

О РАСПРЕДЕЛЕНИИ НАПРЯЖЕНИЙ В ОБЪЕМНОЙ МОДЕЛИ КАМЕРНОЙ СИСТЕМЫ РАЗРАБОТКИ

Д. П. Сенук

Оптический метод моделирования напряженного состояния, как известно, открывает широкие возможности изучения напряженного состояния горного массива междукамерных и потолочных целиков и других элементов системы разработки. До последнего времени этим методом решались главным образом задачи распределения напряжений вокруг одиночных (подготовительных) выработок. В данной работе ставится объемная задача исследования способом фотоупругости картины напряжений в условиях опытного блока Алтын-Топканского рудника.

В настоящее время в гидротехнике, строительном деле, машиностроении, судостроении оптическим методом успешно решается ряд технических и научных задач и методика объемного моделирования достаточно подробно разработана. В горном деле таких исследований не было. Созданная в Ленинградском горном институте лаборатория оптического моделирования с наличием специальной центрифуги для нагружения моделей объемными силами дала возможность применить методику объемного моделирования, созданную в других отраслях, к решению горных задач и выполнить настоящее исследование.

Теоретически доказано, что в упругих изотропных телах распределение напряжений для плоских задач не зависит от физических констант материала (коэффициента Пуассона и модуля упругости), ибо они исключаются из уравнений упругости, а зависит лишь от геометрии тела. В объемных задачах отступление от условий подобия, связанное с неравенством коэффициентов Пуассона натуре и модели, приводит к некоторому искажению картины распределения напряжений, но это искажение, несомненно, меньше, чем возможный диапазон изменения свойств материала натуре, поэтому он может не учитываться.

При исследовании из оптически активного материала модели участка горного массива было принято допущение об изотропности, однородности и упругости массива.

В окончательном виде поставленная задача может быть сформулирована так. Имеется сплошной однородный изотропный участок горного массива (опытный блок), нагруженный собственным весом в пределах упругости. В блоке в результате первой стадии очистных работ образованы камеры и междукамерные целики. Система находится в состоянии статического равновесия. Требуется исследовать модель такого блока

из оптически активного материала, нагруженную аналогично натуре, т. е. силами, идентичными силе веса, и по полученной картине напряженного состояния модели сделать заключение о характере распределения напряжений в участках опытного блока.

Изготовление и загрузка моделей. В качестве оптически активного материала для изготовления моделей была использована эпоксидная смола ЭД-6, наиболее удовлетворяющая всем требованиям метода оптического моделирования напряжений и обладающая способностью «замораживания» деформаций. Как видно из рис. 1, каждая из двух одинаковых моделей представляла собой четырехгранную призму из прозрачного материала, внутри которой имелись четыре камеры и три междуканальных целлика. Масштаб геометрического подобия (1 1000) был выбран из условия возможности помещения моделей в загрузочные камеры центрифуги. Каждая модель склеивалась после выборки внутренних полостей из четырех частей. Как показал опыт, поверхности модели из эпоксидных смол, склеенные специальным клеем, остаются совершенно прозрачными и не имеют поверхностных напряжений. Склеенные поверхности хорошо выдерживают последующее нагревание и загрузку при замораживании деформаций.

Одновременно с моделями из того же блока оптически активного материала был изготовлен тарировочный эталон — полоска размерами $80 \times 31 \times 6,5$ мм для определения оптической постоянной материала.

Загрузка моделей и тарировочного эталона производилось в камерах центрифуги БКЦ-2 конструкции ВНИИ — ЛГИ, предназначенной для нагружения моделей объемными центробежными силами. Центрифуга имеет радиус вращения 630 мм и может давать от 100 до 1500 об/мин.

Как известно из теории центробежного моделирования, при вращении модели с постоянной угловой скоростью ω в модели возникают эквивалентные гравитационным силам центробежные силы инерции I_m , величина которых в каждой точке модели пропорциональна радиусу вращения и квадрату угловой скорости:

$$I_m = m\omega^2 R = \frac{\gamma_m}{g} \omega^2 R,$$

где m — масса вращающейся модели;

R — радиус вращения центра тяжести модели;

γ_m — объемный вес материала модели;

g — ускорение силы тяжести.

