напряженное состояние пластинки, находящейся под действием равномерного давления по контуру выреза (рис. 4, *а*), можно рассматривать как результат наложения равномерного сжатия, действующего

по наружному и внутреннему контурам (рис. 4, *б*), и равномерного растяжения той же же интенсивности, приложенного только по наружному контуру (рис. 4, *в*). Первое из этих состояний (см. рис. 4, *б*) представляет собой равномерное сжатие по любой площадке, перпендикулярной плоскости чертежа. Напряжения для второго состояния (см. рис. 4, *в*) можно найти суммированием напряжений от нагрузки, действующей вдоль длинных и коротких сторон отверстия.

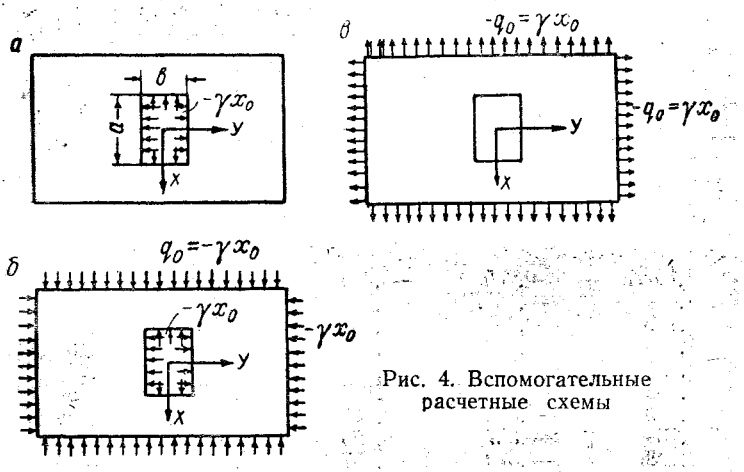


Рис. 4. Вспомогательные расчетные схемы

Задача о напряженном состоянии растянутой пластины с отверстием решена Г. Н. Савиным [2]. Вычисления дают следующие выражения для функций напряжений:

$a:b=2$, растяжение вдоль длинных сторон отверстия

$$\varphi(\zeta)=\frac{Aq_0}{4}\left(\frac{1}{\zeta}+1{,}485\zeta+0{,}132\zeta^3+0{,}048\zeta^5+0{,}002\zeta^7-0{,}009\zeta^9\right);$$

$a:b=2$, растяжение вдоль коротких сторон отверстия

$$\varphi(\zeta)=\frac{Aq_0}{4}\left(\frac{1}{\zeta}-1{,}957\zeta+0{,}244\zeta^3+0{,}013\zeta^5-0{,}029\zeta^7-0{,}009\zeta^9\right);$$

$a:b=1{,}5$, растяжение вдоль длинных сторон отверстия

$$\varphi(\zeta)=\frac{Aq_0}{4}\left(\frac{1}{\zeta}+1{,}562\zeta-0{,}152\zeta^3+0{,}046\zeta^5-0{,}005\zeta^7-0{,}007\zeta^9\right); \qquad (2)$$

$a:b=1:1{,}5$, растяжение вдоль коротких сторон отверстия

$$\varphi(\zeta)=\frac{Aq_0}{4}\left(\frac{1}{\zeta}+1{,}857\zeta+0{,}217\zeta^3+0{,}006\zeta^5-0{,}028\zeta^7+0{,}007\zeta^9\right),$$

где q_0 — интенсивность равномерно распределенной нагрузки на бесконечности.

Для вычисления напряжений используется уравнение [1]

$$\sigma_\rho+\sigma_\theta=4\mathrm{Re}\,\frac{\varphi'(\sigma)}{\omega'(\sigma)}, \qquad (3)$$

где σ_ρ — нормальное напряжение, перпендикулярное контуру;
σ_θ — нормальное напряжение, действующее вдоль контура;
$\varphi(\sigma)$ — функция напряжений на контуре;
$\omega(\sigma)$ — отображающая функция на контуре.

Значения контурных напряжений σ_θ от действия равномерной сжимающей нагрузки $q_0 = -\gamma x_0$, приложенной по контуру отверстия (рис. 4, *а*)

Полярный угол θ, *град*	Координаты точек контура		Контурные напряжения σ_θ, доли γx_0			
			от действия растяжения интенсивностью $q_0 = \gamma x_0$ по наружному контуру			от действия сжимающей нагрузки $q_0 = -\gamma x_0$ по контуру проема (VI$-\gamma x_0$)
	x	y	вдоль длинных сторон отверстия	вдоль коротких сторон отверстия	по всему наружному контуру (IV+V)	
I	II	III	IV	V	VI	VII
			$a:b=2$			
0	1,148A	0,000	—0,924	2,140	1,216	0,216
10	1,144	—0,199A	—0,840	2,016	1,176	0,176
20	1,145	—0,390	—0,762	2,256	1,494	0,494
25	1,149	—0,466	—0,714	2,864	2,150	1,150
30	1,151	—0,523	—0,232	4,643	4,411	3,411
35	1,142	—0,558	3,177	7,177	10,354	9,354
36	1,139	—0,563	4,110	6,523	10,633	9,633
37	1,134	—0,567	4,655	5,267	9,922	8,922
38	1,128	—0,570	4,767	3,797	8,564	7,564
39	1,122	—0,572	4,503	2,534	7,037	6,037
40	1,114	—0,573	4,105	1,550	5,655	4,655
41	1,106	—0,575	3,679	0,843	4,522	3,522
45	1,064	—0,575	2,482	—0,321	2,161	1,161
50	0,991	—0,570	1,817	—0,605	1,212	0,212
60	0,786	—0,567	1,256	—0,790	0,466	—0,534
70	0,546	—0,570	1,515	—0,921	0,594	—0,406
80	0,283	—0,571	1,433	—0,941	0,492	—0,508
90	0,000	—0,567	1,358	—0,915	0,443	—0,557
			$a:b=1,5$			
0	1,030A	0,000	—0,942	2,039	1,097	0,097
10	1,024	—0,215A	—0,847	1,874	1,027	0,027
20	1,021	—0,426A	—0,755	1,894	1,139	0,139
25	1,026	—0,518	—0,739	2,235	1,496	0,496
30	1,032	—0,590	—0,617	3,155	2,538	1,538
35	1,031	—0,641	0,529	5,425	5,954	4,954
36	1,030	—0,648	1,170	5,997	7,167	6,167
37	1,028	—0,654	2,045	6,498	8,543	7,543
38	1,026	—0,661	3,023	6,465	9,488	8,488
39	1,021	—0,664	3,967	5,975	9,942	8,942
39°36′	1,019	—0,667	4,404	5,416	9,820	8,820
40	1,016	—0,670	4,597	4,984	9,581	8,581
41	1,011	—0,672	4,963	3,858	8,821	7,821
42	1,005	—0,676	4,963	2,748	7,711	6,711
45	0,981	—0,681	3,631	0,449	4,080	3,080
50	0,923	—0,680	2,394	—0,514	1,880	0,880
60	0,746	—0,676	1,669	—0,627	1,120	0,120
70	0,518	—0,677	1,569	—0,866	0,703	—0,297
80	0,267	—0,678	1,529	—0,908	0,621	—0,379
90	0,000	—0,677	1,495	—0,908	0,587	—0,413

