*Записки Ленинградского орденов Ленина и Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова, т. XLIV, вып. 1, 1961 г.*

# О ПРИМЕНЕНИИ МОДЕЛЕЙ ПРИ ИССЛЕДОВАНИЯХ В ОБЛАСТИ РАЗРАБОТКИ РУДНЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ [1]

*П. И. Городецкий*

Практика разработки месторождений полезных ископаемых, в том числе и рудных, сложные горногеологические условия, применение новых систем разработки, увеличение глубины от земной поверхности, а также требования повышения интенсивности, безопасности и рентабельности — все чаще выдвигают вопросы, решение которых требует понимания физической сущности процессов и выявления соответствующих закономерностей.

В области систем разработки, горного давления и деформаций горного массива методы исследований могут быть как теоретическими, так и экспериментальными. Выбор метода исследований зависит от поставленной задачи. Во многих случаях приходится комбинировать методы.

Теоретические методы исследований с инженерной точки зрения часто себя не оправдывают вследствие сложности решения или необходимости условных допущений для получения числового решения. Поэтому в настоящее время при исследованиях в области механики горного массива более распространены экспериментальные методы. Из них наиболее желательны, конечно, исследования и наблюдения в натурных условиях, а также производственные опыты. Однако такие исследования не всегда можно осуществить или они сопряжены со значительными затратами времени и средств. Поэтому во многих случаях целесообразно сочетать их с лабораторными экспериментами, а часто даже полезно предпослать последние постановке опытов в натуре.

Среди лабораторных методов значительное распространение получили исследования на моделях. Моделирование, как известно, применяется в разных областях науки и техники, в том числе в гидромеханике, аэродинамике, машиностроении, строительной механике, электротехнике и др., и приносит большую пользу.

В горном деле для изучения вопросов давления и обрушения горных пород методы моделирования более широко применялись для решения задач разработки пластовых месторождений, но сейчас во все возрастающем масштабе они используются и при разработке руд.

---

[1] Работа смонтирована Н. З. Галаевым и Д. П. Сенук по материалам П. И. Городецкого. — *Ред.*

Моделирование при исследовании какого-либо явления, как известно, заключается в изучении его на модели в доступном масштабе и удобных для наблюдения и измерения условиях. Следовательно, моделирование целесообразно, когда изучение в натурных условиях сложно или объект малодоступен наблюдению, а модель, соответствующим образом построенная, может дать, пусть приближенное, но удовлетворительное представление о формах протекания процессов и величинах или отношениях величин, характеризующих данное явление и определяющих его ход.

При лабораторных исследованиях в области механики горного массива в настоящее время распространены преимущественно методы эквивалентных материалов, центробежного моделирования, оптический метод моделирования напряженного состояния и отчасти исследование на моделях с использованием натурных материалов (например, процессов выпуска руды, закладки выработанного пространства)

В настоящей статье, учитывая допустимый объем, рассмотрены только вопросы наиболее распространенного в Советском Союзе метода эквивалентных материалов. Этот метод был предложен в 1936 г. Г Н. Кузнецовым [6] и заключается, как известно, в подборе для модели искусственных материалов с такими свойствами по сравнению с натурой, чтобы под действием собственного веса модели при выбранном ее линейном масштабе можно было получить величины сил, напряжений и деформаций, соответствующие условиям подобия. В зависимости от задачи для модели подбираются объемные веса, прочностные свойства, модули пропорциональности напряжений и деформаций, пластические свойства, величина сцепления или коэффициенты трения.

Метод эквивалентных материалов, естественно, не может претендовать на осуществление полного подобия, что, впрочем, хотя и в разной мере, свойственно и другим методам моделирования. Достоинствами, определившими популярность этого метода, являются его простота, наглядность и удобство для проведения различных измерений. Кроме того, благодаря значительному опыту методика и техника изготовления и испытания моделей из эквивалентных материалов довольно хорошо разработаны [2, 3, 5, 6]. Однако при применении этого метода моделирования для решения некоторых задач в области разработки рудных месторождений возник ряд вопросов по методике опытов и условий подобия моделей натуре.

Известно, что в любой области науки и техники основным при применении моделей для изучения физических явлений или процессов должно быть соблюдение условий подобия, включающих подобие размеров модели и натуры и подобие протекания изучаемого явления.

Теория подобия и размерностей, в настоящее время хорошо разработанная и широко используемая в разных областях [4, 9], включает три основные теоремы.

Согласно первой теореме, основы которой (для частного случая) были даны еще И. Ньютоном, подобные явления должны подчиняться общим закономерностям, и, если они выражаются уравнениями, последние должны быть буквенно одинаковыми. При этом для всей группы подобных явлений должен существовать общий критерий подобия в виде постоянной безразмерной величины, составленной из величин, входящих в уравнение и в совокупности определяющих данное явление. В другой формулировке эта теорема может быть выражена условием: определенные комбинации из констант подобия, представляющие собой для соот-

ветствующих величин масштабы перехода от модели к натуре (или наоборот), должны быть равными единице.

