Записки Ленинградского орденов Ленина и Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова, т. XLI, вып. 1, 1959 г.

ИССЛЕДОВАНИЕ КИНЕМАТИКИ СВОБОДНОЙ НЕЗАТОПЛЕННОЙ СТРУИ

К. Г. Асатур

В разработке научных основ гидромеханизации горных работ большую роль играет теория движения свободной незатопленной струи. О структуре выходящей из насадка струи, развивающейся в ней неустойчивости, распаде струи, влиянии условий предшествующих ее выходу, сопротивлении окружающей (значительно менее плотной) среды и динамических свойствах струи имеется довольно обширная литература. Тем не менее, даже в экспериментальной области, существующие данные нельзя признать исчерпывающими для создания гидравлической теории струи.

В значительной мере это объясняется тем, что при больших скоростях, в условиях сложного характера движения выходящей из насадка жидкости, применявшиеся методы исследования струй не давали вполне надежных и надлежащим образом согласующихся результатов.

Исследовательской группой Ленинградского горного института была поставлена задача практического приложения в опытах по исследованию гидромониторных струй новых достижений науки в области экспериментирования.

Настоящая статья касается лишь вопросов структуры (компактности) и кинематики струи.

В опытах намечалось применить целый ряд методов исследования, но осуществлены были не все из них. Так, несмотря на большие надежды, возлагавшиеся на радиометрический способ, от него пришлось отказаться главным образом ввиду сильного разбрызгивания струи, при котором трудно обеспечить безопасность проводящего опыты персонала, а также оборачиваемость радиоактивных материалов, однократное использование которых сильно удорожает опыты.

При исследованиях основное внимание было уделено скоростной киносъемке и экспериментам по фиксации оси струи как наиболее результативным.

Скоростная киносъемка водяной струи. Основным для опытного использования кинокамеры является вопрос о частоте съемки, необходимой для получения четких «несмазанных» фотографий.

Пользуясь существующей теорией скоростной киносъемки оказа-

лось возможным вывести формулу [1] минимальной частоты n_{min}, обеспечивающей разрешающую способность камеры в зависимости от давления p в гидромониторе (или v_0 — скорости истечения струи)

$$n_{min} = \frac{\vartheta h}{c d_0} v_0 = \frac{\vartheta h}{c d_0} \sqrt{\frac{2p}{\rho}},$$

где ϑ — коэффициент экспозиции;
h — высота изображения струи на кадре;
c — предельная величина нерезкости (смазки);
d_0 — диаметр насадка при выходе;
ρ — плотность жидкости.

Формула, подтверждаемая опытами, указывает на необходимость значительной частоты киносъемки для давлений 30—50 *атм*.

Так, принимая для рекомендуемых в практике киносъемки [2] значений $c = 0{,}1$—$0{,}2$ *мм*, $\vartheta = 0{,}4$—$0{,}8$ средние величины и считая для

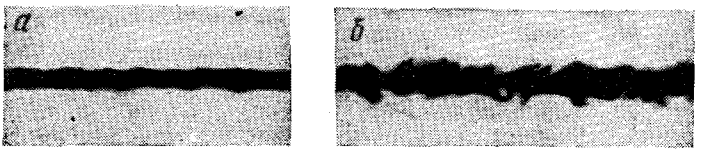


Рис. 1. Кинокадры струи при давлении:
а — 1,9 *атм*; *б* — 30 *атм*

узкой пленки $h \approx 3$ *мм* (около $^2/_3$ высоты кадра), при $p = 50$ *атм* и $d_0 = 3$ *мм*, получим

$$n_{min} = \frac{0{,}6 \cdot 0{,}3}{0{,}015 \cdot 0{,}3} \sqrt{\frac{2 \cdot 50 \cdot 980}{0{,}001}} = 400\,000 \text{ кадр/сек}.$$

При уменьшении высоты изображения струи в два раза и увеличении диаметра насадка в два раза необходимая минимальная частота падает до 100 000 кадров в секунду.