В данной задаче к граням отверстия не приложено никаких внешних сил, поэтому на контуре $\sigma_\rho = 0$, и единственным неравным нулю напряжением является σ_θ. Таким образом, для вычисления контурных напряжений достаточно знать одну функцию напряжений $\varphi(\zeta)$.

При введении обозначений

$$\varphi'(\sigma) = \frac{Aq_0}{4}(q + if);$$

$$\omega'(\sigma) = A(l + im)$$

формула (3) для контурного напряжения принимает вид

$$\sigma_\theta = q_0 \frac{gl + fm}{l^2 + m^2}, \qquad (4)$$

где g, l, f, m — тригонометрические функции полярного угла θ.

После определения производных $\varphi'(\sigma)$ и $\omega'(\sigma)$ в выражения этих производных подставляется значение переменной на контуре $\sigma = \cos\theta + i\sin\theta$, затем находятся функции g, l, f, m и, наконец, по формуле (4) вычисляются напряжения σ_θ при различных значениях угла θ. Результаты вычислений напряжений на контурах отверстий с отношением сторон $a:b = 2$ и $a:b = 1{,}5$ приведены в табл. 1. Напряжения σ_θ на контурах проемов с отношениями сторон $a:b = 1:2$ и $a:b = 1:1{,}5$ при некотором значении θ_1 полярного угла θ равны соответственно напряжениям σ_θ при отношении сторон выреза $a:b = 2$ и $a:b = 1{,}5$ при значении полярного угла, дополнительном к θ_1 до 90°:

$$\sigma_{\theta=\theta_1} = \sigma_{\theta=90°-\theta_1}$$

при $a:b = 2$ $\quad a:b = 1:2$;
$a:b = 1{,}5$ $\quad a:b = 1:1{,}5$.

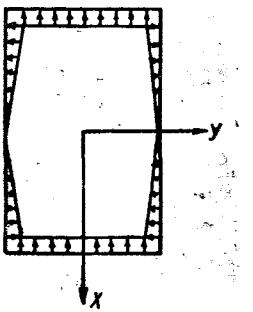


Рис. 5. Схема положительной гидростатической нагрузки на контуре проема

При решении второй составляющей задачи о действии гидростатической нагрузки на гранях проема (см. рис. 3, *в*) функции напряжений определяются для положительной нагрузки (рис. 5)

$$q_x = \gamma x = \frac{z_0 + z_0}{2}.$$

В основе решения задачи методом Н. И. Мусхелишвили [1] лежат два граничных условия (второе вытекает из первого):

$$\varphi(\sigma) + \frac{\omega(\sigma)}{\omega'(\sigma)}\varphi'(\sigma) + \psi(\sigma) = f_1 + if_2;$$

$$\varphi(\sigma) + \frac{\omega(\sigma)}{\omega'(\sigma)}\varphi'(\sigma) + \psi(\sigma) = f_1 - if_2 \qquad (5)$$

и следующие условия, которым должны удовлетворять функции напряжений $\varphi(\zeta)$ и $\psi(\zeta)$ для бесконечной области с отверстием:

$$\varphi(\zeta) = \frac{X + iY}{2\pi(1+\nu)}\lg\zeta + A\frac{B + iC}{\zeta} + \varphi_0(\zeta);$$

$$\psi(\zeta) = -\frac{\nu(X - iY)}{2\pi(1+\nu)}\lg\zeta + A\frac{B' + iC'}{\zeta} + \psi_0(\zeta), \qquad (6)$$

где $\varphi_0(\zeta)$ и $\psi_0(\zeta)$ — функции, голоморфные внутри круга единичного радиуса, т. е.

$$\varphi_0(\zeta) = a_1\zeta + a_2\zeta^2 + a_3\zeta^3 + \ldots;$$
$$\psi_0(\zeta) = b_0 + b_1\zeta + b_2\zeta^2 + b_3\zeta^3 + \ldots,$$

причем принято, что $\varphi_0(0) = 0$; f_1 и f_2 — функции дуги s контура, связанные с составляющими X_n и Y_n вектора внешнего напряжения на граничной площадке зависимостью

$$f_1 + if_2 = i\int_0^s (X_n + iY_n)\,ds;$$

X и Y — проекции на координатные оси главного вектора сил, приложенных ко всему контуру отверстия;

B, B', C' — действительные постоянные, выражающиеся через главные напряжения на бесконечности.

В рассматриваемой задаче на бесконечности внешних сил нет, поэтому $B = B' = C' = 0$. Постоянная C, связанная с вращением бесконечно удаленного элемента плоскости, на напряжения не влияет, и можно положить $C = 0$. При таких значениях постоянных в соответствии с (6) получаются следующие выражения функций, входящих в первое граничное условие (5):

$$\varphi(\sigma) = \frac{X + iY}{2\pi(1+\nu)}\lg\sigma + \varphi_0(\sigma);$$

$$\varphi'(\sigma) = \frac{X - iY}{2\pi(1+\nu)}(\lg(\sigma)' + \varphi_0'(\sigma); \qquad (7)$$

$$\psi(\sigma) = -\frac{\nu(X+iY)}{2\pi(1+\nu)}\lg\sigma + \psi_0(\sigma),$$

где $\nu = 3 - 4\mu$ — для плоской деформации;

$\nu = \frac{3-\mu}{1+\mu}$ — для плоского напряженного состояния;

μ — коэффициент Пуассона.

