Записки Ленинградского орденов Ленина и Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова, т. XLIV, вып. 3, 1964 г.

УДК 534.012 и 622.673

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСИЛИЙ В ШАХТНОМ ПОДЪЕМНОМ КАНАТЕ ДЛЯ ТОЧКИ ЕГО НАБЕГАНИЯ НА БАРАБАН И ТОЧКИ ПОДВЕСА ГРУЗА

И. П. Неронов

Усилия в точке набегания каната на барабан. Для рассмотрения схемы подъема груза (см. рисунок) вводим обозначения:

m — масса груза A;

ϱ — масса единицы длины каната;

l_0 — нормальная длина вертикальной части BC каната в начальный момент времени;

v — постоянная скорость точек на поверхности барабана в период его равномерного вращения;

c — скорость распространения прерывности по канату, $c = \sqrt{\frac{k}{\varrho}}$;

k — коэффициент жесткости каната;

T — искомое натяжение каната.

Остановимся на случае равномерного вращения барабана и сделаем простейшее предположение о том, что рассматриваемому периоду этого вращения предшествовал период равноускоренного вращения с постоянным ускорением g_1 всех точек каната, равным тангенциальному ускорению точек на поверхности барабана.

Как и ранее [1], рассмотрим ряд интервалов ($c > v$, $r = \frac{c-v}{c+v} < 1$) с сохранением всех предыдущих обозначений и используем прием Сен-Венана, основанный на идее «продолжающего уравнения»

$$(-l_0,\ l_0);\ (l_0,\ l_0+2l_0r);\ (l_0+2l_0r,\ l_0+2l_0r+2l_0r^2),\ \ldots\left\{l_0\left[\frac{2(1-r^i)}{1-r}-1\right],\ l_0\left[\frac{2(1-r^{i+1})}{1-r}-1\right]\right\}\ldots \qquad (1)$$

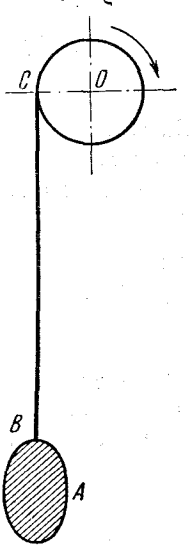


Схема подъема груза.

Искомая функция T_i представляется в i-ом интервале изменения переменного ω, $\omega = t(c+v) - l_0$ формулой

$$T_i = k\left\{2\left[\Phi_i''(\omega) - \lambda\Phi_i'(\omega)\right] + \frac{gr\omega}{c(c-v)} + K\right\}, \qquad (2)$$

выражающей закон Гука для каната.

Здесь

$$\Phi_i''(z) = K_i + \sum_{j=0}^{j=i-1} K_i^{(j)} \exp\left\{\frac{\lambda}{r^j}\left[2l_0\frac{1-r^{j+1}}{1-r} - l_0(1+r^j) - z\right]\right\} \qquad (3)$$

$$(i \geqslant 0) \qquad \left(\lambda = \frac{\varrho}{m}\right)$$

$$K_i = \frac{m}{2k}\left[g + g_1(-r^{-1})^i\right]. \qquad (4)$$

Коэффициенты с верхним нулевым индексом определяются из условия непрерывности функции $\Phi_i''(z)$ при помощи рекуррентного соотношения $(2 \leqslant j \leqslant i)$

$$\left(K_j^{(0)} - K_{j-1}^{(0)}\right)\exp\left[-\lambda\left(2l_0\frac{1-r^j}{1-r} - l_0\right)\right] =$$

$$= (-1)^{j-1}\frac{mg_1(1+r)}{2kr^j}\cdot\frac{(1+r)(1+r^2)\ \ldots\ (1+r^{j-1})}{(1-r)(1-r^2)\ \ldots\ (1-r^{j-1})}. \qquad (5)$$

Остальные коэффициенты вычисляются с помощью равенства

$$K_i^{(j)} = \frac{(1+r^{j-1})(1+r^{j-2})\ \ldots\ (1+r)\,2}{(1-r^j)(1-r^{j-1})\ \ldots\ (1-r^2)(1-r)}K_{i-j}^{(0)}. \qquad (6)$$

$$(1 \leqslant j \leqslant i-1)$$

Выпишем выражения для функций

$$\Phi_0''(z) = K_0 = \frac{m(g+g_1)}{2k}, \quad \Phi_1''(z) = K_1 + K_1^{(0)}\exp(-\lambda z), \qquad (7)$$