Для опытов (1955 г.) была применена киносъемочная камера ФП-22 конструкции Л. А. Самурова, имеющая набор частот съемки 25 000, 50 000 и 100 000 кадров в секунду.

В силу технических неполадок при съемках пришлось ограничиться частотой 50 000 кадров в секунду, причем из-за кратковременности пользования камерой удалось сделать лишь небольшое количество удачных снимков. [2]

На рис. 1 приведены два из этих снимков. Оба сделаны на расстоянии от насадка примерно 150-кратном его диаметру. На рис. 1, *а* струя при $p = 1{,}9$ *атм* и $d_0 = 5$ *мм* имеет плотную структуру и с окружающей ее средой воздуха образует волнообразную поверхность раздела, причем на гребне волны толщина струи достигает 7 *мм*, а на спаде волны 4 *мм*. При $p = 15$ *атм* на том же расстоянии от насадка волны приобретают форму языков, причем сама струя еще плотная. При дальнейшем увеличении давления до 30 (рис. 1, *б*) и 50 *атм* струя приобретает все более разорванный вид. Внутри тела струи появляются сквозные воздушные полости, языкообразные выбросы приобретают тенденцию загибаться назад, причем от их краев начинается отрыв частичек со средним диаметром порядка 2 *мм*, заметных на расстояниях около

[1] Формула, выведенная автором, приводилась раньше [1].

[2] В организации киносъемки большая работа была проделана Л. П. Севериным. Съемки производились И. В. Чуркиным и Л. В. Либиным.

5 *мм* от тела струи. Воздушные полости возникают вблизи оси струи и дают начало разрывам самого тела струи. Вблизи насадка струя имеет плотную структуру и цилиндрическое очертание формы без заметных волнообразований на поверхности. Таким образом, волны, так же как и распад струи, возрастают с удалением от насадка и ростом давления.

Все описанные здесь данные о структуре струи получены путем покадрового изучения кинопленки на микроскопе МИР-12 [1]. Фотографии и полученные по ним результаты достаточно хорошо иллюстрируют структуру струи вплоть до давлений 50 *ати*. При этом, однако, необходимо учитывать возможность оптических искажений при съемке. Так, плоская съемка при наложении друг на друга отдельных разорванных областей струи будет показывать более плотную структуру, чем существующая в натуре.

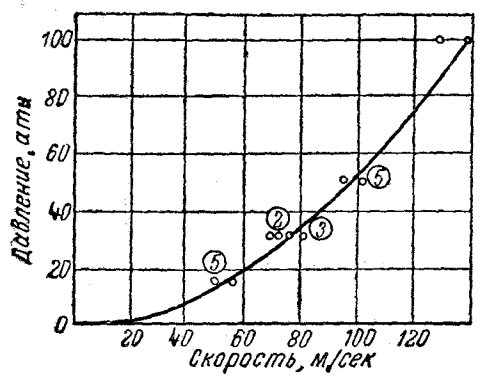


Рис. 2. Разброс опытных значений скорости струи от кривой Торричелли

Покадровая обработка пленки на микроскопе МИР-12 позволила также, используя структуру струи, определить скорость ее движения. Для этого измерялось смещение характерных элементов структуры струи на двух разделенных определенным промежутком времени кадрах. Как видно из рис. 2, опытные точки расположены вблизи торричеллиевой кривой, представляющей зависимость скорости от давления без учета сил сопротивления движению. Интересно, что для давления 15 *ати* в пяти опытах из семи получилось значение скорости 52 *м/сек* при торричеллиевом значении 54,3 *м/сек*, а для давления 50 *ати* 5 раз повторилось значение скорости 99 *м/сек* при торричеллиевом значении 98 *м/сек*, причем другое значение имело место лишь один раз. Таким образом, значение скорости 99 *м/сек* оказалось полученным с обеспеченностью около 83%. Тенденция скорости к увеличению с повышением давления может быть объяснена эффектом сжимаемости жидкости, оценка действия которого при 50 *ати* как раз и дает цифру, примерно близкую к 1% [2].