Составляющие вектора внешнего напряжения на контуре в данной задаче

$$X_n = q_x\cos(n, x); \quad Y_n = q_x\cos(n, y),$$

где n — внешняя нормаль.

Следовательно,

$$f_1 + if_2 = i\int_s (X_n - iY_n)\,ds = \int q_x dz = \gamma\int \frac{z_0 + \bar{z}_0}{2}\,dz.$$

Компоненты главного вектора приложенных к контуру отверстия сил: $X = -\gamma S$, $Y = 0$ (S — площадь отверстия). Поэтому

$$i\int_s (X_n + iY_n)\,ds = i\int_s X_n ds = iX;$$

$$f_1 + if_2 = iX = \gamma\int \frac{z_0 + \bar{z}_0}{2}\,dz.$$

Для перехода на плоскость переменной ζ надо вместо z_0 подставить его выражение через σ $z_0 = \omega(\sigma)$ [1]

$$\frac{z_0 + \bar{z}_0}{2} = \frac{\omega(\sigma) + \overline{\omega(\sigma)}}{2},$$

причем на окружности единичного радиуса $\sigma = \frac{1}{\sigma}$

$$dz_0 = \omega'(\sigma)\, d\sigma.$$

В результате следующих подстановок, алгебраических преобразований, интегрирования и использования свойств интегралов типа Коши получается функциональное уравнение, содержащее только одну неизвестную функцию $\varphi_0(\zeta)$ и вместе с условием $\varphi_0(0) = 0$ вполне определяющее эту функцию. Затем при помощи первого равенства (6) находится полная функция напряжений $\varphi(\zeta)$.

Полученные таким образом функции напряжений $\varphi(\zeta)$ от действия нагрузки $q_x = \gamma x$ на контуре прямоугольного проема в бесконечной пластине имеют следующие выражения:

$$a : b = 2$$

$$\varphi(\zeta) = \frac{\gamma A^2}{2}\left[\left(-0{,}0174 + \frac{0{,}1314}{1+\nu}\right)\zeta^2 + \left(-0{,}2092 + \frac{0{,}0275}{1+\nu}\right)\zeta^4 + \right.$$

$$+ \left(-0{,}0114 - \frac{0{,}0069}{1+\nu}\right)\zeta^6 + \left(0{,}0264 - \frac{0{,}0076}{1+\nu}\right)\zeta^8 + 0{,}000\zeta^{10} -$$

$$\left. - 0{,}0016\zeta^{12} - 0{,}0002\zeta^{14} + 0{,}0001\zeta^{16} - \frac{0{,}8312}{1+\nu}\lg\zeta\right];$$

$$a : b = 1 : 2$$

$$\varphi(\zeta) = \frac{\gamma A^2}{2}\left[\left(-0{,}2166 + \frac{0{,}1460}{1+\nu}\right)\zeta^2 + \left(-0{,}0551 - \frac{0{,}0197}{1+\nu}\right)\zeta^4 + \right.$$

$$+ \left(0{,}0334 - \frac{0{,}0120}{1+\nu}\right)\zeta^6 + \left(-0{,}0054 + \frac{0{,}0076}{1+\nu}\right)\zeta^8 - 0{,}0063\zeta^{10} +$$

$$\left. + 0{,}0016\zeta^{12} - 0{,}0002\zeta^{14} - 0{,}0001\zeta^{16} - \frac{0{,}8312}{1+\nu}\lg\zeta\right]; \qquad (8)$$

$$a : b = 1{,}5$$

$$\varphi(\zeta) = \frac{\gamma A^2}{2}\left[\left(-0{,}0955 + \frac{0{,}1477}{1+\nu}\right)\zeta^2 + \left(-0{,}1855 + \frac{0{,}0216}{1+\nu}\right)\zeta^4 + \right.$$

$$+ \left(0{,}0088 - \frac{0{,}0117}{1+\nu}\right)\zeta^6 + \left(0{,}0264 - \frac{0{,}0061}{1+\nu}\right)\zeta^8 + 0{,}0054\zeta^{10} - 0{,}0014\zeta^{12} +$$

$$\left. + 0{,}0001\zeta^{16} - \frac{0{,}8838}{1+\nu}\lg\zeta\right];$$

$$a : b = 1 : 1{,}5$$

$$\varphi(\zeta) = \frac{\gamma A^2}{2}\left[\left(-0{,}2134 + \frac{0{,}1581}{1+\nu}\right)\zeta^2 + \left(-0{,}0851 - \frac{0{,}0111}{1+\nu}\right)\zeta^4 + \right.$$

$$+ \left(0{,}0403 - \frac{0{,}0159}{1+\nu}\right)\zeta^6 + \left(0{,}0014 + \frac{0{,}0061}{1+\nu}\right)\zeta^8 - 0{,}0070\zeta^{10} +$$

$$\left. + 0{,}0014\zeta^{12} - 0{,}0001\zeta^{16} - \frac{0{,}8838}{1+\nu}\lg\zeta\right].$$

Вследствие неуравновешенности равнодействующего вектора напряжения зависят от упругих свойств материала, о чем свидетельствует присутствие в функциях напряжений $\varphi(\zeta)$ члена ν, содержащего коэффициент поперечной деформации μ.

Нормальное к граням отверстия напряжение σ_ρ равно внешней гидростатической нагрузке $\sigma_\rho = -\gamma x$, а касательное $\tau_{\rho\theta}$ отсутствует. Таким образом, уравнение (3) для определения напряжений приобретает вид

$$\sigma_\theta = 4\,\mathrm{Re}\,\frac{\varphi'(\sigma)}{\omega'(\sigma)} + \gamma x. \qquad (9)$$

Подстановка в (9) обозначений

$$\varphi'(\sigma) = \frac{\gamma A^2}{2}(g + if);$$

$$\omega'(\sigma) = A(l + im)$$

дает равенство

$$\sigma_\theta = 2\gamma A\,\frac{gl + fm}{l^2 + m^2} + \gamma x, \qquad (10)$$

по которому вычисляются контурные напряжения σ_θ от действия гидростатической нагрузки $q_x = -\gamma x$ на гранях отверстия. Значения главных напряжений σ_ρ и σ_θ на контуре выреза приведены в табл. 2, где также даны значения контурных напряжений σ_θ для плоской деформации и плоского напряженного состояния при $\mu = 0{,}25$.