Вторая теорема подобия утверждает, что физическую связь между размерными величинами всегда можно представить в виде зависимости между безразмерными комплексами, составленными из величин, определяющих явление и представляющих собой критерии подобия. Отсюда делается вывод, что всякое физическое уравнение можно превратить в так называемое критериальное, составленное из безразмерных критериев подобия и, следовательно, численно одинаковое для всех подобных явлений. Поскольку функции, выражающие физические закономерности, представляют собой степенные комплексы размерных величин, они являются однородными, следовательно, их вид не меняется при умножении неизвестных на какое-либо число (например, при изменении масштаба).

Отсюда вытекает следствие: для физических явлений при уравнениях как в недифференциальной, так и в дифференциальной форме критерии подобия остаются теми же. Это дает право для выявления условий подобия пользоваться дифференциальными уравнениями без сложной, иногда и невыполнимой задачи интегрирования, что имеет очень большое значение.

В области техники (и в горном деле, в частности) из-за сложности явления, малой его изученности или недоступности для всестороннего изучения нередко мы не располагаем математическими уравнениями. Однако выводы теории размерности и подобия можно применить и здесь. Для этого необходимо: 1 составить схему — модель явления, основываясь на фактах, полученных наблюдением; 2) выявить важнейшие и наиболее характерные связи; 3) выявить систему определяющих параметров и на их базе путем анализа размерности установить основные критерии подобия. Последний путь, конечно, менее совершенен по сравнению с анализом уравнений связи.

Третья теорема подобия, сформулированная М. В. Кирпичевым, устанавливает необходимые и достаточные условия существования подобия. Таким образом, если первые две теоремы определяют признаки подобия при условии, что факт подобия двух явлений считается известным, то цель третьей теоремы — установление условия существования этого факта. Согласно этой теореме, явления подобны, когда они происходят в геометрически подобных системах, подчиняются одним и тем же уравнениям, т. е. имеют одинаковые критерии подобия, и когда подобны *условия однозначности,* т. е. условия, выделяющие в своей совокупности данное единичное явление из какой-либо, может быть очень большой, группы явлений. Условия однозначности могут выражать начальное состояние системы, заданные граничные условия (например, в геометрическом смысле или в виде пределов изменения физического состояния), физические свойства среды, условия приложения сил и т. д.

Трудность соблюдения всех условий подобия, вытекающих из третьей теоремы, приводит к тому, что любая модель (а равно и расчетная схема) при самом большом стремлении выдержать условия подобия всегда будет отличаться от условий натуры. Более того, если даже взять два реальных случая из числа повторяющихся в данном месте и в данной среде, т. е. признаваемых подобными (например, давление на крепь, работа междукамерных целиков, последовательные посадки непосредственной кровли, испытание нескольких образцов породы, взятие проб и т. д.), то и здесь при ближайшем рассмотрении выявятся отклонения от подобия. Поэтому, как справедливо отмечает автор третьей теоремы М. В. Кирпичев, в большинстве случаев приходится идти по пути при-

ближенного подобия, за счет чего значительно расширяются возможности применения моделирования в механике и технике и облегчается его осуществление [4].

Интересующая нас область относится к механике, поэтому необходимо учитывать подобие геометрических размеров, действующих сил и деформаций или динамическое подобие. Критерием геометрического подобия является линейный масштаб модели. Условием же динамического подобия в области механики является общеизвестный критерий подобия, вытекающий из второго закона Ньютона,

$$\frac{Pl}{mv^2} = \frac{P}{\rho l^2 v^2} = Ne = \text{inv},$$

где $P$ — сила;
$l$ — протяженность;
$m$ — масса;
$v$ — скорость;
$\rho$ — плотность.

Основанная на этом разработка критериев подобия при моделировании эквивалентными материалами принадлежит Г Н. Кузнецову, первая работа которого с изложением условий подобия была опубликована в 1948 г. [6]. Эти условия были развиты им же и уточнены в 1959 г. [5]. В этой книге вопросы подобия и методики моделирования с применением эквивалентных материалов изложены наиболее обстоятельно.

Несколько иным путем, исходя из системы общих дифференциальных уравнений состояния сплошной среды, вывод критериев подобия был повторен К. В. Руппенейтом, М. Б. Брокмиллером и А. М. Ильштейном [3], а затем с некоторыми изменениями приведен А. М. Ильштейном [2]. Как и следовало ожидать, исследователи [2, 3] получили те же выражения критерия подобия, что и Г Н. Кузнецов.

## Свойства горных пород, влияющих на выбор условий подобия модели

Как показывают испытания образцов, горные породы по своим свойствам неоднородны. Вместе с тем горный массив может быть сравнительно однородным. Чаще он представлен сложным комплексом различных пород, расположенных в разных сочетаниях при различном числе компонентов.