Важным результатом, полученным опытами, является отсутствие заметного уменьшения скорости при переходе от оси струи к ее периферии. Эпюра скорости в живых сечениях струи на расстоянии от насадка 125—200-кратном диаметру имеет почти равномерно распределенный вид. Отставание краев языков относительно небольшое и лежит в пределах до 10%. Все это, так же как и высокие значения скоростей, вызвано, очевидно, слабым сопротивлением воздушной среды при движении струи на указанном участке.

На большем расстоянии от насадка, вокруг струи образуется облако, границы которого с ядром струи на фотографиях размыты, и которое создает видимый глазом дождевой поток падающих капель, уносящий часть расхода струи. Эти фотографии были сделаны низкочастотной камерой (4000 кадр/сек.).

---

[1] Обработку кадров на микроскопе производил М. Д. Суходрев (см. его статью в настоящем сборнике).

[2] Указанные ранее [1] 6% являются опечаткой.

Интересной является возможность изучения с помощью киносъемки пульсации струи, частота которой может быть найдена как отношение фактической скорости струи к длине волн на ее поверхности. Отсутствие строгой периодичности в длине всплесков пульсации позволяет привести лишь средние цифровые данные, которые менялись от 1000 до 7000 *гц*, увеличиваясь главным образом вместе с ростом давления. Замечен также другой вид пульсации, выражающийся в смене структуры струи на кадрах, следующих с промежутком примерно 1/300 *сек*. При этом происходил переход от струи плотной с небольшим распылом в струю, сильно расслоенную. Обе эти пульсации не связаны с периодичностью создающего напор поршневого насоса, которая выражалась частотой порядка 17 *гц*.

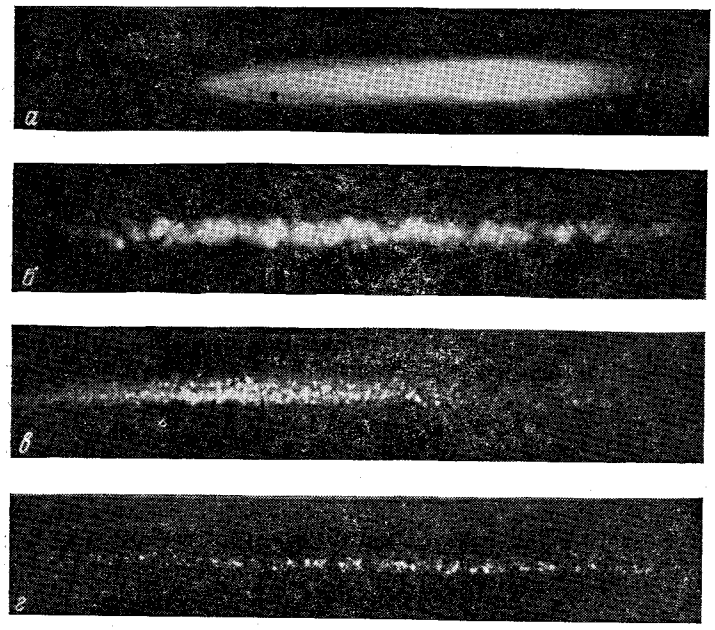


Рис. 3. Стробоскопические снимки струи на различных расстояниях от насадка

Таким образом, хотя проделанная работа является предварительным опытом, киносъемочную камеру следует рассматривать как весьма мощное средство для изучения структуры и кинематики струи, причем с увеличением частоты съемки эффективность камеры возрастает. В наших опытах было бы желательно иметь кинокамеру с частотой около 1 000 000 кадров в секунду.

Большое познавательное значение имеет также просмотренная на экране последовательная смена кадров пленки, дающая визуальное восприятие процесса движения струи в замедленном темпе.

Стробоскопическое исследование водяной струи. В качестве средства изучения структуры струи применялось фотографирование струи при освещении стробоскопом Ст = 4 с частотой мигания лампы, регулируемой от 30 до 30 000 *гц*.