На рис. 6 представлены эпюры распределения напряжений σ_θ по контуру проема от гидростатической нагрузки $q_x = -\gamma x$, приложенной на гранях отверстия (см. рис. 3, *в*), для плоской деформации; при плоском напряженном состоянии на эпюрах лишь незначительно изменяются цифровые данные.

Эпюра рис. 6, *а* построена для отверстия с отношением сторон $a : b = 1{,}5$. Вдоль среднего участка горизонтальной стороны b, занимающего больше половины этой стороны, действуют тангенциальные нормальные напряжения σ_θ того же знака, что и перпендикулярные к контуру напряжения σ_ρ, равные внешней нагрузке q_x. На этом участке величина напряжения σ_θ изменяется мало и составляет примерно $\frac{1}{3}\,\sigma_\rho$; в середине стороны b при $\theta = 0$ $\frac{\sigma_\theta}{\sigma_\rho} = \frac{0{,}338}{1{,}030} \approx 0{,}33$. Далее напряжения σ_θ сначала довольно плавно, а затем круто уменьшаются и переходят через нулевое значение примерно на расстоянии $\frac{1}{9}$ длины стороны b от вершины углового закругления. Напряжения обратного знака очень резко возрастают и достигают максимального значения у вершины угла, где величина σ_θ в пять с лишним раз превосходит σ_ρ: $\frac{\sigma_\theta}{\sigma_\rho} = -\frac{5{,}252}{1{,}021} = -5{,}14$. Затем напряжения также очень резко снижаются и меняют знак, причем точка с нулевым напряжением σ_θ располагается в стороне a проема примерно на таком же расстоянии от вершины углового закругления, как по стороне b. Достигнув относительного максимума при $\frac{\sigma_\theta}{\sigma_\rho} = \frac{0{,}441}{0{,}746} = 0{,}59$, напряжения σ_θ далее почти по прямой снижаются до нуля на оси проема при $\theta = 90°$. Таким образом, на большей части длины вертикальной стороны a напряжения σ_θ изменяются почти по тому же линейному закону, что и σ_ρ. Эпюра σ_θ в верхней части, где она образует петлю, оборвана. Напряжения σ_θ в точках, симметричных относительно горизонтальной оси проема, отличаются только знаком.

Рис. 6, *б* представляет эпюру распределения σ_θ по контуру отверстия с отношением сторон $a : b = 1 : 1{,}5$. Общий характер эпюры

Значения контурных напряжений σ_θ от действия гидростатической нагрузки интенсивностью $q_x = -\gamma_x$, приложенной по контуру отверстия (рис. 3, в)

Полярный угол θ, *град*	Координаты точек контура		Напряжения на контуре проема, доли γA		σ_θ при $\mu = 0{,}25$, доли γA	
	x	y	$\sigma_\rho = -\gamma x$	σ_θ	$\nu = 3-4\mu = 2$ (плоская деформация)	$\nu = \frac{3-\mu}{1+\mu} = 2{,}2$ (плоское напряженное состояние)
			$a : b = 2$			
0	1,148A	0,000	—1,148	$0{,}013-0{,}981\frac{1}{1+\nu}$	—0,314	—0,294
10	1,144	—0,199A	—1,144	0,029—0,933	—0,340	—0,321
20	1,145	—0,390	—1,145	0,208—1,069	—0,148	—0,126
25	1,149	—0,466	—1,149	0,818—1,450	0,335	0,365
30	1,151	—0,523	—1,151	2,793—2,637	1,914	1,969
32	1,149	—0,540	—1,149	—	—	—
34	1,145	—0,553	—1,145	—	—	—
35	1,142	—0,558	—1,142	7,776—5,274	6,018	6,128
36	1,139	—0,563	—1,139	7,937—5,220	6,197	6,306
37	1,134	—0,567	—1,134	7,262—4,690	5,699	5,796
38	1,128	—0,570	—1,128	6,030—3,880	4,737	4,818
39	1,122	—0,572	—1,122	4,700—3,056	3,681	3,745
40	1,114	—0,573	—1,114	3,504—2,360	2,717	2,767
41	1,106	—0,575	—1,106	2,544—1,815	1,939	1,977
45	1,064	—0,575	—1,064	0,561—0,729	0,318	0,333
50	0,991	—0,570	—0,991	—0,181—0,327	—0,290	—0,283
60	0,786	—0,567	—0,786	—0,414—0,141	—0,461	—0,458
70	0,546	—0,573	—0,546	—0,322—0,082	—0,349	—0,348
80	0,283	—0,571	—0,283	—0,180—0,034	—0,191	—0,191
90	0,000	—0,567	0,000	0,000	0,000	0,000
			$a : b = 1 : 2$			
0	0,567A	0,000	—0,567	$-0{,}095-0{,}765\frac{1}{1+\nu}$	—0,350	—0,334
10	0,571	—0,283A	—0,571	—0,041—0,817	—0,313	—0,296
20	0,573	—0,546	—0,573	0,050—0,892	—0,247	—0,229
30	0,567	—0,786	—0,567	0,120—0,927	—0,189	—0,170
40	0,570	—0,991	—0,570	0,380—1,236	—0,032	—0,006
45	0,575	—1,064	—0,575	0,929—1,873	0,305	0,344
49	0,575	—1,106	—0,575	2,191—3,247	1,109	1,176
50	0,573	—1,114	—0,573	2,752—3,838	1,473	1,553
51	0,572	—1,122	—0,572	3,420—4,517	1,914	2,008
52	0,570	—1,128	—0,570	4,111—5,191	2,381	2,489
53	0,567	—1,134	—0,570	4,648—5,645	2,766	2,884
54	0,563	—1,139	—0,563	4,805—5,661	2,918	3,036
55	0,558	—1,142	—0,558	4,471—5,172	2,747	2,855
56	0,553	—1,145	—0,553	—	—	—
58	0,540	—1,149	—0,540	—	—	—
60	0,523	—1,151	—0,523	1,250—1,571	0,726	0,759
65	0,466	—1,149	—0,466	0,256—0,540	0,076	0,087
70	0,390	—1,145	—0,390	0,016—0,266	—0,073	—0,067
75	0,298		—0,298	—0,032—0,162	—0,086	—0,083
80	0,199	—1,144	—0,199	—0,022—0,102	—0,056	—0,056
90	0,000	—1,148	0,000	0,000	0,000	0,000

