Записки Ленинградского орденов Ленина и Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова, т. XL, 1959 г.

МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА В «ЗАПИСКАХ ЛЕНИНГРАДСКОГО ГОРНОГО ИНСТИТУТА»

А. М. Журавский

Математика и механика представлены в «Записках Ленинградского горного института» исследованиями в различных областях анализа, геометрии и механики.

Рассматривая работы, опубликованные на страницах Записок ЛГИ за пятидесятилетний период их существования, можно составить общее представление о работах кафедр математики и механики, о направленности этих работ, об их характере и достигнутых результатах.

На страницах Записок, как в зеркале, отразилась творческая работа сотрудников кафедр, их научные стремления и интересы.

Математический анализ. Начальный период «Записок Ленинградского горного института» связан с деятельностью И. П. Долбни (1853—1912) и отражает его научные интересы и достижения. Основные работы И. П. Долбни посвящены изучению абелевых интегралов — эллиптических и гиперэллиптических. Большое место в этих работах занимает задача приведения абелева интеграла, состоящая в выражении абелева интеграла через низшие трансцендентные. Сюда относится, в частности, вопрос о выражении гиперэллиптического интеграла через эллиптические и задача о выражении эллиптических интегралов в элементарных функциях. Методика исследований в большинстве работ проста и изящна. Основным приемом в ряде исследований является преобразование аргумента с помощью эллиптической постановки. Тонкое использование этого приема позволяет получить ряд результатов, поражающих своей законченностью.

Стремление к возможной завершенности и конкретности результатов, ярко выраженное в трудах П. Л. Чебышева, Г. И. Золотарева, свойственно и работам И. П. Долбни.

Постановкой ограниченных частных задач и исчерпывающим их решением И. П. Долбня (преемник Г. А. Тиме) отразил в своих исследованиях общую римановскую теорию алгебраических функций и их интегралов.

Первые выпуски Записок открываются исследованиями И. П. Долбни, посвященными абелевым интегралам, в частности эллиптическим и гиперэллиптическим (1908, т. I, вып. 3; 1908, т. I, вып. 4; 1909, т. II,

вып. 4). В этих работах рассматриваются задачи преобразования и приведения интегралов, продолжающих более ранние исследования автора. К ним примыкает в дальнейшем исследование Н. В. Липина о сингулярных абелевых функциях и корреспонденциях точек поверхностей Римана (1916, т. VI, вып. 1), а также работа В. А. Кречмера, связанная с сингулярными эллиптическими функциями (1929, т. VII, вып. 3).

Исследования по теории абелевых интегралов сменяются новым направлением, выразителем которого на кафедре математики является Н. М. Крылов (1879—1955). Период работы Н. П. Крылова в Ленинградском горном институте совпадает с тем временем его творчества, когда центром интересов и внимания являлись две важные проблемы в области краевых задач уравнений в частных производных: построение решения в форме разложения по фундаментальным функциям и построение приближенного решения вариационными методами. Исследования по первой проблеме тесно переплетаются с работами В. А. Стеклова и А. Пуанкаре, представляя перенос разработанных методов на новые краевые задачи и их дальнейшее развитие в виде ряда интересных замечаний и дополнений к полученным уже результатам. Здесь следует упомянуть о доказательстве теоремы замкнутости полиномов Лежандра для всякой ограниченной и интегрируемой в смысле Римана функции, теореме замкнутости тригонометрических рядов (1912, т. IV, вып. 1; 1913, т. IV, вып. 4) и некоторых других исследованиях, связанных с методом Пуанкаре-Стеклова (1916, т. VI, вып. 1).

Исследования по вариационным методам решения краевых задач Н. М. Крылов начал с вопроса о сходимости методов Ритца и Буссинеска. Уже в первых статьях, опубликованных в Записках (1916, т. VI, вып. 1) он установил, что сходимость метода Ритца имеет место при условиях, значительно более широких, чем те, для которых ее установил Ритц. Эти результаты послужили отправным пунктом для дальнейших исследований. Направленность работ Н. М. Крылова свидетельствует не только об индивидуальности автора, но и о перемещении интересов математического исследования в сторону развития методов решения вопросов, поставленных классической математической физикой и новейшими проблемами в области физики и техники.