Горная порода в массиве отличается от образца наличием слоистости, сланцеватости, напластования, трещиноватости. Кроме того, массив пород бывает прорезан жилами, дайками, трещинами разлома или сдвига, а на механические свойства пород, особенно таких, как тальковые или хлоритовые сланцы, аргиллиты, глины, пески, значительно влияет водосодержание. Поэтому механические свойства образца и горной породы в массиве, как правило, не эквивалентны, причем различие их может быть выражено в разной степени.

Таким образом, для оценки механических свойств породы в массиве возможны два пути: непосредственные испытания в натурных условиях и определение критериев перехода от образца к оценке свойств породы в условиях ее залегания. Исследование механических свойств горных пород путем натурных испытаний и измерений непосредственно в массиве, несомненно, наиболее желательно. В настоящее время известно несколько методов (гидравлической подушки, сейсмо-акустические, опытной подработки и др.), но они еще далеко несовершенны и мало освоены

для крепких пород. Эти методы необходимо развивать и совершенствовать, создавая новые.

Критерий перехода от свойств, определенных испытанием образца, к свойствам породы в натуре, очевидно, может быть надежным только при условии хорошей изученности этих свойств и строения породы и при ограниченном различии свойств образца и массива. Для установления таких критериев нужен или значительный опыт практических наблюдений, или натурные измерения. Однако практическими данными не всегда можно располагать; кроме того, они могут дать положительный результат, если порода в натуре, хотя и ослабленная трещинами или слоистостью, в целом не потеряла сплошности и отличие ее свойств от свойств образца носит количественный, а не качественный характер. Если это условие не соблюдается, иными словами, если между механическими свойствами породы образца и массива нет физического подобия, нельзя переходить к оценке свойств массива по данным испытаний образцов. В таких случаях естественно стремление рекомендовать приближенные методы перехода от образца к оценке свойств трещиноватой породы в натурных условиях.

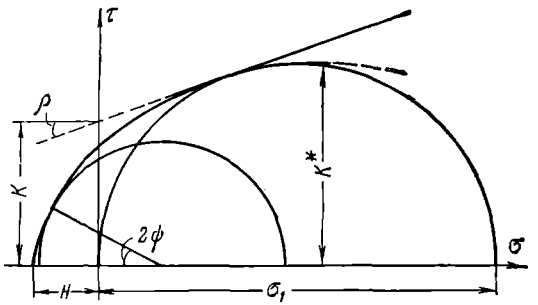



Рис. 1. Огибающая в форме циклоиды, переходящей в касательную к ней прямую (по К. В. Руппенейту):

*H* — предел прочности при двухосном растяжении; *K* — коэффициент сцепления; ρ — угол внутреннего трения; *K** — диаметр образующего круга циклоиды; 2ψ — угол скольжения

Один из них, на первый взгляд подкупающий своей простотой, был предложен К. В. Руппенейтом [8], который за исходное условие принял построенный по Мору паспорт прочности породы по данным испытания образцов. При сильно развитой неупорядоченной трещиноватости прочность на растяжение близка нулю, а потому в этом предельном положении огибающая (по К. В. Руппенейту, циклоида, переходящая в прямую) будет выходить непосредственно из начала координат и как бы перемещаться вправо (рис. 1), не изменяя своей формы. К. В. Руппенейт мотивирует это тем, что «...трещиноватость не играет никакой роли в области всесторонних сжимающих напряжений, потому величины угла трения, например, в песчанике по величине близки к углу трения в песке, следовательно, форма кривой в области сжимающих напряжений не будет существенно меняться» [8, стр. 160]. При смещении огибающей вправо изменится параметр *H* и значительно уменьшится величина сцепления, выражаемая отрезком *K*.

К. В. Руппенейт оговаривает, что такой способ учета трещиноватости весьма приближен и справедлив, когда трещиноватость не настолько велика, чтобы порода приобретала свойства идеально сыпучей среды. Согласимся с этим условием и посмотрим, что же получится, если принять этот метод перехода от свойств породы в образце к трещиноватому массиву для условий, например, рудника № 7/9 Норильского комбината, образцы пород которого испытывались в лабораториях горного давления Ленинградского горного института и Всесоюзного научно-исследовательского маркшейдерского института.

Приняв по этим испытаниям для образцов габбро-диабаза прочность на одноосное сжатие $\sigma_{сж}$ и растяжение $\sigma_р$ соответственно 1600 и

100 *кг/см*$^2$, можно построить условный паспорт прочности (условный потому, что нет испытаний на срез), изображенный на рис. 2. Если, следуя предложению К. В. Руппенейта, смещать огибающую вправо, не изменяя ее формы (это равносильно смещению оси ординат влево), то, например, в положении, показанном пунктиром, огибающая будет характеризовать породу с ничтожной прочностью на растяжение, что в этих условиях можно считать отвечающим действительности. В новом положении огибающая определит иную величину сцепления $K'$, несколько меньшую прежней величины $K$. Коэффициент внутреннего трения, естественно, останется тем же.