Полярный угол θ, *град*	Координаты точек контура		Напряжения на контуре проема, доли γA		σ_θ при $\mu=0{,}25$, доли γA	
	x	y	$\sigma_\rho=-\gamma x$	σ_θ	$\nu=3-4\mu=2$ (плоская деформация)	$\nu=\frac{3-\mu}{1+\mu}=2{,}2$ (плоское напряженное состояние)
			$a:b=1{,}5$			
0	1,030A	0,000	—1,030	0,000—1,015$\frac{1}{1+\nu}$	—0,338	—0,317
10	1,024	—0,215A	—1,024	—0,064—0,941	—0,378	—0,358
20	1,021	—0,426	—1,021	0,019—0,984	—0,309	—0,289
25	1,026	—0,518	—1,026	0,321—1,209	—0,082	—0,057
30	1,032	—0,590	—1,032	1,200—1,850	0,583	0,622
35	1,031	—0,641	—1,031	4,014—3,755	2,762	2,841
36	1,030	—0,648	—1,030	4,990—4,372	3,533	3,624
37	1,028	—0,654	—1,028	6,051—5,035	4,373	4,478
38	1,026	—0,661	—1,026	6,785—5,387	4,989	5,102
39	1,021	—0,664	—1,021	7,062—5,431	5,252	5,365
39°36′	1,019	—0,667	—1,019	6,906—5,237	5,160	5,269
40	1,016	—0,670	—1,016	6,674—5,033	4,996	5,101
41	1,011	—0,672	—1,011	5,916—4,448	4,433	4,536
42	1,005	—0,676	—1,005	4,897—3,732	3,653	3,731
45	0,981	—0,681	—0,981	2,051—1,737	1,472	1,508
50	0,923	—0,680	—0,923	0,338—0,644	0,123	0,137
60	0,746	—0,676	—0,746	—0,289—0,204	—0,355	—0,352
70	0,518	—0,677	—0,518	—0,276—0,103	—0,310	—0,308
80	0,267	—0,678	—0,267	—0,157—0,044	—0,172	—0,171
90	0,000	—0,677	—0,000	0,000	0,000	0,000
			$a:b=1:1{,}5$			
0	0,677A	0,000	—0,677	—0,061—0,855$\frac{1}{1+\nu}$	—0,346	—0,328
10	0,678	—0,267A	—0,678	—0,036—0,883	—0,330	—0,312
20	0,677	—0,518	—0,677	0,017—0,935	—0,295	—0,275
30	0,676	—0,746	—0,676	0,144—1,055	—0,208	—0,186
40	0,680	—0,923	—0,680	0,798—1,729	0,222	0,258
45	0,681	—0,981	—0,681	2,193—3,074	1,168	1,232
48	0,676	—1,005	—0,676	4,249—5,009	2,579	2,684
49	0,672	—1,011	—0,672	4,847—5,440	3,034	3,147
50	0,670	—1,016	—0,670	5,183—5,585	3,321	3,438
50°24′	0,667	—1,019	—0,667	5,260—5,607	3,391	3,508
51	0,664	—1,021	—0,664	5,175—5,476	3,350	3,464
52	0,661	—1,026	—0,661	4,768—4,923	3,127	3,230
53	0,654	—1,028	—0,654	4,047—4,169	2,657	2,744
54	0,648	—1,030	—0,648	3,171—3,286	2,076	2,144
55	0,641	—1,031	—0,641	2,417—2,560	1,564	1,617
60	0,590	—1,032	—0,590	0,477—0,788	0,214	0,231
65	0,518	—1,026	—0,518	—0,013—0,337	—0,125	—0,118
70	0,426	—1,021	—0,426	—0,131—0,191	—0,195	—0,191
80	0,215	—1,024	—0,215	—0,088—0,086	—0,116	—0,114
90	0,000	—1,030	0,000	0,000	0,000	0,000

аналогичен рассмотренной эпюре рис. 6, *а*. В середине горизонтальной стороны b при $\theta = 0$ $\frac{\sigma_\theta}{\sigma_\rho} = \frac{0{,}346}{0{,}677} \approx 0{,}51$. Максимальное напряжение σ_θ действует в вершине угла, где $\frac{\sigma_\theta}{\sigma_\rho} = \frac{3{,}391}{0{,}667} \approx 5{,}08$. При наибольшем σ_θ по стороне отверстия a отношение главных напряжений $\frac{\sigma_\theta}{\sigma_\rho} = \frac{0{,}195}{0{,}426} = 0{,}46$.