где

$$K_1 = \frac{m}{2k}\left(g - \frac{g_1}{r}\right); \quad K_1^{(0)} = \frac{mg_1(1+r)}{2kr}\exp(\lambda l_0). \qquad (8)$$

Для вычисления производной $\Phi_i'(\omega)$, входящей в формулу (2) для T_i, интегрируем равенство (3)

$$\Phi_i'(z) = K_i z - \sum_{j=0}^{i-1}\frac{r^j}{\lambda}K_i^{(j)}\exp\left\{\frac{\lambda}{r^j}\left[2l_0\frac{1-r^{j-1}}{1-r} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - l_0(1+r^j) - z\right]\right\} + C_i. \qquad (9)$$

Произвольная постоянная интегрирования C_i находится из условия непрерывности функций $\Phi_i'(z)$.

При этом $C_0 = \Phi_{(0)}'$. Легко показывается, что

$$\Phi_0'(z) = \Phi'(0) + K_0 z. \qquad (10)$$

Остается привести значение постоянной величины K, фигурирующей в равенстве (2) для T_i и сохраняющей одно и то же значение для всех интервалов изменения переменного t

$$K = \frac{\varrho g l_0}{k\left(1+\frac{v}{c}\right)} + 2\lambda\Phi'(0). \qquad (11)$$

Исчезающую в окончательном результате постоянную $\Phi'(0)$ можно было бы в самом начале положить равной нулю. Коэффициент k, вошедший в формулу (2), выражается формулой

$$k = E_k F_k, \quad F_k = \frac{F}{\cos\varphi\cos\psi}, \qquad (12)$$

где E_k — модуль упругости для каната;

F — общая площадь поперечных сечений всех его проволок.

Для канатов двойной свивки по приближенной формуле А. Н. Динника [2]

$$E_k = E\cos^4\varphi\cos^4\psi \tag{13}$$

с сохранением всех ранее введенных обозначений [1].

Вычислим функции T_i для различных интервалов изменения времени t, а следовательно и переменной ω. Как и раньше, обозначим через T_i' и T_i'' соответственно начальное и конечное значения функции T_i для i-го интервала. Из условия непрерывности

$$T_i' = T_{i-1}'', \quad T_i'' = T_{i+1}'. \tag{14}$$

Нулевой интервал ($i=0$). При изменении $\omega = t(c+v) - l_0$ в пределах нулевого интервала

$$-l_0 \leqslant \omega \leqslant l_0, \tag{15}$$

а следовательно, при изменении времени t в пределах

$$0 \leqslant t \leqslant \frac{2l_0}{c+v} \tag{16}$$

натяжение T_0 каната в точке его набегания на барабан

$$T_0 = m(g+g_1)(1-\lambda\omega) + \frac{\varrho g(\omega+l_0)}{1+\frac{v}{c}}. \tag{17}$$

Первый интервал ($i=1$). Границы первого интервала

$$l_0 \leqslant \omega \leqslant l_0 + 2l_0 r, \tag{18}$$

натяжение

$$T_1 = m\left(g - \frac{g_1}{r}\right)(1-\lambda\omega) + 2mg_1\frac{1+r}{r}e^{\lambda(l_0-\omega)} - \\ - mg_1(1+\lambda l_0)(1+r)\frac{1}{r} + \frac{\varrho g(\omega+l_0)}{1+\frac{v}{c}}. \tag{19}$$

Второй интервал ($i=2$).

$$l_0 + 2l_0 r \leqslant \omega \leqslant l_0 + 2l_0 r + 2l_0 r^2, \tag{20}$$

После применения ряда Маклорена

$$T_2 = m\left(g + \frac{g_1}{r^2}\right)(1-\lambda\omega) + 2mg_1\frac{1+r}{r}e^{\lambda(l_0-\omega)} + \\ + mg_1\frac{(1+r)^2}{r^2}e^{\lambda(3l_0-\omega)}\left[-2(1-3\lambda l_0+\lambda\omega) + \lambda^2(-3l_0^2 - 2l_0\omega + \omega^2)\varepsilon\right] + \\ + mg_1(1+\lambda l_0)(1+r)\frac{1+r}{r^2} + \frac{\varrho g(\omega+l_0)}{1+\frac{v}{c}}. \tag{21}$$

