Записки Ленинградского орденов Ленина и Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова, т. XLV, вып. 2, 1963 г.

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПОПРАВКИ НА ЭМАНИРОВАНИЕ ПРИ ГАММА-КАРОТАЖЕ СКВАЖИН

О. Ф. Путиков

Как известно, почти все гамма-излучение равновесного уранового ряда приходится на долю радиевой части: на короткоживущие продукты распада радона Ra (B+C). Для счетчиков типа МС гамма-излучение урановой части ряда составляет лишь 5,1 %, а Ra (B+C) — 94,9 % полной интенсивности.

Удаление из горной породы радона в результате эманирования ведет к соответствующему уменьшению содержания в породе продуктов его распада и, следовательно, к уменьшению интенсивности гамма-излучения. Коэффициент эманирования руд в дробленом состоянии достигает нескольких десятков процентов. Хотя коэффициент эманирования в естественных условиях обычно ниже, указанный факт требует обязательного изучения. Поправка на эманирование α' должна учитываться при интерпретации гамма-измерений.

При рассмотрении влияния эманирования на результаты гамма-каротажа за основу выбран метод измерения поправки на эманирование путем обсадки скважины трубами и измерения роста площади гамма-каротажной кривой со временем.

Уравнение диффузии эманации. При отсутствии конвекционного переноса диффузия эманации в пористой среде, какой является горная порода, подчиняется уравнению

$$\Delta N - \frac{\lambda\eta}{D_и} N - \frac{\eta}{D_и}\frac{\partial N}{\partial t} = -\frac{Q}{D_и}, \qquad (1)$$

где N — поровая концентрация эманации;

λ — постоянная распада эманации;

η — пористость;

$D_и$ — коэффициент диффузии истинный;

Q — скорость выделения эманации в поры в единице объема среды;

t — время диффузии.

Используя соотношение $Q = N_0\lambda\eta$ (N_0 — поровая концентрация в бесконечном активном пространстве при установившемся режиме) и полагая $D = \frac{D_и}{\eta}$ — эффективный коэффициент диффузии, уравнение (1) можно переписать в виде

$$\Delta N - \frac{\lambda}{D} N - \frac{1}{D}\frac{\partial N}{\partial t} = -\frac{N_0\lambda}{D}. \qquad (2)$$

В цилиндрических координатах при наличии осевой симметрии и однородности среды вдоль этой оси уравнение (2) имеет вид

$$\frac{\partial^2 N}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial N}{\partial r} - \frac{\lambda}{D} N - \frac{1}{D}\frac{\partial N}{\partial t} = -\frac{N_0\lambda}{D}. \qquad (3)$$

Граничные условия на поверхности раздела двух сред: равенство поровых концентраций эманации на границе

$$N_1 = N_2; \tag{4}$$

равенство плотностей потоков эманации

$$\eta_1 D_1 \frac{\partial N_1}{\partial n} = \eta_2 D_2 \frac{\partial N_2}{\partial n} \tag{5}$$

Задача 1. Становление диффузионного равновесия в свежевскрытом скважиной активном бесконечном пространстве (деэманирование).

Активное однородное пространство A вскрывается скважиной $Б$ диаметра $2a$ (рис. 1). Предположим, после проходки скважины выделение эманации из области A в область $Б$ начинается одновременно через всю поверхность, разделяющую A и $Б$. Диффузия в вертикальном направлении к границе земля—воздух отсутствует.

Цель задачи — изучение распределения концентрации эманации в пространстве A в направлении r в различные моменты времени.

Граничные условия следующие:

$$N|_{r=a} = 0, \tag{6}$$

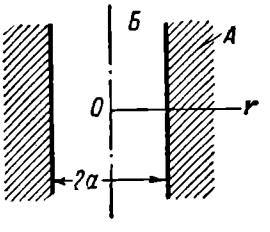


Рис. 1. К задаче 1

т. е. удаление эманации из области $Б$, например, прокачкой бурового раствора;

$$N|_{r\to\infty} = N_0, \tag{7}$$

т. е. на бесконечности концентрация эманации не меняется.