При относительно малых размерах модели интенсивность инерционных сил в пределах объема модели может быть принята практически

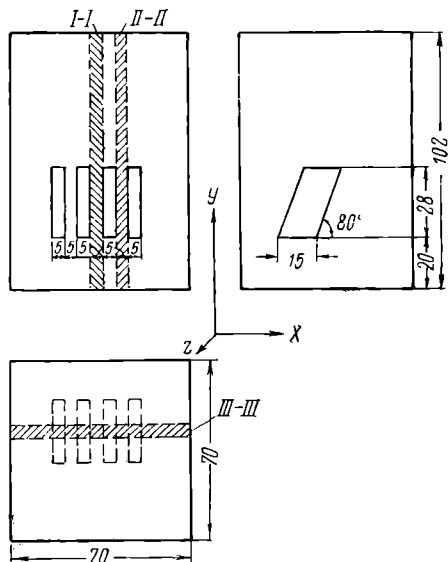


Рис. 1. Общий вид объемной модели и схема разрезки на шлифы

постоянной и равной интенсивности центробежной силы в центре тяжести. При таких условиях можно пренебречь весом самой модели.

Для осуществления подобия полей напряжений в натуре и на модели необходимо соблюдение условия (см. например, [1])

$$H\gamma = \text{const},$$

где H — моделируемая глубина массива, m ;

γ — объемный вес породы.

Так как в нашем случае $\frac{H}{h} = 1000$ (h — соответствующая высота модели), то надо было бы увеличить γ_m в 1000 раз. Необходимое для этого число оборотов центрифуги

$$n_1 = \frac{30\omega}{\pi},$$

где ω — угловая скорость вращения центрифуги, определяемая из выражения геометрического масштаба моделирования

$$n = \sqrt{1 + \frac{\omega^4 R^2}{g^2}}$$

При $n=1000$, $R=0,65$ м имеем $n_1=1230$ об/мин.

Однако для нашего опыта осуществление полного количественного силового подобия не нужно, так как качественная картина напряженного состояния модели и натуре будет одинакова в диапазоне нагрузок, не превышающих границы упругого состояния материала. Этот диапазон зависит от упругих констант материала. В нашем случае, при цене полосы материала $0,153 \text{ кг/см}^2$, было вычислено, что наилучший оптический эффект получится при величине центробежной силы соответствующей $n_1=400$ об/мин.

В одну термостатическую камеру центрифуги помещалась модель и противовес, в другую — вторая модель и эталон. Равенство по весу грузов в обеих камерах тщательно соблюдалось. Температурно-временный режим «замораживания» напряжений в модели приведен в таблице.

Т а б л и ц а

Интервалы времени при замора- живании, час—мин	Число оборотов центри- фуги, об/мин	Температура в камерах, град		Интервалы времени при замора- живании, час—мин	Число оборотов центри- фуги, об/мин	Температура в камерах, град	
9—00		0.	0	18—00	420	145	145
10—00		80	80	19—00	420	125	125
11—00		100	100	20—00	420	122	122
12—00		120	120	21—00	420	116	116
13—00		150	150	22—00	420	98	98
13—15	420	150	150	23—00	420	80	80
14—30	420	150	150	23—30	420	75	75
16—00	420	150	150	24—00	420	65	65
17—00	420	150	150	24—30	420	50	50

Таким образом, опыт продолжался в течение 15 час 30 мин, из них 4 час модель прогревалась без вращения центрифуги. В течение всего опыта число оборотов центрифуги поддерживалось постоянным с колебаниями не больше 10—15 об/мин. Проверку плавности регулирования

температурного режима производили с помощью прибора конструкции ЛГИ, основанного на полупроводниковом термоэлементе.

Расшифровка напряженного состояния моделей. Решение пространственных задач теории упругости оптическим методом хорошо обосновано в ряде работ [2—4]. Если вырезать из «замороженной» пространственной модели тонкие пластинки в разных направлениях, указывается в этих работах, и после соответствующей обработки просматривать их в поляризационной установке, то наблюдаемые при этом кривые будут представлять не что иное, как «псевдоизохромы», «псевдоизоклины», «псевдоизостаты» и т. д., аналогичные таким кривым в плоской задаче и средние по толщине пластинки. Чем меньше толщина пластинки, тем меньше будут эти «псевдолинии» отличаться от действительных.