Поскольку огибающая сдвигается вправо немного, она в новом положении будет определять, хотя и меньшую, но довольно большую прочность материала на одноосное сжатие, что противоречит фактам, так как на руднике № 7/9 известно много случаев, когда ленточные целики высотой 16—20 *м*, шириной 12—14 *м* разрушались. Кроме того, при таком способе перехода к оценке свойств массива от свойств образцов остается неясным, как изменяются константы, характеризующие деформационные свойства среды.

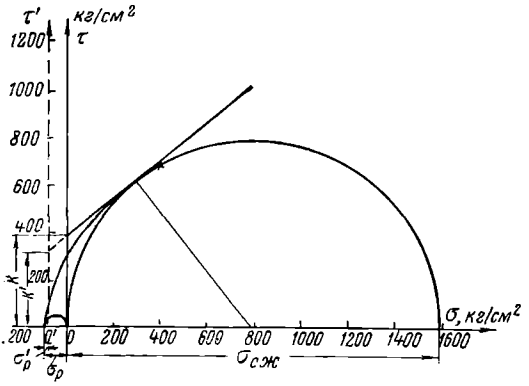



Рис. 2. Условный паспорт прочности для габбро-диабаза пикритового (в образце)

Таким образом, предложенный К. В. Руппенейтом способ «конгруэнтного» смещения огибающей на паспорте прочности, построенном для образцов, оказывается для крепких пород непригодным в качестве метода перехода к характеристике механических свойств трещиноватого массива. Это объясняется отсутствием подобия между образцом и породой в предельном состоянии.

Трещиноватая порода, в отличие от целого куска, неоднородна и представляет собой систему, состоящую из собственно породы и трещин, причем трещины могут иметь разный характер и ориентировку, могут быть открытыми или закрытыми, свободными или заполненными. В зависимости от этого работа такой системы может подчиняться закономерности того же вида, но количественно отличной от закономерности, выражающей свойства породы в куске. Может быть различие в качественном отношении. Иначе говоря, образец породы, не повторяя всех трещин, являющихся компонентом системы, не может быть вполне представительным для данной породы в массиве.

Таким образом, когда трещиноватость не влияет существенно на свойства массива, перейти от данных испытания образцов к оценке свойств массива можно, но в каждом случае надо знать, что переходный критерий взят правильно для данных конкретных условий. Для этого необходимо иметь представление о свойствах породы в массиве и о характере ее напряженного состояния, т. е. требуются или испытания в натуре, или практические наблюдения.

Если же порода в куске имеет высокую прочность, а трещиноватость вызывает значительное снижение механической прочности массива в целом, простое смещение огибающей не сможет отобразить механических

свойств породы в массиве, которые в данном случае качественно отличны от свойств образцов.

Не следует забывать также о том, что огибающая характеризует предельное состояние данного материала, т. е. условия разрушения именно этого материала. Смещение огибающей означает допущение, что новая огибающая того же вида, что и до смещения, будет характеризовать предельное состояние породы после образования в ней трещин. Никаких доказательств справедливости такой предпосылки у К. В. Руппенейта не имеется. Между тем здесь возникает переход количественных изменений, выражающихся в росте деформаций и напряжений, в новое качественное состояние, которое может и почти наверное будет характеризоваться новыми свойствами.

Следует также заметить, что рассмотрение трещиноватого массива, даже очень интенсивно разбитого трещинами, как сыпучего тела со сцеплением не всегда правильно. Например, материал с упорядоченной или плотной укладкой кусков, хотя бы бутовая кладка, не рассматривается в строительном деле как сыпучая среда со сцеплением. Не исключено, что породы, интенсивно разбитые трещинами, но сохранившие плотную укладку и взаимную ориентировку кусков, следует выделять в особую группу.

Таким образом, предлагаемый К. В. Руппенейтом способ учета трещиноватости очень условен и может быть практически применен только в частных случаях, когда трещиноватость слабо выражена, а порода в куске обладает небольшой прочностью.

Переходя к вопросу моделирования, следует указать, что в отношении неоднородности состава горных пород и проистекающей отсюда неравномерности свойств необходимо различать: 1) резко определенную неоднородность строения — когда массив состоит из комплекса разных горных пород; 2) неоднородность внутри данной породы. К первому, например, могут быть отнесены: слоистое строение толщи осадочных пород в условиях разработки пластовых и пластообразных месторождений, залегание рудного тела в контактовой зоне разного типа и разных свойств осадочных и изверженных пород и т. д. Все это, несомненно, имеет большое значение, и считаться с такой неоднородностью всегда необходимо. Неравномерность свойств данной породы в ряде случаев также важна, но в меньшей степени, причем во многом здесь может быть проведена аналогия с неравномерностью свойств материала в строительном деле (дерева, бетона, кирпичной кладки и др.). Как известно, строители исходят из усредненных физико-механических свойств (или данных о качестве), допуская, что фактически будут иметь место частные отклонения в обе стороны.