Вопросам общего анализа посвящен ряд работ Н. М. Крылова, относящихся к построению и оценке остаточного члена рядов и интерполяционных формул; сходимости формул механических квадратур (1916, т. VI, вып. 1); теореме существования интеграла обыкновенного дифференциального уравнения (1913, т. IV, вып. 2). Дифференциальные уравнения представлены работами И. П. Долбни по уравнениям частных производных первого порядка (1912, т. IV, вып. 1) и уравнению Монжа и Ампера (1911, т. III, вып. 3—4). В дальнейшем тема дифференциальных уравнений сходит со страниц Записок и уступает место исследованиям по интегральным и интегродифференциальным уравнениям. Работы Н. П. Сергеева по развитию методов решения линейных интегральных уравнений (1956, т. XXXIII, вып. 3), М. К. Номоконова по корреляционным интегральным уравнениям (1956, т. XXXIII, вып. 3) и Т. И. Вираненко по линейным интегро-дифференциальным уравнениям (1952, т. XXVI, вып. 1; 1954, т. XXIX, вып. 3; 1956, т. XXXIII, вып. 3) свидетельствуют о тех глубоких сдвигах, которые произошли в математических методах и тематике исследования за период существования Записок.

Изучение специальных функций нашло свое отражение в работах М. И. Акимова (1882—1946). Начав с рассмотрения вырожденных P — функций Римана (1908, т. I, вып. 2), М. И. Акимов перешел затем

к изучению функций Бесселя многих переменных. Результаты этой работы, получившей общее признание и используемой в настоящее время в различных направлениях, изложены позднее в монографии (1928, т. VII, вып. 3; 1929, т. VII, вып. 3).

Исследования М. И. Акимова, завершенные диссертацией «О функциях Бесселя многих переменных и их приложениях в механике», находятся в тесной связи с задачами механики. Как известно, решение задач механики лишь в редких случаях представляется выражениями замкнутого типа, содержащими известные функции. Искомое решение обычно дается в форме бесконечного ряда, расположенного по функциям того или иного вида. В задачах, связанных с исследованием периодических движений, подобными функциями должны являться периодические. Но сделать это не всегда удается. Часто появляются непериодические члены, делающие разложения ограниченно применимыми. Многочисленные исследования, вскрывшие трудности, связанные с устранением непериодических членов непосредственно из разложений, дающих решения, побудили искать другие пути. Определение решений, свободных от вековых членов, можно построить, опираясь на первые интегралы уравнений движения. Таким интегралом в простейших случаях является интеграл живых сил, а в более общих — интеграл, доставляемый теоремой Лиувилля-Штекеля. Обращение этого интеграла, выполненное впервые Вейерштрассом, приводит к функциям Бесселя многих переменных.

Сказанное о связи функций Бесселя многих переменных с задачами механики достаточно ясно показывает направление интересов М. И. Акимова. Около полувека своей жизни М. И. Акимов отдал Ленинградскому горному институту, вырастив не одно поколение горных инженеров.

Глубоко преданный науке, скромный, строгий к себе и требовательный к своим ученикам, таким останется образ М. И. Акимова для всех близко его знавших.

Исследования по теории вероятностей открываются работой А. П. Казанского о предельной теореме (1934, т. VIII) и продолжаются позднее работой О. В. Сарманова об интегральных трансформациях со стохастическим ядром (1954, т. XXIX, вып. 3) и работами М. Л. Вержбинского, О. В. Сарманова и Р. Э. Соловейчика, относящимся к конкретным задачам, поставленным приложением теории (1951, т. XXV, вып. 3; 1954, т. XXIX, вып. 3).

Работы по теории чисел и алгебре, опубликованные в Записках, немногочисленны. В статьях И. П. Долбни (1908, т. I, вып. 4) и М. И. Акимова (1909, т. II, вып. 1) рассматриваются доказательства основной теоремы алгебры и предлагается новое. Работы А. М. Журавского относятся к алгебраическим числам (1929, т. VII, вып. 2) и системам алгебраических уравнений (1934, т. VIII).

Работы В. Г. Лабазина, посвященные изучению распределения корней алгебраических уравнений и корней квазиполиномов (1956, т. XXVIII, вып. 3) занимают пограничное положение между алгеброй и теорией функций комплексной переменной.