Все свойства изолиний в плоской задаче будут справедливы и для псевдоизолиний. Иными словами, если вырезать из объемной модели тонкий шлиф в интересующем нас месте и направлении, скажем, в плоскости XOY (см. рис. 1), то можно расшифровать картину полос этого шлифа аналогично плоской пластинке (с соответствующими поправками) и получить во всех точках этого шлифа величины $\tau_{\max}^{XY}$, τ_{XY} , σ_X , σ_Y . Если из другой такой же модели вырезать шлиф в направлении, например, XOZ так, чтобы в этом шлифе содержались интересующие нас точки шлифа XOY , то для всех точек шлифа XOZ можно получить величины

$\tau_{\max}^{XZ}$, τ_{XZ} , σ_X , σ_Z . Таким образом, для некоторого ряда точек из двух шлифов мы получим величины τ_{XY} , τ_{XZ} , $\tau_{\max}^{XY}$, $\tau_{\max}^{XZ}$, σ_X , σ_Y , σ_Z . В зависимости от числа интересующих нас сечений и точек модели определяется необходимое число шлифов.

В нашем случае из двух «замороженных» в центрифуге моделей опытного блока были вырезаны шлифы по трем направлениям: 1) по среднему целику; 2) по крайнему; 3) вкрест простирания всех четырех камер и целиков (см. рис. 1). Вырезка шлифов производилась вручную ножовочными полотнами с обильным смазыванием распиливаемой поверхности машинным маслом, так как при больших скоростях резания, неизбежных при механической распиловке, в зоне распила возможен «отжиг» изохроматической картины, а следовательно, искажение результатов измерений.

Каждая из вырезанных пластинок была тщательно отшлифована и отполирована. На отполированные поверхности пластинок в интересующей нас зоне (около камеры) была нанесена сетка вертикальных и горизонтальных линий через 5 мм, причем на расстоянии 1 мм вверх и вниз от каждой горизонтальной линии также проведены добавочные горизонтальные прямые (рис. 2). Затем на поляризационно-проекционной установке ППУ-7 производилась зарисовка и фотографирование картины изохром и изоклин для каждого шлифа. Зарисовка произведена при трех-