Третий интервал ($i=3$).

$$l_0 + 2l_0 r + 2l_0 r^2 \leqslant \omega \leqslant l_0 + 2l_0 r + 2l_0 r^2 + 2l_0 r^3. \tag{22}$$

Для конца третьего интервала

$$\omega_3 = l_0 + 2l_0 r + 2l_0 r^2 + 2l_0 r^3, \tag{23}$$

$$T_3'' = m\left(g - \frac{g_1}{r^3}\right)(1-\lambda\omega_3) + 2mg_1\frac{1+r}{r}e^{-\varkappa r(1+r+r^2)} + \\ + 2mg_1\frac{1+r}{r^3}\left\{e^{-\varkappa}\left[3 + 2\varkappa + 2\varkappa^2 + \varepsilon(-3 - 6\varkappa^2 + 4\varkappa^3)\right] + \right. \\ \left. + e^{-2\varkappa}\left[-(2+4\varkappa) + \varepsilon(3 + 6\varkappa - 16\varkappa^2)\right]\right\} - mg_1(1+\lambda l_0)(1+r) \times \\ \times \frac{1+r+r^2}{r^3} + \frac{\varrho g(\omega_3+l_0)}{1+\frac{v}{c}}, \tag{24}$$

где $\varkappa = 2\lambda l_0$.

Четвертый интервал ($i = 4$).

$$l_0 + 2l_0 r + 2l_0 r^2 + 2l_0 r^3 \leqslant \omega \leqslant l_0 + 2l_0 r + 2l_0 r^2 + 2l_0 r^3 + 2l_0 r^4. \qquad (25)$$

Для конца четвертого интервала

$$\omega_4 = l_0 + 2l_0 r + 2l_0 r^2 + 2l_0 r^3 + 2l_0 r^4, \qquad (26)$$

$$T_4'' = m\left(g + \frac{g_1}{r^4}\right)(1 - \lambda\omega_4) + 2mg_1 \frac{1+r}{r} e^{-\varkappa r(1+r+r^2+r^3)} -$$

$$- 2mg_1 \frac{1+r}{r^4(1+r+r^2)} e^{-\varkappa} [4(3 + 3\varkappa + \varkappa^3) + \varepsilon(-30 - 30\varkappa +$$

$$+ 30\varkappa^2 - 40\varkappa^3 + 10\varkappa^4)] + 2mg_1 \frac{1+r}{r^3} e^{-2\varkappa} \times$$

$$\times [3 + 4\varkappa + 8\varkappa^2 + \varepsilon(-3 + \varkappa - 28\varkappa^2 + 40\varkappa^3)] - 2mg_1 \times$$

$$\times \frac{1+r}{r^2} e^{-3\varkappa} [2 + 6\varkappa + \varepsilon(-1 - 3\varkappa + 45\varkappa^2)] + mg_1(1 + \lambda l_0)(1 + r) \times$$

$$\times \frac{1+r+r^2+r^3}{r^4} + \frac{\varrho g(\omega_4 + l_0)}{1 + \frac{v}{c}}. \qquad (27)$$

Пятый интервал ($i = 5$).

$$l_0\left[\frac{2(1-r^5)}{1-r} - 1\right] \leqslant \omega \leqslant l_0\left[\frac{2(1-r^6)}{1-r} - 1\right]. \qquad (28)$$

Для конца интервала

$$\omega_5 = l_0\left[\frac{2(1-r^6)}{1-r} - 1\right], \qquad (29)$$

$$T_5'' = m\left(g - \frac{g_1}{r^5}\right)(1 - \lambda\omega_5) + 2mg_1 \frac{1+r}{r} e^{-\varkappa r(1+r+r^2+r^3+r^4)} +$$

$$+ 2mg_1 \frac{(1+r)(1+r^2)}{r^5(1+r+r^2)(1+r+r^2+r^3)} e^{-\varkappa} \times$$

$$\times [30 + 24\varkappa + 24\varkappa^2 - 8\varkappa^3 + 4\varkappa^4 + \varepsilon(-105 - 66\varkappa - 156\varkappa^2 +$$

$$+ 172\varkappa^3 - 86\varkappa^4 + 12\varkappa^5)] + 2mg_1 \frac{1+r}{r^4(1+r+r^2)} e^{-2\varkappa} \times$$