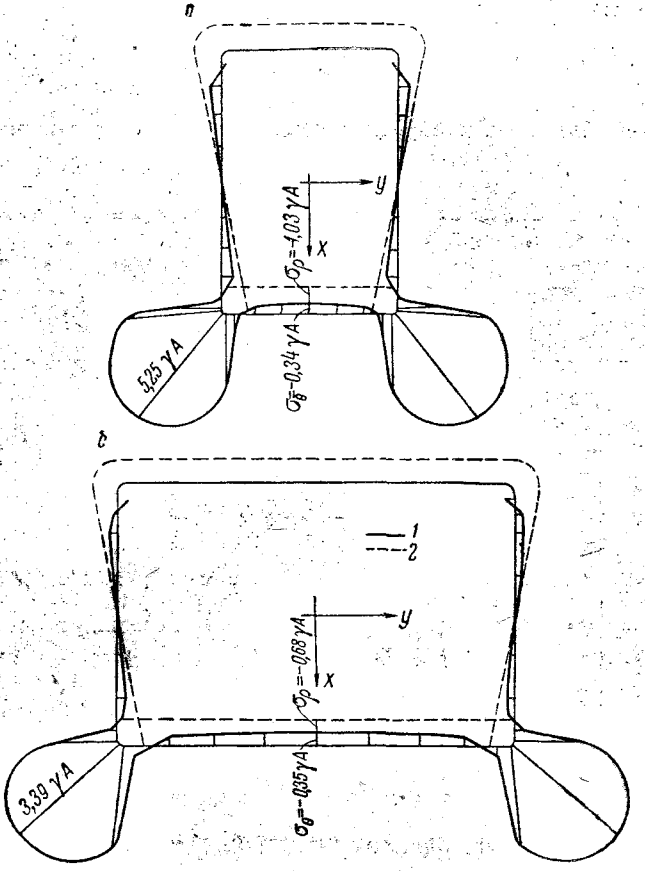


Рис. 6. Эпюры распределения контурных напряжений σ_θ от действия гидростатической нагрузки $q_x = -\gamma x$, приложенной по контуру проема. Отношение сторон отверстия:

а — $a : b = 1{,}5$; *б* — $a : b = 1 : 1{,}5$;

1 — эпюра напряжений σ_θ по контуру отверстия; *2* — эпюра напряжений σ_ρ по контуру отверстия

При отверстиях с отношениями сторон $a : b = 2$ и $a : b = 1 : 2$ характер распределения напряжений σ_θ по контуру выреза такой же, как и на эпюрах рис. 6, *а* и *б*.

На основании табл. 2 и эпюр рис. 6 составлена табл. 3, в которой приведены характерные значения напряжений σ_θ и соответствующие отношения главных напряжений на контуре проема $\frac{\sigma_\theta}{\sigma_\rho}$ для плоской

деформации и плоского напряженного состояния при прямоугольных отверстиях с рассмотренными отношениями сторон. Как видно из таблицы, отношение тангенциального контурного напряжения σ_θ к σ_ρ (σ_ρ равно внешней нагрузке q_x) при $\Theta = 0$ в середине горизонтальной стороны b увеличивается при уменьшении отношения $a:b$, т. е. при относительном увеличении длины стороны b. Так, для плоской деформации

при $a:b=2$

$$\left(\frac{\sigma_\theta}{\sigma_\rho}\right)_{\theta=0} = 0{,}27;$$

при $a:b=1:2$

$$\left(\frac{\sigma_\theta}{\sigma_\rho}\right)_{\theta=0} = 0{,}62.$$

Таблица 3

Характерные значения контурных напряжений σ_θ и отношения главных напряжений $\frac{\sigma_\theta}{\sigma_\rho}$

$a:b$	σ_θ в середине горизонтальной стороны b при $\Theta=0$			Наибольшее σ_θ			σ_θ максимальное по вертикальной стороне a		
	σ_θ	$\sigma_\rho=-\gamma x$	$\frac{\sigma_\theta}{\sigma_\rho}$	σ_θ	$\sigma_\rho=-\gamma x$	$\frac{\sigma_\theta}{\sigma_\rho}$	σ_θ	$\sigma_\rho=-\gamma x$	$\frac{\sigma_\theta}{\sigma_\rho}$
Плоская деформация									
2	$-0{,}314\gamma A$	$-1{,}148\gamma A$	0,27	$6{,}197\gamma A$	$-1{,}139\gamma A$	$-5{,}44$	$-0{,}461\gamma A$	$-0{,}786\gamma A$	0,59
1,5	$-0{,}338$	$-1{,}030$	0,33	5,252	$-1{,}021$	$-5{,}14$	$-0{,}355$	$-0{,}746$	0,48
1:1,5	$-0{,}346$	$-0{,}677$	0,51	3,391	$-0{,}667$	$-5{,}08$	$-0{,}195$	$-0{,}426$	0,46
1:2	$-0{,}350$	$-0{,}567$	0,62	2,918	$-0{,}563$	$-5{,}18$	$-0{,}086$	0,298	0,29
Плоское напряженное состояние									
2	$-0{,}294\gamma A$	$-1{,}148\gamma A$	0,26	$6{,}306\gamma A$	$-1{,}139\gamma A$	$-5{,}54$	$-0{,}458\gamma A$	$-0{,}786\gamma A$	0,58
1,5	$-0{,}317$	$-1{,}030$	0,31	5,365	$-1{,}021$	$-5{,}25$	$-0{,}352$	$-0{,}746$	0,47
1:1,5	$-0{,}328$	$-0{,}677$	0,48	3,508	$-0{,}667$	$-5{,}26$	$-0{,}191$	$-0{,}426$	0,45
1:2	$-0{,}334$	$-0{,}567$	0,59	3,036	$-0{,}563$	$-5{,}39$	$-0{,}083$	$-0{,}298$	0,28

При максимальных контурных напряжениях σ_θ, действующих вблизи вершин угловых закруглений, отношение главных контурных напряжений $\frac{\sigma_\theta}{\sigma_\rho}$ почти не зависит от отношения сторон выреза. Незначительное увеличение $\frac{\sigma_\theta}{\sigma_\rho}$ при $a:b=2$ и $a:b=1:2$ по сравнению с $\frac{\sigma_\theta}{\sigma_\rho}$ при $a:b=1{,}5$ и $1:1{,}5$ зависит, надо полагать, от большей кривизны углового закругления при $a:b=2$, чем при $a:b=1{,}5$.

Контурные напряжения σ_θ от действия полной нагрузки $q = -\gamma(x_0+x) = q_0 + q_x$ находятся суммированием соответствующих данных табл. 1 и 2. Удельное значение σ_θ от постоянной нагрузки $q_0 = -\gamma x_0$ зависит от величины x_0 — расстояния центра проема от верхней грани массива или пластины, т. е. от глубины расположения отверстия.