Специфика Горного института нашла свое отражение в работах по развитию теории и методики подсчета запасов полезных ископаемых и приложениям математических методов к задачам горного дела и разведки полезных ископаемых (А. М. Журавский, С. П. Андреев и др. 1937, т. X).

Геометрия. Геометрические исследования занимают на страницах Записок почетное место. Из общего числа работ по математике, опубликованных за пятидесятилетний период их существования, около 40% относится к геометрии. Подавляющее большинство их (96%) принадле-

жит перу одного автора — выдающегося кристаллографа и замечательного геометра Е. С. Федорова (1853—1919). Работы Е. С. Федорова, опубликованные в 1907—1917 гг., свидетельствуют о необычайной силе и продуктивности творчества ученого в последний, завершающий период жизни. Обилие геометрических идей, разнообразная реализация геометрических связей, трактуемых методами синтетической геометрии, развитие проективной геометрии в пространстве, многочисленные приложения — все это поражает читателя и завлекает в мир геометрических образов. Читатель видит на многих ярких примерах, как одинаковые связи между геометрическими объектами могут реализоваться в различные геометрические образы, как сложные и труднообозримые соотношения четырехмерной геометрии могут стать наглядными, превратившись в соотношения между привычными для нас образами плоской геометрии.

Е. С. Федоров искусно переносит ряд проективных соотношений плоской геометрии на пространственные объекты: назовем хотя бы теорему Паскаля, оригинальное исследование стереографической проекции, своеобразную трактовку геометрии окружностей и сфер, этюды по линейчатым поверхностям и многое другое. Все эти работы Е. С. Федорова недостаточно изучены и та обособленность исследований, которая имела место при его жизни, угрожает перейти в полное забвение после его смерти.

Известный отрыв работ Е. С. Федорова от общей линии синтетической геометрии, вызванный целым рядом обстоятельств, своеобразие его научной терминологии, перекрытие, а иногда и повторение уже известных результатов создают помехи при чтении и затрудняют изучение работ. Совершенно настоятельным представляется произвести изучение федоровского наследства и восстановить образ одного из замечательных геометров нашей родины.

Механика. Работы по механике, опубликованные на страницах «Записок Ленинградского горного института» относятся к ее различным разделам, но большая часть связана с задачами горной механики, в частности с задачами, выдвинутыми проектированием обогатительных машин. Работы в этой области по началу посвящены теории спиральных сепараторов. В основу теории положены исследования движения тяжелой точки по шероховатой поверхности, выполненные М. И. Акимовым, Н. П. Нероновым и расчеты, произведенные В. А. Егуновым (1936, т. X, вып. 1).

Коротко остановимся на работе Н. П. Неронова по теории спирального сепаратора. Исходя из известной системы частных интегралов дифференциальных уравнений, определяющих движение частиц по поверхности сепаратора, он предложил искать смежные системы интегралов последовательными приближениями и исследовал характер последних. Это позволило найти траектории движущихся частиц и сделать заключения об устойчивости их равномерного движения по винтовой линии. В результате была разработана методика для построения диаграммы разгрузки сепаратора.

Впоследствии эти исследования были развиты М. И. Акимовым при участии В. А. Егунова и Н. Р. Малкина (1941, т. XIV; 1948, т. XV—XVI; 1948, т. XX). Наряду со спиральным внимание исследователей привлекли и другие виды сепараторов. Так, теория барабанного сепаратора рассматривалась Н. П. Нероновым (1939, т. XI, вып. 3), электромагнитные сепараторы составили предмет работ А. Я. Сочнева (1934, т. VIII; 1936, т. X, вып. 1).

Вопросы дробления и грохочения послужили предметом ряда работ. Теории дробления и ее приложению к щековым дробилкам посвящена

статья Л. Б. Левенсона (1926, т. VII, вып. 1). Теория вибрационного грохота разрабатывалась Н. Р. Малкиным (1939, т. XI, вып. 3), Н. П. Нероновым, А. Ф. Захаревичем и П. А. Журавлевым (1939, т. XI, вып. 3; 1956, т. XXXIII, вып. 3). Расчетом характеристик при дроблении на шаровых мельницах занимался А. М. Загустин (1936, т. X, вып. 1).