$$\times [-12 - 24\varkappa - 32\varkappa^3 + \varepsilon(30 + 60\varkappa - 144\varkappa^2 + 368\varkappa^3 - 192\varkappa^4)] + 2mg_1 \times$$

$$\times \frac{1+r}{r^3} e^{-3\varkappa} [3 + 6\varkappa + 18\varkappa^2 + \varepsilon(-3 + 3\varkappa - 72\varkappa^2 + 162\varkappa^3)] + 2mg_1 \times$$

$$\times \frac{1+r}{r^2} e^{-4\varkappa} [-2 - 8\varkappa + \varepsilon(1 + 4\varkappa - 96\varkappa^2)] - mg_1(1 + \lambda l_0)(1 + r) \times$$

$$\times \frac{1+r+r^2+r^3+r^4}{r^5} + \frac{\varrho g(\omega_5 + l_0)}{1 + \frac{v}{c}}. \qquad (30)$$

Шестой интервал ($i = 6$)

$$l_0\left[\frac{2(1-r^6)}{1-r} - 1\right] \leqslant \omega \leqslant l_0\left[\frac{2(1-r^7)}{1-r} - 1\right]. \qquad (31)$$

Для конца шестого интервала

$$\omega_6 = l_0\left[\frac{2(1-r^7)}{1-r} - 1\right]. \qquad (32)$$

$$T_6'' = m\left(g + \frac{g_1}{r^6}\right)(1 - \lambda\omega_6) + 2mg_1 \frac{1+r}{r} e^{-\varkappa r(1+r+r^2+r^3+r^4+r^5)} +$$

$$+ 2mg_1 \frac{(1+r)(1+r^2)}{r^6(1+r+r^2)(1+r+r^2+r^3)(1+r+r^2+r^3+r^4)} e^{-\varkappa} \times$$

$$\times [-180 - 180\varkappa - 120\varkappa^3 + 40\varkappa^4 - 8\varkappa^5 +$$
$$+ \varepsilon (1080 + 1080\varkappa - 630\varkappa^2 + 1980\varkappa^3 - 1220\varkappa^4 + 328\varkappa^5 - 28\varkappa^6)] +$$
$$+ 2mg_1 \frac{(1+r)(1+r^2)}{r^5 (1+r+r^2)(1+r+r^2+r^3)} e^{-2\varkappa} [30 + 48\varkappa + 96\varkappa^2 - 64\varkappa^3 +$$
$$+ 64\varkappa^4 + \varepsilon (-105 - 126\varkappa - 672\varkappa^2 + 1568\varkappa^3 - 1568\varkappa^4 + 448\varkappa^5)] +$$
$$+ 2mg_1 \frac{1+r}{r^4 (1+r+r^2)} e^{-3\varkappa} [-12 - 36\varkappa - 108\varkappa^3 + \varepsilon (30 + 90\varkappa - 378\varkappa^2 +$$
$$+ 1404\varkappa^3 - 1134\varkappa^4)] + 2mg_1 \frac{1+r}{r^3} e^{-4\varkappa} [3 + 8\varkappa + 32\varkappa^2 +$$
$$+ \varepsilon (-3 + 6\varkappa - 144\varkappa^2 + 448\varkappa^3)] + 2mg_1 \frac{1+r}{r_2} e^{-5\varkappa} \times$$
$$\times [-2 - 10\varkappa + \varepsilon (1 + 5\varkappa - 175\varkappa^2)] + mg_1 (1 + \lambda l_0)(1 + r) \times$$
$$\times \frac{1 + r + r^2 + r^3 + r^4 + r^5}{r^6} + \frac{\varrho g (\omega_6 + l_0)}{1 + \frac{v}{c}}. \qquad (33)$$

Седьмой интервал ($i = 7$)

$$l_0 \left[\frac{2(1-r^7)}{1-r} - 1 \right] \leqslant \omega \leqslant l_0 \left[\frac{2(1-r^8)}{1-r} - 1 \right]. \qquad (34)$$