Тангенциальные напряжения σ_θ достигают наибольшего значения в точках, расположенных в угловом закруглении вблизи вершины угла. При этом величина максимального напряжения $\sigma_{\theta\max}$ зависит от кривизны закругления. Кривизна же закруглений в углах изменяется при

изменении числа членов в отображающей функции $z = \omega(\zeta)$ [1]. Чем меньше число членов ряда сохранено в отображающей функции, тем больше величина радиусов в угловых закруглениях и тем меньше величина наибольшего контурного напряжения $\sigma_{\theta_{max}}$. Оставляя в отображающей функции шесть, пять, четыре и три члена ряда, можно проследить за изменением величины наибольшего напряжения $\sigma_{\theta_{max}}$ при изменении кривизны в закруглении. Из данных табл. 1—3, соответствующих контуру, отображенному функцией с шестью членами, видно, что величина наибольшего напряжения $\sigma_{\theta_{max}}$ незначительно изменяется при изменении отношения сторон выреза $a : b$. На основании этого при сохранении в отображающей функции пяти, четырех и трех членов ряда исследование ограничивается рассмотрением вырезов с отношением сторон $a : b = 2$ и $a : b = 1 : 2$. Соответствующие контуры представлены на рис. 7. Они незначительно отличаются от прямоугольника. Как следует из вычислений, наибольшее расхождение между любым измерением контура, параллельным его средней линии, и стороной прямоугольника, построенного на средних линиях контура, отображенного функцией с шестью членами, составляет 6,4% при трех, 2,1% при четырех, 1,6% при пяти и 1,4% при шести членах в отображающей функции.

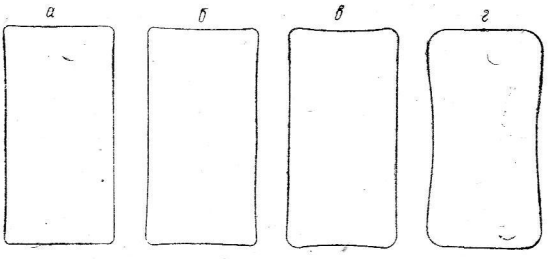


Рис. 7. Контуры отверстий с отношением сторон $a : b = 2$ при шести ($а$), пяти ($б$), четырех ($в$) и трех ($г$) членах в отображающей функции

Значения контурных напряжений σ_θ в пределах угловых закруглений приведены в табл. 4 и 5. Табл. 4 аналогична табл. 1 и соответствует равномерной сжимающей нагрузке интенсивностью $q_0 = -\gamma x_0$. В табл. 5, аналогичной табл. 2, даны напряжения σ_θ от действия гидростатической нагрузки $q_x = \gamma x$, приложенной к граням выреза; характер распределения этих напряжений подобен представленному на рис. 6.

На основании табл. 4 и 5 составлена табл. 6, в которой приведены наибольшие значения σ_θ от действия гидростатической нагрузки $q_x = -\gamma x$ на контуре отверстия и соответствующие отношения главных напряжений на контуре $\frac{\sigma_{\theta_{max}}}{\sigma_\rho}$, а также отношения радиусов кривизны R к полусумме полудлин сторон проема $\frac{R}{\frac{1}{2}\left(\frac{a}{2}+\frac{b}{2}\right)}$ в точках, где действует $\sigma_{\theta_{max}}$, и в вершинах углов. Отношение наибольшего тангенциального контурного напряжения $\sigma_{\theta_{max}}$ к σ_ρ может рассматриваться как условный коэффициент концентрации k. Этот коэффициент концентрации уменьшается с увеличением радиуса кривизны в угловых закруглениях:

при $\frac{R}{\frac{1}{2}\left(\frac{a}{2}+\frac{b}{2}\right)} = 3{,}5\% \quad k = 5{,}5;$

при $\frac{R}{\frac{1}{2}\left(\frac{a}{2}+\frac{b}{2}\right)} = 15\% \quad k = 2{,}4.$

Таблица 4

Значения контурных напряжений σ_θ от действия равномерной сжимающей нагрузки $q_0 = -\gamma x_0$, приложенной по контуру отверстия (рис. 4, *а*)

Число членов в отображающей функции	Полярный угол Θ, *град*	Координаты точек контура при $a:b=2$		Контурные напряжения σ_θ, доли γx_0			
				от действия растяжения $q_0=\gamma x_0$ на наружном контуре			от сжимающей нагрузки $q_0=-\gamma x_0$ только на контуре отверстия ($-\gamma x_0$+VII)
		x	y	вдоль длинных сторон отверстия	вдоль коротких сторон отверстия	по всему наружному контуру (V+VI)	
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
5	33	1,144A	—0,539A	1,255	5,392	6,647	5,647
	34	1,140	—0,546	1,806	5,409	7,215	6,215
	35	1,136	—0,552	2,214	5,236	7,650	6,650
	36	1,132	—0,558	2,970	4,822	7,792	6,792
	37	1,126	—0,563	3,433	4,205	7,638	6,638
	39	1,113	—0,571	3,872	2,658	6,530	5,530
	40	1,105	—0,573	3,868	1,932	5,800	4,800
4	31	1,115	—0,519	0,719	5,566	6,285	5,285
	32	1,152	—0,526	1,171	5,571	6,742	5,742
	33	1,149	—0,533	1,663	5,461	7,124	6,124
	34	1,144	—0,539	2,150	5,155	7,305	6,305
	35	1,139	—0,545	2,585	4,644	7,229	6,229
	38	1,120	—0,559	3,313	2,656	5,969	4,969
	39	1,113	—0,563	3,344	2,036	5,380	4,380
	40	1,104	—0,565	3,296	1,487	4,783	3,783
3	31	1,130	—0,507	0,414	3,890	4,304	3,304
	32	1,126	—0,516	0,651	3,897	4,548	3,548
	33	1,122	—0,526	0,912	3,873	4,785	3,785
	36	1,106	—0,550	1,780	3,502	5,282	4,282
	37	1,100	—0,557	2,133	3,252	5,385	4,385
	38	1,092	—0,564	2,425	3,937	5,362	4,362
	39	1,086	—0,570	2,721	2,599	5,320	4,320
	40	1,078	—0,575	2,885	2,227	5,112	4,112
	41	1,070	—0,580	3,049	1,837	4,886	3,886

Таблица 5

Значения контурных напряжений σ_θ от действия гидростатической нагрузки интенсивностью $q_x = -\gamma x$, приложенной по контуру отверстия (рис. 3, *в*)