Полученные при стробоскопическом освещении снимки струи[1] (рис. 3) в разных сечениях подтверждают данные киносъемки

[1] В опытах со стробоскопом участвовал К. К. Екимов.

о структуре струи. Рис. 3, *а, б* и *в* относятся к участкам струи при давлении в гидромониторе 2 *ати* и диаметре насадки 3,15 *мм* на последовательно возрастающих от выходного сечения насадка расстояниях до 180 *см*. Рис. 3, *г* дает изображение струи на том же расстоянии, что изображение 3, *в*, но для качественно другого насадка. Все снимки сделаны при частоте около 100 *гц*.

Для давлений 10 *ати* и выше с помощью указанного стробоскопа несмазанных снимков получить не удалось.

Опыты по определению оси водяной струи. Существенную роль при изучении кинематики может играть исследование траекторий. Как показали опыты, можно сравнительно простыми способами получить довольно удовлетворительные с практической точки зрения данные относительно координат линии, которая проходит через центры тяжести сечений струи.

Вначале в исследовательских целях был использован метод отпечатков на экране.[1] Струя, ударяющая в лист фольги, на лежащем под фольгой ватмане или светлой миллиметровке, благодаря промежуточной копировальной бумаге, оставляла отпечаток в виде пятна неправильной формы. После опыта определялось вертикальное расстояние центра тяжести пятна от оси насадка. Некоторая неопределенность результатов при этом методе являлась следствием расплывчатости получающегося отпечатка. Более определенными оказываются те же данные, когда на близких расстояниях от насадка струя образует углубление или сквозное отверстие в образце, хотя и здесь отмечается некоторая нечеткость за счет скола породы, обусловленного локальными трещинами и ослаблениями в материале. По-видимому, наиболее четкие результаты можно получить для пластинок, просверливаемых струей, а также в опытах с применением специальных устройств для определения силовой оси струи.[2]

Определение вертикального расстояния от оси насадка до центра тяжести отпечатавшегося на бумаге пятна или образовавшегося в опытном образце отверстия может быть выполнено следующим образом. Отпечаток или отверстие должны быть ориентированы относительно лежащей на высоте центра насадка перпендикулярной ему горизонтальной оси и перенесены на миллиметровую бумагу. Затем поклеточно определяется суммарный статический момент инерции и площадь полученной на миллиметровке фигуры. Отношения этих двух величин, дающие ординаты центральной линии тока, оказываются величинами довольно устойчивыми. Средние цифровые результативные данные из полученных опытов, когда ось насадка при выбросе струи располагалась горизонтально, сведены в табл. 1. Пользуясь данными этой таблицы и в качестве первого приближения, применяя формулу скорости движения горизонтально брошенного тела при отсутствии сопротивления среды

$$v = x\sqrt{\frac{g}{2y}},$$

можно вычислить грубо ориентировочные значения скорости струи в различных точках ее оси. Сопоставление этих величин со значениями начальной скорости v_0 указывает на заметный эффект торможения струи, что в известной мере расходится с данными киносъемки. Однако

[1] См. в настоящем сборнике статью В. И. Геронтьева, В. Д. Колчанова «Исследование компактности свободных незатопленных струй».

[2] См. в настоящем сборнике статью З. С. Берсенева «Экспериментальное определение силовой оси высоконапорной водяной струи».