Для конца интервала

$$\omega_7 = l_0 \left[\frac{2(1-r^8)}{1-r} - 1 \right], \qquad (35)$$

$$T_7'' = m \left(g - \frac{g_1}{r^7} \right) (1 - \lambda_0 \omega_7) + 2mg_1 \frac{1+r}{r} e^{-\varkappa r (1+r+r^2+r^3+r^4+r^5+r^6)} +$$
$$+ mg_1 \frac{(1+r)(1+r^2)}{r^7 (1+r+r^2)^2 (1+r+r^2+r^3)(1+r+r^2+r^3+r^4)} \times$$
$$\times \frac{(1+r^3)}{1+r+r^2+r^3+r^4+r^5} e^{-\varkappa} [3780 + 3240\varkappa + 3240\varkappa^2 - 2160\varkappa^3 +$$
$$+ 1800\varkappa^4 - 432\varkappa^5 + 48\varkappa^6 + \varepsilon (-32\,130 - 25\,380\varkappa - 40\,500\varkappa^2 +$$
$$+ 57\,240\varkappa^3 - 52\,740\varkappa^4 + 19\,512\varkappa^5 - 3\,288\varkappa^6 + 192\varkappa^7)] +$$
$$+ mg_1 \frac{(1+r)}{r^6 (1+r+r^2)(1+r+r^2+r^3)(1+r+r^2+r^3+r^4)} e^{-2\varkappa} \times$$
$$\times [-720 - 1440\varkappa - 3840\varkappa^3 + 2560\varkappa^4 - 1024\varkappa^5 + \varepsilon (5040 +$$
$$+ 10\,080\varkappa - 11\,520\varkappa^2 + 72\,960\varkappa^3 - 89\,600\varkappa^4 + 48\,128\varkappa^5 - 8\,192\varkappa^6)] +$$
$$+ mg_1 \frac{1+r}{r^5 (1+r+r^2)(1+r+r^2+r^3)} e^{-3\varkappa} \times$$
$$\times [120 + 288\varkappa + 864\varkappa^2 - 864\varkappa^3 + 1296\varkappa^4 + \varepsilon (-540 - 1008\varkappa - 7344\varkappa^2 +$$
$$+ 24\,624\varkappa^3 - 36\,936\varkappa^4 + 15\,552\varkappa^5)] +$$
$$+ mg_1 \frac{1+r}{r^4 (1+r+r^2)} e^{-4\varkappa} [-24 - 96\varkappa - 512\varkappa^3 + \varepsilon (60 + 240\varkappa -$$
$$- 1536\varkappa^2 + 7424\varkappa^3 - 8192\varkappa^4)] +$$
$$+ mg_1 \frac{1+r}{r^3} e^{-5\varkappa} [6 + 20\varkappa + 100\varkappa^2 + \varepsilon (-6 + 20\varkappa - 500\varkappa^2 +$$
$$+ 2000\varkappa^3)] + mg_1 \frac{(1+r)^2}{r^2} e^{-6\varkappa} [-2 - 12\varkappa - 288\varkappa^2 \varepsilon] -$$
$$- mg_1 \left(1 + \frac{\varkappa}{2} \right) (1 + r) \frac{1 + r + r^2 + r^3 + r^4 + r^5 + r^6}{r^7} + \frac{\varrho g (\omega_7 + l_0)}{1 + \frac{v}{c}}. \qquad (36)$$

Восьмой интервал ($i=8$)

$$l_0\left[\frac{2(1-r^8)}{1-r}-1\right]\leqslant\omega\leqslant l_0\left[\frac{2(1-r^9)}{1-r}-1\right]. \tag{37}$$

Для конца интервала

$$\omega_8=l_0\left[\frac{2(1-r^9)}{1-r}-1\right], \tag{38}$$

$$T_8''=m\left(g+\frac{g_1}{r^8}\right)(1-\lambda_0\omega_8)+2mg_1\frac{1+r}{r}e^{-\varkappa r(1+r+r^2+r^3+\ldots+r^7)}+$$

$$+mg_1\frac{(1+r)(1+r^2)}{r^8(1+r+r^2)(1+r+r^2+r^3)(1+r+r^2+r^3+r^4)}\times$$

$$\times\frac{(1+r^3)}{(1+r+r^2+r^3+r^4+r^5)(1+r+r^2+r^3+r^4+r^5+r^6)}e^{-\varkappa}\times$$

$$\times[-10\,080-10\,080\varkappa-10\,080\varkappa^3+6\,720\varkappa^4-2\,688\varkappa^5+$$

$$+448\varkappa^6-32\varkappa^7+\varepsilon(110\,880+110\,880\varkappa-45\,360\varkappa^2+246\,960\varkappa^3-$$