Наше отношение к неравномерности свойств и неоднородности массива горных пород зависит от постановки задачи, т. е. от того, для чего нам нужны сведения о свойствах горных пород, а также от масштаба, в котором рассматривается явление, и от размеров области, которая нас интересует.

Как известно, полная однородность и изотропность практически любого материала существует только в идеале, реальные же строительные материалы однородны или изотропны условно [1, 10]. Даже такой однородный материал, как сталь, состоит из кристаллических зерен разной ориентировки и разной прочности. Но если рассматривать явление в достаточно большой области, размеры которой во много раз больше размеров отдельных зерен, то случайность их ориентировки и свойств взаимно усредняется, частная беспорядочность расположения по закону

больших чисел превращается в равномерность. Однако если в расположении частиц материала имеется закономерность, например слоистость, сланцеватость, то такое упорядоченное расположение частиц не приведет в массе к равномерности свойств: порода и в массиве будет анизотропной. Образец, взятый из глыбы в трещиноватой породе, отразит свойства только глыбы, но свойства массива той же породы, пересеченного группой трещин, в общем будут отличаться, хотя некоторые могут и совпадать.

В груботрещиноватой породе поведение сравнительно небольших размеров целика между камерами в значительной мере зависит от случайного расположения пересекающих целик трещин, конкретного вида и положения этих трещин. Но в достаточно большом участке подобного же массива случайное влияние отдельных трещин заменится влиянием их системы, т. е., как и ранее, при достаточно больших размерах области и при отсутствии выраженной направленности в расположении трещин частная неоднородность в деталях не будет препятствовать рассмотрению среды в среднем как однородной, но, конечно, обладающей в той или иной мере другими свойствами по сравнению с породой в куске.

При исследовании вопросов, связанных с горным давлением и механикой массива горных пород, необходимо иметь в виду, что горные породы в зависимости от типа и условий, в которых они находятся, могут проявлять свойства тел упругих, упруго-пластических, пластических и сыпучих или близких к сыпучим. Кристаллические изверженные породы при испытании образцов чаще ведут себя как упругий материал и дают хрупкое разрушение, но и в таких породах наряду с упругой иногда наблюдается остаточная деформация. В массиве же поведение таких пород зависит в большой мере от нарушенности массива или трещиноватости, которая определяет склонность к деформациям ползучести (за счет сдвигов по трещинам) для пород, обладающих в образце отчетливо выраженной упругостью и большой жесткостью. При глыбовой отдельности за счет интенсивной трещиноватости поведение пород в массиве может даже приближаться к сыпучей среде со сцеплением.

Таким образом, при изучении механики массива горных пород, в частности при применении методов моделирования, необходимо: 1) иметь достаточно ясное представление о свойствах и поведении горных пород в натуре с учетом размеров области, в которой рассматривается явление; 2) располагать сведениями о физико-механических свойствах пород лучше на основании их исследований в массиве; 3) отдавать отчет в том, что получение точного подобия свойств натуры на модели недостижимо, тем более что эти свойства и в натуре подвержены колебаниям, поэтому надлежит стремиться к правильному отображению моделью главных сторон явления в рассматриваемой задаче; 4) в случаях недостаточного знания физико-механических свойств среды при моделировании можно рассчитывать получить только качественную характеристику явления.

Огромное значение в характере проявлений горного давления и поведении массива горных пород имеют система разработки и способ управления горным давлением. В одних случаях влияние горных работ ограничивается перераспределением напряжений в массиве, без значительного развития деформаций, в других породы, находящиеся в зоне, окружающей выработанное пространство, подвергаются деформациям, выходящим за пределы прочного сопротивления, в третьих — нарушается устойчивость всего массива, который в результате происходящих в нем сдвижений приобретает новое состояние.

Когда устойчивое состояние массива пород — его сплошность и связность — при разработке сохраняется, среду можно рассматривать, при не очень больших напряжениях, как упругое или (в соответствующих случаях) упруго-пластическое тело. Если же первоначальное равновесие массива нарушается, то сначала идет перераспределение напряжений в массиве без его нарушения, затем, когда напряжения превосходят предел прочности, развивается оседание или обрушение пород, в связи с чем последние приобретают новое состояние. В таких условиях представляют интерес момент перехода в новое состояние, размеры области, которые им захватываются, и свойства массива пород до предельного состояния и после него.