Таблица 1

	x		100		200		300		400		500
$d_0 = 0{,}315$ *см* $v_0 = 4430$ *см/сек*	y Δy tg α cos α Δ (cos α)	0,6 0,006 0,99998	0,6 0,00009	1,5 0,015 0,99989	2,1 —0,00018	2,4 0,024 0,99971	4,5 —0,00013	2,9 0,029 0,99958	7,4 —0,00188	6,8 0,068 0,99770	14,2
$d_0 = 0{,}315$ *см* $v_0 = 4430\sqrt{2}$ *см/сек*	y Δy tg α cos α Δ (cos α)	0,4 0,004 0,99999	0,4 —0,00006	1,2 0,012 0,99993	1,6 0,00011	1,9 0,019 0,99982	3,5 —0,00011	2,4 0,024 0,99971	5,9 —0,00031	3,6 0,036 0,99935	9,5
$d_0 = 0{,}315$ *см* $v_0 = 4430\sqrt{3}$ *см/сек*	y Δy tg α cos α Δ (cos α)	0,2 0,002 1,0	0,2 —0,00005	1,0 0,01 0,99995	1,2 —0,00006	1,5 0,015 0,99989	2,7 —0,00015	1,9 0,019 0,99982	4,6 —0,00024	2,9 0,029 0,99958	7,5
$d_0 = 0{,}505$ *см* $v_0 = 4430$ *см/сек*	y Δy tg α cos α Δ (cos α)	0,3 0,003 1,0	0,3 - 0,00006	1,2 0,012 0,99994	1,5 —0,00017	2,2 0,022 0,99976	3,7 —0,00018	2,9 0,029 0,99958	6,6 —0,00059	4,5 0,045 0,99899	11,1
$d_0 = 0{,}505$ *см* $v_0 = 4430\sqrt{2}$ *см/сек*	y Δy tg α cos α Δ (cos α)	0,1 0,001 1,0	0,1 —0,00003	0,7 0 007 0,99997	0,8 —0,00003	1,0 0,01 0,99995	1,8 - 0,00006	1,5 0,015 0,99989	3,3 —0,00007	1,9 0,019 0,99982	5,2

Примечание: x – расстояние от выходного сечения насадка по горизонтали, *см*;
y — расстояние от оси насадка до центра сечения струи по вертикали, *см*.

данные по траекториям относятся к точкам более удаленным от насадка нежели сечения струи, заснятые при киносъемке.

Использование опытных исследований для расчетов. Приведенный ниже анализ следует рассматривать как начальную попытку получить закон изменения скоростей свободной незатопленной струи по опытным данным о ее траектории. При этом были использованы приведенные в табл. 1 значения координат линии, которая проходит через центры тяжести сечений струи. Эту линию[1] представляется возможным рассматривать как траекторию (линию тока) осевого движения стационарной струи.

Полученные результаты не могут быть распространены без экспериментальной проверки на условия, отличные от имевших место в проведенных опытах. В дальнейшем, в согласии с этими условиями, будем предполагать, что начальная скорость струи направлена по горизонтали. Начало координат поместим на оси насадка при выходе из него струи. Ось X направим горизонтально, в направлении движения струи, ось Y — вертикально, вниз.

Если, не анализируя пока физической стороны процесса, принять для струи обычно предполагающийся квадратичный закон сопротивлений от скорости, то дифференциальные уравнения осевого движения струи в проекциях на оси координат можно написать в следующем виде

$$\ddot{x} + \lambda v^2 \cos\alpha = 0; \tag{1}$$

$$\ddot{y} + \lambda v^2 \sin\alpha - g = 0, \tag{2}$$

где α — угол, образуемый скоростью v с осью X;

λ — коэффициент сопротивления.

Принимая во внимание, что

$$\dot{x} = v\cos\alpha \approx \frac{\Delta x}{\Delta t}, \tag{3}$$

уравнение (1) можно записать в форме, выраженной в конечных разностях

$$\lambda = -\frac{\frac{\Delta v}{v}\cos\alpha + \Delta(\cos\alpha)}{\Delta x}. \tag{4}$$

Пренебрегая при начальных подсчетах первым членом в числителе выражения (4), получим для траектории

$$\lambda = -\frac{\Delta(\cos\alpha)}{\Delta x}. \tag{5}$$

В опытах величина Δx была постоянной и равной 100 *см*. Методика вычисления величины $\Delta(\cos\alpha)$ [числитель формулы (5)] ясна из табл. 1, из которой видно, что величина коэффициента λ зависит от диаметра насадка и начальной скорости, а также возрастает с удалением от насадка. Если учесть отброшенный в числителе формулы (4) первый член, то эффект увеличения λ с ростом x станет еще сильнее. Следовательно, закон потерь удельной энергии в струе не являлся в опытах квадратичным с $\lambda = \text{const}$. Предположение о том, что степень больше двух, еще больше усилило бы возрастание экспериментальных

[1] При турбулентном режиме она характеризует осредненное движение.