Начальное условие

$$N|_{t=0} = N_0.$$

Для решения уравнения (3) используем интегральное преобразование Лапласа. От концентрации эманации N переходим к ее изображению F ($F \div N$).

Тогда решением уравнения для изображения, удовлетворяющим данным граничным условиям, явится функция

$$F = \frac{N_0}{p} - \left[\frac{N_0}{p+\lambda} + \frac{N_0\lambda}{p(p+\lambda)}\right] \frac{K_0\left(r\sqrt{\frac{p+\lambda}{D}}\right)}{K_0\left(a\sqrt{\frac{p+\lambda}{D}}\right)} \tag{8}$$

или

$$F = \frac{N_0}{p} - \frac{N_0}{p} \frac{K_0\left(r\sqrt{\frac{p+\lambda}{D}}\right)}{K_0\left(a\sqrt{\frac{p+\lambda}{D}}\right)}, \tag{9}$$

где p — комплексное переменное;

$K_0(x)$ — функция Бесселя второго рода нулевого порядка от мнимого аргумента.

Оригинал концентрации эманации можно найти, используя формулу обращения и выражение (9),

$$N = N_0 - \frac{N_0}{2\pi i} \int_{\gamma-i}^{\gamma+i\infty} \frac{1}{p} \frac{K_0\left(r\sqrt{\frac{p+\lambda}{D}}\right)}{K_0\left(a\sqrt{\frac{p+\lambda}{D}}\right)} e^{pt}\, dp, \tag{10}$$

где i — мнимая единица;

$\gamma > 0$.

Учитывая особенность подинтегральной функции в точке $p=0$ и приводя разрез от начала координаты вдоль отрицательной части действительной оси, можно перейти к интегрированию по действительному переменному

$$N=N_0\left[1-\frac{K_0\left(r\sqrt{\frac{\lambda}{D}}\right)}{K_0\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D}}\right)}\right]+$$

$$+\frac{2DN_0e^{-\lambda t}}{\pi}\int_0^\infty\frac{e^{tD\alpha^2}}{\lambda+D\alpha^2}\,\frac{J_0(a\alpha)\,Y_0(r\alpha)-J_0(r\alpha)\,Y_0(a\alpha)}{J_0^2(a\alpha)+Y_0^2(a\alpha)}\,\alpha d\alpha, \qquad (11)$$

где $J_0(x)$ и $Y_0(x)$ — функции Бесселя первого и второго рода нулевого порядка.

В формуле (11) первое слагаемое не зависит от времени и характеризует установившийся процесс при $t\to\infty$. Это выражение неудобно для вычислений. Выведем удобную для расчетов приближенную формулу. Для этого в (9) функции Бесселя заменим асимптотической формулой

$$K_0(x)\approx\sqrt{\frac{\pi}{2x}}e^{-x},\quad x\gg 0.$$

Тогда

$$F\approx\frac{N_0}{p}-\frac{N_0}{p}\sqrt{\frac{a}{r}}\,e^{-(r-a)\sqrt{\frac{p+\lambda}{D}}}$$

Затем, используя табличные формулы операционного исчисления[1], находим выражение для концентрации эманации

$$N\approx N_0-\frac{N_0}{r}\sqrt{\frac{a}{r}}\left[e^{-(r-a)\sqrt{\frac{\lambda}{D}}}Erf\left(\frac{r-a}{r\sqrt{Dt}}-\sqrt{\lambda t}\right)+\right.$$

$$\left.+e^{(r-a)\sqrt{\frac{\lambda}{D}}}Erf\left(\frac{r-a}{r\sqrt{Dt}}+\sqrt{\lambda t}\right)\right], \qquad (12)$$

где $Erf(x)=1-erf(x)$,

$erf(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-\xi^2}d\xi$ — интеграл вероятности (табулированная функция).

При $t\to\infty$ из (12) находим приближенное распределение концентрации эманации при установившемся режиме

$$N\approx N_0\left[1-\sqrt{\frac{a}{r}}\,e^{-(r-a)\sqrt{\frac{\lambda}{D}}}\right]. \qquad (13)$$

Точное выражение для этого случая

$$N=N_0\left[1-\frac{K_0\left(r\sqrt{\frac{\lambda}{D}}\right)}{K_0\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D}}\right)}\right] \qquad (14)$$

получается решением соответствующего стационарного дифференциального уравнения, а также из формулы (11) при $t\to\infty$.