С учетом изложенного при моделировании возможны следующие положения: а) массив горных пород в первом состоянии является сплошной средой и к нему можно применить законы механики сплошной среды; б) массив горных пород в какой-то мере нарушен (в результате действия геологических факторов) до ведения горных работ, причем эта нарушенность определяет поведение массива при разработке; в зависимости от степени нарушения массив должен рассматриваться как связный, или как приближающийся к сыпучей среде со сцеплением (может быть лучше сказать к кусковатой среде), или как проявляющий свойства пластичной среды.

В ряде случаев *порода, интенсивно нарушенная трещинами геологического* происхождения, может вследствие сохранения плотного соприкосновения и первоначального взаимного расположения глыб вести себя в первый период подобно сплошному связному массиву до тех пор, пока не появятся зоны растягивающих напряжений. Когда же массив получил движение, расположение глыб нарушается, трещины раскрываются. вследствие разрыхления увеличивается подвижность породы и по своим свойствам она становится ближе к сыпучей среде.

Некоторую аналогию здесь можно провести с грунтами. Являясь средой по существу сыпучей со сцеплением, грунты могут при сопротивлений на сжатие вести себя и как упругое тело, подчиняясь до известного предела нагружения законам теории упругости [11].

Выше рассмотрен вопрос «общего» влияния разработки на окружающий массив, но горные работы, кроме того, оказывают частное влияние, проявляющееся в нарушении устойчивости отдельных выработок, междукамерных целиков или целиков у штреков и т. д. Такие проявления могут быть связаны с косвенным влиянием горного давления или с прямым влиянием технологических процессов, например с взрывными работами, которые стали больше влиять на устойчивость выработок и целиков после распространения отбойки руды глубокими скважинами, особенно при большом диаметре скважин. Образующаяся при этом ударная волна оказывает сотрясательное действие, а в соответствующих условиях сопровождается явлениями откола. Вредное ослабляющее действие взрывов на междукамерные или потолочные целики, способствующее их разрушению, особенно сказывается, когда оно комбинируется с действием горного давления.

Следовательно, к выбору моделей и условиям их применения следует подходить по-разному — в зависимости от форм и характера влияния горных работ. В частности, необходимо учитывать систему разработки и ее влияние на массив вмещающих пород; установить, что́ именно в данном случае подлежит исследованию — статическая задача в какой-то определенный момент (установившееся состояние) или динамика процесса, т. е. состояние и поведение массива, силовые зависимости и де-

формации в процессе развития очистных горных работ. От этого зависит выбор материала моделей, а может быть, и самого метода моделирования.

### О выборе критериев подобия

При исследовании моделей нас может интересовать напряженное состояние массива горных пород при сохранении устойчивого состояния или его поведение при обрушении, т. е. после достижения средой предельного состояния. В первом случае материал можно рассматривать упруго сопротивляющимся (в области напряжений сжатия), а во втором — подчиняющимся законам сыпучей среды со сцеплением. При этом в той же модели в одной ее части может быть первое, а в другой — второе состояние. Строго говоря, горный массив в первом состоянии следует считать не чисто упругим, а упруго-пластическим.

Геометрическое подобие обязательно при всех способах моделирования, однако осуществить на модели подобие всех размеров хотя и желательно, не всегда возможно. Поэтому в ряде случаев приходится допускать некоторые отклонения от тех размеров, которые имеют второстепенное значение и не могут оказать заметного влияния на исследуемые закономерности.

Выбор геометрического масштаба модели зависит от нескольких факторов. Во-первых, имеют значение размеры области, которая подлежит моделированию (глубина по вертикали, размеры в плане), так как приходится считаться с практически осуществимыми размерами моделей в лабораторных условиях и с имеющимися стендами. Во-вторых, приходится учитывать, что масштаб моделирования и свойства эквивалентного материала связаны между собой: при крупном масштабе материал должен быть прочнее, при мелком — слабее. Соответственно изучаемому на модели надо взять за основу или подбор свойств материала, подчинив ему выбор масштаба, или наоборот. Если для модели выбран линейный масштаб, то все определяющие размеры (мощность рудного тела, глубина от поверхности) должны быть взяты в этом масштабе и все основные измеряемые на модели линейные величины (например, размеры камер и целиков, опускание кровли или висячего бока, сдвижение поверхности, шаг обрушения и т. д.) должны в том же линейном масштабе соответствовать их величинам в натуре.

К геометрическому подобию имеют также отношение выбор общих размеров модели и применение объемных или плоских моделей. В натуре массив пород практически неограниченно распространяется во всех горизонтальных направлениях, а на модели пространство определяется размерами стенда или каркаса. Следовательно, на модели появляются граничные условия, которых нет в натуре. Чтобы устранить или ослабить их влияние, надо иметь известный запас в размерах модели. Если исследуются напряжения в массиве при его работе в пределах прочного сопротивления, то запас в размерах модели по ее длине должен соответствовать величине распространения зоны опорного давления. Иначе говоря, необходимо, чтобы расстояние (с обоих концов) от границы участка модели, в пределах которого ведется подработка, до внешнего контура стенда было не меньше, чем практически ощутимая зона влияния выработанного пространства, или (что то же) зона повышенного напряженного состояния материала.