значений λ вместе с x. Например, для кубического закона потерь вместо выражения (4) получается

$$\lambda = -\frac{\frac{\Delta v}{v} + \Delta(\cos\alpha)}{\Delta x^2}\Delta t,$$

где с ростом x (при одном и том же значении Δx) возрастает еще и Δt. Нижним значением степени при скорости в законе, выражающем сопротивления, следует считать единицу, характеризующую ламинарный режим движения, сопровождающийся наименьшей степенью зависимости потерь от скорости. В условиях, когда потери выражаются законом, находящимся между линейным и квадратичным, в последнее время исследователями нередко стала применяться двучленная формула Прони. Ориентируясь на эту формулу и безразмерные коэффициенты сопротивления, а также принимая во внимание, что λ зависит от v_0 и что уменьшение λ с ростом d_0 увязывается при линейном законе изменения с соображениями размерностей, уравнения (1) и (2) можно записать в форме

$$\ddot{x} + \frac{\beta}{d_0}(v_0 + av)\,v\cos\alpha = 0; \tag{6}$$

$$y + \frac{\beta}{d_0}(v_0 + av)\,v\sin\alpha - g = 0, \tag{7}$$

где β и α — безразмерные коэффициенты.

Учитывая формулу (3) и принимая во внимание, что для исследуемого участка струи $\cos\alpha \approx 1$ (т. е. $v \approx x$), уравнению (6) можно придать вид

$$\ddot{x} + \frac{\beta}{d_0}(v_0 + a\dot{x})\,\dot{x} = 0 \tag{8}$$

или

$$d\dot{x} + \frac{\beta}{d_0}(v_0 + a\dot{x})\,dx = 0. \tag{9}$$

Начальные и граничные условия запишутся в форме

$$x\Big|_{t=0} = 0 \quad ; \quad \dot{x}\Big|_{t=0} = v_0 .$$

Интегрируя с учетом их выражение (9), получим

$$\dot{x} = v_x = \frac{v_0}{a}\left[(a+1)\,e^{-nx} - 1\right], \tag{10}$$

где $n = \frac{\beta a}{d_0}$.

Силы сопротивления струи обычно считают в основном зависящими от трех причин: 1) перехода части кинетической энергии в энергию сил поверхностного натяжения в связи с мельчением элементов, из которых составлена струя; 2) потерь напора от сил ламинарного или турбулентного трения; 3) диссипации энергии в волновом процессе на границе струи с воздухом. [1]

[1] Весьма существенными для потерь также являются условия в гидромониторе и степень внутренней обработки насадка, но они в опытах были одинаковыми.

Близко характеризующими эти процессы безразмерными параметрами являются числа Вебера, Рейнольдса и Фруда

$$Z_1 = \frac{\mu^2}{\sigma\rho d_0}; \quad Z_2 = \frac{v_0 d_0 \rho}{\mu}; \quad Z_3 = \frac{v_0^2}{g d_0}, \tag{11}$$

где σ — поверхностное натяжение;

μ — вязкость жидкости.

Однако отметим, что в использованных опытах менялись лишь d_0 и v_0 и поэтому влияние других факторов здесь проследить не представляется возможным.

Зависимости для коэффициентов a и β будем искать в форме функций

$$F(Z_1, Z_2, Z_3) = A Z_1^{K_1} Z_2^{K_2} Z_3^{K_3}, \tag{12}$$

определяя безразмерные постоянные A и K_i по данным опытов.