[1] Диткин Р. А., Кузнецов П. И. Справочник по операционному исчислению. ГТТИ, 1951.

Задача 2. Накопление эманации в бесконечном пространстве, пройденном скважиной, из состояния диффузионного равновесия.

После установления диффузионного равновесия между областями A и $Б$, которое рассматривалось в предыдущей задаче, скважина $Б$ изолируется от активного пространства A — например, обсаживается (рис. 2).

Необходимо рассмотреть процесс установления нового диффузионного равновесия в пространстве A (процесс накопления эманации). Задача, таким образом, сводится к решению того же уравнения (3), что и в предыдущей задаче, но с другими граничными и начальными условиями.

Граничные условия

$$\tau_1 D \left.\frac{\partial N}{\partial r}\right|_{r=a} = 0; \qquad (15)$$

$$N|_{r\to\infty} = N_0. \qquad (16)$$

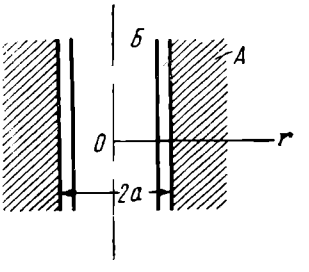


Рис. 2. К задаче 2

Начальное условие задаем формулой (14) предыдущей задачи

$$N|_{t=0} = N_0\left[1 - \frac{K_0\left(r\sqrt{\frac{\lambda}{D}}\right)}{K_0\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D}}\right)}\right] = f(r).$$

Вводя новую функцию

$$N^* = N - f,$$

получаем уравнение

$$\frac{\partial^2 N^*}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial N^*}{\partial r} - \frac{\lambda}{D}N^* - \frac{1}{D}\frac{\partial N^*}{\partial t} = 0; \qquad (17)$$

при граничных условиях

$$D\left.\frac{\partial N^*}{\partial r}\right|_{r=a} = -N_0\sqrt{\lambda D}\,\frac{K_1\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D}}\right)}{K_0\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D}}\right)}, \qquad (18)$$

$$N^*|_{r\to\infty} = 0 \qquad (19)$$

и начальном условии $N^*|_{t=0} = 0.$

Решение уравнения (17), удовлетворяющее граничным и начальным условиям, имеет вид

$$N^* = N_0\frac{K_1\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D}}\right)}{K_0\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D}}\right)}\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty}\frac{1}{p}\sqrt{\frac{\lambda}{\lambda+p}}\,\frac{K_0\left(r\sqrt{\frac{\lambda+p}{D}}\right)}{K_1\left(a\sqrt{\frac{\lambda+p}{D}}\right)}e^{pt}\,dp.$$

$(\gamma > 0)$

Проводя такие же преобразования контура интегрирования, как и в первой задаче, и учитывая особенности подинтегральной функции в точках $p=0$ и $p=-\lambda$, получаем

$$N = N^* + f = N_0 - \frac{2N_0\sqrt{\lambda D}e^{-\lambda t}}{\pi}\,\frac{K_1\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D}}\right)}{K_0\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D}}\right)}\int_0^\infty \frac{e^{-tDa^2}}{\lambda + Da^2}\times$$

$$\times\,\frac{J_1(a\alpha)\,Y_0(r\alpha) - J_0(r\alpha)\,Y_1(a\alpha)}{J_1^2(a\alpha) + Y_1^2(a\alpha)}\,d\alpha. \qquad (20)$$

Для нахождения приближенного выражения концентрации эманации начальное условие задаем приближенной формулой (13) из предыдущей задачи. Тогда уравнение для изображения принимает вид

$$\frac{d^2F}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{dF}{dr}-\frac{\lambda+p}{D}F=-\frac{N_0\lambda}{p}-\frac{N_0}{D}\left[1-\sqrt{\frac{a}{r}}e^{-(r-a)\sqrt{\frac{\lambda}{D}}}\right] \qquad (21)$$