Предложение А. М. Ильштейна [2] брать запас длины модели равным ее высоте может быть правильным для частных случаев. Принцип Сен-Венана, на который ссылается А. М. Ильштейн, конечно, в данном слу-

чае применим, но он не определяет именно такую количественную связь с высотой модели. В разных условиях расстояние от торцов, на котором устраняется влияние граничных условий, по-видимому, будет разным. Поэтому это расстояние правильнее всего устанавливать опытным путем, для чего датчики, измеряющие опорное давление, должны быть размещены по всей длине модели, включая участки, составляющие запас длины. После выявления зоны влияния подработки определятся необходимые (с учетом запаса) размеры моделей, при которых ограниченность длины не будет оказывать заметного влияния на результаты.

Когда моделируется массив горных пород в стадии обрушения или сдвижения, запас длины модели должен быть достаточным для того, чтобы в этих пределах разместилась зона сдвижения. В таком случае запас длины (с каждой стороны) можно определять по условию

$$L_к \geqslant H \operatorname{ctg} \gamma,$$

где $L_к$ — запас длины модели (с каждой стороны);

$H$ — высота модели (вертикальная мощность „пород");

$\gamma$ — угол сдвижения.

В отношении объемной или плоской задачи прежде всего следует сказать, что в натуре задача всегда является объемной, но при этом возможны два случая. В первом — граничные условия, вследствие длинной выработки или камеры, большого фронта очистного забоя, не оказывают влияния на среднюю часть их длины. Следовательно, в этой средней части при достаточно большом удалении от границ создается напряженное состояние, близкое к плоскодеформированному, характеризующееся одинаковой картиной напряжений и деформаций в смежных вертикальных параллельных разрезах. Во втором случае из-за ограниченной длины выработок (камер) или недостаточно большой длины очистного забоя торцы оказывают влияние на всю длину, т. е. задача, безусловно, объемная.

Вопросу о том, при каких размерах камеры или лавы в средней части ее длины напряженное состояние можно считать не зависящим от граничных условий в торцах, уделяли внимание многие авторы, в том числе В. Д. Слесарев, Г. Н. Кузнецов, К. В. Руппенейт [7, 11, 12] и др. По-видимому, достаточно ограничиться следующей аналогией. Из практики расчета плит в строительном деле известно, что уже при отношении длины к пролету плиты более трехкратного условия в торцах плиты почти не оказывают влияния на напряженное состояние в ее центральной части.

В плоской модели, если ее толщина небольшая, напряженное состояние можно считать плосконапряженным, так как имеются две свободные боковые поверхности, на которых нормальные напряжения следует полагать отсутствующими. Если модель имеет сравнительно большую толщину (например, если на модели длина камер оказывается достаточно большой по сравнению с шириной), то в средней части по толщине модели (длине камеры) состояние может оказаться близким к плоскодеформированному.

Когда в натуре осуществляется плоскодеформированное состояние, от плосконапряженного состояния модели оно будет отличаться наличием нормального напряжения в перпендикулярном направлении к плоскости сечения. Как известно из теории упругости, распределение напряжений для плосконапряженного состояния и состояния плоской деформации одинаково, величина же упругих деформаций различна. Поэтому,

если изучается только картина напряжений (например, при оптическом методе моделирования напряжений) или не абсолютные величины напряжений, а соотношение между ними в разных участках модели (относительные величины), то поправок на плоское моделирование можно не вводить. К тому же поправки теряют смысл при отсутствии достаточно надежных количественных данных, характеризующих свойства пород в массиве.

Когда состояние массива в натуре нельзя считать плоскодеформированным, т. е. при типично объемной задаче и плоском моделировании, неточность подобия увеличивается. Поэтому в таких случаях лучше пользоваться объемными моделями или, имея в виду сложность их исследования, предварительно проводить контрольные опыты параллельно на объемной и плоской моделях. На основании их сравнения можно определить порядок неточности, установить необходимые в данном случае поправки при замене объемной задачи плоской и уточнить конструктивные размеры моделей и требования к эквивалентному материалу. Такой контроль полезен и в предыдущем случае, но менее необходим.

Для приблизительной оценки условий перехода от объемной задачи к плоской и внесения в соответствии с этим поправок на модели в геометрические размеры (камер, целиков и т. п.) можно также пользоваться данными, которые вытекают из расчета плит в отношении зависимости величины стрелы прогиба или момента изгиба плиты от отношения длины плиты к ее пролету.