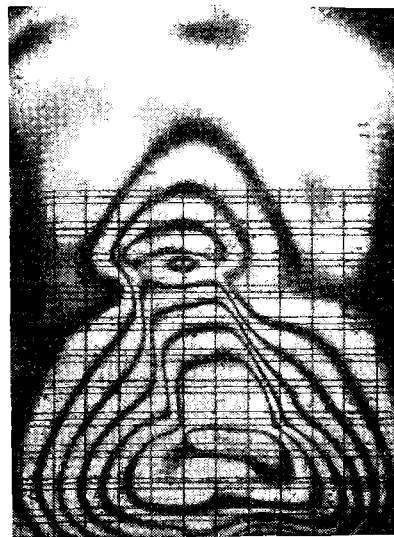


Рис. 2. Картина изохром для шлифа I

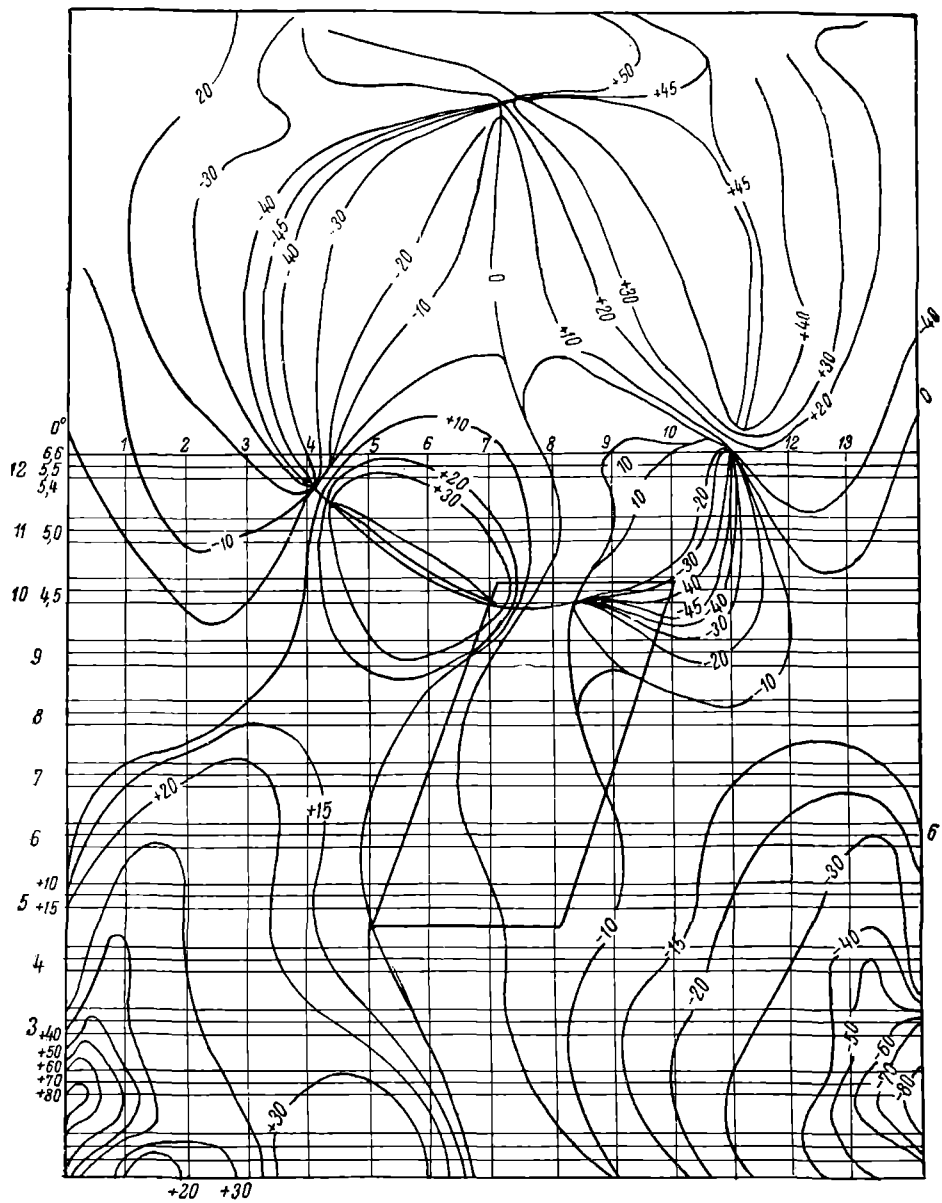


Рис. 3. Изоклины шифа I

кратном увеличении с белым источником света, плоской поляризацией с углом поворота поляризатора и анализатора 45° . Фотографирование производилось при плоской поляризации с источником монохроматического света (ртутная лампа), зеленым светофильтром и при двойной экспозиции — под углами 0 и 45° (рис. 2 и 3).

Зарисованная и обработанная картина изоклин для шлифа *I* представлена на рис. 3. Аналогичные картины изохром и изоклин, не приводимые здесь, получены для шлифов *II* и *III*. «Замороженный» вместе с исследуемыми моделями тарировочный эталон был использован для получения величины оптической постоянной материала (в килограммах на 1 см^2). При вращении на расстоянии $h=5,6\text{ см}$ от верхней грани эталона появились и сохранились при замораживании линии максимальных касательных напряжений, определяемые зависимостью

$$\tau_{\max} = \frac{I_m h}{2} = \frac{\gamma_m}{2g} \omega^2 R h = \frac{\gamma_m H}{2}$$

где $H = h k_1$;

k_1 — коэффициент геометрического подобия.

Зная $\tau_{\max}$ на расстоянии h от верхней грани, определяем оптическую постоянную

$$C = \frac{\delta}{2d\tau_{\max}},$$

где δ — разность хода лучей в точке эталона на расстоянии h от верхней грани;

d — толщина эталона.

Для нашего случая $C=19\text{ г/см}^2$, т. е. одно деление шкалы цветов соответствует напряжению 19 г/см^2 . Цена полосы материала модели

$$\tau_0^{(1,0)} = 153\text{ г/см}^2.$$

Непосредственно по зарисованным и сфотографированным картинам полос шлифов *I* и *II* построены графики распределения максимальных касательных напряжений по высоте среднего и крайнего целиков (см. рис. 4).