$$-240\,240\varkappa^4+120\,288\varkappa^5-29\,120\varkappa^6+3\,376\varkappa^7-144\varkappa^8)]+$$

$$+mg_1\frac{(1+r)(1+r^2)}{r^7(1+r+r^2)^2(1+r+r^2+r^3)(1+r+r^2+r^3+r^4)}\times$$

$$\times\frac{(1+r^3)}{1+r+r^2+r^3+r^4+r^5}e^{-2\varkappa}[3\,780+6\,480\varkappa+12\,960\varkappa^2-17\,280\varkappa^3+$$

$$+28\,800\varkappa^4-13\,824\varkappa^5+3\,072\varkappa^6+\varepsilon(-32\,130-50\,220\varkappa-168\,480\varkappa^2+$$

$$+496\,800\varkappa^3-918\,720\varkappa^4+687\,744\varkappa^5-233\,472\varkappa^6+27\,648\varkappa^7)]+$$

$$+mg_1\frac{1+r}{r^6(1+r+r^2)(1+r+r^2+r^3)(1+r+r^2+r^3+r^4)}e^{-3\varkappa}\times$$

$$\times[-720-2160\varkappa-12\,960\varkappa^3+12\,960\varkappa^4-7\,776\varkappa^5+\varepsilon(5\,040+$$

$$+15\,120\varkappa-29\,160\varkappa^2+265\,680\varkappa^3-498\,960\varkappa^4+404\,352\varkappa^5-104\,976\varkappa^6)]+$$

$$+mg_1\frac{1+r}{r^5(1+r+r^2)(1+r+r^2+r^3)}e^{-4\varkappa}\times$$

$$\times[120+384\varkappa+1536\varkappa^2-2048\varkappa^3+4096\varkappa^4+\varepsilon(-540-1296\varkappa-$$

$$-13\,824\varkappa^2+64\,512\varkappa^3-129\,024\varkappa^4+73\,728\varkappa^5)]+mg_1\frac{1+r}{r^4(1+r+r^2)}e^{-5\varkappa}\times$$

$$\times[-24-120\varkappa-1000\varkappa^3+\varepsilon(60+300\varkappa-2700\varkappa^2+16\,000\varkappa^3-22\,500\varkappa^4)]+$$

$$+mg_1\frac{1+r}{r^3}e^{-6\varkappa}[6+24\varkappa+144\varkappa^2+\varepsilon(-6+30\varkappa-792\varkappa^2+$$

$$+3888\varkappa^3)]+mg_1\frac{(1+r)^2}{r^2}e^{-7\varkappa}[-2-14\varkappa-441\varkappa^2\varepsilon]+$$

$$+mg_1\left(1+\frac{\varkappa}{2}\right)(1+r)\frac{1+r+r^2+r^3+r^4+r^5+r^6+r^7}{r^8}+\frac{\varrho g(\omega_8+l_0)}{1+\frac{v}{c}}. \tag{39}$$

Усилия в точке подвеса груза к канату. Приведем упрощенную транскрипцию полученных ранее [1] формул, более удобную для вычислений

$$T_0=m(g+g_1),$$

$$T_1=m\left(g-\frac{g_1}{r}\right)+mg_1e^{-\varkappa r}(2+\varepsilon),$$

$$T_2 = m\left(g + \frac{g_1}{r^2}\right) + mg_1 e^{-\varkappa (r+r^2)} (2+\varepsilon) +$$

$$+ mg_1 e^{-\varkappa} [-2 - 4\varkappa + \varepsilon (-3 - 2\varkappa - 6\varkappa^2)],$$

$$T_3 = m\left(g - \frac{g_1}{r^3}\right) + mg_1 e^{-\varkappa (r+r^2+r^3)} (2+\varepsilon) +$$

$$+ mg_1 e^{-\varkappa} [2 + 4\varkappa^2 + \varepsilon (5 + 6\varkappa - 8\varkappa^2 + 8\varkappa^3)] + mg_1 e^{-2\varkappa} \times$$

$$\times [-2 - 8\varkappa + \varepsilon (-3 - 2\varkappa - 32\varkappa^2)],$$

$$T_4 = m\left(g + \frac{g_1}{r^4}\right) + mg_1 e^{-\varkappa (r+r^2+r^3+r^4)} (2+\varepsilon) + \frac{1}{3} mg_1 e^{-\varkappa} \times$$