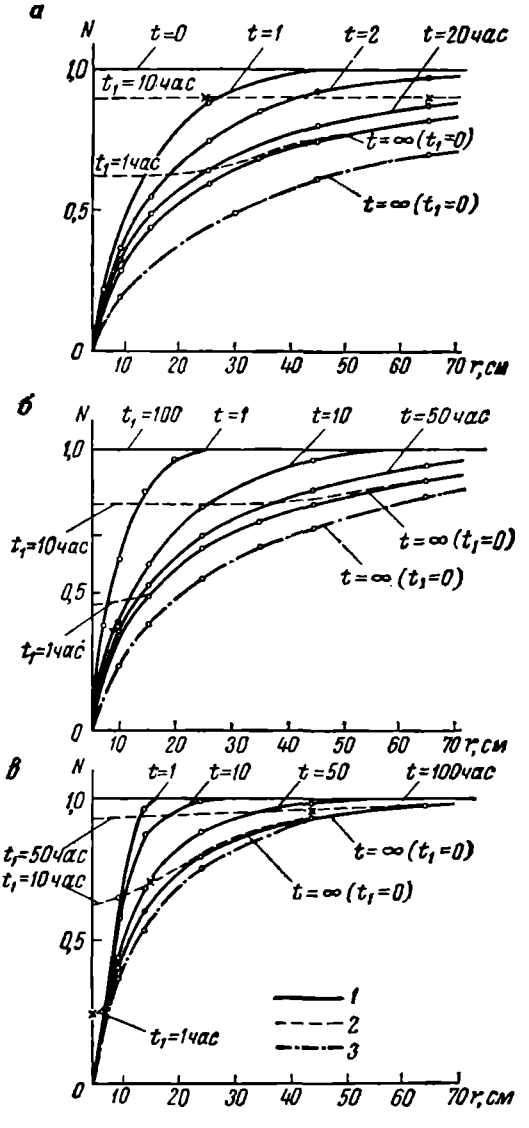


Рис. 3. Кривые становления диффузионных процессов для радона:

$а$ — $D = 4\cdot10^{-2}$ $см^2 \cdot сек^{-1}$; $б$ — $D = 1\cdot10^{-2}$ $см^2 \cdot сек^{-1}$; $в$ — $D = 1\cdot10^{-3}$ $см^2 \cdot сек^{-1}$.

Кривые: *1* — деэманирования [по приближенным формулам (12), (22)]; *2* — накопления радона [по приближенным формулам (12), (22),]; *3* — установившегося процесса деэманирования [по точной формуле (14)]; t_1 — время накопления эманации (задача 2)

Приближенным его решением при $r \geqslant a$, удовлетворяющим граничным условиям, является функция

$$P=\frac{N_0}{p}-\frac{N_0}{\lambda+p}\sqrt{\frac{a}{r}}e^{-b(r-a)}+$$

$$+\frac{N_0}{\lambda+p}\left(\frac{1}{2a}+b_1\right)\frac{2a}{1+2ab_1}\times$$

$$\times\sqrt{\frac{a}{r}}e^{-b_1(r-a)},$$

где $b=\sqrt{\frac{\lambda}{D}}$;

$$b_1=\sqrt{\frac{\lambda+p}{D}}$$

Находя оригинал этой функции, получаем

$$N\approx N_0-N_0e^{-\lambda t}\times$$

$$\times\sqrt{\frac{a}{r}}e^{-\sqrt{\frac{\lambda}{D}}(r-a)}+$$

$$+N_0\frac{\sqrt{D}+2a\sqrt{\lambda}}{\sqrt{D}}e^{-\lambda t}\times$$

$$\times\sqrt{\frac{a}{r}}Erf\left(\frac{r-a}{2\sqrt{Dt}}\right)-$$

$$-N_0\frac{\sqrt{D}+2a\sqrt{\lambda}}{\sqrt{D}}e^{-\lambda t}\sqrt{\frac{a}{r}}\times$$

$$\times Erf\left(\frac{r-a}{2\sqrt{Dt}}+\frac{\sqrt{Dt}}{2a}\right)e^{\frac{Dt}{4a^2}+\frac{r-a}{2a}}. \qquad (22)$$

По приближенным формулам (12) из первой задачи и (22) из второй рассчитаны теоретические кривые становления диффузионных процессов при различных эффективных коэффициентах диффузии. Как видно из рис. 3, точность приближенных формул возрастает с уменьшением коэффициента диффузии D.