Для разделения главных напряжений σ_x и σ_y был применен наиболее употребительный в этом случае метод графического интегрирования дифференциальных уравнений равновесия. Как известно, напряженное состояние в каждой точке объемной модели, нагруженной центробежными силами, характеризуется следующими дифференциальными уравнениями в частных производных:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial X} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial Y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial Z} = 0;$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial Y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial X} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial Z} = 0;$$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial Z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial X} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial Y} = 0.$$

Эти уравнения дают возможность найти распределение нормальных напряжений σ_x , σ_y , σ_z вдоль произвольной прямой. По первому уравнению

$$\sigma_x = \sigma_{x_0} - \int_1^n \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial Y} dX - \int_1^n \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial Z} dX$$

или, переходя к приближенному суммированию,

$$\sigma_X = \sigma_{X_0} - \sum_1^n \frac{\Delta \tau_{XY}}{\Delta Y} \Delta X - \sum_1^n \frac{\Delta \tau_{XZ}}{\Delta Z} \Delta X. \quad (1)$$

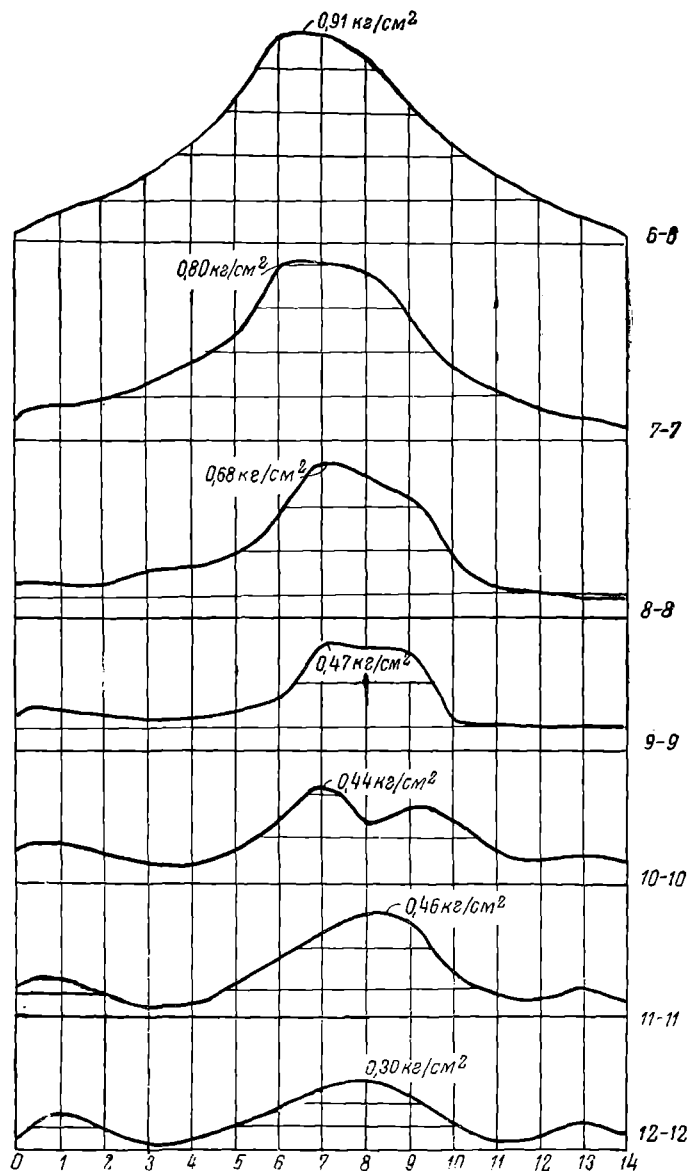


Рис. 4. Распределение максимальных касательных напряжений в среднем целике (шлиф I)

С другой стороны, известно, что в каждой точке модели для плоскости XOY

$$\sigma_X - \sigma_Y = 2\tau_{XY_{\max}} \cos 2\varphi_{XY},$$

где φ — параметр изоклины в данной точке, град.

$$\sigma_Y = \sigma_X - 2\tau \cos 2\varphi_{XY}. \quad (2)$$

Следовательно, можно способом графического интегрирования найти по одному шлифу лишь одно из нормальных напряжений, другое же найдется простым пересчетом по формуле (2).