$$\times [-6 - 12\varkappa + 12\varkappa^2 - 8\varkappa^3 + \varepsilon (-21 - 18\varkappa - 66\varkappa^2 + 68\varkappa^3 - 20\varkappa^4)] +$$

$$+ mg_1 e^{-2\varkappa} [2 + 16\varkappa^2 + \varepsilon (5 + 14\varkappa - 48\varkappa^2 + 80\varkappa^3)] + mg_1 e^{-3\varkappa} \times$$

$$\times [-2 - 12\varkappa + \varepsilon (-3 - 90\varkappa^2)],$$

$$T_5 = m\left(g - \frac{g_1}{r^5}\right) + mg_1 e^{-\varkappa (r+r^2+r^3+r^4+r^5)} (2+\varepsilon) + \frac{1}{3} mg_1 e^{-\varkappa} \times$$

$$\times [6 + 24\varkappa^2 - 16\varkappa^3 + 4\varkappa^4 + \varepsilon (27 + 30\varkappa - 72\varkappa^2 + 168\varkappa^3 - 82\varkappa^4 + 12\varkappa^5)] +$$

$$+ \frac{1}{3} mg_1 e^{-2\varkappa} [-6 - 24\varkappa + 48\varkappa^2 - 64\varkappa^3 + \varepsilon (-21 - 30\varkappa - 336\varkappa^2 +$$

$$+ 688\varkappa^3 - 384\varkappa^4)] + mg_1 e^{-3\varkappa} [2 + 36\varkappa^2 + \varepsilon (5 + 24\varkappa - 144\varkappa^2 + 324\varkappa^3)] +$$

$$+ mg_1 e^{-4\varkappa} [-2 - 16\varkappa + \varepsilon (-3 + 4\varkappa - 192\varkappa^2)],$$

$$T_6 = m\left(g + \frac{g_1}{r^6}\right) + mg_1 e^{-\varkappa (r+r^2+r^3+r^4+r^5+r^6)} (2+\varepsilon) + \frac{1}{15} mg_1 e^{-\varkappa} \times$$

$$\times [-30 - 60\varkappa + 120\varkappa^2 - 160\varkappa^3 + 60\varkappa^4 - 8\varkappa^5 +$$

$$+ \varepsilon (-165 - 150\varkappa - 690\varkappa^2 + 1520\varkappa^3 - 1170\varkappa^4 + 316\varkappa^5 - 28\varkappa^6)] +$$

$$+ \frac{1}{3} mg_1 e^{-2\varkappa} [6 + 96\varkappa^2 - 128\varkappa^3 + 64\varkappa^4 + \varepsilon (27 + 66\varkappa - 384\varkappa^2 +$$

$$+ 1632\varkappa^3 - 1568\varkappa^4 + 448\varkappa^5)] + mg_1 e^{-3\varkappa} \times$$

$$\times [-2 - 12\varkappa + 36\varkappa^2 - 72\varkappa^3 + \varepsilon (-7 - 12\varkappa - 306\varkappa^2 + 936\varkappa^3 - 756\varkappa^4)] +$$

$$+ mg_1 e^{-4\varkappa} [2 + 64\varkappa^2 + \varepsilon (5 + 36\varkappa - 320\varkappa^2 + 896\varkappa^3)] +$$

$$+ mg_1 e^{-5\varkappa} [-20 - 20\varkappa + \varepsilon (-3 + 10\varkappa - 350\varkappa^2)].$$

Формулы, приведенные в этой работе, получили практическое применение в нашей статье [1] и работе П. А. Журавлева, А. Ф. Захаревича [3]. По ним построены графики усилий T для численного примера.

ЛИТЕРАТУРА

1. Неронов Н. П. Определение напряжений в шахтном подъемном канате для точки подвеса груза. Зап. ЛГИ, 1961, т. XXXIX, вып. 3, стр. 3—14.

2. Динник А. Н. О работе по теории упругости. Прикладная математика и механика. 1933, т. I, № 2, стр. 335—337.

3. Журавлев П. А., Захаревич А. Ф. К вопросу о числовой оценке максимальных натяжений в подъемном шахтном канате при нормальном режиме подъема. Изв. высших учебных заведений. Горный журнал, 1959, № 10, стр. 113—116.