При $D=1\cdot10^{-3}$ $см^2 \cdot сек^{-1}$ процесс как деэманирования, так и накопления эманации устанавливается примерно за три-четыре дня с достаточной для практики точностью. С увеличением коэффициента диф-

фузии время становления процессов, как видно из графиков, уменьшается. Все выведенные формулы пригодны и для пластов с ограниченной мощностью по оси скважин, если пласт заключен в непроницаемые породы.

Практическое определение поправки на эманирование. Во время бурения и после него, пока скважины были не обсажены, из рудного пласта происходило выделение эманации в буровой раствор. Скважины обсаживались и подвергались каротажу сразу непосредственно за обсадкой и затем регулярно в течение шести-семи дней. Каротаж проводился станцией КРТ со счетчиком МС-9. Во время каждого сеанса наблюдений проводилось две-три записи гамма-аномалии над пластом. Затем находилась средняя площадь гамма-аномалий для каждого сеанса и строился график роста площади гамма-аномалий со

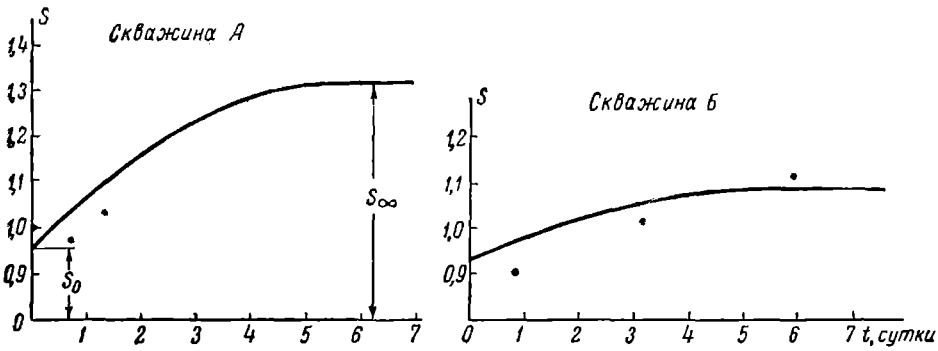


Рис. 4. Кривые роста площади гамма-каротажной аномалии со временем после обсадки скважины трубами (точки — по экспериментальным данным)

временем (рис. 4). Среднеквадратичная погрешность осредненных площадей не превышала ±7%.

Как видно из графиков рис. 4, время становления процессов составляет четыре-пять суток, что довольно хорошо согласуется с теорией, если предположить небольшой коэффициент диффузии.

Из экспериментальных кривых можно определить поправочный коэффициент на эманирование $K_э$, умножая на который измеренную площадь гамма-аномалии, можно привести ее к площади над неэманирующим пластом

$$K_э = \frac{S_\infty}{S_0},$$

где S_0 и S_∞ — площадь гамма-аномалии в начале опыта и при установившемся режиме после обсадки.

Для скважины A получаем $K_э = 1{,}40$, для скважины $Б$ соответственно $K_э = 1{,}28$.

Итак, эманирование значительно влияет на результаты гамма-каротажа. Коэффициент эманирования в порошке для каждого типа руд составляет в среднем 60—70%. Если скважина обсаживается, когда в пласте уже установилось диффузионное равновесие по типу задачи 1, то $K_э$ будет функцией от коэффициентов диффузии, эманирования и ослабления гамма-лучей в пласте.

Полученные данные довольно хорошо согласуются с теорией, если учесть, что расчеты сделаны для бесконечной мощности активного пласта. Таким образом, сделана попытка обосновать теоретическими и экспериментальными данными изложенный метод учета влияния эманирования на гамма-каротаж. Однако для внедрения в производство необходима дальнейшая разработка вопроса.

В заключение выражаю благодарность профессору Журавскому А. М. за просмотр математической части работы.