Аналогично находятся величины σ_Z в плоскости XOZ и YOZ . Порядок расчета σ_X и σ_Y в шлифах I — I и II — II был следующим. В каждой из 15 точек каждого из 12 горизонтальных сечений шлифа определяли величину $\tau_{\max}$ в единицах цветной шкалы (методом полос). По каждой точке брались три отсчета: в средней и в двух других (выше и ниже) на расстоянии друг от друга 1 мм. В этих же точках по зарисованной картине изоклин вычислялся параметр изоклины φ_{XY} .

Данные измерений, сведенные в соответствующие таблицы, позволили найти первые составляющие в формуле (1) величину $\sum_1^n \frac{\Delta \tau_{XY} \Delta X}{\Delta Y}$

в каждой из 80 точек шлифа I . Такие же измерения были проведены для шлифа II . Величина σ_{X_0} для каждого из 24 горизонтальных сечений равнялась 0, так как интегрирование производилось от контура, а при отсутствии внешних сил на свободном контуре модели, как известно, горизонтальное главное напряжение равно 0.

Для определения второй составляющей в формуле для σ_X шлифы разрезались на 12 горизонтальных срезов так, чтобы в каждый срез попали все 45 точек каждого из 12 сечений. На каждый срез наносилась сетка, аналогичная сетке основного шлифа, и в 28 точках в плоскости XOZ производился замер разности хода лучей δ с помощью компенсатора СКК-2 на координатно-синхронном поляриметре КСП-5 и параметра изоклины φ_{XZ} .

Результаты также заносились в таблицы, с помощью которых получали величину «поправки» $\sum_1^n \frac{\Delta \tau_{XZ}}{\Delta Z} \Delta X$ для каждой точки.

После определения σ_X в каждой из 180 точек шлифа I по формуле (2) вычислялась величина σ_Y для этих же точек. Такие же операции проделаны для 180 точек шлифа II . Величины второго горизонтального нормального напряжения σ_Z не определялись.

Полученные значения σ_X , σ_Y , τ_{XY} для всех точек шлифов I и II в делениях шкалы цветов сводились в таблицы, по наиболее интересным вертикальным и горизонтальным разрезам центрального и крайнего целиков строились графики распределения напряжений. Некоторые из них приведены на рис. 5. Сравнивая графики распределения максимальных касательных напряжений по высоте среднего и крайних целиков, видим, что величина $\tau_{\max}$ везде увеличивается в целике по сравнению с ненарушенным горным массивом, причем наибольшей величины она достигает в нижней части центрального целика (см. рис. 4) и составляет $0,91 \text{ кг/см}^2$. В остальных точках по высоте целика $\tau_{\max}$ меньше этой величины. Чтобы сравнить величину $\tau_{\max}$ с возможно допустимой в ненарушаемом горном массиве при данном числе оборотов центрифуги, определим $\tau_{\max}$ на высоте $n_5 = 7,75 \text{ см}$ от верхней грани (на уровне расположения сечения 5—5):