Число членов в отображающей функции	Полярный угол Θ, *град*	Контурные напряжения σ_θ, доли γA	σ_θ при $\mu=0{,}25$, доли γA	
			$\nu=3-4\mu=2$ (плоская деформация)	$\nu=\frac{3-\mu}{1+\mu}=2{,}2$ (плоское напряженное состояние)
		$a:b=2$		
5	33	$4{,}683-3{,}598\frac{1}{1+\nu}$	3,484	3,559
	34	5,151—3,817	3,879	3,958
	35	5,481—3,931	4,171	4,253
	36	5,570—3,893	4,272	4,353
	37	5,395—3,719	4,155	4,233
	39	4,378—2,969	3,388	3,450
	40	3,717—2,557	2,865	2,918

Число членов в отображающей функции	Полярный угол Θ, *град*	Контурные напряжения σ_θ, доли γA	σ_θ при $\mu = 0{,}25$, доли γA	
			$\nu = 3-4\mu = 2$ (плоская деформация)	$\nu = \frac{3-\mu}{1+\mu} = 2{,}2$ (плоское напряженное состояние)
4	31	4,377—3,511	3,207	3,280
	32	4,772—3,678	3,546	3,623
	33	5,076—3,782	3,815	3,894
	34	5,198—3,786	3,936	4,015
	35	5,118—3,649	3,902	3,978
	38	3,915—2,768	2,992	3,150
	39	3,380—2,421	2,573	2,623
	40	2,859—2,101	2,159	2,202
3	31	2,614—2,462	1,793	1,845
	32	2,858—2,548	2,009	2,062
	33	3,044—2,634	2,166	2,221
	36	3,456—2,742	2,542	2,599
	37	3,485—2,713	2,581	2,637
	38	3,450—2,632	2,573	2,628
	39	3,358—2,536	2,513	2,565
	40	3,186—2,394	2,388	2,438
	41	2,978—2,228	2,235	2,282
		$a : b = 1 : 2$		
5	50	$2{,}865-3{,}845\frac{1}{1+\nu}$	1,583	1,663
	51	3,163—4,112	1,792	1,878
	53	3,522—4,339	2,076	2,166
	54	3,469—4,178	2,076	2,163
	55	3,253—3,885	1,958	2,039
	56	2,922—3,462	1,768	1,840
	57	2,549—3,010	1,546	1,608
4	50	2,208—3,234	1,220	1,287
	51	2,563—3,482	1,402	1,475
	52	2,809—3,678	1,583	1,660
	55	3,141—3,819	1,868	1,948
	56	3,063—3,668	1,840	1,917
	57	2,854—3,378	1,708	1,798
	58	2,575—3,024	1,567	1,630
	59	2,248—2,652	1,364	1,419
3	49	2,279—3,183	1,218	1,284
	50	2,331—3,193	1,267	1,333
	51	2,354—3,178	1,295	1,361
	52	2,318—3,095	1,286	1,351
	53	2,249—2,979	1,256	1,318
	54	2,145—2,825	1,203	1,262
	57	1,668—2,218	0,929	0,975
	58	1,505—2,023	0,831	0,873
	59	1,335—1,828	0,736	0,764

Таблица 6

Наибольшие значения контурных напряжений $\sigma_{\theta_{max}}$ при плоском напряженном состоянии и плоской деформации от действия гидростатической нагрузки $q_x = -\gamma x$ на контуре отверстия, соответствующие отношения главных напряжений $\frac{\sigma_\theta}{\sigma_\rho}$ и радиусы кривизны R в угловых закруглениях

$a:b$	Число членов в отображающей функции	Наибольшее σ_θ: Полярный угол Θ_m, град	при плоском напряженном состоянии: $\sigma_{\theta_{max}}$	σ_ρ	$\frac{\sigma_\theta}{\sigma_\rho}$	при плоской деформации: $\sigma_{\theta_{max}}$	σ_ρ	$\frac{\sigma_\theta}{\sigma_\rho}$	$\frac{R}{\frac{1}{2}\left(\frac{a}{2}+\frac{b}{2}\right)}$, % при $\Theta=\Theta_m$: $\Theta_m=36°$ ($\Theta_m=54°$)	$\Theta_m=34°$	$\Theta_m=37°$ ($\Theta_m=53°$)	$\Theta_m=55°$	$\Theta_m=52°$	$\frac{R}{\frac{1}{2}\left(\frac{a}{2}+\frac{b}{2}\right)}$, % в вершине угла $\Theta_m=36°$ ($\Theta_m=54°$)
2	6	36	6,306γA	—1,139γA	—5,54	6,197γA	—1,139γA	—5,44	3,5	—	—	—	—	3,5
	5	36	4,353	—1,132	—3,85	4,272	—1,132	—3,77	6,7	—	—	—	—	6,7
	4	34	4,015	—1,144	—3,51	3,936	—1,144	—3,44	—	8,0	—	—	—	8,5
	3	37	2,637	—1,100	—2,40	2,581	—1,100	—2,35	—	—	14,8	—	—	15,4
1:2	6	54	3,036	—0,563	—5,39	2,198	—0,563	—5,18	3,5	—	—	—	—	3,5
	5	53	2,166	—0,563	—3,85	2,076	—0,563	—3,69	—	—	6,9	—	—	6,7
	4	55	1,948	—0,545	—3,57	1,868	—0,545	—3,43	—	—	—	8,0	—	8,5
	3	52	1,351	—0,564	—2,40	1,286	—0,564	—2,28	—	—	—	—	14,5	15,4

Коэффициент концентрации почти не зависит от отношения сторон отверстия: он почти одинаков при $a:b=2$ и $a:b=1:2$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. Изд-во АН СССР, 1949.
2. Савин Г. Н. Распределение напряжений в плоском поле, ослабленном каким-либо отверстием. Труды Днепропетровского инженерно-строительного ин-та, вып. 10, 1936.
3. Кожевникова В. Н. Распределение напряжений на контуре прямоугольного отверстия при изгибе бесконечной пластины. Записки ЛГИ, т. XXXIII, вып. 3, 1956.