Можно также использовать метод В. Д. Слесарева [12, 13] для вычисления эквивалентных пролетов выработок. Этот приближенный подход может применяться, когда не преследуется цель получения (или нельзя претендовать на получение) точных количественных закономерностей.

Из рассмотрения критериев механического подобия вытекают следующие условия.

1. При моделировании до нарушения сплошности массива надлежит стремиться к подобию в основном сопротивления на сжатие и деформационных кривых для материала модели и породы в натуре. Этим отчасти будет отражен также модуль упругости или пропорциональности и учтены (хотя бы приближенно) неупругие деформации.

2. При моделировании обрушения следует стремиться к подобию сцепления и коэффициента трения, определяемых паспортом прочности.

Для использования указанных критериев необходимо располагать соответствующими данными о свойствах породы в массиве. Если таких данных нет, надо избирать другой путь определения условий подобия модели и натуры, основанный на аналогии протекания явления. Аналогия протекания явления на модели той общей картине, которая наблюдается в действительности, особенно если при этом соблюдается подобие геометрических величин, характеризующих определенные важные для этого явления моменты, в неявной форме может отражать подобие и основных для рассматриваемого случая механических характеристик.

В связи с этим полезно выполнить относящееся ко всем задачам моделирования в технике указание М. В. Кирпичева [4], что при моделировании существенно не упускать из поля зрения физическую сторону явлений и учитывать при обработке их методами теории подобия реальную картину явления со всеми ее особенностями. Важность аналогии общей картины явления отмечается в ряде работ по моделированию в области горного давления и обрушения [3, 2, 6, 11]. Это подтверждает значение аналогии общей картины развития и формы протекания исследуе-

мого процесса наряду с несомненной желательностью учета механических критериев подобия. Большое значение имеет также вопрос о надежности или возможной неточности тех выводов, которые могут быть сделаны в результате моделирования. Так, автор метода моделирования с применением эквивалентных материалов Г Н. Кузнецов, предусматривая невозможность полного осуществления эквивалентности, еще в первой своей работе по этому методу рекомендовал пользоваться «методом крайних пределов» [6]. Сущность данного метода заключается в проведении параллельных опытов на моделях при завышенной и заниженной прочностях эквивалентного материала по сравнению с расчетными. Сравнение результатов дает возможность оценить влияние отступлений от условий подобия в части качественных свойств эквивалентного материала. Испытание моделей с разным эквивалентным материалом имеет значение также для выбора условий, при которых наблюдается близкая аналогия между картиной протекания процессов на модели и в натурных условиях.

В правильности соблюдения условий аналогии существенное значение имеет также проведение опытов на моделях разного масштаба. Если при двух разных масштабах, а следовательно, при разных по физическим свойствам материалах получаются в переводе на натуру близкие результаты, правильность принятых условий моделирования подтверждается. Расхождение же результатов поможет оценить пределы неточности и ввести поправки в последующие опыты. Опыты в разном масштабе полезно сочетать и с разной толщиной плоских моделей.

Вообще выбор масштаба моделирования имеет большое значение, и в этом вопросе следует руководствоваться условиями задачи и размерами той области, которая при моделировании должна быть учтена.

Если нельзя ручаться за достоверность количественных данных, бывает полезно определять на моделях не абсолютные значения изучаемых величин, а отношения между ними, т. е., например, не абсолютные величины опорного давления, а его интенсивность по сравнению с нормальным давлением.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Беляев Н. М. Сопротивление материалов. Гостехтеоретиздат, 1959.
2. Ильштейн А. М. Закономерности проявлений горного давления в лавах пологопадающих пластов каменноугольных месторождений. Углетехиздат, 1958.
3. Ильштейн А. М., Брокмиллер М. Б., Руппенейт К. В. Исследование проявлений горного давления методом моделирования эквивалентными материалами. Сб. научных трудов ВУГИ, 1953, № 10.
4. Кирпичев М. В. Теория подобия. Изд-во АН СССР, 1953.
5. Кузнецов Г Н., Будько М. Н., Филиппова А. А. и др. Изучение проявлений горного давления на моделях. Углетехиздат, 1959.
6. Кузнецов Г. Н. Экспериментальные методы исследования вопросов горного давления. Труды совещания по горному давлению. Углетехиздат, 1948.
7. Руппенейт К. В. Некоторые вопросы механики горных пород. Углетехиз- 1954.
8. Руппенейт К. В. Механические свойства горных пород. Углетехиздат, 1956.
9. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. Гостехтеориздат, 1957.
10. Тимошенко С. П. Теория упругости. ГТТИ, 1934.
11. Усовершенствование метода моделирования (отчет по теме № 6). Рукопись. Фонды ВНИМИ, 1955.
12. Слесарев В. Д. Механика горных пород. Углетехиздат, 1948.
13. Слесарев В. Д. Определение оптимальных размеров целиков различного назначения. Углетехиздат, 1943.