$$\tau_{\max} = \frac{\gamma_m n_5}{2}.$$

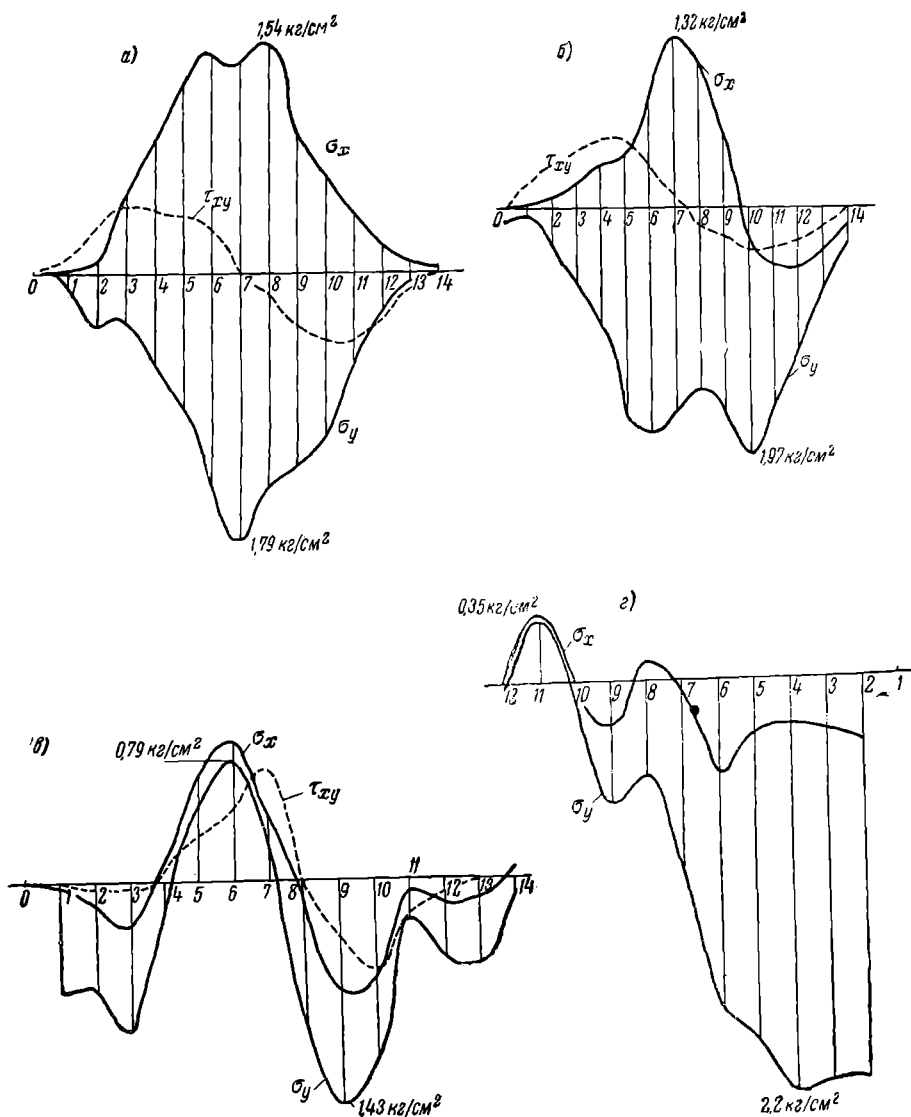


Рис. 5. Распределение нормальных и касательных напряжений в среднем и крайнем целиках модели:
 а — шлиф II, сечение 5—5; б — шлиф I, сечение 5—5; в — шлиф II, сечение 10—10; г — шлиф I, сечение 10—10

Для нашего случая, т. е. при нагружении модели в центрифуге, ее объемная нагрузка увеличилась до $\gamma_m = 161 \text{ г/см}^3$. Отсюда $\tau_{\max}^{\circ} = \frac{161 \cdot 7,75}{2} = 622 \text{ г/см}^2 = 0,622 \text{ кг/см}^2$, что составляет величину $\tau_{\max}$ для модели, не нарушенной образованием камер.

Следовательно, величина коэффициента концентрации напряжений K , равная отношению максимального касательного напряжения в целике к величине максимально возможного касательного напряжения на той же высоте от верха сплошной модели, будет

$$K = \frac{0,910}{0,622} = 1,46.$$

Вычисленные аналогичным образом коэффициенты K для остальных горизонтальных сечений центрального шлифа следующие:

Сечение	5—5	6—6	7—7	8—8	9—9	10—10	11—11
K	1,46	1,56	1,46	1,35	1,02	1,03	1,19

Не имея данных о предельно допустимых величинах максимальных скалывающих напряжений для рудных скарнов и вмещающих пород Алтын-Топканского месторождения, нельзя дать определенного ответа о том, в какой степени увеличение максимального скалывающего напряжения в 1,5 раза влияет на устойчивость целика.

Анализируя графики распределения нормальных напряжений σ_x и σ_y по вертикальным и горизонтальным сечениям центрального и крайнего целиков, можно сделать следующие выводы:

1. Вертикальные напряжения σ_y во всех точках центрального и крайнего целиков и в горном массиве вокруг целиков оказались сжимающими, за исключением семи точек в верхней части потолочины со стороны висячего бока для среднего целика, десяти точек в этой же зоне в крайнем целике и нескольких точек в верхней части потолочины со стороны лежачего бока.

2. Вертикальные сжимающие напряжения в нижней части целика по сравнению с окружающим горным массивом увеличиваются в 1,8 раза.