Значительное место в работах по теории машин занимают исследования шаровой мельницы. Начало этих исследований и дальнейшее развитие для установившегося режима представлено в статьях Н. П. Неронова (1936, т. X, вып. 1; 1939, т. X, вып. 3; 1956, т. XXXIII, вып. 3).

В цикле работ, посвященных изучению напряженного состояния, наибольшего внимания заслуживают исследования Н. П. Неронова по напряжениям, возникающим в подъемных канатах. Изучение напряженного состояния каната в динамических условиях, приводящееся к исследованию волнового уравнения, осложняется специфическими граничными требованиями и делает задачу расчета напряженного состояния достаточно трудной. Н. П. Неронов дал подробный анализ напряженного состояния каната, завершенный правилами расчета шахтных канатов (1954, т. XXXII, вып. 1). Им установлены точные дифференциальные уравнения задачи и внесены существенные уточнения в ее постановку (1941, т. XIV), разработан теоретический алгоритм для расчета напряжений в случае произвольно больших высот подъема (1948, т. XX) и даны примеры его применения (1948, т. XXII, ч. 2). Для небольших высот подъема получены уравнения предельных кривых, позволяющие определить закон нарастания максимальных напряжений при подъеме груза и значительно сократить объем вычислительных операций (1949, т. XXIII).

Задача определения напряжений в подъемных канатах имеет достаточно длинную историю, восходя к исследованиям Пуассона о колебаниях призматического стержня с подвешенным на конце грузом. Вопросом об определении напряжений в призматических стержнях и канатах постоянной и переменной длины занимались А. Н. Динник и А. С. Локшин и др. Работы Н. П. Неронова подводят итог цепи исследований и, являясь в известном смысле завершающими, ставят новые задачи.

Среди работ, посвященных изучению напряженного состояния, следует отметить статьи А. Ф. Захаревича по изучению распределения напряжений, возникающих при вращении (1949, т. XXIII, 1951, т. XXV, вып. 1; 1952, т. XXVI, вып. 1; 1954, т. XXIX, вып. 3). Работы А. Ф. Захаревича и В. Н. Кожевникова изучают деформации и напряжения в горных выработках (1956, т. XXXIII, вып. 3). Исследованию напряженного состояния при различных условиях нагружения посвящены работы Л. С. Бурштейна и Г. В. Верстакова (1952, т. XXVI, вып. 1; 1952, т. XXVIII, вып. 1; 1954, т. XXIX, вып. 3; 1956, т. XXXIII, вып. 3). Вопросы расчета прочности — критерии прочности и пластичности — рассматриваются в работах И. И. Тарасенко (1954, т. XXIX, вып. 3; 1954, т. XXXIII, вып. 3; 1958, т. XXXVI, вып. 3).

Механика жидкости нашла свое выражение в сравнительно большом количестве работ. Н. М. Крылов посвятил одну из статей исследованию волнообразования в идеальной жидкости при погружении в нее твердого тела (1916, т. VI, вып. 1). Н. П. Неронов разобрал задачу плоского потенциального движения идеальной жидкости, обтекающей алгебраический контур (1934, т. VIII). С. Н. Петров исследовал формы свободной струи идеальной жидкости, истекающей из сосуда (1914, т. V, вып. 2—3). П. А. Журавлев изучал движение жидкости в каналах (1956, т. XXXIII, вып. 3). Математические работы в Записках отлича-

ются разнообразием тематики и направлений, однако большинству из них в той или иной мере присуще стремление направить исследование в сторону развития и усовершенствования методов количественного анализа окружающей действительности и широко раздвинуть фронт его приложений. Это направление отражается и в работах Н. М. Крылова, развивающего методы приближенного определения искомых решений и в исследованиях М. И. Акимова, развивающего аппарат специальных функций. Те же тенденции лежат и в основе исследований последнего времени, разрабатывающих актуальные конкретные вопросы и общие методы их решения.

Работы по механике, опубликованные в «Записках Ленинградского горного института» показывают, как тесно тематика теоретического исследования смыкается с задачами, выдвигаемыми практикой горного дела.

Разработка общих методов в тесной связи с решением конкретных задач, выдвигаемых практикой инженерного дела, получила полное развитие в работе кафедр математики и механики лишь после Великой Октябрьской социалистической революции.