Дифференцируя по t очевидное равенство

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\dot{y}}{\dot{x}}$$

и произведя в него подстановку из выражений (16) и (17), получим

$$\frac{d(\operatorname{tg}\alpha)}{dx} = \frac{d(\operatorname{tg}\alpha)}{dt}\,\frac{dt}{dx} = \frac{g}{\dot{x}^2}.$$

Интегрируя это выражение, приходим к зависимости

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{g d_0 a}{\beta v_0^2}\left(\frac{a+1}{a}\,\frac{e^{nx}-1}{a+1-e^{nx}} + \ln\frac{a+1-e^{nx}}{a}\right). \tag{13}$$

Подставляя в формулу (13) величины a и β из выражения (12) с учетом (11) и значения опытных величин из табл. 1, а также учитывая, что для воды в нормальных условиях $\sigma = 75$ *дн/см*, $\mu = 0{,}01$ *пуаз*, $\rho = 1$ *г/см*^{3}, можно получить [1]

$$\beta = 3{,}8 \cdot 10^{-10} Z_2^{\frac{1}{2}} Z_1^{-\frac{1}{3}}; \tag{14}$$

$$a = 2{,}25 \cdot 10^{11} Z_1^2. \tag{15}$$

Отсюда, выражая все величины в сантиметрах и секундах, уравнения (10) и (13) для водяной струи можно представить в виде

$$v_x = 2{,}5 v_0 d_0^2 \left[(0{,}4 d_0^{-2} + 1)\, e^{-nx} - 1\right], \text{ см/сек}, \tag{16}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{1{,}65 \cdot 10^4}{d_0^2 \sqrt[3]{v_0^2}}\left[\left(1 + 2{,}5 d_0^2\,\frac{e^{nx}-1}{0{,}4 d_0^{-2} + 1 - e^{nx}} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \ln 2{,}5 d_0^2\right)(0{,}4 d^{-2}_0 + 1 - e^{-nx})\right], \tag{17}$$

где $n = \dfrac{0{,}01}{d_0^2 \sqrt{v_0}}$.

---

[1] Возможны и другие соотношения для β и a, например,

$$\beta = A Z_3^{-\frac{1}{4}} Z_1^{-\frac{13}{12}} \text{ и т. д.}$$

Сопоставление значений $\operatorname{tg}\alpha$, вычисленных по формуле (17), с опытными данными (табл. 2) показывает удовлетворительное совпадение экспериментальных и расчетных данных. Формула (16) может быть использована на практике для определения осевой (максимальной) скорости гидромониторной струи на разных расстояниях x от насадка.

Таблица 2

d_0, *см*	v_0, *см/сек*	x, *см*	$\operatorname{tg}\alpha$	
			по формуле (19)	из опыта
0,315	4430	100	0,0082	0,009
0,315	4430	400	0,056	0,05
0,315	$4430\sqrt{2}$	100	0,0045	0,006
0,315	$4430\sqrt{2}$	400	0,026	0,029
0,505	4430	100	0,0065	0,007
0,505	4430	400	0,033	0,036
0,505	$4430\sqrt{2}$	100	0,003	0,003
0,505	$4430\sqrt{2}$	400	0,013	0,016

Заметим, что сделанные здесь предположения о сопротивлениях можно трактовать так же, как физическое существование зависимости $\lambda = \lambda(x)$ при квадратичном законе потерь в уравнениях (1) и (2) в форме [см. формулы (8) и (10)].

$$\lambda = \frac{(1+a)\,n}{1+a-e^{nx}}.$$

Выводы

1. Все описанные опыты следует рассматривать как предварительные исследования.
2. Наиболее результативными из них являются киносъемочные опыты и опыты по фиксации оси струи. Поэтому эти методы экспериментирования можно рекомендовать для дальнейших исследований.
3. Наиболее важными из полученных в киносъемочных опытах результатов являются данные о почти равномерном распределении скоростей и слабом их убывании в пределах начального участка струи, где она обладает плотной структурой.
4. Для определения изменения скорости по оси струи на всей ее длине может быть предложена формула (16).

ЛИТЕРАТУРА

1. Асатур К. Г. и Геронтьев В. И. Об исследовании незатопленной струи. Изв. АН СССР, ОТН, 1957, № 3.
2. Сахаров А. А. Высокочастотная съемка. Госкиноиздат, 1950.