3. В сечениях 5—5, 6—6, 7—7 вертикальные сжимающие напряжения увеличиваются в лежащем боку под целиком и в висячем боку над целиком по сравнению с соседними точками в целике. Это характеризует проявление опорного давления.

4. Горизонтальные нормальные напряжения σ_x в зоне вокруг целика и в целике подвержены довольно резким изменениям, имея тенденцию к повороту и изменению знака в верхней части целика со стороны лежачего бока. Во многих точках этой зоны напряжения σ_x имеют одинаковый знак с σ_y , т. е. являются растягивающими. В средней и нижней частях целика знак σ_x — обратный знаку σ_y . Это относится и к крайнему целику, т. е. к шлифу II (см. рис. 5, в).

Коэффициенты концентрации максимальных сжимающих напряжений σ_y по центральному и среднему целикам, вычисленные аналогично коэффициентам K для максимальных касательных напряжений, получились следующими:

Сечение	5—5	6—6	7—7	8—8	9—9	10—10	11—11	12—12
Центральный целик (шлиф I)	1,56	1,74	1,87	1,50	1,40	1,25	1,02	0,82
Крайний целик (шлиф II)	1,43	1,59	1,69	1,24	1,33	1,69	0,89	1,10

Данные для K_{σ_y} относятся к местам максимальной величины σ_y по сечению, которые не всегда совпадают с точками целика, а иногда приходится на точки лежащего бока горного массива.

При отношении высоты целика к его ширине в нашем случае $\frac{28 \text{ мм}}{5 \text{ мм}} = 5,6$ можно считать, что целик находится в состоянии одноосного сжатия. Поэтому величины предельно допустимых значений σ_y в целике можно сравнивать с пределом прочности на одноосное сжатие образцов рудных скарнов и вмещающих пород, полученным институтом ВНИМИ для пород Алтын-Топканского месторождения. Как показали исследования ВНИМИ, предел прочности на сжатие $\sigma_{пч}$ для образцов рудных скарнов равен 870 кг/см^2 , что на моделируемой глубине в 2,5 раза превышает величины вертикального сжимающего напряжения в нетронутом массиве.

Таким образом, во всех точках центрального и среднего целиков вертикальные сжимающие напряжения не достигают опасной величины.

5. Наиболее опасным с точки зрения устойчивости является наличие в верхней части потолочины висячем и в меньшей степени в лежащем боках растягивающих напряжений. Как видно из рис. 5, в и г, растягивающие напряжения охватывают зону верхней части целиков в висячем боку.

Максимальная величина растяжений σ_y в наиболее опасных точках 5 и б сечения 10—10 (см. рис. 5, в) составляет $1/5$ максимальных сжимающих напряжений в целике. Принимая во внимание, что эти растягивающие напряжения возникают в глубине массива висячего бока, сложенного более устойчивыми по сравнению с рудными скарнами породами на расстояниях порядка 30 м от границы целика и камеры, их можно считать не опасными для устойчивости целиков, но наличие их необходимо иметь в виду.

Полученная картина напряженного состояния междукammerных целиков и горного массива вокруг камер относится, как уже было сказано, к идеальной схеме, когда участок горного массива представляется упругим, однородным, сплошным и изотропным. Действительный массив не является таковым, и действительная схема распределения напряжений, конечно, будет отличаться от полученной в зависимости от трещиноватости, проявления ползучести, влияния взрывных работ и т. д. Тем не менее полученные данные во всех случаях полезны и могут служить показателем наличия и вероятных мест концентрации напряжений, на основании чего облегчается прогноз условий сохранения устойчивости опор или опасности нарушения их прочности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Покровский Г. И. Центробежное моделирование. ОНТИ, 1935.
2. Краснов В. М. О решении пространственной задачи теории упругости оптическим методом. Уч. записки ЛГУ, серия математич., 1939, вып. 8, 1944, вып. 13.
3. Пригоровский Н. И., Прейсс А. К. и др. Исследование напряженного состояния на прозрачных объемных моделях в пучке параллельных лучей поляризованного света. Изв. АН СССР, ОТН, 1949, № 5.
4. Окс Б. И. Некоторые вопросы методики исследования напряжений поляризационно-оптическим методом. Информ. материалы № 6, АН УССР, 1952.